



ارتعاش آزاد ورق ساندویچی با هسته آگزتیک در تماس با سیال با تئوری تک لایه معادل

کوروش خورشیدی^{1*}، علیرضا پاکرویان²، پیمان یوسفی³، علی پورمهدی⁴

1- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه اراک، اراک

2- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه آزاد اراک، اراک

3- دکتری، مهندسی مکانیک، دانشگاه آزاد اراک، اراک

4- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه اراک، اراک

* اراک، صندوق پستی 38156-88439، k-khorshidi@araku.ac.ir

چکیده

اطلاعات مقاله:

در این مقاله، به بررسی مشخصه‌های ارتعاش آزاد یک ورق ساندویچی مستطیلی با هسته لانه‌زنبوری آگزتیک مستقر در دیواره یک مخزن سیال پرداخته شده است. ورق ساندویچی شامل دو رویه آلومینیومی و یک هسته لانه‌زنبوری آگزتیک از جنس آلومینیوم می‌باشد. برای همگن‌سازی هسته لانه‌زنبوری، علاوه بر مدل مالک و گیبسون، از یکی از جدیدترین مدل‌ها (مدل تورنابن) نیز استفاده شده است. برای مدل‌سازی ورق ساندویچی سه نوع مدل تحلیلی پیشنهاد داده شده‌اند و مزایا و معایب آنها با هم مقایسه شده‌اند. از نوع مدل تحلیلی تک‌لایه معادل برای مدل‌سازی ورق ساندویچی دارای شرط مرزی ناوبر و در تماس با سیال استفاده شده‌اند. ایده‌آل (تراکم‌ناپذیر، غیر لزج و غیر چرخشی) در نظر گرفته شده است. روش‌های حل حاضر، روابط همگن‌سازی هسته لانه‌زنبوری، و چارچوب ریاضی برهم‌کنش ورق ساندویچی - سیال با استفاده از نتایج تحقیقات سایر محققان و نیز نتایج حاصل از تحلیل المان محدود سه‌بعدی صحت سنجی شده‌اند. سرانجام اثر پارامترهای مختلف مانند نسبت ابعاد مخزن به طول ورق، ارتفاع سیال از لبه پایین ورق، موقعیت ورق در دیواره مخزن و هندسه سلول لانه‌زنبوری بر روی فرکانس‌های طبیعی مرطوب مورد بررسی قرار گرفته‌اند.

دریافت: 1404/07/15

پذیرش: 1404/12/02

کلیدواژگان

ارتعاش آزاد

ورق ساندویچی

هسته آگزتیک

برهم‌کنش ورق و سیال

Free vibration of auxetic-core sandwich panel in fluid by equivalent single layer theory

Korosh Khorshidi^{1*}, Peyman Yousefi², Alireza Pakrouyan², Ali Pourmahdi¹

1- Department of mechanical engineering, Arak University, Arak, Iran

2- Department of mechanical engineering, Islamic Azad University, Arak, Iran

* P.O.B. 38156-88439, Arak, Iran, k-khorshidi@araku.ac.ir

Keywords

Free vibration
Sandwich Panel
Auxetic Core
Fluid-Structure Interaction

Abstract

In this study, the free vibration characteristics of a rectangular sandwich panel with an auxetic honeycomb core mounted on the wall of a fluid-filled tank have been investigated. The sandwich panel consists of two aluminum face sheets and an auxetic honeycomb core made of aluminum. For the homogenization of the honeycomb core, in addition to the Gibson and Ashby model, one of the latest models (the Turna-Ban model) has been also employed. Three types of analytical models have been proposed for modeling the sandwich panel, and their advantages and disadvantages have been compared. An equivalent single-layer analytical model has been used to model the sandwich panel under Navier boundary conditions and in contact with fluid. The fluid has been considered ideal (incompressible, inviscid, and irrotational). The proposed solution methods, the homogenization relations of the honeycomb core, and the mathematical framework of the panel-fluid interaction have been validated using results from previous studies as well as three-dimensional finite element analysis. Finally, the effects of various parameters such as the tank-to-panel length ratio, fluid height from the bottom edge of the panel, the position of the panel on the tank wall, and the honeycomb cell geometry on the wet natural frequencies have been investigated.

1- مقدمه

آگزتیک (نسبت پواسون منفی) نسبت به مواد با نسبت پواسون مثبت مقاومت ضربه بهتر و جذب انرژی بالاتری دارند، از این رو بسیار مورد توجه محققان می‌باشند. برای تحلیل‌های استاتیکی و دینامیکی ورق‌های لانه‌زنبوری، مدل‌سازی واقعی هسته دقیق‌ترین پاسخ‌ها را به دست می‌دهد، لیکن تعداد درجات آزادی کل و به تبع آن زمان محاسباتی را به مقدار قابل

ورق‌های ساندویچی در حوزه‌های مختلف مهندسی مانند خودروسازی، هوافضا، صنایع دریایی و مهندسی عمران کاربردهای وسیعی دارند. این ورق‌ها معمولاً از دو رویه با مقاومت بالا و یک هسته سبک وزن (معمولاً از جنس فوم یا لانه‌زنبوری) تشکیل شده‌اند. ورق‌های ساندویچی با هسته لانه‌زنبوری

Please cite this article using:

برای ارجاع به مقاله از عبارت زیر استفاده کنید:

Khorshidi, K., Yousefi, P., Pakrouyan, A., Pourmahdi, A., "Free vibration of auxetic-core sandwich panel in fluid by equivalent single layer theory," In Persian, Journal of Science and Technology of Composites, Vol. 12, No. 3, pp. 2792-2809, 2026.
<https://doi.org/10.22068/jstc.2026.2073996.1939>

جایجایی‌های درون‌صفحه‌ای و عرضی را به ترتیب با استفاده از چندجمله‌ای‌های درجه سوم و دوم مختصه ضخامت تقریب زدند. ورق‌های در تماس با سیال، بخش‌های اصلی بدنه کشتی‌ها، زیردریایی‌ها، سازه‌های دریایی، مخازن سوخت و بسیاری از وسایل صنعتی دیگر را تشکیل می‌دهند. رفتار ارتعاشی این ورق‌ها نسبت به حالت خشک متفاوت بوده و به دلیل اثر جرم افزوده سیال فرکانس‌های طبیعی آن‌ها کاهش می‌یابند [9-10]. در دهه اخیر مطالعات متعددی در زمینه پیش‌بینی فرکانس‌های طبیعی یک ورق در تماس با سیال انجام شده است. حسینی هاشمی و همکاران [11] با استفاده از تئوری مرتبه اول تغییرشکل برشی و روش حل ریتز اثر سیال با طول بی‌نهایت را بر روی مشخصه‌های ارتعاش آزاد ورق‌های ایزوتروپیک و چندلایه بررسی کردند. خورشیدی و فرهادی [12] و خورشیدی و بخششی [13] با استفاده از سه تئوری کلاسیک، مرتبه اول تغییرشکل برشی و مرتبه سوم تغییرشکل برشی ارتعاش آزاد ورق‌های چندلایه و مدرج تابعی در تماس با سیال محدود را بررسی کردند. همکاران [14] با استفاده از دو روش تجربی آنالیز مودال ارتعاشی و آکوستیکی فرکانس‌های طبیعی ورق‌های ایزوتروپیک قائم در تماس با سیال محدود را به دست آوردند و نشان دادند که نتایج حاصل از این دو روش تقریباً برابر هستند. خورشیدی و کریمی [15] با استفاده از تئوری‌های مختلف تغییر شکل برشی و روش حل گالرکین کریمی و همکاران [16] با استفاده از تئوری مرتبه پنجم تغییر شکل برشی و روش حل ریتز فرکانس‌های طبیعی نانورق‌های پیزوالکتریک و میکروورق‌های مدرج تابعی در تماس با سیال را تعیین کردند. بخششی و مهبادی [17] اثر امواج سطح آزاد سیال را به صورت جداگانه بر روی ارتعاش آزاد میکروورق‌های مدرج تابعی در تماس با سیال محدود بررسی کردند. آن‌ها نشان دادند که حرکت نوسانی سیال باعث تقویت فرکانس‌های طبیعی می‌شود ولی اثر آن زمانی ملموس است که هم سیال خیلی سنگین باشد (مانند جیوه) و هم ورق خیلی نازک باشد. اخیراً رامیان و همکاران [18-19] به بررسی ارتعاش آزاد ورق‌های ساندویچی قائم و افقی در تماس با سیال محدود پرداختند. آن‌ها برای مدل‌سازی هسته انعطاف‌پذیر از مدل دوم فراسیتیک استفاده کردند. این مطالعات اثر برخی پارامترها مانند جنس لایه‌ها و نسبت ضخامت هسته به رویه‌ها را بر روی فرکانس‌های طبیعی بررسی کردند. خورشیدی و نوروزیان [20] به بررسی پایداری ورق ساندویچی با هسته آگزتیک و لایه‌های تقویت‌شده در معرض نیروی آیرودینامیک پرداختند. معادلات با تئوری برشی اصلاح‌شده و روش گلرکین حل و نتایج با مقالات معتبر مقایسه شده است. تأثیر پارامترهای هندسی، فشار آیرودینامیکی و کسر حجمی نانولوله کربنی بر پایداری تحلیل شده است. نتایج نشان می‌دهد که این پارامترها نقش مهمی در افزایش یا کاهش پایداری سازه دارند. دلیک آتیلا یولجو و همکاران [21] به تأثیر الگوی ساختار هسته آوکسیتیک و شرایط مرزی را بر رفتار ارتعاشی پانل‌های ساندویچی مورد بررسی قرار دادند. سه نوع هسته آوکسیتیک چاپ سه‌بعدی شامل تتراشیرال، آنتی‌تتراشیرال و هگزاجیرال با رویه‌های کامپوزیتی الیاف شیشه/اپوکسی تحلیل و آزمایش شدند. نتایج نشان داد که هسته‌های هگزاجیرال عملکرد دینامیکی بهتری داشته و فرکانس طبیعی بالاتری ایجاد می‌کنند. خورشیدی و همکاران [22] ارتعاشات اجباری پوسته استوانه‌ای سه‌لایه، حاوی سیال غیرلزج و تحت بار ضربه‌ای را بررسی کردند. هر سه لایه از جنس آلومینیوم و لایه مرکزی ساخته شده از ساختار آگزتیک لانه‌زنبوری درون رو لحاظ شده است. با استفاده از نظریه‌های تغییر شکل برشی مرتبه بالا و اصل همپلتون معادلات حاکم بر سیستم استخراج شده و از روش باقیمانده وزنی گالرکین حل شده‌اند. سیستم با هر

توجهی افزایش می‌دهد. بهترین روش برای ساده‌سازی تحلیل آن‌ها، همگن‌سازی رفتار هسته لانه‌زنبوری است به طوری که بتوان آن را بصورت یک لایه اورتوتروپیک معادل، تحلیل کرد. ورق‌های در تماس با سیال، بخش‌های اصلی بدنه کشتی‌ها، زیردریایی‌ها، سازه‌های دریایی، مخازن سوخت و بسیاری از وسایل صنعتی دیگر را تشکیل می‌دهند. رفتار ارتعاشی این ورق‌ها نسبت به حالت خشک متفاوت بوده و به دلیل اثر جرم افزوده سیال فرکانس‌های طبیعی آن‌ها کاهش می‌یابند.

ورق‌های ساندویچی لانه‌زنبوری به دلیل خواص مطلوب مانند نسبت استحکام به وزن بالا و جذب انرژی عالی، کاربردهای وسیعی در حوزه‌های مختلف مهندسی مانند هوافضا، صنایع دریایی، قطارهای سریع‌السیر و خودروسازی پیدا کرده‌اند. برای تحلیل‌های استاتیکی و دینامیکی ورق‌های لانه‌زنبوری، مدل‌سازی واقعی هسته دقیق‌ترین پاسخ‌ها را به دست می‌دهد، لیکن تعداد درجات آزادی کل و به تبع آن زمان محاسباتی را به مقدار قابل توجهی افزایش می‌دهد. بهترین روش برای ساده‌سازی تحلیل آن‌ها، همگن‌سازی رفتار هسته لانه‌زنبوری است به طوری که بتوان آن را بصورت یک لایه اورتوتروپیک معادل، تحلیل کرد. به منظور حصول پاسخ‌های نهایی قابل اعتماد، خواص مؤثر هسته لانه‌زنبوری باید تا حد امکان دقیق تعیین شوند تعیین فرکانس‌های طبیعی و شکل مودها، از مهم‌ترین پارامترها در طراحی سازه‌ها هستند. این مشخصه‌ها می‌توانند به طور مستقل مورد استفاده قرار گیرند (مثلاً فرکانس‌های طبیعی تعیین شده را می‌توان به عنوان نمادی از میزان خرابی سازه در نظر گرفت) و یا به عنوان جزئی از روند سایر تحلیل‌ها مورد توجه باشند. تحلیل ارتعاش آزاد ورق‌های ساندویچی لانه‌زنبوری از سال‌های دور مورد توجه محققان بوده است. اخیراً ترابی و همکاران [1] با استفاده از تئوری مرتبه اول تغییرشکل برشی به تحلیل ارتعاش و فلاتر ورق‌های ساندویچی لانه‌زنبوری دوزنقه‌ای پرداختند و بیدگلی و همکاران [2] با استفاده از آن ارتعاش آزاد پوسته‌های ساندویچی لانه‌زنبوری دو انحنایی با رویه‌های پیزوالکتریک را بررسی کردند. با استفاده از همین تئوری، پاسخ‌های دینامیکی غیرخطی ورق‌های ساندویچی لانه‌زنبوری آگزتیک با رویه‌های ایزوتروپیک توسط نگون و فام [3] و با رویه‌های ایزوتروپیک تقویت شده با سفت‌کننده‌های مشبک توسط کونگ و همکاران [4] تعیین شدند. [5] با استفاده از تئوری مرتبه سوم ردی فرکانس‌های طبیعی غیرخطی ورق‌های ساندویچی لانه‌زنبوری را تعیین کردند. آن‌ها نشان دادند که با کاهش ضخامت رویه‌ها اختلاف بین فرکانس‌های غیرخطی و خطی کاهش می‌یابد. [6] به منظور تحلیل ارتعاش آزاد و عایق‌بندی صوتی ورق‌های ساندویچی لانه‌زنبوری آگزتیک مدرج تابعی از تئوری تغییرشکل برشی تانژانت‌های پیربولیک استفاده کردند. آن‌ها با استفاده از تحلیل کوپل ارتعاشی - آکوستیکی فرکانس‌های طبیعی را به دست آوردند و نشان دادند که مقادیر این فرکانس‌ها با نتایج حاصل از تحلیل ارتعاش آزاد سیستم برابر هستند. برای پوسته‌های چند لایه، هوانگ [7] به منظور اصلاح اثر شرط پیوستگی تنش‌های برشی بین لایه‌ها، با افزودن ضرایب تصحیح برشی به تئوری مرتبه سوم ردی، آن را بهبود داد. او ضرایب تصحیح برشی را از طریق مقایسه با معادلات الاستیسیته و با استفاده از یک فرآیند تکراری تعیین کرد.

روش پرکاربردتر برای تعیین نتایج دقیق ورق‌های ساندویچی نسبتاً ضخیم استفاده از تئوری‌های لایه‌ای مرتبه بالا است. فراسیتیک [8] به منظور استخراج معادلات حاکم بر حرکت ورق‌های ساندویچی با هسته نرم دو مدل مختلط (مدل اول) و جایجایی (مدل دوم) را پیشنهاد دادند. آن‌ها در مدل دوم برای رویه‌ها از تئوری کلاسیک استفاده کردند و برای هسته

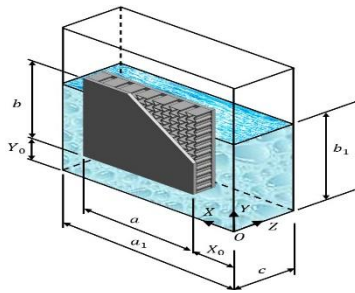


Fig. 1 Auxetic honeycomb sandwich plate with a coordinate system in contact with fluid

شکل 1 ورق ساندویچی لانه‌زنبوری آگرتیک با یک سیستم مختصات در تماس با سیال

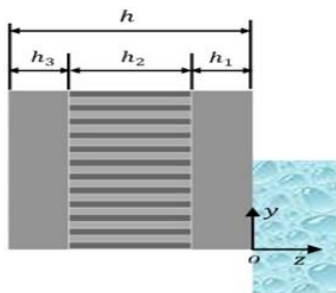


Fig. 2 Origin of the coordinate system located at the interface between the plate and the fluid

شکل 2 مبدأ سیستم مختصات به‌جایروی سطح تماس ورق و سیال

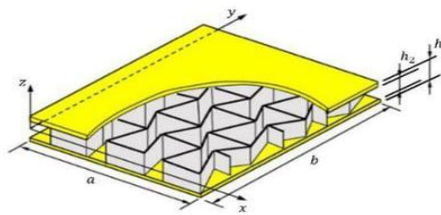


Fig. 3 Geometry-dependent auxetic honeycomb sandwich panel

شکل 3 ورق ساندویچی لانه‌زنبوری آگرتیک وابسته به هندسه

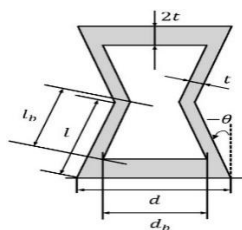


Fig. 4 Geometric properties of a commercial re-entrant honeycomb cell

شکل 4 مشخصات هندسی سلول لانه‌زنبوری درون‌رو تجاری

در شکل‌های 3 و 2 برای توصیف حرکت ورق ساندویچی از سیستم مختصات $o-xyz$ استفاده شده است، با این تفاوت که در شکل 1 مبدأ سیستم مختصات به‌جای سطح میانی ورق روی سطح تماس ورق و سیال قرار گرفته است.

1-2- میدان جابجایی

برای ورق‌های ساندویچی نشان داده شده در شکل‌های 1 و 3، ابتدا میدان جابجایی با توجه به تئوری مرتبه سوم برشی به‌صورت زیر نوشته می‌شود [20]:

دو شرایط مرزی تکیه‌گاه ساده و تکیه‌گاه گیردار بررسی کردند. فنگ و همکاران [23] یک روش طراحی معکوس مبتنی بر مدل تولیدی عمیق برای تولید سلول‌های آگرتیک سه‌بعدی با نسبت پواسون منفی توسعه یافته است. نتایج نشان می‌دهند که تیرهای ساندویچی حاصل، فرکانس طبیعی بالاتری نسبت به روش‌های متداول دارند و رفتار ارتعاشی آن‌ها تحت تأثیر عواملی چون پیکربندی هسته، نسبت ضخامت ورق به هسته، شرایط مرزی و محیط حرارتی قرار دارد. حیدری‌سروشجانی و همکاران [24] که تأثیر هسته‌های آگرتیک بر ویژگی‌های ارتعاشی پوسته‌های استوانه‌ای ساندویچی دارای بریدگی با استفاده از نظریه تغییر شکل برشی مرتبه اول و روش تحلیلی بررسی شده است. روش پیشنهادی با به‌کارگیری تکنیک دوبعدی و تقسیم‌بندی پوسته به پنل‌های مختلف، دقت بالایی در مدل‌سازی نواحی با جزئیات هندسی بالا مانند بریدگی‌ها دارد. همچنین، نتایج با سیگنال‌های لرزشی و صوتی تأیید شده و برتری روش نسبت به مدل‌سازی اجزای محدود اثبات می‌شود.

هدف مقاله حاضر بررسی مشخصه‌های ارتعاش آزاد یک ورق ساندویچی مستطیلی با هسته لانه‌زنبوری آگرتیک مستقر در دیواره یک مخزن سیال می‌باشد. ورق ساندویچی شامل دو رویه آلومینیومی و یک هسته لانه‌زنبوری آگرتیک از جنس آلومینیوم می‌باشد. برای همگن‌سازی هسته لانه‌زنبوری، علاوه بر مدل مالک و گیبسون، از یکی از جدیدترین مدل‌ها (مدل تورنابن) نیز استفاده شده است. برای مدل‌سازی ورق ساندویچی سه نوع مدل تحلیلی پیشنهاد داده شده‌اند و مزایا و معایب آن‌ها با هم مقایسه شده‌اند. از نوع مدل ناویر و در تماس با سیال استفاده شده‌اند. سیال، ایده‌آل (تراکم‌ناپذیر، غیر لزج و غیر چرخشی) در نظر گرفته شده است. روش‌های حل حاضر، روابط همگن‌سازی هسته لانه‌زنبوری، و چارچوب ریاضی برهم‌کنش ورق ساندویچی - سیال با استفاده از نتایج تحقیقات سایر محققان و نیز نتایج حاصل از تحلیل المان محدود سه‌بعدی صحت سنجی شده‌اند. سرانجام اثر پارامترهای مختلف مانند نسبت ابعاد مخزن به طول ورق، ارتفاع سیال از لبه پایین ورق، موقعیت ورق در دیواره مخزن و هندسه سلول لانه‌زنبوری بر روی فرکانس‌های طبیعی مربوط مورد بررسی قرار گرفته‌اند.

2- استخراج و حل معادلات حاکم

مطابق شکل 1 یک ورق ساندویچی آلومینیومی با تکیه‌گاه‌های ساده و رویه‌های یکسان و هسته متشکل از سلول‌های لانه‌زنبوری درون‌رو در دیواره یک مخزن سیال قرار داده شده است. طول، عرض، ضخامت و ضخامت هسته ورق ساندویچی به ترتیب a ، b ، h و h_2 هستند. طول و عرض مخزن و ارتفاع سیال به ترتیب a_1 ، c و b_1 می‌باشند. سیستم مختصات $O-XYZ$ در گوشه پایین مخزن قرار داده شده است. X_0 و Y_0 موقعیت ورق را در دیواره مشخص می‌کنند. سایر دیواره‌ها و کف مخزن صلب می‌باشند.

در شکل 3 یک ورق ساندویچی لانه‌زنبوری آگرتیک خشک با شرایط مرزی نوع لوی نشان داده شده است، به طوری که لبه‌های ورق در $x=0$ و $x=a$ دارای تکیه‌گاه ساده هستند و لبه‌های آن در $y=0$ و $y=b$ ترکیبی از شرایط مرزی گیردار، ساده و آزاد می‌باشند.

$$Q_{44}^{(i)} = \kappa_{23} G_{23}^{(i)} \quad (d-3)$$

$$Q_{55}^{(i)} = \kappa_{13} G_{13}^{(i)} \quad (e-3)$$

$$Q_{66}^{(i)} = G_{12}^{(i)} \quad (f-3)$$

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \tau_{xy} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \end{Bmatrix}^{(i)} =$$

$$\begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 & 0 & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Q_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Q_{44} \end{bmatrix}^{(i)} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \end{Bmatrix} \quad (g-3)$$

به طوری که $i = 1, 3$ نمایانگر رویه‌های ایزوتروپیک با مدول‌های یانگ و برشی E_0 و G_0 ، نسبت پواسون ν_0 و چگالی ρ_0 می‌باشند. همچنین $i = 2$ نشان‌دهنده هسته لانه‌زنبوری آگرتیک با نسبت پواسون درون صفحه‌ای منفی ($\nu_{21}^{(2)}$ و $\nu_{12}^{(2)}$) می‌باشد. به طوری که مقدار این ضرایب به مشخصه‌های هندسی سلول لانه‌زنبوری درون‌رو وابسته بوده و برای تعیین آن‌ها از مدل‌های مالک [25] و گیبسون و تورناین [26] استفاده شده است κ_{13} و κ_{23} نیز ضرایب تصحیح برشی مربوط به تئوری بهبودیافته مرتبه سوم ردی هستند

2-2-3- روابط تنش - کرنش هسته ارتوتروپیک

به طوری که κ_s بیانگر ضریب تصحیح برشی مربوط به تئوری مرتبه اول تغییرشکل برشی است و مقدار آن برابر $\pi^2/12$ در نظر گرفته شده است. همچنین روابط تنش - کرنش هسته ارتوتروپیک عبارتند از [20]:

$$\sigma^{(2)} = \{\sigma_{xx}^{(2)} \quad \sigma_{yy}^{(2)} \quad \sigma_{zz}^{(2)} \quad \tau_{xy}^{(2)}\}^T = Q_{\sigma}^{(2)} \varepsilon^{(2)} \quad (a-4)$$

$$\tau^{(2)} = \{\tau_{xz}^{(2)} \quad \tau_{yz}^{(2)}\}^T = Q_{\tau}^{(2)} \gamma^{(2)} \quad (b-4)$$

$$\varepsilon^{(2)} = \{\varepsilon_{xx}^{(2)} \quad \varepsilon_{yy}^{(2)} \quad \varepsilon_{zz}^{(2)} \quad \gamma_{xy}^{(2)}\} \quad (c-4)$$

2-2-4- انرژی‌های کرنشی الاستیک و جنبشی

به طوری که تعاریف ماتریس‌های سفتی $Q_{\sigma}^{(2)}$ و $Q_{\tau}^{(2)}$ عبارتند از [20]:

$$Q_{\tau}^{(2)} = \begin{bmatrix} Q_{55}^{(2)} & 0 \\ 0 & Q_{44}^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{13}^{(2)} & 0 \\ 0 & G_{23}^{(2)} \end{bmatrix} \quad (a-5)$$

$$Q_{\sigma}^{(2)} = \begin{bmatrix} Q_{11}^{(2)} & Q_{12}^{(2)} & Q_{13}^{(2)} & 0 \\ Q_{12}^{(2)} & Q_{22}^{(2)} & Q_{23}^{(2)} & 0 \\ Q_{13}^{(2)} & Q_{23}^{(2)} & Q_{33}^{(2)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Q_{66}^{(2)} \end{bmatrix} \quad (b-5)$$

$$\Delta^{(2)} = 1 - \nu_{12}^{(2)} \nu_{21}^{(2)} - \nu_{23}^{(2)} \nu_{32}^{(2)} - \nu_{31}^{(2)} \nu_{13}^{(2)} - 2\nu_{12}^{(2)} \nu_{23}^{(2)} \nu_{31}^{(2)} \quad (6)$$

در این مدل‌ها، انرژی‌های کرنشی الاستیک و جنبشی ورق ساندویچی به ترتیب با استفاده از معادلات (7) و (8) محاسبه می‌شوند [20]:

$$U_S = \frac{1}{2} \int_0^a \int_0^b \int_{z_i^*}^{z_i^{**}} \sum_{i=1}^3 [\sigma_{xx}^{(i)} \varepsilon_{xx} + \sigma_{yy}^{(i)} \varepsilon_{yy} + \tau_{xy}^{(i)} \gamma_{xy} + \tau_{xz}^{(i)} \gamma_{xz} + \tau_{yz}^{(i)} \gamma_{yz}] dz_i dy dx \quad (7)$$

$$u(x, y, z, t) = g \left(z + \frac{h}{2} \right) \frac{\partial w_0}{\partial x} + f \left(z + \frac{h}{2} \right) \psi_x(x, y, t) \quad (a-1)$$

$$v(x, y, z, t) = g \left(z + \frac{h}{2} \right) \frac{\partial w_0}{\partial y} + f \left(z + \frac{h}{2} \right) \psi_y(x, y, t) \quad (b-1)$$

$$w(x, y, z, t) = w_0(x, y, t) \quad (c-1)$$

$$\{g(z), f(z)\} = \left\{ -\frac{4}{3h^2} z^3, z - \frac{4}{3h^2} z^3 \right\} \quad (d-1)$$

به طوری که در تماس و عدم تماس سیال، g به ترتیب برابر 1 و 0 می‌باشد.

در معادلات 1، w_0 جابجایی عرضی سطح میانی می‌باشد و ψ_x و ψ_y به ترتیب بیانگر دوران‌های ناشی از خمش سطح میانی حول محورهای x و y هستند. دقت نتایج و سرعت محاسباتی مدل‌های لایه‌ای به نوع تئوری‌های مورد استفاده برای لایه‌ها بستگی دارد.

2-2-2- روابط تنش و کرنش

2-2-2-1- مولفه‌های کرنش خطی

با فرض کوچک بودن تغییرشکل‌ها، مولفه‌های کرنش خطی به صورت زیر محاسبه می‌شوند [20]:

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x} = g \left(z + \frac{h}{2} \right) \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} + f \left(z + \frac{h}{2} \right) \frac{\partial \psi_x}{\partial x} \quad (a-2)$$

$$\varepsilon_{yy} = \frac{\partial v}{\partial y} = g \left(z + \frac{h}{2} \right) \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} + f \left(z + \frac{h}{2} \right) \frac{\partial \psi_y}{\partial y} \quad (b-2)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = 2g \left(z + \frac{h}{2} \right) \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} + f \left(z + \frac{h}{2} \right) \left(\frac{\partial \psi_x}{\partial y} + \frac{\partial \psi_y}{\partial x} \right) \quad (c-2)$$

$$\gamma_{xz} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} = \left(1 + g' \left(z + \frac{h}{2} \right) \right) \frac{\partial w_0}{\partial x} + f' \left(z + \frac{h}{2} \right) \psi_x \quad (d-2)$$

$$\gamma_{yz} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} = \left(1 + g' \left(z + \frac{h}{2} \right) \right) \frac{\partial w_0}{\partial y} + f' \left(z + \frac{h}{2} \right) \psi_y \quad (e-2)$$

2-2-2-2- روابط تنش - کرنش

ورق ساندویچی با هسته لانه‌زنبوری آگرتیک یک ورق چند لایه ارتوتروپیک است که روابط تنش - کرنش آن به صورت زیر می‌باشد [16]:

$$Q_{11}^{(i)} = \frac{E_{11}^{(i)}}{1 - \nu_{12}^{(i)} \nu_{21}^{(i)}} \quad (a-3)$$

$$Q_{22}^{(i)} = \frac{E_{22}^{(i)}}{1 - \nu_{12}^{(i)} \nu_{21}^{(i)}} \quad (b-3)$$

$$Q_{12}^{(i)} = \frac{\nu_{21}^{(i)} E_{11}^{(i)}}{1 - \nu_{12}^{(i)} \nu_{21}^{(i)}} = \frac{\nu_{12}^{(i)} E_{22}^{(i)}}{1 - \nu_{12}^{(i)} \nu_{21}^{(i)}} \quad (c-3)$$

$$+ \left(\frac{2t}{l_b}\right)^2 \left[\frac{d}{l} + \sin \theta\right] \left[\frac{d}{l} + \sin \theta\right] \tan^2 \theta + \sin \theta \left[+ \frac{2.4 + 1.5v_0}{\frac{d_b}{l_b}} (2 + \frac{d}{l} + \sin \theta) \right]$$

$$G_{13}^{(2)} = G_0 \frac{\left(\frac{2t}{l}\right)}{\left(\frac{d}{l} + \sin \theta\right) \cos \theta} \left[\frac{l_b}{l} \sin^2 \theta + \frac{d_b}{2l} + \frac{3t}{2l} \tan \theta - \frac{t \sin^2 \theta (2 \sin \theta - 1)}{\cos \theta} \right] \quad (f-11)$$

$$G_{23}^{(2)} = G_0 \frac{\left(\frac{2t}{l}\right)}{\left(\frac{d}{l} + \sin \theta\right) \cos \theta} \left[\frac{l_b}{l} \cos^2 \theta + \frac{3t}{2l} \tan \theta - \frac{t}{l} \cos \theta (2 \sin \theta - 1) \right] \quad (g-11)$$

$$v_{12}^{(2)} = ((\sin \theta \left(\frac{d}{l} + \sin \theta\right)) / (\cos^2 \theta)) / \left((1 + \left(\frac{2t}{l_b}\right)^2 (1.4 + 1.5v_0)) / (1 + \left(\frac{2t}{l_b}\right)^2 (2.4 + 1.5v_0 + \tan^2 \theta + 2 \frac{d_b}{l_b} \sec^2 \theta)) \right) \quad (h-11)$$

$$v_{21}^{(2)} = [\cos^2 \theta / \sin \theta \left(\frac{d}{l} + \sin \theta\right)] [1 + \left(\frac{2t}{l_b}\right)^2 (1.4 + 1.5v_0)] / (1 + \left(\frac{2t}{l_b}\right)^2 (2.4 + 1.5v_0 + \cot^2 \theta)) \quad (i-11)$$

$$l_b = l - \frac{t}{\cos \theta} \quad (j-11)$$

$$d_b = d - \frac{2t(1 - \sin \theta)}{\cos \theta} \quad (k-11)$$

بر اساس مدل مالک و گیبسون، خواص مؤثر هسته لانه‌زنبوری تجاری را می‌توان به صورت زیر محاسبه نمود [25]:

$$\rho^{(2)} = \rho_0 \left[1 - \frac{l \cos \theta (d_b + l \sin \theta)}{(l \cos \theta + t)(d + l \sin \theta)} \right] \quad (a-12)$$

$$E_{11}^{(2)} = [E_0 \left(\frac{t}{l_b}\right)^3 \left(\frac{d}{l} + \sin \theta\right)] / [\cos^3 \theta (1 + \left(\frac{t}{l_b}\right)^2 (2.4 + 1.5v_0 + \tan^2 \theta + \frac{d_b}{l_b} \sec^2 \theta))] \quad (b-12)$$

$$E_{22}^{(2)} = E_0 \left(\left(\frac{t}{l_b}\right)^3 \cos \theta\right) / \left(\left(\frac{d}{l} + \sin \theta\right) \sin^2 \theta [1 + \left(\frac{t}{l_b}\right)^2 (2.4 + 1.5v_0 + \cot^2 \theta)]\right) \quad (c-12)$$

$$G_{12}^{(2)} = E_0 \frac{\left(\frac{t}{l_b}\right)^3 \left(\frac{d}{l} + \sin \theta\right)}{\left(\frac{d_b}{l_b}\right)^2 \cos \theta G_{12}^*} \quad (d-12)$$

اخیراً تورنابن و همکاران [26] مدل قبلی پیشنهادی توسط سوروهان و همکاران [27] را ارتقاء دادند. از آنجایی که در میان خواص الاستیک مؤثر، مدول برشی عرضی $G_{13}^{(2)}$ بر روی فرکانس‌های طبیعی ورق ساندویچی اثری قابل توجه می‌گذارد، تورنابن و همکاران [26]، رابطه‌ای برای محاسبه این مدول برشی عرضی پیشنهاد دادند و از

$$T_P = \frac{1}{2} \int_0^a \int_0^b \int_{z_i^*}^{z_i^{**}} \sum_{i=1}^3 \rho^{(i)} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial t}\right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial t}\right)^2 \right] dz_i dy dx \quad (8)$$

$$\{z_1^*, z_1^{**}\} = \left\{ -\frac{h}{2} \varrho + \frac{h_2}{2}; \frac{h}{2} (1 - \varrho) \right\} \quad (a-9)$$

$$\{z_2^*, z_2^{**}\} = \left\{ -\frac{h}{2} \varrho - \frac{h_2}{2}; -\frac{h}{2} \varrho + \frac{h_2}{2} \right\} \quad (b-9)$$

برای تحلیل‌های استاتیکی و دینامیکی ورق‌های لانه‌زنبوری، مدل‌سازی واقعی هسته دقیق‌ترین پاسخ‌ها را به دست می‌دهد، لیکن تعداد درجات آزادی کل و به تبع آن زمان محاسباتی را به مقدار قابل توجهی افزایش می‌دهد. بهترین روش برای ساده‌سازی تحلیل آن‌ها، همگن‌سازی رفتار هسته لانه‌زنبوری است به طوری که بتوان آن را بصورت یک لایه ارتوتروپیک معادل، تحلیل کرد. به منظور حصول پاسخ‌های نهایی قابل اعتماد، خواص مؤثر هسته لانه‌زنبوری باید تا حد امکان دقیق تعیین شوند. گیبسون و اشبی [6] با فرض غشائی بودن دیواره سلول، روابط پارامتری معادل هسته لانه‌زنبوری را ارائه دادند. روابط آن‌ها ساده بوده ولی دقت خوبی ندارند.

مالک و گیبسون [25] با در نظر گرفتن اثر نقاط موجود در محل تقاطع دیواره‌های افقی و مورب، مدل خود را ارائه دادند.

شکل 4 مشخصات هندسی سلول لانه‌زنبوری درون‌رو کلاسیک (ضخامت یکسان دیواره‌های افقی و مورب) را نشان می‌دهد که این مشخصه‌ها شامل زاویه سلول (θ)، طول دیواره‌های افقی (d) و مورب (l) و ضخامت آن‌ها (t) هستند. همچنین d_b و l_b به ترتیب طول قسمت‌های داخلی دیواره‌های افقی و مورب هستند که بر حسب پارامترهای سلول تعیین می‌شوند. با توجه به شکل اگر زاویه صفر باشد سلول مستطیلی بوده و اگر زاویه مثبت باشد سلول شش‌ضلعی می‌باشد. مطابق شکل، شرط لازم برای عدم تماس قسمت‌های داخلی را می‌توان به صورت زیر بیان کرد:

$$\sin(-\theta) < \frac{1}{2} \frac{d_b}{l_b} \quad (10)$$

بر اساس مدل مالک و گیبسون، خواص مؤثر هسته لانه‌زنبوری کلاسیک را می‌توان به صورت زیر محاسبه نمود [25]:

$$\rho^{(2)} = \rho_0 \left[1 - \frac{l_b (d_b + l_b \sin \theta)}{l (d + l \sin \theta)} \right] \quad (a-11)$$

$$E_{11}^{(2)} = E_0 \left(\left(\frac{2t}{l_b}\right)^2 \left(\frac{d}{l} + \sin \theta\right)\right) / (\cos^3 \theta [1 + \left(\frac{2t}{l_b}\right)^2 (2.4 + 1.5v_0 + \tan^2 \theta + 2 \frac{d_b}{l_b} \sec^2 \theta)]) \quad (b-11)$$

$$E_{22}^{(2)} = E_0 \left(\left(\frac{2t}{l_b}\right)^3 \cos \theta\right) / \left(\left(\frac{d}{l} + \sin \theta\right) \sin^2 \theta [1 + \left(\frac{2t}{l_b}\right)^2 (2.4 + 1.5v_0 + \cot^2 \theta)]\right) \quad (c-11)$$

$$G_{12}^{(2)} = E_0 \frac{\left(\frac{2t}{l_b}\right)^3 \left(\frac{d}{l} + \sin \theta\right)}{\left(\frac{d_b}{l_b}\right)^2 \cos \theta G_{12}^*} \quad (d-11)$$

$$G_{12}^* = 1 + 2 \frac{d_b}{l_b} \quad (e-11)$$

$$G_{13L}^{(2)} = G_0 \frac{\frac{t}{l} \left(\frac{d}{l} + \sin \theta \right)}{\left(1 + \frac{d}{l} \right) \cos \theta} \quad (\text{b-15})$$

$$G_{13U}^{(2)} = G_0 \frac{\frac{t}{l} \left(\frac{d}{l} + \sin^2 \theta \right)}{\left(\frac{d}{l} + \sin \theta \right) \cos \theta} \quad (\text{c-15})$$

سایر خواص مؤثر هسته لانه‌زنبوری تجاری به صورت زیر محاسبه می‌شوند [27,26]:

$$E_{11}^{(2)} = [E_0 \left(\frac{t}{l_b} \right)^3 \left(\frac{d}{l} + \sin \theta \right)] / [\cos^3 \theta \left(1 + \left(\frac{t}{l_b} \right)^2 (2.4 + 1.5\nu_0 + \tan^2 \theta + 2 \frac{d}{l} \sec^2 \theta) \right)] \quad (\text{a-16})$$

$$E_{22}^{(2)} = [E_0 \left(\frac{t}{l} \right)^3 \cos \theta] / \left[\left(\frac{d}{l} + \sin \theta \right) \sin^2 \theta \left(1 + \left(\frac{t}{l} \right)^2 (2.4 + 1.5\nu_0 + \cot^2 \theta) \right) \right] \quad (\text{b-16})$$

$$E_{33}^{(2)} = E_0 \frac{\frac{t}{l} \left(\frac{d}{l} + 1 \right)}{\left(\frac{d}{l} + \sin \theta \right) \cos \theta} \quad (\text{c-16})$$

$$\rho^{(2)} = \rho_0 E_{33}^{(2)} / E_0 \quad (\text{d-16})$$

$$G_{12}^{(2)} = E_0 \frac{\left(\frac{t}{l} \right)^3 \left(\frac{d}{l} + \sin \theta \right)}{\left(\frac{d}{l} \right)^2 \left(1 + \frac{d}{4l} \right) \cos \theta} \quad (\text{e-16})$$

$$G_{23}^{(2)} = G_0 \frac{\frac{t}{l} \cos \theta}{\frac{d}{l} + \sin \theta} \quad (\text{f-16})$$

سیال داخل مخزن ایده‌آل در نظر گرفته شده است، یعنی سیال تراکم‌ناپذیر، غیر لزج و غیر چرخشی است. بعلاوه نوسانات سیال کوچک، هارمونیک و خطی فرض شده‌اند. مطابق شرط پیوستگی تابع پتانسیل سرعت باید معادله لاپلاس را ارضاء نماید [15]:

$$\nabla^2 \varphi = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial Z^2} \quad (\text{a-17})$$

$$\nabla^2 \varphi = \nabla^2 \varphi_B + \nabla^2 \varphi_S = 0 \quad (\text{b-17})$$

$$\Rightarrow \nabla^2 \varphi_B = 0, \nabla^2 \varphi_S = 0 \quad (\text{c-17})$$

به طوری که φ_B و φ_S به ترتیب توابع پتانسیل سرعت موده‌های بالچینگ (حرکت سیال ناشی در اثر ارتعاش ورق) و اسلاشینگ (امواج سطح آزاد سیال در اثر گرانش) می‌باشند.

کف مخزن ($Y = 0$) و سه دیواره قائم $X = 0, a_1$ و $Z = c$ صلب و نفوذناپذیر هستند، بنابراین برای موده‌های بالچینگ و اسلاشینگ می‌توان نوشت:

$$\left. \frac{\partial \varphi_B}{\partial X} \right|_{X=0, a_1} = 0 \quad (\text{a-18})$$

$$\left. \frac{\partial \varphi_B}{\partial Y} \right|_{Y=0} = 0 \quad (\text{b-18})$$

$$\left. \frac{\partial \varphi_B}{\partial Z} \right|_{Z=c} = 0 \quad (\text{c-18})$$

$$\left. \frac{\partial \varphi_S}{\partial X} \right|_{X=0, a_1} = 0 \quad (\text{a-19})$$

طریق مقایسه با تحلیل المان محدود سه‌بعدی - دوبعدی نشان دادند که مدلشان نسبت به مدل‌های تئوری پیشین از دقت بالاتری برخوردار است. تورنابن و همکاران [26] مدول برشی عرضی $G_{13}^{(2)}$ هسته لانه‌زنبوری کلاسیک را به صورت زیر محاسبه نمودند [26]:

$$G_{13}^{(2)} = G_{13L}^{(2)} + \frac{\frac{2}{5} \frac{h_2}{l}}{\frac{3}{4} \left(\frac{h_2}{l} \right)^2 + \frac{1}{4}} \left(G_{13U}^{(2)} - G_{13L}^{(2)} \right) \quad (\text{a-13})$$

$$G_{13L}^{(2)} = G_0 \frac{\frac{t}{l} \left(\frac{d}{l} + \sin \theta \right)}{\left(1 + 2 \frac{d}{l} \right) \cos \theta} \quad (\text{b-13})$$

$$G_{13U}^{(2)} = G_0 \frac{\frac{t}{l} \left(\frac{d}{l} + 2 \sin^2 \theta \right)}{2 \left(\frac{d}{l} + \sin \theta \right) \cos \theta} \quad (\text{c-13})$$

سایر خواص مؤثر هسته لانه‌زنبوری کلاسیک به صورت زیر محاسبه می‌شوند [27-26]:

$$E_{11}^{(2)} = [E_0 \left(\frac{t}{l} \right)^3 \left(\frac{d}{l} + \sin \theta \right)] / [\cos^3 \theta \left[1 + \left(\frac{t}{l} \right)^2 (2.4 + 1.5\nu_0 + \tan^2 \theta + 2 \frac{d}{l} \sec^2 \theta) \right]] \quad (\text{a-14})$$

$$E_{33}^{(2)} = E_0 \frac{\frac{t}{l} \left(\frac{d}{l} + 2 \right)}{2 \left(\frac{d}{l} + \sin \theta \right) \cos \theta} \quad (\text{c-14})$$

$$\rho^{(2)} = \rho_0 E_{33}^{(2)} / E_0 \quad (\text{d-14})$$

$$G_{12}^{(2)} = E_0 \frac{4 \left(\frac{t}{l} \right)^3 \left(\frac{d}{l} + \sin \theta \right)}{\left(\frac{d}{l} \right)^2 \left(4 + \frac{d}{l} \right) \cos \theta} \quad (\text{e-14})$$

$$G_{23}^{(2)} = G_0 \frac{\frac{t}{l} \cos \theta}{\frac{d}{l} + \sin \theta} \quad (\text{f-14})$$

$$v_{12}^{(2)} = \left[\left(\frac{d}{l} + \sin \theta \right) \sin \theta \left(1 + \left(\frac{t}{l} \right)^2 (1.4 + 1.5\nu_0) \right) / [\cos^2 \theta \left[1 + \left(\frac{t}{l} \right)^2 (2.4 + 1.5\nu_0 + \tan^2 \theta + 2 \frac{d}{l} \sec^2 \theta) \right]] \right] \quad (\text{g-14})$$

$$v_{21}^{(2)} = [\cos^2 \theta \left(1 + \left(\frac{t}{l} \right)^2 (1.4 + 1.5\nu_0) \right)] / \left[\left(\frac{d}{l} + \sin \theta \right) \sin \theta \left(1 + \left(\frac{t}{l} \right)^2 (2.4 + 1.5\nu_0 + \cot^2 \theta) \right) \right] \quad (\text{h-14})$$

$$v_{13}^{(2)} = v_0 \frac{E_{11}^{(2)}}{E_{33}^{(2)}} \quad (\text{i-14})$$

$$v_{23}^{(2)} = v_0 \frac{E_{22}^{(2)}}{E_{33}^{(2)}} \quad (\text{k-14})$$

$$v_{31}^{(2)} = v_{32}^{(2)} = v_0 \quad (\text{i-14})$$

تورنابن و همکاران [26] مدول برشی عرضی $G_{13}^{(2)}$ هسته لانه‌زنبوری تجاری را به صورت زیر محاسبه نمودند [26]:

$$G_{13}^{(2)} = G_{13L}^{(2)} + \frac{\frac{2}{5} \frac{h_2}{l}}{\frac{3}{4} \left(\frac{h_2}{l} \right)^2 + \frac{1}{4}} \left(G_{13U}^{(2)} - G_{13L}^{(2)} \right) \quad (\text{a-15})$$

$$\frac{1}{\hat{X}_B(X)} \frac{d^2 \hat{X}_B}{dX^2} = -\Pi_X^{B^2} \Rightarrow \frac{d^2 \hat{X}_B}{dX^2} + \Pi_X^{B^2} \cdot \hat{X}_B(X) = 0 \quad (28)$$

$$\frac{1}{\hat{Y}_B(Y)} \frac{d^2 \hat{Y}_B}{dY^2} = -\Pi_Y^{B^2} \Rightarrow \frac{d^2 \hat{Y}_B}{dY^2} + \Pi_Y^{B^2} \cdot \hat{Y}_B(Y) = 0 \quad (29)$$

$$\frac{1}{\hat{Z}_B(Z)} \frac{d^2 \hat{Z}_B}{dZ^2} = \Pi_X^{B^2} + \Pi_Y^{B^2} \Rightarrow \quad (30)$$

$$\frac{d^2 \hat{Z}_B}{dZ^2} - (\Pi_X^{B^2} + \Pi_Y^{B^2}) \hat{Z}_B(Z) = 0$$

$$\frac{1}{\hat{X}_S(X)} \frac{d^2 \hat{X}_S}{dX^2} = -\Pi_X^{S^2} \Rightarrow \frac{d^2 \hat{X}_S}{dX^2} + \Pi_X^{S^2} \cdot \hat{X}_S(X) = 0 \quad (31)$$

$$\frac{1}{\hat{Y}_S(Y)} \frac{d^2 \hat{Y}_S}{dY^2} = \Pi_X^{S^2} + \Pi_Z^{S^2} \Rightarrow \quad (32)$$

$$\frac{d^2 \hat{Y}_S}{dY^2} - (\Pi_X^{S^2} + \Pi_Z^{S^2}) \hat{Y}_S(Y) = 0$$

$$\frac{1}{\hat{Z}_S(Z)} \frac{d^2 \hat{Z}_S}{dZ^2} = -\Pi_Z^{S^2} \Rightarrow \frac{d^2 \hat{Z}_S}{dZ^2} + \Pi_Z^{S^2} \cdot \hat{Z}_S(Z) = 0 \quad (33)$$

با این فرض که Π_X^B یک عدد موهومی خالص است، از معادلات (28) و (18) نتیجه می‌شود:

$$\hat{X}_B(X) = \cos\left(\frac{k_1 \pi}{a_1} X\right); (k_1 = 0, 1, 2, \dots) \quad (34)$$

همین‌طور با این فرض که Π_Y^B یک عدد موهومی خالص است، از معادلات (29)، (18) و (22) نتیجه می‌شود:

$$\hat{Y}_B(Y) = \cos\left(\frac{(2k_2 + 1)\pi}{2b_1} Y\right); (k_2 = 0, 1, 2, \dots) \quad (35)$$

سرانجام با حل معادله دیفرانسیل (30) به‌همراه شرط مرزی (18) نتیجه می‌شود:

$$\hat{Z}_B(Z) = \cosh(p_{k_1 k_2} Z) - \tanh(p_{k_1 k_2} c) \sinh(p_{k_1 k_2} Z) \quad (36-a)$$

$$p_{k_1 k_2} = \pi \sqrt{\left(\frac{k_1}{a_1}\right)^2 + \left(\frac{(2k_2 + 1)}{2b_1}\right)^2} \quad (36-b)$$

با جای‌گذاری معادلات (34) تا (36) در معادله (23) و اضافه نمودن ترم زمانی در قالب سری‌های فوریه، φ_B به‌دست می‌آید:

$$\varphi_B(X, Y, Z, t) = \sum_{k_1=0}^{M_B} \sum_{k_2=0}^{N_B} \dot{T}_{B_{k_1 k_2}}(t) \hat{X}_{B_{k_1}}(X) \hat{Y}_{B_{k_2}}(Y) \hat{Z}_{B_{k_1 k_2}}(Z) \quad (37)$$

با جای‌گذاری معادله (37) در (20) ضرایب وابسته به زمان مود بال‌جینگ (یعنی $\dot{T}_{B_{k_1 k_2}}(t)$) بر حسب توابعی از جابجایی عرضی ورق ساندویچی (یعنی w_0) به‌دست می‌آیند:

$$\dot{T}_{B_{k_1 k_2}}(t) = \frac{2(2 - \delta_{0k_1})}{-a_1 b_1 p_{k_1 k_2} \tanh(p_{k_1 k_2} c)} \quad (38)$$

$$\left. \frac{\partial \varphi_S}{\partial Y} \right|_{Y=0} = 0 \quad (b-19)$$

$$\left. \frac{\partial \varphi_S}{\partial Z} \right|_{Z=c} = 0 \quad (c-19)$$

شرایط کوپلینگ دینامیکی در دیواره قائم $Z=0$ (برای مودهای بال‌جینگ و اسلاشینگ) را می‌توان به‌صورت زیر بیان نمود:

$$\left. \frac{\partial \varphi_B}{\partial Z} \right|_{Z=0} = \begin{cases} \frac{\partial w_0}{\partial t}; & X_0 \leq X \leq X_0 + a; \quad Y_0 \leq Y \leq b_1 \\ 0; & \text{در ناحیه دیواره صلب مرطوب} \end{cases} \quad (20)$$

$$\left. \frac{\partial \varphi_S}{\partial Z} \right|_{Z=0} = 0 \quad (21)$$

فشار نسبی در سطح آزاد سیال برابر صفر است، بنابراین برای مود بال‌جینگ می‌توان نوشت:

$$-\rho_F \left. \frac{\partial \varphi_B}{\partial t} \right|_{Y=b_1} = 0 \Rightarrow \left. \frac{\partial \varphi_B}{\partial t} \right|_{Y=b_1} = 0$$

$\xrightarrow{\text{harmonic}} \varphi_B = 0 \text{ at } Y = b_1$ (22)

به‌طوری‌که ρ_F چگالی سیال است. برای حل دو معادله لاپلاس موجود در معادله (17) از روش جداسازی متغیرها استفاده شده است. برای این منظور ابتدا توابع پتانسیل سرعت مودهای بال‌جینگ و اسلاشینگ به‌صورت زیر نوشته شده‌اند:

$$\varphi_B(X, Y, Z, t) = \dot{T}_B(t) \cdot \hat{X}_B(X) \cdot \hat{Y}_B(Y) \cdot \hat{Z}_B(Z) \quad (23)$$

$$\varphi_S(X, Y, Z, t) = \dot{T}_S(t) \cdot \hat{X}_S(X) \cdot \hat{Y}_S(Y) \cdot \hat{Z}_S(Z) \quad (24)$$

به‌طوری‌که $\dot{T}_B(t)$ و $\dot{T}_S(t)$ به‌ترتیب ضرایب وابسته به زمان مودهای بال‌جینگ و اسلاشینگ هستند و می‌توان آن‌ها را به‌صورت زیر بیان کرد:

$$\begin{Bmatrix} \dot{T}_B(t) \\ \dot{T}_S(t) \end{Bmatrix} = -i\omega \begin{Bmatrix} T_B \\ T_S \end{Bmatrix} \exp(-i\omega t) \quad (25)$$

به‌طوری‌که ω بیانگر فرکانس طبیعی سیستم بر حسب رادیان بر ثانیه است. با جای‌گذاری معادلات (23) و (24) در معادله (17)، معادلات زیر حاصل می‌شوند:

$$\frac{1}{\hat{X}_B(X)} \frac{d^2 \hat{X}_B}{dX^2} + \frac{1}{\hat{Y}_B(Y)} \frac{d^2 \hat{Y}_B}{dY^2} + \frac{1}{\hat{Z}_B(Z)} \frac{d^2 \hat{Z}_B}{dZ^2} = 0 \quad (26)$$

$$\frac{1}{\hat{X}_S(X)} \frac{d^2 \hat{X}_S}{dX^2} + \frac{1}{\hat{Y}_S(Y)} \frac{d^2 \hat{Y}_S}{dY^2} + \frac{1}{\hat{Z}_S(Z)} \frac{d^2 \hat{Z}_S}{dZ^2} = 0 \quad (27)$$

از هر یک از معادلات فوق، سه معادله دیفرانسیل معمولی به‌صورت زیر قابل استخراج است:

همچنین $\Delta_{F,S}$ جابجایی سطح آزاد سیال است، به طوری که رابطه زیر برای آن برقرار می‌باشد:

$$\frac{\partial \Delta_{F,S}}{\partial t} = \frac{\partial \varphi}{\partial Y} \Big|_{Y=b_1} = \frac{\partial \varphi_B}{\partial Y} \Big|_{Y=b_1} + \frac{\partial \varphi_S}{\partial Y} \Big|_{Y=b_1} \quad (45)$$

با توجه به معادلات (43) و (44) سه رابطه زیر به دست می‌آیند:

$$\frac{\partial}{\partial X} \left[\frac{\partial \varphi}{\partial t} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial \varphi}{\partial X} \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial Y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial Z} \right)^2 \right] \right] = 0$$

$$at Y = b_1 + \Delta_{F,S} \quad (46)$$

$$\frac{\partial}{\partial Y} \left[\frac{\partial \varphi}{\partial t} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial \varphi}{\partial X} \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial Y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial Z} \right)^2 \right] \right] = -g$$

$$at Y = b_1 + \Delta_{F,S} \quad (47)$$

$$\frac{\partial}{\partial Z} \left[\frac{\partial \varphi}{\partial t} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial \varphi}{\partial X} \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial Y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial Z} \right)^2 \right] \right] = 0$$

$$at Y = b_1 + \Delta_{F,S} \quad (48)$$

در معادله (47) پس از صرف نظر از ترم‌های غیرخطی و انجام عملیات انتگرال‌گیری نامعین، رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} \Big|_{Y=b_1+\Delta_{F,S}} = -gY + cte = -g\Delta_{F,S} - gb_1 + cte \quad (49)$$

سمت چپ معادله فوق را می‌توان با اعمال بسط تیلور بازنویسی نمود:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} \Big|_{Y=b_1+\Delta_{F,S}} = \frac{\partial \varphi}{\partial t} \Big|_{Y=b_1} + \Delta_{F,S} \frac{\partial}{\partial Y} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial t} \right) \Big|_{Y=b_1} + \dots$$

$$\approx \frac{\partial \varphi}{\partial t} \Big|_{Y=b_1} \quad (50)$$

با جای‌گذاری معادلات (50) در (49) و انجام مشتق‌گیری زمانی از طرفین معادله حاصله، رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} \Big|_{Y=b_1} + g \frac{\partial \Delta_{F,S}}{\partial t} = 0 \quad (51)$$

با جای‌گذاری معادلات (22) و (45) در معادله فوق، معادله زیر حاصل می‌شود:

$$\frac{\partial^2 \varphi_S}{\partial t^2} \Big|_{Y=b_1} + g \left(\frac{\partial \varphi_B}{\partial Y} \Big|_{Y=b_1} + \frac{\partial \varphi_S}{\partial Y} \Big|_{Y=b_1} \right) = 0 \quad (a-52)$$

$$\Rightarrow \int_0^{a_1} \int_0^c \left[\frac{\partial^2 \varphi_S}{\partial t^2} \Big|_{Y=b_1} + g \left(\frac{\partial \varphi_B}{\partial Y} \Big|_{Y=b_1} + \frac{\partial \varphi_S}{\partial Y} \Big|_{Y=b_1} \right) \right] \delta \varphi_S(X, b_1, Z, t) dZ dX = 0 \quad (b-52)$$

به طوری که δ عملگر تغییراتی است.

$$\int_{X_0}^{X_0+a} \int_{Y_0}^{b_1} \frac{\partial w_0}{\partial t} \hat{X}_{B_{k_1}}(X) \hat{Y}_{B_{k_2}}(Y) dY dX$$

به طریق مشابه با این فرض که Π_X^S یک عدد موهومی خالص است، از معادلات (25) و (22) نتیجه می‌شود:

$$\hat{X}_S(X) = \cos\left(\frac{k_1 \pi}{a_1} X\right); (k_1 = 0, 1, 2, \dots) \quad (39)$$

همین‌طور با این فرض که Π_Z^S یک عدد موهومی خالص است، از معادلات (33)، (19) و (21) نتیجه می‌شود:

$$\hat{Z}_S(X) = \cos\left(\frac{k_2 \pi}{c} Z\right); (k_2 = 0, 1, 2, \dots) \quad (40)$$

سرانجام با حل معادله دیفرانسیل (48) به همراه شرط مرزی (19) نتیجه می‌شود:

$$\hat{Y}_S(Y) = \cosh(q_{k_1 k_2} Y) \quad (a-41)$$

$$q_{k_1 k_2} = \pi \sqrt{\left(\frac{k_1}{a_1}\right)^2 + \left(\frac{k_2}{c}\right)^2} \quad (b-41)$$

با جای‌گذاری معادلات (39) تا (41) در معادله (24) و اضافه نمودن ترم زمانی در قالب سری‌های فوریه، φ_S به دست می‌آید:

$$\varphi_S(X, Y, Z, t) = \sum_{k_1=0}^{M_S} \sum_{k_2=0}^{N_S} \hat{T}_{S_{k_1 k_2}}(t) \hat{X}_{S_{k_1}}(X) \hat{Y}_{S_{k_1 k_2}}(Y) \hat{Z}_{S_{k_2}}(Z) \quad (42)$$

3-2- معادله اسلاشینگ خطی در سطح آزاد سیال برای تئوری تک‌لایه معادل معادله ناویر - استوکس در سطح آزاد سیال ایده‌آل به صورت زیر می‌باشد:

$$\frac{D(\vec{\nabla} \varphi)}{Dt} \Big|_{Y=b_1+\Delta_{F,S}} = \vec{g} \quad (a-43)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{D(\varphi, X)}{Dt} \Big|_{Y=b_1+\Delta_{F,S}} \\ \frac{D(\varphi, Y)}{Dt} \Big|_{Y=b_1+\Delta_{F,S}} \\ \frac{D(\varphi, Z)}{Dt} \Big|_{Y=b_1+\Delta_{F,S}} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} 0 \\ -g \\ 0 \end{array} \right\} \quad (b-43)$$

به طوری که g شتاب گرانشی است و $\frac{D}{Dt}$ نشان‌دهنده مشتق مادی به صورت زیر است:

$$\frac{D(?)}{Dt} = \frac{\partial(?)}{\partial t} + (\vec{\nabla} \varphi) \cdot (\vec{\nabla}(?)) \quad (44)$$

4-2- انرژی‌های جنبشی سیال برای تئوری تک‌لایه معادل

انرژی جنبشی که سیال به ورق وارد می‌کند، به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$T_F = \frac{1}{2} \rho_F \int_{X_0}^{X_0+a} \int_{Y_0}^{Y_0+b} \int_0^c (\vec{\nabla} \varphi)(\vec{\nabla} \varphi) dZ dY dX \quad (53)$$

با استفاده از قضیه دیورژانس، معادله فوق به صورت زیر ساده می‌شود:

$$T_F = -\frac{1}{2} \rho_F \int_{X_0}^{X_0+a} \int_{Y_0}^{Y_0+b} \left(\varphi \frac{\partial \varphi}{\partial Z} \right) \Big|_{Z=0} dY dX \quad (a-54)$$

$$\Rightarrow T_F = T_{F_B} + T_{F_S} = -\frac{1}{2} \rho_F \int_{X_0}^{X_0+a} \int_{Y_0}^{Y_0+b} (\varphi_B|_{Z=0} + \varphi_S|_{Z=0}) \frac{\partial w_0}{\partial t} dY dX \quad (b-54)$$

به طوری که T_{F_B} و T_{F_S} به ترتیب انرژی‌های جنبشی موده‌های بالچینگ و اسلاشینگ سیال هستند.

2-5- استخراج معادلات حاکم و شرایط مرزی برای تئوری تک‌لایه معادل

به منظور استخراج معادلات حرکت و شرایط مرزی از اصل همیلتون استفاده شده است:

$$\int_0^t \delta (T_P - U_S + \varrho (T_{F_B} + T_{F_S})) dt = 0 \quad (55)$$

با جای‌گذاری معادلات (7)، (8) و (54) در معادله فوق، انجام عملیات انتگرال‌گیری جزء به جزء و مساوی صفر قرار دادن ضرایب مولفه‌های جابجایی مجازی، معادلات دیفرانسیل زیر به دست می‌آیند:

$$\delta w_0 \Rightarrow \sum_{i=1}^3 \left[-\frac{\partial^2 M_{xx}^{(i)}}{\partial x^2} - 2 \frac{\partial^2 M_{xy}^{(i)}}{\partial x \partial y} - \frac{\partial^2 M_{yy}^{(i)}}{\partial y^2} + \frac{\partial T_{xz}^{(i)}}{\partial x} + \frac{\partial T_{yz}^{(i)}}{\partial y} - I_0^{(i)} \ddot{w}_0 + I_1^{(i)} \left(\frac{\partial^2 \ddot{w}_0}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \ddot{w}_0}{\partial y^2} \right) + I_3^{(i)} \left(\frac{\partial \ddot{\psi}_x}{\partial x} + \frac{\partial^2 \ddot{\psi}_y}{\partial y} \right) + \varrho \rho_F (\varphi_B(X, Y, 0, t) + \frac{1}{2} \varphi_S(X, Y, 0, t)) \right] = 0 \quad (56)$$

$$\delta \psi_x \Rightarrow \sum_{i=1}^3 \left[\frac{\partial P_{xx}^{(i)}}{\partial x} + \frac{\partial P_{xy}^{(i)}}{\partial y} - T_{xz}^{(i)} - I_2^{(i)} \ddot{\psi}_x - I_3^{(i)} \frac{\partial \ddot{w}_0}{\partial x} \right] = 0 \quad (57)$$

$$\delta \psi_y \Rightarrow \sum_{i=1}^3 \left[\frac{\partial P_{xy}^{(i)}}{\partial x} + \frac{\partial P_{yy}^{(i)}}{\partial y} - T_{yz}^{(i)} - I_2^{(i)} \ddot{\psi}_y - I_3^{(i)} \frac{\partial \ddot{w}_0}{\partial y} \right] = 0 \quad (58)$$

به طوری که در معادلات فوق، ممان‌های جرمی اینرسی و منتجه‌های تنش به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\left(I_0^{(i)}, I_1^{(i)}, I_2^{(i)}, I_3^{(i)} \right) = \int_{z_i^*}^{z_i^{**}} \left(1, g^2(z + \varrho \frac{h}{2}), f^2(z + \varrho \frac{h}{2}), g(z + \varrho \frac{h}{2}) f(z + \varrho \frac{h}{2}) \right) \rho^{(i)} dz_i \quad (59)$$

$$\left(M_{xx}^{(i)}, M_{xy}^{(i)}, M_{yy}^{(i)} \right) = \int_{z_i^*}^{z_i^{**}} \left(\sigma_{xx}^{(i)}, \tau_{xy}^{(i)}, \sigma_{yy}^{(i)} \right) g(z) + \varrho \frac{h}{2} dz_i \quad (a-60)$$

$$\left(P_{xx}^{(i)}, P_{xy}^{(i)}, P_{yy}^{(i)} \right) = \int_{z_i^*}^{z_i^{**}} \left(\sigma_{xx}^{(i)}, \tau_{xy}^{(i)}, \sigma_{yy}^{(i)} \right) f(z) + \varrho \frac{h}{2} dz_i \quad (b-60)$$

$$\left(T_{xz}^{(i)}, T_{yz}^{(i)} \right) = \int_{z_i^*}^{z_i^{**}} \left(\tau_{xz}^{(i)}, \tau_{yz}^{(i)} \right) f' \left(z + \varrho \frac{h}{2} \right) dz_i \quad (c-60)$$

همچنین با استفاده از اصل همیلتون، شرایط مرزی ضروری (یا جابجایی) و طبیعی (یا نیرو) در لبه‌های ورق ساندویچی به دست می‌آیند. در حالت تماس با سیال فرض شده است که هر چهار لبه دارای تکیه‌گاه ساده هستند (شرایط مرزی ناویر)، در حالی که در حالت عدم تماس سیال، لبه‌های $x = a$ و $x = 0$ دارای تکیه‌گاه ساده بوده و لبه‌های $y = b$ و $y = 0$ دارای ترکیب‌هایی دلخواه از شرایط مرزی گیردار، ساده و آزاد هستند (شرایط مرزی نوع لوی).

شرایط مرزی تکیه‌گاه ساده در لبه‌های $x = a$ و $x = 0$:

$$w_0 = 0 \quad (61)$$

$$\psi_y = 0 \quad (62)$$

$$\sum_{i=1}^3 M_{xx}^{(i)} = 0 \quad (63)$$

$$\sum_{i=1}^3 P_{xx}^{(i)} = 0 \quad (64)$$

شرایط مرزی گیردار در لبه‌های $y = b$ و $y = 0$:

$$w_0 = 0 \quad (65)$$

$$\frac{\partial w_0}{\partial y} = 0 \quad (66)$$

$$\psi_x = 0 \quad (67)$$

$$\psi_y = 0 \quad (68)$$

شرایط مرزی تکیه‌گاه ساده در لبه‌های $y = b$ و $y = 0$:

$$w_0 = 0 \quad (69)$$

$$\psi_x = 0 \quad (70)$$

$$\sum_{i=1}^3 M_{yy}^{(i)} = 0 \quad (71)$$

$$\sum_{i=1}^3 P_{yy}^{(i)} = 0 \quad (72)$$

شرایط مرزی آزاد در لبه‌های $y = b$ و $y = 0$:

$$L_{11} = \sum_{i=1}^3 \left[-A_1^{(i)} \frac{\partial^4}{\partial x^4} - C_1^{(i)} \frac{\partial^4}{\partial y^4} - 2(B_1^{(i)} + 2D_1^{(i)}) \frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial y^2} + (E_0^{(i)} + E_2^{(i)}) \frac{\partial^2}{\partial x^2} + (F_0^{(i)} + F_2^{(i)}) \frac{\partial^2}{\partial y^2} - I_0^{(i)} \frac{\partial^2}{\partial t^2} + I_1^{(i)} \left(\frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial t^2} + \frac{\partial^4}{\partial y^2 \partial t^2} \right) \right] \quad (82)$$

$$L_{12} = -L_{21} = \sum_{i=1}^3 \left[-A_0^{(i)} \frac{\partial^3}{\partial x^3} - (B_0^{(i)} + 2D_0^{(i)}) \frac{\partial^3}{\partial x \partial y^2} + (E_0^{(i)} + E_2^{(i)}) \frac{\partial}{\partial x} + I_3^{(i)} \frac{\partial^3}{\partial x \partial t^2} \right] \quad (83)$$

$$L_{13} = L_{31} = \sum_{i=1}^3 \left[-C_0^{(i)} \frac{\partial^3}{\partial y^3} - (B_0^{(i)} + 2D_0^{(i)}) \frac{\partial^3}{\partial x^2 \partial y} + (F_0^{(i)} + F_2^{(i)}) \frac{\partial}{\partial y} + I_3^{(i)} \frac{\partial^3}{\partial y \partial t^2} \right] \quad (84)$$

$$L_{22} = \sum_{i=1}^3 \left[A_2^{(i)} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + D_2^{(i)} \frac{\partial^2}{\partial y^2} - E_1^{(i)} - I_2^{(i)} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right] \quad (85)$$

$$L_{23} = \sum_{i=1}^3 (B_2^{(i)} + D_2^{(i)}) \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} = -L_{32} \quad (86)$$

$$L_{33} = \sum_{i=1}^3 \left[-D_2^{(i)} \frac{\partial^2}{\partial x^2} - C_2^{(i)} \frac{\partial^2}{\partial y^2} + F_1^{(i)} + I_2^{(i)} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right] \quad (87)$$

6-2- محاسبه ضرایب تصحیح برشی

در این بخش به منظور اصلاح اثر پیوستگی تنش‌های برشی عرضی بین لایه‌ها از روش توسعه داده شده توسط هوان [28] استفاده شده است. در گام نخست با استفاده از روابط زیر انرژی‌های کرنشی برشی عرضی برای ورق ساندویچی محاسبه می‌شوند [28]:

$$U_{S13} = \frac{1}{2} \int_0^a \int_0^b \sum_{i=1}^3 Q_{55}^{(i)} \int_{z_i^*}^{z_i^{**}} \gamma_{xz}^2 dz_i dy dx \quad (88)$$

$$U_{S23} = \frac{1}{2} \int_0^a \int_0^b \sum_{i=1}^3 Q_{44}^{(i)} \int_{z_i^*}^{z_i^{**}} \gamma_{yz}^2 dz_i dy dx \quad (89)$$

از طرفی مطابق معادلات الاستیسیته سه‌بعدی، تنش‌های برشی عرضی به صورت زیر می‌باشند [28]:

$$\hat{t}_{xz}^{(i)} = \int_{z_i^*}^{z_i^{**}} (\rho^{(i)} \ddot{u} - \sigma_{xx,x}^{(i)} - \tau_{xy,y}^{(i)}) dz_i + \hat{t}_{xz}^{(i-1)} \quad (90)$$

$$\hat{t}_{yz}^{(i)} = \int_{z_i^*}^{z_i^{**}} (\rho^{(i)} \ddot{v} - \tau_{xy,x}^{(i)} - \sigma_{yy,y}^{(i)}) dz_i + \hat{t}_{yz}^{(i-1)} \quad (91)$$

به طوری که علامت () بیانگر مقادیر به دست آمده از معادلات الاستیسیته سه‌بعدی است.

با توجه به معادلات (90) و (91)، انرژی‌های کرنشی برشی عرضی به صورت زیر به دست می‌آیند [28]:

$$\sum_{i=1}^3 \left(2 \frac{\partial M_{xy}^{(i)}}{\partial x} + \frac{\partial M_{yy}^{(i)}}{\partial y} - T_{yz}^{(i)} - I_1^{(i)} \frac{\partial \ddot{w}_0}{\partial y} - I_3^{(i)} \ddot{\psi}_x \right) = 0 \quad (73)$$

$$\sum_{i=1}^3 M_{yy}^{(i)} = 0 \quad (74)$$

$$\sum_{i=1}^3 P_{xy}^{(i)} = 0 \quad (75)$$

$$\sum_{i=1}^3 P_{yy}^{(i)} = 0 \quad (76)$$

منتجه‌های تنش را می‌توان به صورت روابط زیر برحسب مولفه‌های جابجایی بیان نمود:

$$M_{xx}^{(i)} = A_1^{(i)} w_{0,xx} + B_1^{(i)} w_{0,yy} + A_0^{(i)} \psi_{x,x} + B_0^{(i)} \psi_{y,y} \quad (a-77)$$

$$M_{xy}^{(i)} = 2D_1^{(i)} w_{0,xy} + D_0^{(i)} (\psi_{x,y} + \psi_{y,x}) \quad (b-77)$$

$$M_{yy}^{(i)} = B_1^{(i)} w_{0,xx} + C_1^{(i)} w_{0,yy} + B_0^{(i)} \psi_{x,x} + C_0^{(i)} \psi_{y,y} \quad (c-77)$$

$$P_{xx}^{(i)} = A_0^{(i)} w_{0,xx} + B_0^{(i)} w_{0,yy} + A_2^{(i)} \psi_{x,x} + B_2^{(i)} \psi_{y,y} \quad (d-77)$$

$$P_{xy}^{(i)} = 2D_0^{(i)} w_{0,xy} + D_2^{(i)} (\psi_{x,y} + \psi_{y,x}) \quad (e-77)$$

$$P_{yy}^{(i)} = B_0^{(i)} w_{0,xx} + C_0^{(i)} w_{0,yy} + B_2^{(i)} \psi_{x,x} + C_2^{(i)} \psi_{y,y} \quad (f-77)$$

$$T_{xz}^{(i)} = (E_0^{(i)} + E_2^{(i)}) w_{0,x} + E_1^{(i)} \psi_x \quad (g-77)$$

$$T_{yz}^{(i)} = (F_0^{(i)} + F_2^{(i)}) w_{0,y} + F_1^{(i)} \psi_y \quad (h-77)$$

$$\begin{bmatrix} A_0 & A_1 & A_2 \\ B_0 & B_1 & B_2 \\ C_0 & C_1 & C_2 \\ D_0 & D_1 & D_2 \end{bmatrix}^{(i)} = \int_{z_i^*}^{z_i^{**}} \begin{Bmatrix} Q_{11} \\ Q_{12} \\ Q_{22} \\ Q_{66} \end{Bmatrix}^{(i)} \left\{ g \left(z + \frac{h}{2} \right) f \left(z + \frac{h}{2} \right) \quad g^2 \left(z + \frac{h}{2} \right) \quad f^2 \left(z + \frac{h}{2} \right) \right\} dz_i \quad (a-78)$$

$$\begin{bmatrix} E_0 & E_1 & E_2 \\ F_0 & F_1 & F_2 \end{bmatrix}^{(i)} = \int_{z_i^*}^{z_i^{**}} \begin{Bmatrix} Q_{55} \\ Q_{44} \end{Bmatrix}^{(i)} \left\{ f' \left(z + \frac{h}{2} \right) \quad f'^2 \left(z + \frac{h}{2} \right) \quad g' \left(z + \frac{h}{2} \right) f' \left(z + \frac{h}{2} \right) \right\} dz_i \quad (b-78)$$

با جای‌گذاری معادله (77) در معادلات (56) تا (58)، معادلات حاکم برحسب مولفه‌های جابجایی به دست می‌آیند:

$$\delta w_0 \Rightarrow L_{11} w_0(x, y, t) + L_{12} \psi_x(x, y, t) + L_{13} \psi_y(x, y, t) = 0 \quad (79)$$

$$\delta \psi_x \Rightarrow L_{21} w_0(x, y, t) + L_{22} \psi_x(x, y, t) + L_{23} \psi_y(x, y, t) = 0 \quad (80)$$

$$\delta \psi_y \Rightarrow L_{31} w_0(x, y, t) + L_{32} \psi_x(x, y, t) + L_{33} \psi_y(x, y, t) = 0 \quad (81)$$

به طوری که

$$L'_{11}^{(m)} = \xi_1^{(m)} \frac{d^4}{dy^4} + \xi_2^{(m)} \frac{d^2}{dy^2} + \xi_3^{(m)} = \sum_{i=1}^3 \left[-A_1^{(i)} \left(\frac{m\pi}{a} \right)^4 - C_1^{(i)} \frac{d^4}{dy^4} + 2 \left(B_1^{(i)} + 2D_1^{(i)} \right) \left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 \frac{d^2}{dy^2} - \left(E_0^{(i)} + E_2^{(i)} \right) \left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 + \left(F_0^{(i)} + F_2^{(i)} \right) \frac{d^2}{dy^2} + I_0^{(i)} \omega_m^2 + I_1^{(i)} \omega_m^2 \left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 - \frac{d^2}{dy^2} \right] \quad (102)$$

$$L'_{12}^{(m)} = L'_{21}^{(m)} = \xi_4^{(m)} \frac{d^2}{dy^2} + \xi_5^{(m)} = \sum_{i=1}^3 \left[-A_0^{(i)} \left(\frac{m\pi}{a} \right)^3 + \left(B_0^{(i)} + 2D_0^{(i)} \right) \frac{m\pi}{a} \frac{d^2}{dy^2} - \left(E_0^{(i)} + E_2^{(i)} \right) \frac{m\pi}{a} + I_3^{(i)} \frac{m\pi}{a} \omega_m^2 \right] \quad (103)$$

$$L'_{13}^{(m)} = L'_{31}^{(m)} = \xi_6^{(m)} \frac{d^3}{dy^3} + \xi_7^{(m)} \frac{d}{dy} = \sum_{i=1}^3 \left[-C_0^{(i)} \frac{d^3}{dy^3} + \left(B_0^{(i)} + 2D_0^{(i)} \right) \left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 \frac{d}{dy} + \left(F_0^{(i)} + F_2^{(i)} \right) \frac{d}{dy} - I_3^{(i)} \omega_m^2 \frac{d}{dy} \right] \quad (104)$$

$$L'_{22}^{(m)} = \xi_8^{(m)} \frac{d^2}{dy^2} + \xi_9^{(m)} = \sum_{i=1}^3 \left[-A_2^{(i)} \left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 + D_2^{(i)} \frac{d^2}{dy^2} + I_2^{(i)} \omega_m^2 - E_1^{(i)} \right] \quad (105)$$

$$L'_{23}^{(m)} = L'_{32}^{(m)} = \sum_{i=1}^3 \left[B_2^{(i)} + D_2^{(i)} \right] \frac{m\pi}{a} \frac{d}{dy} = \xi_{10}^{(m)} \frac{d}{dy} \quad (106)$$

$$L'_{33}^{(m)} = \xi_{11}^{(m)} \frac{d^2}{dy^2} + \xi_{12}^{(m)} = \sum_{i=1}^3 \left[D_2^{(i)} \left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 - C_2^{(i)} \frac{d^2}{dy^2} - I_2^{(i)} \omega_m^2 + F_1^{(i)} \right] \quad (107)$$

پس از اعمال قانون کرامر بر روی معادلات (99) و (100) می‌توان

نوشت:

$$\begin{vmatrix} L'_{12}^{(m)} & L'_{13}^{(m)} \\ L'_{22}^{(m)} & L'_{23}^{(m)} \end{vmatrix} \psi_{x_m}(y) = - \begin{vmatrix} L'_{11}^{(m)} & L'_{13}^{(m)} \\ L'_{21}^{(m)} & L'_{23}^{(m)} \end{vmatrix} W_{0_m}(y) \quad (108)$$

$$\begin{vmatrix} L'_{12}^{(m)} & L'_{13}^{(m)} \\ L'_{22}^{(m)} & L'_{23}^{(m)} \end{vmatrix} \psi_{y_m}(y) = \begin{vmatrix} L'_{11}^{(m)} & L'_{12}^{(m)} \\ L'_{21}^{(m)} & L'_{22}^{(m)} \end{vmatrix} W_{0_m}(y) \quad (109)$$

پس از جای‌گذاری معادلات فوق در معادله (101) می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} & (L'_{31}^{(m)} + L'_{32}^{(m)}) \frac{- \begin{vmatrix} L'_{11}^{(m)} & L'_{13}^{(m)} \\ L'_{21}^{(m)} & L'_{23}^{(m)} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} L'_{12}^{(m)} & L'_{13}^{(m)} \\ L'_{22}^{(m)} & L'_{23}^{(m)} \end{vmatrix}}} \\ & + L'_{33}^{(m)} \frac{\begin{vmatrix} L'_{11}^{(m)} & L'_{12}^{(m)} \\ L'_{21}^{(m)} & L'_{22}^{(m)} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} L'_{12}^{(m)} & L'_{13}^{(m)} \\ L'_{22}^{(m)} & L'_{23}^{(m)} \end{vmatrix}}} W_{0_m}(y) = 0 \Rightarrow \end{aligned} \quad (110)$$

$$\bar{U}_{S_{13}} = \frac{1}{2} \int_0^a \int_0^b \sum_{i=1}^3 \frac{1}{Q_{55}^{(i)}} \int_{z_i^*}^{z_i^{**}} \hat{t}_{xz}^{(i)2} dz_i dy dx \quad (92)$$

$$\bar{U}_{S_{23}} = \frac{1}{2} \int_0^a \int_0^b \sum_{i=1}^3 \frac{1}{Q_{44}^{(i)}} \int_{z_i^*}^{z_i^{**}} \hat{t}_{yz}^{(i)2} dz_i dy dx \quad (93)$$

ضریب تصحیح برشی κ_{13} از طریق مقایسه معادلات (88) و (90) به‌دست می‌آید و ضریب تصحیح برشی κ_{23} نیز از طریق مقایسه معادلات (89) و (93) به‌دست می‌آید. به‌علت تأثیر قابل توجه این ضرایب بر روی فرکانس‌های طبیعی، مطابق معادلات زیر از یک فرآیند تکراری برای محاسبه آن‌ها استفاده شده است [22]:

$$\kappa_{13}^{k+1} = \frac{U_{S_{13}}^k}{\bar{U}_{S_{13}}^k} \quad (94)$$

$$\kappa_{23}^{k+1} = \frac{U_{S_{23}}^k}{\bar{U}_{S_{23}}^k} \quad (95)$$

به‌طوری‌که k شمارنده تکرار است. فرآیند فوق تا رسیدن به همگرایی مطلوب تکرار می‌شود. با جای‌گذاری معادلات فوق در معادله (13) و جای‌گذاری معادلات حاصله در اصل همیلتون، انرژی‌های کرنشی برشی عرضی سازگار با تئوری مرتبه سوم ردی جایگزین انرژی‌های کرنشی سازگار با معادلات الاستیسیته سه‌بعدی می‌شوند و در نتیجه تقیصه تئوری مرتبه سوم ردی برای ورق‌های ساندویچی از دیدگاه انرژی اصلاح می‌شود.

7-2- فرآیند حل معادلات حاکم برای تئوری تک‌لایه معادل، شرایط مرزی لوی و در حالت عدم تماس سیال

با توجه به شرایط مرزی تکیه‌گاه ساده در لبه‌های $x=0$ و $x=a$ ، مولفه‌های جابجایی را می‌توان به‌گونه‌ای ساده کرد که شرایط مرزی ضروری یعنی معادلات (61) و (62) را ارضاء نمایند.

$$w_0(x, y, t) = \sum_{m=0}^{\infty} W_{0_m}(y) \sin(\mu_m x) \exp(-i\omega_m t) \quad (96)$$

$$\psi_x(x, y, t) = \sum_{m=0}^{\infty} \Psi_{x_m}(y) \cos(\mu_m x) \exp(-i\omega_m t) \quad (97)$$

$$\psi_y(x, y, t) = \sum_{m=1}^{\infty} \Psi_{y_m}(y) \sin(\mu_m x) \exp(-i\omega_m t) \quad (98)$$

با جای‌گذاری معادلات فوق در معادلات (79) تا (81) معادلات زیر

به‌دست می‌آیند:

$$L'_{11}{}^{(m)} W_{0_m}(y) + L'_{12}{}^{(m)} \Psi_{x_m}(y) + L'_{13}{}^{(m)} \Psi_{y_m}(y) = 0 \quad (99)$$

$$L'_{21}{}^{(m)} W_{0_m}(y) + L'_{22}{}^{(m)} \Psi_{x_m}(y) + L'_{23}{}^{(m)} \Psi_{y_m}(y) = 0 \quad (100)$$

$$L'_{31}{}^{(m)} W_{0_m}(y) + L'_{32}{}^{(m)} \Psi_{x_m}(y) + L'_{33}{}^{(m)} \Psi_{y_m}(y) = 0 \quad (101)$$

به‌طوری‌که

$$K_2^{(m)} = \xi_2^{(m)} \xi_9^{(m)} \xi_{12}^{(m)} + \xi_3^{(m)} \xi_8^{(m)} \xi_{12}^{(m)} + \xi_9^{(m)} \xi_{11}^{(m)} 2\xi_5^{(m)} \xi_7^{(m)} \xi_{10}^{(m)} - \xi_9^{(m)} \xi_7^{(m)} \xi_{10}^{(m)2} - \xi_3^{(m)} \xi_{10}^{(m)2} - \xi_{11}^{(m)} \xi_5^{(m)2} - 2\xi_4^{(m)} \xi_5^{(m)} \xi_{11}^{(m)} \xi_{12}^{(m)} \quad (d-114)$$

$$K_0^{(m)} = \xi_3^{(m)} \xi_9^{(m)} \xi_{12}^{(m)} - \xi_{12}^{(m)} \xi_5^{(m)2} \quad (h-114)$$

و همچنین

$$\begin{Bmatrix} g_1^{(m)} \\ g_3^{(m)} \\ g_5^{(m)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \xi_5^{(m)} \xi_{10}^{(m)} - \xi_7^{(m)} \xi_9^{(m)} \\ \xi_4^{(m)} \xi_{10}^{(m)} - \xi_6^{(m)} \xi_9^{(m)} - \xi_7^{(m)} \xi_8^{(m)} \\ -\xi_6^{(m)} \xi_8^{(m)} \end{Bmatrix} \quad (115)$$

پاسخ معادلات دیفرانسیل (11) تا (113) به صورت زیر تخمین زده می‌شوند:

$$W_{0m}(y) = \{c_1^{(m)} \dots c_8^{(m)}\} \begin{Bmatrix} \exp(\lambda_1^{(m)} y) \\ \vdots \\ \exp(\lambda_8^{(m)} y) \end{Bmatrix} \quad (116)$$

$$\psi_{x_m}(y) = \{\bar{c}_1^{(m)} \dots \bar{c}_8^{(m)}\} \begin{Bmatrix} \exp(\lambda_1^{(m)} y) \\ \vdots \\ \exp(\lambda_8^{(m)} y) \end{Bmatrix} \quad (117)$$

$$\psi_{y_m}(y) = \{\bar{\bar{c}}_1^{(m)} \dots \bar{\bar{c}}_8^{(m)}\} \begin{Bmatrix} \exp(\lambda_1^{(m)} y) \\ \vdots \\ \exp(\lambda_8^{(m)} y) \end{Bmatrix} \quad (118)$$

پس از جای‌گذاری معادلات فوق در معادلات (111) تا (113) معادلات زیر به دست می‌آیند:

$$\{\bar{c}_1^{(m)} \dots \bar{c}_8^{(m)}\} [G^{(m)}] = \{c_1^{(m)} \dots c_8^{(m)}\} [A^{(m)}] \quad (119)$$

$$\{\bar{\bar{c}}_1^{(m)} \dots \bar{\bar{c}}_8^{(m)}\} [\Lambda^{(m)}] [G^{(m)}] = \{c_1^{(m)} \dots c_8^{(m)}\} [B^{(m)}] \quad (120)$$

به طوری که ماتریس‌های $[G^{(m)}]$ ، $[A^{(m)}]$ و $[B^{(m)}]$ ماتریس‌های مربعی

8×8 هستند که به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$[G^{(m)}] = g_5^{(m)} [\Lambda^{(m)}]^4 + g_3^{(m)} [\Lambda^{(m)}]^2 + g_1^{(m)} [I] \quad (121)$$

$$[A^{(m)}] = \left(\xi_4^{(m)} \xi_6^{(m)} - \xi_1^{(m)} \xi_{10}^{(m)} \right) [\Lambda^{(m)}]^4 + \left(\xi_4^{(m)} \xi_7^{(m)} + \xi_5^{(m)} \xi_6^{(m)} - \xi_2^{(m)} \xi_{10}^{(m)} \right) [\Lambda^{(m)}]^2 + \left(\xi_5^{(m)} \xi_7^{(m)} - \xi_3^{(m)} \xi_{10}^{(m)} \right) [I] \quad (122)$$

$$[B^{(m)}] = \left(\xi_1^{(m)} \xi_8^{(m)} \right) [\Lambda^{(m)}]^6 + \left(\xi_1^{(m)} \xi_9^{(m)} + \xi_2^{(m)} \xi_8^{(m)} - \xi_4^{(m)2} \right) [\Lambda^{(m)}]^4 + \left(\xi_2^{(m)} \xi_9^{(m)} - \xi_3^{(m)} \xi_8^{(m)} - 2\xi_4^{(m)} \xi_5^{(m)} \right) [\Lambda^{(m)}]^2 + \left(\xi_3^{(m)} \xi_9^{(m)} - \xi_5^{(m)2} \right) [I] \quad (123)$$

به طوری که $[I]$ ماتریس همانی است. همچنین $[A^{(m)}]$ ماتریس قطری با

عناصر روی قطر $\lambda_r^{(m)}$ ($r = 1, 2, \dots, 8$) است.

به منظور تعیین فرکانس‌های طبیعی ورق ساندویچی با شرایط مرزی نوع لوی، معادلات (113) تا (118) به صورت مجزا در هر یک از مجموعه معادلات

$$\begin{pmatrix} L_{31}^{(m)} & L_{12}^{(m)} & L_{13}^{(m)} \\ L_{22}^{(m)} & L_{23}^{(m)} & L_{23}^{(m)} \end{pmatrix} - L_{32}^{(m)} \begin{pmatrix} L_{11}^{(m)} & L_{13}^{(m)} \\ L_{21}^{(m)} & L_{23}^{(m)} \end{pmatrix} + L_{33}^{(m)} \begin{pmatrix} L_{11}^{(m)} & L_{12}^{(m)} \\ L_{21}^{(m)} & L_{22}^{(m)} \end{pmatrix} W_{0m}(y) = 0 \Rightarrow$$

$$\begin{pmatrix} L_{11}^{(m)} & L_{12}^{(m)} & L_{13}^{(m)} \\ L_{21}^{(m)} & L_{22}^{(m)} & L_{23}^{(m)} \\ L_{31}^{(m)} & L_{32}^{(m)} & L_{33}^{(m)} \end{pmatrix} W_{0m}(y) = 0$$

معادلات (108) تا (110) را می‌توان به صورت معادلات دیفرانسیل زیر

بازنویسی نمود:

$$g_5^{(m)} \frac{d^5 \psi_{x_m}(y)}{dy^5} + g_3^{(m)} \frac{d^3 \psi_{x_m}(y)}{dy^3} + g_1^{(m)} \frac{d \psi_{x_m}(y)}{dy} = \left(\xi_4^{(m)} \xi_6^{(m)} - \xi_1^{(m)} \xi_{10}^{(m)} \right) \frac{d^5 W_{0m}(y)}{dy^5} + \left(\xi_4^{(m)} \xi_7^{(m)} + \xi_5^{(m)} \xi_6^{(m)} - \xi_2^{(m)} \xi_{10}^{(m)} \right) \frac{d^3 W_{0m}(y)}{dy^3} + \left(\xi_5^{(m)} \xi_7^{(m)} - \xi_3^{(m)} \xi_{10}^{(m)} \right) \frac{d W_{0m}(y)}{dy} \quad (111)$$

$$g_5^{(m)} \frac{d^5 \psi_{y_m}(y)}{dy^5} + g_3^{(m)} \frac{d^3 \psi_{y_m}(y)}{dy^3} + g_1^{(m)} \frac{d \psi_{y_m}(y)}{dy} = \left(\xi_1^{(m)} \xi_8^{(m)} \right) \frac{d^6 W_{0m}(y)}{dy^6} + \left(\xi_1^{(m)} \xi_9^{(m)} + \xi_2^{(m)} \xi_8^{(m)} - \xi_4^{(m)2} \right) \frac{d^4 W_{0m}(y)}{dy^4} + \left(\xi_2^{(m)} \xi_9^{(m)} - \xi_3^{(m)} \xi_8^{(m)} - 2\xi_4^{(m)} \xi_5^{(m)} \right) \frac{d^2 W_{0m}(y)}{dy^2} + \left(\xi_3^{(m)} \xi_9^{(m)} - \xi_5^{(m)2} \right) W_{0m}(y) \quad (112)$$

به طوری که

$$K_8^{(m)} \frac{d^8 W_{0m}(y)}{dy^8} + K_6^{(m)} \frac{d^6 W_{0m}(y)}{dy^6} + K_4^{(m)} \frac{d^4 W_{0m}(y)}{dy^4} + K_2^{(m)} \frac{d^2 W_{0m}(y)}{dy^2} + K_0^{(m)} W_{0m}(y) = 0 \quad (113)$$

$$K_8^{(m)} = \xi_1^{(m)} \xi_8^{(m)} \xi_{11}^{(m)} - \xi_8^{(m)} \xi_6^{(m)2} \quad (a-114)$$

$$K_6^{(m)} = \xi_1^{(m)} \left(\xi_8^{(m)} \xi_{12}^{(m)} + \xi_9^{(m)} \xi_{11}^{(m)} \right) + \xi_2^{(m)} \xi_8^{(m)} \xi_{11}^{(m)} + 2\xi_4^{(m)} \xi_6^{(m)} \xi_{10}^{(m)} - 2\xi_6^{(m)} \xi_7^{(m)} \xi_8^{(m)} - \xi_9^{(m)} \xi_6^{(m)2} - \xi_1^{(m)} \xi_{10}^{(m)2} - \xi_{11}^{(m)} \xi_4^{(m)2} \quad (b-114)$$

$$K_4^{(m)} = \xi_1^{(m)} \xi_9^{(m)} \xi_{12}^{(m)} + \xi_2^{(m)} \left(\xi_8^{(m)} \xi_{12}^{(m)} + \xi_9^{(m)} \xi_{11}^{(m)} \right) + \xi_3^{(m)} \xi_8^{(m)} \xi_{11}^{(m)} + 2\xi_{10}^{(m)} \left(\xi_4^{(m)} \xi_7^{(m)} - \xi_5^{(m)} \xi_6^{(m)} \right) - \xi_8^{(m)} \xi_7^{(m)2} - 2\xi_6^{(m)} \xi_7^{(m)} \xi_9^{(m)} \quad (c-114)$$

جدول 1 همگرایی فرکانس‌های طبیعی (هرتز) برای ورق ساندویچی لانه‌زنبوری آگرتیک در تماس با سیال بر حسب M و N ($M_B = N_B = 10$)

Table 1 Convergence of natural frequencies (Hz) for an auxetic honeycomb sandwich plate in contact with fluid versus M and N ($M_B = N_B = 10$)

مود (2 و 2)	مود (1 و 2)	مود (2 و 1)	مود (1 و 1)	$M = N$
2126.45703	1322.5616	1349.6818	610.4814	4
2126.45654	1322.561143	1349.6776	610.4802	5
2126.456508	1322.561104	1349.67736	610.48002	6
2126.4564819	1322.561099	1349.677309	610.47997	7
2126.4564811	1322.561079	1349.677265	610.47997	8

جدول 2 همگرایی فرکانس‌های طبیعی (هرتز) برای ورق ساندویچی لانه‌زنبوری آگرتیک در تماس با سیال بر حسب M_B و N_B ($M = N = 4$)

Table 2 Convergence of natural frequencies (Hz) for an auxetic honeycomb sandwich plate in contact with fluid versus M_B and N_B ($M = N = 4$)

مود (2 و 2)	مود (1 و 2)	مود (2 و 1)	مود (1 و 1)	$M_B = N_B$
2139.1545	1330.5463	1354.1145	611.7894	6
2134.0951	1324.7662	1353.0529	611.2586	7
2130.7498	1324.5179	1351.1392	610.796	8
2127.3314	1322.8915	1350.1069	610.6548	9
2126.45703	1322.5616	1349.6818	610.4814	10

جدول 3 خواص هندسی ورق ساندویچی لانه‌زنبوری آگرتیک

Table 3 Geometric properties of the auxetic honeycomb sandwich plate

سلول لانه‌زنبوری درون‌رو				ورق ساندویچی		
t/l	d/l	l/a	θ (°)	h/a	b/a	a (m)
0.04	2	0.05	-30	0.1	1	0.5

جدول 4 مشخصات هندسی ناحیه سیال

Table 4 Geometric specifications of the fluid domain

موقعیت قرارگیری ورق در دیواره مخزن		نسبت ابعاد مخزن به طول ورق	
Y_0/b	X_0/a_1	c/a	a_1/a
0.5	0.25	0.3	2

2-3- همگرایی نتایج برای تئوری تک‌لایه معادل، شرایط مرزی لوی و در حالت عدم تماس سیال

در روش حل مورد استفاده برای شرایط مرزی لوی، معادله مشخصه فرکانسی با توجه به شرایط مرزی لبه‌های $y=0$ و $y=b$ استخراج می‌شود و فرکانس‌های طبیعی موده‌های مختلف از طریق جستجوی ریشه‌های این معادله تعیین می‌شوند. پس همگرایی سری‌های فوریه در این مدل کاربرد ندارد.

3-3- صحت‌سنجی نتایج

3-3-1- صحت‌سنجی فرکانس‌های طبیعی ورق ایزوتروپیک بدون سیال

در تئوری تک‌لایه معادل، با مساوی صفر قرار دادن h_2 ، ورق ساندویچی به یک ورق ایزوتروپیک تبدیل می‌شود. پنج فرکانس طبیعی یک ورق مربعی ایزوتروپیک با شرایط مرزی ناوبر، با استفاده از تئوری مرتبه سوم ردی (همراه با روش‌های حل گالرکین و نوع لوی) و تئوری مرتبه اول میندلین (همراه با

(65) تا (68)، (69) تا (72) و (73) تا (76) جای‌گذاری می‌شوند. پس از مرتب‌سازی یک دستگاه معادلات خطی با 8 معادله و 8 مجهول به‌فرم زیر حاصل می‌شود.

$$\sum_{k=1}^8 R_{jk}^{(m)} c_k^{(m)} = 0; (j = 1, 2, \dots, 8) \quad (124)$$

برای این‌که دستگاه معادلات فوق، دارای جواب غیربدیهی باشد، لازم است که دترمینان ماتریس ضرایب برابر صفر قرار داده شود.

$$\det \left(\left[R_{jk}^{(m)} \right] \right) = 0; (j, k = 1, 2, \dots, 8) \quad (125)$$

3- نتایج و بحث

در این بخش به بررسی نتایج حاصل از تحلیل ارتعاش آزاد ورق ساندویچی لانه‌زنبوری آگرتیک با شرایط مرزی ناوبر در تماس با سیال تئوری‌های تک‌لایه معادل و شرایط مرزی لوی بدون سیال پرداخته شده است. در اکثر بخش‌ها به‌منظور حذف اثرات اندازه و جنس ماده اصلی، به‌جای فرکانس طبیعی، فرکانس طبیعی بی‌بعد به‌صورت زیر محاسبه شده و مورد بررسی قرار گرفته است.

$$\tilde{\omega} = \omega \frac{a^2}{h} \sqrt{\frac{12\rho_0(1-\nu_0^2)}{E_0}} \quad (126)$$

قبل از استخراج نتایج حاصل از کدهای کامپیوتری نوشته شده در نرم افزار ممتیکا، همگرایی نتایج برحسب تعداد جملات استفاده شده در سری‌های مورد استفاده در روش گالرکین بررسی شده است.

3-1- همگرایی نتایج برای تئوری تک‌لایه معادل، شرط مرزی ناوبر و در حالت تماس با سیال

مطالعات همگرایی فرکانس‌های طبیعی یک ورق ساندویچی لانه‌زنبوری آگرتیک تجاری در تماس با سیال به‌منظور تعیین درجات آزادی لازم در سری‌های فوریه به‌کار رفته در روش گالرکین برای ورق ساندویچی (یعنی M و N در معادله (90) و مود بالچینگ سیال (یعنی M_B و N_B در معادله (41)) به‌ترتیب در جداول 1 و 2 نشان داده شده‌اند. برای آلومینیوم، چگالی، مدول الاستیسیته یانگ و نسبت پواسون به‌ترتیب برابر 2700 کیلوگرم بر متر مکعب، 69 گیگاپاسکال و 0.3 می‌باشند. نسبت ضخامت هسته به ورق برابر 0.8 می‌باشد. چگالی آب نیز برابر 1000 کیلوگرم بر متر مکعب است. سایر مشخصات هندسی ورق ساندویچی و مخزن مطابق جداول 3 و 4 می‌باشند.

مطابق نتایج موجود در جداول 1 و 2 تصمیم گرفته شده است که در روش گالرکین، مقادیر M و N در معادله (90) برابر 4 و مقادیر M_B و N_B در معادله (41) برابر 10 در نظر گرفته شوند. از دلایل اختلاف نتایج موده‌های (1 و 2) و (2 و 1) در جداول فوق می‌توان به غیر ایزوتروپیک بودن ورق ساندویچی و همچنین متفاوت بودن اثر جرم افزوده سیال در جهت محورهای x و y اشاره نمود.

جدول 6 مقایسه پنج فرکانس طبیعی بی‌بعد یک ورق مربعی ایزوتروپیک نوع لوی با نسبت ضخامت به طول 0.1

Table 6 Comparison of the first five dimensionless natural frequencies of a Levy-type isotropic square plate with a thickness-to-length ratio of 0.1

شرایط مرزی	روش	مود اول	مود دوم	مود سوم	مود چهارم	مود پنجم
SSSC	مود (1و1)	مود (1و2)	مود (2و1)	مود (2و2)	مود (3و3)	مود
	روش 1	2.3124	47.066	52.998	74.046	86.190
	[28]	22.426	47.224	52.324	74.401	86.219
[29]	22.401	47.130	52.232	74.225	85.931	
SCSC	روش 1	26.466	49.014	58.899	78.68	86.849
	[28]	26.736	49.260	59.480	79.195	87.207
	[29]	26.7084	49.1756	59.4159	79.0783	86.9397
SFSS	روش 1	11.615	27.55	38.472	53.852	57.986
	[28]	11.38	21.91	38.361	53.852	55.762
	[29]	11.373	26.157	38.290	53.257	55.634
SFSF	روش 1	9.5189	16.562	36.348	36.477	43.414
	[28]	9.445	15.405	33.91	36.477	42.887
	[29]	9.441	15.391	33.91	36.348	42.800
SFSC	روش 1	12.58	31.975	38.837	56.53	65.02
	[28]	12.26	30.47	38.71	55.97	62.95
	[29]	12.25	30.43	38.64	55.85	62.84

که در جدول 6 روش 1، روش حاضر ردی می‌باشد.

جدول 7 فرکانس‌های طبیعی (هرتز) یک ورق ساندویچی لانه‌زنبوری مستطیلی با

شرایط مرزی ناور

Table 7 Natural frequencies (Hz) of a rectangular honeycomb sandwich plate with Navier boundary conditions

روش	مود (1و1)	مود (2و1)	مود (1و2)	مود (3و1)	مود (2و2)	مود (2و3)
روش 1	23.464	45.39	71.718	80.818	93.061	128.45
روش 2	23.35	44.77	70.539	80.156	91.418	125.93
روش 3	23.46	45.44	71.717	80.817	91.06	125.45
روش 4	23.35	44.70	70.537	80.156	91.415	125.92
روش 5	23.35	44.77	70.35	80.15	91.41	125.9
روش 6	-	45	69	78	92	129
روش 7	23	45	71	80	91	126
[31]	23.29	44.47	71.15	78.78	91.75	125.1
[32]	23.41	44.46	71.5	79.26	91.92	125.94
روش 10	23.46	44.77	70.55	80.16	91.42	125
روش 11	23.26	44.61	70.77	79.97	91.78	126.5

که در جدول 7 روش 1، روش حل گالرکین - تئوری ردی و روش 2، روش حل گالرکین - تئوری بهبودیافته ردی و روش 3، روش حل نوع لوی - تئوری ردی و روش 4، روش حل نوع لوی - تئوری بهبودیافته ردی و روش 5، روش حل گالرکین و روش 6، روش تجربی از راوله و یونگ [30] و روش 7، روش تئوری از راوله و یونگ [30] و روش 10، روش تئوری تک‌لایه معادل از رانو و دسائی [33] و روش 11، روش تئوری لایه‌ای از رانو و دسائی [33] می‌باشد.

روش حل گالرکین) محاسبه شده‌اند و در جدول 5 با نتایج موجود در تحقیقات حسینی هاشمی و ارسنجانی [28] و حسینی هاشمی و همکاران [29] مقایسه شده‌اند. ورق از جنس آلومینیوم با مدول یانگ 69 گیگاپاسکال، چگالی 2700 کیلوگرم بر متر مکعب و نسبت پواسون 0.3 می‌باشد. نتایج جدول 5 حاکی از دقت بالای هر سه مدل تحلیلی استفاده شده در این تحقیق برای ورق ایزوتروپیک با شرایط مرزی ناور است.

جدول 5 مقایسه پنج فرکانس طبیعی بی‌بعد یک ورق مربعی ایزوتروپیک نوع ناور با نسبت ضخامت به طول 0.1

Table 5 Comparison of the first five dimensionless natural frequencies of a Navier-type isotropic square plate with a thickness-to-length ratio of 0.1

روش	مود (1و1)	مود (2و1)	مود (1و2)	مود (2و2)	مود (3و3)
روش 1	19.0653	45.4869	45.4869	69.8093	85.065
روش 2	19.0653	45.487	45.487	69.8107	85.0846
[28]	19.084	45.5845	45.5845	70.0219	85.3654
[29]	19.0653	45.4869	45.4869	69.8093	85.0846

روش 1، روش حاضر گالرکین و روش 2، روش حاضر ردی می‌باشد

پنج فرکانس طبیعی یک ورق مربعی ایزوتروپیک با شرایط مرزی لوی با استفاده از تئوری مرتبه سوم ردی محاسبه شده‌اند و در جدول 6 با نتایج موجود در تحقیقات سایر محققان مقایسه شده‌اند. مشخصات هندسی و مادی ورق، مطابق بخش قبل می‌باشند. نتایج جدول 6 حاکی از دقت مناسب و کارایی مدل تحلیلی استفاده شده در این تحقیق برای ورق ایزوتروپیک با شرایط مرزی لوی است.

3-3-2-صحت‌سنجی فرکانس‌های طبیعی ورق ساندویچی لانه‌زنبوری بدون سیال

صحت‌سنجی فرکانس‌های طبیعی ورق ساندویچی لانه‌زنبوری بدون سیال با نتایج موجود در تحقیقات سایر محققان: در این بخش، شش فرکانس طبیعی یک ورق ساندویچی لانه‌زنبوری با شرایط مرزی ناور با استفاده از تئوری‌های ردی و بهبودیافته ردی (همراه با روش‌های حل گالرکین و نوع لوی) و تئوری لایه‌ای (همراه با روش حل گالرکین) محاسبه شده‌اند و در جدول 7 با نتایج موجود در تحقیقات راوله و یونگ [30]، ژو و لی [31]، یوان و دیو [32] و رانو و دسائی [33] مقایسه شده‌اند. طول، عرض، ضخامت کل و ضخامت هسته ورق ساندویچی به ترتیب برابر 1.8288 متر، 1.2192 متر، 7.1628 میلی‌متر، و 6.35 میلی‌متر هستند. همچنین مدول یانگ، نسبت پواسون و چگالی آلومینیوم به ترتیب برابر 68.948 گیگاپاسکال، 0.33 و 2768 کیلوگرم بر متر مکعب هستند. علاوه بر این، هسته لانه‌زنبوری مدول‌های برشی عرضی $G_{23}^{(2)}$ و $G_{13}^{(2)}$ به ترتیب برابر 134.45 مگاپاسکال و 51.71 مگاپاسکال هستند و چگالی نیز برابر 121.83 کیلوگرم بر متر مکعب است. به منظور سازگاری با مطالعه تجربی راوله و یونگ [30] مولفه‌های سفتی درون‌صفحه‌ای هسته برابر صفر در نظر گرفته شده‌اند. نتایج جدول 7 حاکی از دقت مناسب تئوری‌های بهبودیافته ردی و لایه‌ای برای ورق ساندویچی لانه‌زنبوری با شرایط مرزی ناور است.

5-3- نتایج و بحث

1-5-3- بررسی اثر ابعاد مخزن بر روی فرکانس پایه مرطوب ورق ساندویچی لانه‌زنبوری آگرتیک نوع ناویر

شکل 6 نمودار فرکانس پایه بی‌بعد مرطوب را برحسب نسبت طول مخزن به ورق برای نسبت‌های مختلف عرض مخزن به طول ورق نشان می‌دهد. لازم بذکر است که X_0 برابر صفر در نظر گرفته شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود افزایش نسبت طول مخزن به طول ورق، فرکانس پایه را افزایش می‌دهد. علاوه بر این در یک نسبت طول مخزن به طول ورق مشخص، افزایش نسبت عرض مخزن به طول ورق، فرکانس پایه را تا رسیدن به یک مقدار مجانبی افزایش می‌دهد، زیرا با افزایش ظرفیت مخزن، سرعت سیال کاهش یافته که این امر سبب افزایش فرکانس طبیعی ورق ساندویچی می‌شود.

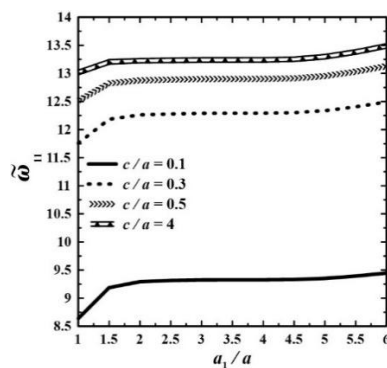


Fig. 6 Wet dimensionless fundamental frequency vs. tank-to-plate length ratio (a_1/a) for various ratios of tank width to the plate length (c/a).

شکل 6 تغییرات فرکانس پایه بی‌بعد مرطوب برحسب نسبت طول مخزن به طول ورق برای نسبت‌های مختلف عرض مخزن به طول ورق

2-5-3- بررسی اثر موقعیت ورق در دیواره مخزن بر روی فرکانس پایه مرطوب ورق ساندویچی لانه‌زنبوری آگرتیک نوع ناویر

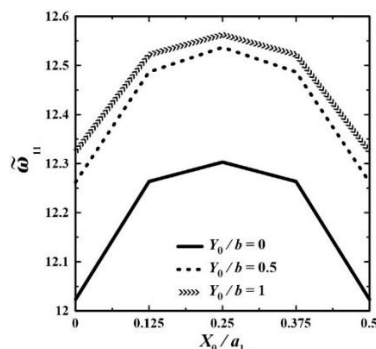


Fig. 7 Effects of horizontal (X_0/a_1) and vertical (Y_0/b) non-dimensional locations of the plate at the wall on the wet dimensionless fundamental frequency.

شکل 7 تغییرات فرکانس پایه بی‌بعد مرطوب برحسب موقعیت افقی ورق در دیواره برای مقادیر مختلف موقعیت قائم ورق در دیواره مخزن

3-5-3- بررسی اثر زاویه سلول بر روی فرکانس پایه بی‌بعد ورق ساندویچی لانه‌زنبوری آگرتیک تجاری نوع ناویر در تماس با سیال

شکل 8 تغییرات فرکانس پایه بی‌بعد مرطوب را برحسب زاویه سلول لانه‌زنبوری به‌ازاء اندازه‌های سلول مختلف (l/a) نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود که با تغییر زاویه سلول از -60 تا +60 درجه، فرکانس پایه ابتدا

4-4-3- صحت‌سنجی فرکانس‌های طبیعی ورق ساندویچی لانه‌زنبوری آگرتیک

تجاری نوع ناویر در تماس با سیال با تحلیل المان محدود این بخش در نظر دارد که چارچوب ریاضیاتی برهم‌کنش ورق - سیال را برای یک ورق ساندویچی لانه‌زنبوری آگرتیک تجاری مرطوب با مقادیر مختلف ارتفاع بی‌بعد سیال از لبه پایینی ورق بررسی نماید. برای اطمینان از حذف خطاهای ناشی از روابط همگن‌سازی هسته‌های لانه‌زنبوری، فقط ورق‌های ساندویچی با هسته‌های معادل‌سازی شده توسط مدل تورنابن در انسیس مدل‌سازی و تحلیل شده‌اند. نسبت ضخامت هسته به ورق برابر 0.8 است و سایر خواص هندسی ورق و ناحیه سیال محدود می‌باشند. در محیط آنالیز مودال آکوستیکی در نرم افزار انسیس، ورق ساندویچی و ناحیه سیال محدود به ترتیب با استفاده از المان‌های سالیید 186 و فلوآید 220 مش‌بندی شده‌اند. المان فلوآید 220 یک المان آکوستیکی توپر سه‌بعدی شش وجهی و 20 گره‌ای است. ورق ساندویچی شامل 2704 المان سالیید 186 است و زمانی که ارتفاع بی‌بعد سیال از لبه پایینی ورق برابر 0.9 است، 14976 المان فلوآید 220 برای ناحیه سیال به کار رفته‌اند. شکل‌های 5(a) تا 5(b) چهار فرکانس طبیعی بی‌بعد به دست آمده از روش حل گالرکین همراه با مدل همگن‌سازی تورنابن (همراه با تئوری‌های ردی و بهبود یافته ردی (مدل A-1) و تئوری لایه‌ای (مدل B)) را با نتایج حاصل از تحلیل المان محدود سه‌بعدی مقایسه می‌کنند.

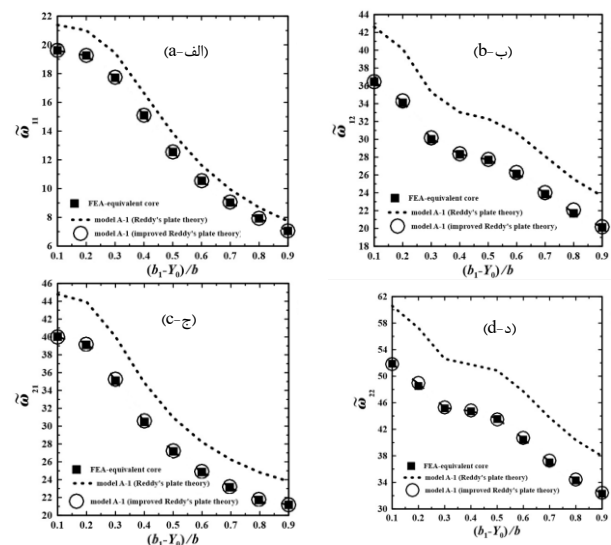


Fig. 5 Variations of the dimensionless natural frequency of the sandwich plate

شکل 5 تغییرات فرکانس طبیعی بی‌بعد مود ورق ساندویچی

از شکل‌های 5a تا 5d مشاهده می‌شود که: 1- چارچوب ریاضیاتی برهم‌کنش ورق ساندویچی - سیال برای تئوری‌های بهبود یافته ردی و لایه‌ای از دقت بالایی برخوردار است. 2- با افزایش ارتفاع سیال از لبه پایینی ورق، فرکانس‌های طبیعی کاهش می‌یابند، به طوری که مثلاً با اضافه شدن سیال تا ارتفاع نصف ورق (یعنی $(b_1 - Y_0)/b = 0.5$)، می‌توان نتیجه گرفت که فرکانس طبیعی پایه 36% کاهش می‌یابد. دلیل این امر، افزایش جرم افزوده سیال به ورق ساندویچی است.

ضریب تصحیح برشی K_{23} برای لانه‌زنبوری‌های تجاری و لانه‌زنبوری‌های کلاسیک تقریباً یکسان است. این امر به این دلیل است که بر اساس مدل مالک و گیسیون، سفتی برشی عرضی $G_{23}^{(2)}$ در لانه‌زنبوری‌های تجاری و کلاسیک تقریباً برابر است. تغییرات ضریب تصحیح برشی K_{13} بر حسب نسبت ضخامت هسته به ورق با در نظر گرفتن مدل تورنابن برای هسته لانه‌زنبوری در شکل 10 (c) نشان داده شده است. از مقایسه شکل 10 (c) با شکل 10 (a) مشاهده می‌شود که درصد تغییرات ضریب تصحیح برشی K_{13} بر حسب نسبت ضخامت هسته به ورق، در مدل تورنابن نسبت به مدل مالک و گیسیون بیشتر است. تغییرات ضریب تصحیح برشی K_{23} بر حسب نسبت ضخامت هسته به ورق با در نظر گرفتن مدل تورنابن برای هسته لانه‌زنبوری در شکل 10 (b) نشان داده شده است. از مقایسه این شکل با شکل 10 (d) مشاهده می‌شود که درصد تغییرات ضریب تصحیح برشی K_{23} بر حسب نسبت ضخامت هسته به ورق، در مدل‌های تورنابن و مالک و گیسیون تقریباً برابر است.

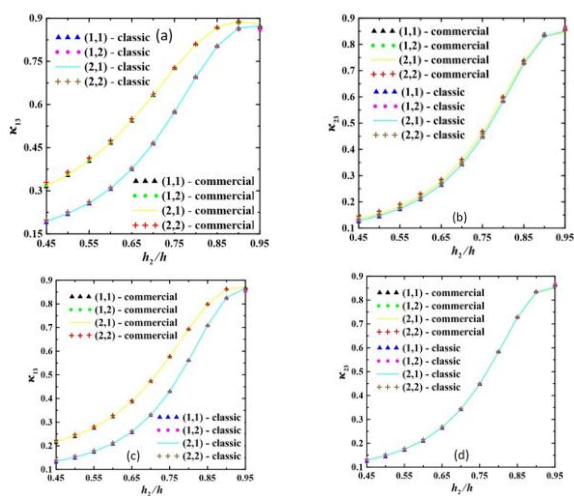


Fig. 10 Variations of the shear correction factor versus the ratio of core thickness to plate thickness.

شکل 10 تغییرات ضریب تصحیح برشی بر حسب نسبت ضخامت هسته به ورق

4- جمع بندی و نتیجه گیری

در این تحقیق، به بررسی مشخصه‌های ارتعاش آزاد یک ورق ساندویچی مستطیلی با هسته لانه‌زنبوری آگرتیک مستقر در دیواره یک مخزن سیال پرداخته شده است. ورق ساندویچی شامل دو رویه آلومینیومی و یک هسته لانه‌زنبوری آگرتیک از جنس آلومینیوم رویه‌ها است. برای همگن‌سازی هسته لانه‌زنبوری، علاوه بر مدل مالک و گیسیون، از یکی از جدیدترین مدل‌ها (مدل تورنابن) نیز استفاده شده است. برای مدل‌سازی ورق ساندویچی سه نوع مدل تحلیلی پیشنهاد داده شده‌اند و مزایا و معایب آنها با هم مقایسه شده‌اند. از نوع مدل تحلیلی تک‌لایه معادل برای مدل‌سازی ورق ساندویچی دارای شرط مرزی ناویر و در تماس با سیال استفاده شده‌اند. سیال، ایده‌آل (تراکم‌ناپذیر، غیر لزج و غیر چرخشی) در نظر گرفته شده است. روش‌های حل حاضر، روابط همگن‌سازی هسته لانه‌زنبوری، و چارچوب ریاضی برهم‌کنش ورق ساندویچی - سیال با استفاده از نتایج تحقیقات سایر محققان و نیز نتایج حاصل از تحلیل المان محدود سه‌بعدی صحت سنجی شده‌اند. سرانجام اثر پارامترهای مختلف مانند نسبت ابعاد مخزن به طول ورق، ارتفاع سیال از لبه پایین ورق، موقعیت ورق در دیواره مخزن و هندسه سلول لانه‌زنبوری بر روی فرکانس‌های طبیعی مرطوب مورد بررسی قرار گرفته‌اند

افزایش و سپس کاهش می‌یابد. علاوه بر این مشاهده می‌شود که در یک زاویه سلول مشخص، افزایش l/a باعث افزایش فرکانس پایه می‌شود، به طوری که این اثر افزایشی، در سلول‌های لانه‌زنبوری درون‌رو مشهودتر است.

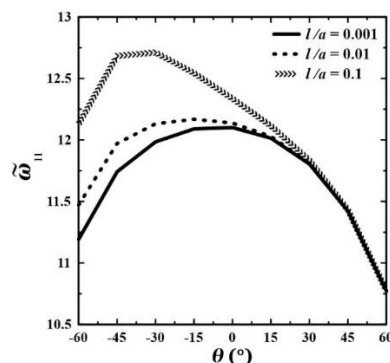


Fig. 8 Wet dimensionless fundamental frequency vs. cell angle (θ) for different cell sizes (l/a).

شکل 8 تغییرات فرکانس پایه بی‌بعد مرطوب بر حسب زاویه سلول برای نسبت‌های مختلف l/a

3-5-4- بررسی اثر نسبت ضخامت به طول جداره سلول بر روی فرکانس پایه بی‌بعد ورق ساندویچی لانه‌زنبوری آگرتیک تجاری نوع ناویر در تماس با سیال

شکل 9 تغییرات فرکانس پایه بی‌بعد مرطوب را بر حسب نسبت ضخامت به طول جداره مورب سلول لانه‌زنبوری (t_l/l) به‌ازاء نسبت‌های مختلف ابعاد سلول (d/l) نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود که با افزایش ضخامت جداره، فرکانس پایه افزایش می‌یابد. علاوه بر این مشاهده می‌شود که با افزایش نسبت طول جداره افقی به جداره مورب سلول (d/l) فرکانس کاهش می‌یابد.

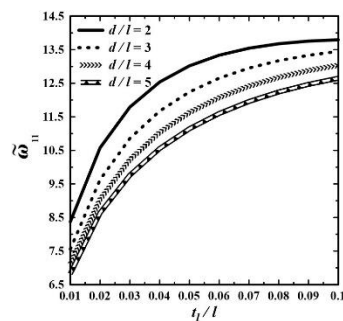


Fig. 9 Dimensionless changes of the wet fundamental frequency with respect to the cell angle for different ratios (l/a).

شکل 9 تغییرات فرکانس پایه بی‌بعد مرطوب بر حسب زاویه سلول برای نسبت‌های مختلف l/a

3-6- بررسی اثر نسبت ضخامت هسته به ورق بر روی ضرایب تصحیح برشی در تئوری بهبود یافته ردی

که از شکل (a) 10: 1- با نازک شدن رویه‌ها، ضریب تصحیح برشی افزایش می‌یابد، که این امر به معنای افزایش دقت تئوری ردی برای ورق‌های ساندویچی با رویه‌های نازک است. 2- ضریب تصحیح برشی K_{13} برای لانه‌زنبوری‌های تجاری بیشتر از لانه‌زنبوری‌های کلاسیک است. این امر به این دلیل است که بر اساس مدل مالک و گیسیون، سفتی برشی عرضی $G_{13}^{(2)}$ در لانه‌زنبوری‌های تجاری بیشتر از لانه‌زنبوری‌های کلاسیک است. 3- شماره مود اثر چندانی بر روی ضریب تصحیح برشی ندارد. از شکل 10 (b): که

(15) برای ورق ساندویچی لانه‌زنبوری آگرتیک تجاری، در حالت بدون سیال، اثر افزایش نسبت ضخامت به طول جداره مورب سلول، بر روی ورق‌های دارای شرایط مرزی مقیدتر مشهودتر است. به‌طوری‌که بیشترین و کمترین اثر آن به ترتیب مربوط به شرایط مرزی SCSC و SFSS می‌باشد.

5-مراجع

- [1] Torabi, K., Afshari, H. And Aboutalebi, F. H., "Vibration And Flutter Analyses Of Cantilever Trapezoidal Honeycomb Sandwich Plates," J. Sandw. Struct. & Mater., Vol. 21, No. 8, Pp. 2887–2920, 2019.
- [2] Bidgoli, E. M.R., Arefi, M., Mohammadimehr, M., "Free Vibration Analysis Of Honeycomb Doubly Curved Shell Integrated With CNT-Reinforced Piezoelectric Layers," Mech. Based Des. Struct. Mach., Pp. 1–32, 2020.
- [3] Nguyen, D. D., Pham, C. H., "Nonlinear Dynamic Response And Vibration Of Sandwich Composite Plates With Negative Poisson's Ratio In Auxetic Honeycombs," J. Sandw. Struct. & Mater., Vol. 20, No. 6, Pp. 692–717, 2018.
- [4] Cong, P. H., Quyet, P. K., Duc, N. D., "Effects Of Lattice Stiffeners And Blast Load On Nonlinear Dynamic Response And Vibration Of Auxetic Honeycomb Plates," Proc. Inst. Mech. Eng. Part C J. Mech. Eng. Sci., P. 0954406221992797, 2021.
- [5] Li, Y., Yao, W., Zhang, Y., "Nonlinear Dynamic Characteristics Of Symmetric Rectangular Honeycomb Sandwich Thin Panel," J. Sandw. Struct. & Mater., Vol. 23, No. 7, Pp. 3390–3413, 2021.
- [6] Li, F., Yuan, W., Zhang, C., "Free Vibration And Sound Insulation Of Functionally Graded Honeycomb Sandwich Plates," J. Sandw. Struct. & Mater., Vol. 24, No. 1, Pp. 565–600, 2022.
- [7] Huang, N., "Influence Of Shear Correction Factors In The Higher Order Shear Deformation Laminated Shell Theory," Int. J. Solids Struct., Vol. 31, No. 9, Pp. 1263–1277, 1994.
- [8] Frostig, Y., Thomsen, O. T., "High-Order Free Vibration Of Sandwich Panels With A Flexible Core," Int. J. Solids Struct., Vol. 41, No. 5–6, Pp. 1697–1724, 2004.
- [9] Omiddezyani, S., Jafari, R. A., Talookolaei, M., Afrasiab, H., "The Size-Dependent Free Vibration Analysis Of A Rectangular Mindlin Microplate Coupled With Fluid," Ocean Eng., Vol. 163, Pp. 617–629, 2018.
- [10] Thinh, T. I., Tu, T. M., Vanlong, N., "Free Vibration Of A Horizontal Functionally Graded Rectangular Plate Submerged In Fluid Medium," Ocean Eng., Vol. 216, P. 107593, 2020.
- [11] Hashemi, S. H. H., Karimi, M., Taher, H. R. D., "Vibration Analysis Of Rectangular Mindlin Plates On Elastic Foundations And Vertically In Contact With Stationary Fluid By The Ritz Method," Ocean Eng., Vol. 37, No. 2–3, Pp. 174–185, 2010.
- [12] Khorshid, K., Farhadi, S., "Free Vibration Analysis Of A Laminated Composite Rectangular Plate In Contact With A Bounded Fluid," Compos. Struct., Vol. 104, Pp. 176–186, 2013.
- [13] Khorshidi, K., Bakhsheshy, A., "Free Vibration Analysis Of A Functionally Graded Rectangular Plate In Contact With A Bounded Fluid," Acta Mech., Vol. 226, No. 10, Pp. 3401–3423, 2015.
- [14] Khorshidi, K., Akbari, F., Ghadirian, H., "Experimental And Analytical Modal Studies Of Vibrating Rectangular Plates In Contact With A Bounded Fluid," Ocean Eng., Vol. 140, Pp. 146–154, 2017.
- [15] Khorshidi, K., Karimi, M., "Analytical Modeling For Vibrating Piezoelectric Nanoplates In Interaction With Inviscid Fluid Using Various Modified Plate Theories," Ocean Eng., Vol. 181, Pp. 267–280, 2019.
- [16] Karimi, M., Khorshidi, K., Dimitri, R., Tornabene, F., "Size-Dependent Hydroelastic Vibration Of FG Microplates Partially In Contact With A Fluid," Compos. Struct., Vol. 244, P. 112320, 2020.
- [17] Bakhsheshy, A., Mahbadi, H., "The Effect Of Fluid Surface Waves On Free Vibration Of Functionally Graded Microplates In

(1) در ورق‌های ساندویچی، تئوری مرتبه سوم ردی برای تنش برشی عرضی در راستای ضخامت یک توزیع پیوسته تکه‌ای را در نظر می‌گیرد، به‌همین دلیل این تئوری برای ورق‌های ساندویچی قادر به ارائه نتایج دقیق نیست. این نقیصه از طریق محاسبه ضرایب تصحیح برشی در تئوری بهبودیافته مرتبه سوم ردی از دیدگاه انرژی اصلاح می‌شود.

(2) در تئوری بهبودیافته مرتبه سوم ردی، با نازک شدن رویه‌ها ضرایب تصحیح برشی افزایش یافته و به مقدار 1 نزدیک می‌شوند، که این امر به معنای افزایش دقت تئوری مرتبه سوم ردی در ورق‌های ساندویچی با رویه‌های نازک است.

(3) درصد خطای تئوری بهبودیافته مرتبه سوم ردی نسبت به تحلیل المان محدود کمتر از 3٪ است، در حالی که درصد خطای تئوری لایه‌ای نسبت به تحلیل المان محدود کمتر از 0.1٪ می‌باشد.

(4) تعداد درجات آزادی برای تئوری بهبودیافته ردی برابر $3 \times m \times n$

و برای تئوری لایه‌ای برابر $15 \times m \times n$ هستند.

(5) روش حل تحلیلی مورد استفاده در این تحقیق برای شرایط مرزی نوع لوی شامل جستجوی ریشه‌های معادله مشخصه فرکانسی با استفاده از روش‌های عددی مانند نیوتن - رافسون، سکانت و ... است که فرآیندی زمان‌بر است. از طرفی از آنجا که اساس این روش حل بر عملیات جبری روی اپراتورهای دیفرانسیلی استوار است، این روش در حالت برهم‌کنش ورق - سیال کاربرد ندارد.

(6) در ورق ساندویچی لانه‌زنبوری آگرتیک تجاری در تماس با سیال، افزایش نسبت ضخامت به طول ورق از 0.01 تا 0.04 باعث افزایش چشم‌گیر فرکانس پایه می‌شود.

(7) برای ورق ساندویچی لانه‌زنبوری آگرتیک تجاری، در حالت بدون سیال، فرکانس پایه در نسبت ضخامت هسته به ورق برابر 0.85 به ماکزیمم خود می‌رسد، در حالی که در حالت تماس با سیال، با افزایش این نسبت از 0.45 تا 0.95، فرکانس پایه کاهش می‌یابد.

(8) در ورق ساندویچی لانه‌زنبوری تجاری در تماس با سیال، وقتی که اندازه سلول خیلی کوچک است، فرکانس پایه به‌ازاء سلول‌های مستطیلی (یعنی زاویه سلول صفر درجه) بیشینه می‌باشد. با افزایش اندازه سلول، ماکزیمم فرکانس پایه به سمت سلول‌های درون‌رو (زوایای سلول منفی) میل می‌کند.

(9) در ورق‌های ساندویچی لانه‌زنبوری تجاری در تماس با سیال، با افزایش اندازه سلول فرکانس پایه افزایش می‌یابد، به‌طوری‌که افزایش فرکانس در سلول‌های درون‌رو مشهودتر است.

(10) در ورق‌های ساندویچی لانه‌زنبوری تجاری در تماس با سیال، با افزایش نسبت ابعاد سلول از 1/5 تا 5 فرکانس پایه کاهش می‌یابد.

(11) در ورق‌های ساندویچی لانه‌زنبوری آگرتیک تجاری در تماس با سیال، با ضخیم شدن دیواره‌های سلول درون‌رو فرکانس پایه افزایش می‌یابد.

(12) با افزایش ارتفاع سیال از لبه پایینی ورق، فرکانس پایه به مقدار زیادی کاهش می‌یابد، به‌طوری‌که مثلاً با اضافه شدن سیال تا ارتفاع نصف ارتفاع ورق، فرکانس پایه 36٪ کاهش می‌یابد.

(13) با افزایش ظرفیت مخزن، فرکانس پایه به‌صورت مجانبی افزایش می‌یابد.

(14) وقتی که ورق ساندویچی در مرکز دیواره سلول قرار دارد، فرکانس پایه بیشینه است.

- Interaction With Bounded Fluid,” *Ocean Eng.*, Vol. 194, P. 106646, 2019.
- [18] Ramian, A., Jafari, Talookolaei, R. A., Valvo, P. S., Abedi, M., “Free Vibration Analysis Of Sandwich Plates With Compressible Core In Contact With Fluid,” *Thin-Walled Struct.*, Vol. 157, P. 107088, 2020.
- [19] Ramian, A., Jafari, Talookolaei, R. A., Valvo, P. S., Abedi, M., “Free Vibration Analysis Of A Laminated Composite Sandwich Plate With Compressible Core Placed At The Bottom Of A Tank Filled With Fluid,” *In Structures*, Vol. 29, Pp. 1259–1273, 2021.
- [20] Khorshidi, K., Norowzian, H., “Stability Analysis Of A Sandwich Plate With An Auxetic Core Reinforced With Carbon Nanotubes Under Aeroelastic Forces,” *JSTC Journal*, Vol. 14, No. 4, Pp. 2597-2610, 2024.
- [21] Yolcu, D. A., Ozturk, B., Sari, G., Okutanbaba, B., “Free Vibration Response Of Sandwich Composites With Auxetic Chiral Core,” *European Journal Of Mechanics - A/Solids*, Vol. 113, Pp. Article ID: 105700, 2025
- [22] Khorshidi, K., Savvafi, S., Zobeid, Z., “Investigation Of Free Vibration In Fluid-Loaded Cylindrical Shells With A Three-Layer Sandwich Wall And An Auxetic Central Layer,” *Macs Journal*, Vol. 12, No. 24, Pp. 53-72, 2025
- [23] Fang, X., Shen, H., Wang, H., “Nonlinear Free Vibration Of Sandwich Beam With Data-Driven Inverse Designed Auxetic Core Based On Deep Learning,” *European Journal Of Mechanics - A/Solids*, Vol. 102, Article Id: 105276, 2025
- [24] Heidarisoureshjani, A., Kalantari, A., Hesari, E., Talebitooti, R., Talebitooti, M., “Cutout Effects On The Vibration Of Sandwich Auxetic Cylindrical Shells With An Experimental Validation,” *Journal Of Sound And Vibration*, Vol. 592, Article Id: 118624, 2024.
- [25] Malek, S., Gibson, L., “Effective elastic properties of periodic hexagonal honeycombs,” *Mech. Mater.*, vol. 91, pp. 226–240, 2015.
- [26] Tornabene, F., Viscoti M., Dimitri ,R., Aiello, M. A., “Higher Order Formulations For Doubly-Curved Shell Structures With A Honeycomb Core,” *Thin-Walled Struct.*, Vol. 164, P. 107789, 2021.
- [27] Sorohan, S., Sandu , M., Constantinescu, D. M., Sandu, A. G., “On The Evaluation Of Mechanical Properties Of Honeycombs By Using Finite Element Analyses,” *INCAS Bull.*, Vol. 7, No. 3, P. 135, 2015.
- [28] Hashemi, S. H., Arsanjani, M., “Exact Characteristic Equations For Some Of Classical Boundary Conditions Of Vibrating Moderately Thick Rectangular Plates,” *Int. J. Solids Struct.*, Vol. 42, No. 3–4, Pp. 819–853, 2005.
- [29] Hosseinihashemi, S., Fadaee, M., Taher, H. R. D., “Exact Solutions For Free Flexural Vibration Of Lévy-Type Rectangular Thick Plates Via Third-Order Shear Deformation Plate Theory,” *Appl. Math. Model.*, Vol. 35, No. 2, Pp. 708–727, 2011.
- [30] Raville, M. E., Ueng, C. E. S., “Determination Of Natural Frequencies Of Vibration Of A Sandwich Plate,” *Exp. Mech.*, Vol. 7, No. 11, Pp. 490–493, 1967
- [31] Zhou, H. B., Li, G. Y., “Free Vibration Analysis Of Sandwich Plates With Laminated Faces Using Spline Finite Point Method,” *Comput. & Struct.*, Vol. 59, No. 2, Pp. 257–263, 1996.
- [32] Yuan W. X., Dawe, D. J., “Free Vibration Of Sandwich Plates With Laminated Faces,” *Int. J. Numer. Methods Eng.*, Vol. 54, No. 2, Pp. 195–217, 2002.
- [33] Rao, M. K., Desai, Y. M., “Analytical Solutions For Vibrations Of Laminated And Sandwich Plates Using Mixed Theory,” *Compos. Struct.*, Vol. 63, No. 3–4, Pp. 361–373, 2004.



مقایسه رفتار خزشی در کامپوزیت‌های پایه پلیمری ترموست بر اساس دو مدل ویسکوالاستیک انتگرال یگانه شپری و چهار پارامتری برگر

محمدحسین قپانی‌فرد کاشانی¹، احمدرضا قاسمی^{2*}

1- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه کاشان، کاشان

2- استاد، مهندسی مکانیک، دانشگاه کاشان، کاشان

* کاشان، صندوق پستی 8731753153، ghasemi@kashanu.ac.ir

چکیده

اطلاعات مقاله:

دریافت: 1404/04/08

پذیرش: 1405/01/30

کلیدواژگان

خزش،

مدل ویسکوالاستیک شپری،

مدل چهار پارامتری ویسکوالاستیک

برگر،

رفتار بلند مدت خزشی،

چندلایه‌های کامپوزیتی

در این تحقیق دو مدل تحلیلی ویسکوالاستیک چهار پارامتری برگر و انتگرال یگانه شپری برای پیش‌بینی رفتار خزشی بلند مدت چندلایه‌های کامپوزیتی شیشه/ وینیل استر مقایسه، تحلیل و ارزیابی شده است. برای مشخصه‌سازی پارامترهای معادله ویسکوالاستیک برگر از نتایج آزمایش‌های تجربی موجود، استفاده شد. از آنجا که استفاده از پارامترهای مشخصه‌سازی شده در مرحله خزش برای جایگذاری در معادله مربوط به ریکاوری، خطای زیادی را بین نتایج آزمون‌های تجربی و مدل تحلیلی ویسکوالاستیک برگر ایجاد کرد، پارامترهای مدل برگر در مرحله خزش و ریکاوری بصورت جداگانه مشخصه‌سازی شدند. نتایج بدست آمده از مدل ویسکوالاستیک برگر نسبت به مدل ویسکوالاستیک شپری برای چندلایه‌های کامپوزیتی شیشه/ وینیل استر، از انطباق بسیار خوبی با نتایج بدست آمده از آزمون‌های تجربی بخصوص در سطوح دمایی و تنش بالا، برخوردار بود. این انطباق در هر دو مرحله خزش و ریکاوری بخوبی مشاهده گردید. همچنین اثر دما و تنش بر روی تغییرات پارامترهای معادله برگر بررسی شد و مشاهده گردید که مقادیر این پارامترها با تغییر سطوح دما و تنش تغییر می‌کند. در ادامه معادلات حاکم بر تغییرات این پارامترها نسبت به دما و تنش استخراج گردید. سپس پارامترهای نرمی خزشی، مدول خزشی، فاکتور تخریب و نرخ کرنش خزشی در هر مرحله محاسبه شد. نتایج نشان می‌دهد که با افزایش سطح دما و تنش، نرمی خزشی، فاکتور تخریب، و نرخ کرنش خزشی افزایش و مدول خزشی برای چندلایه‌های کامپوزیتی شیشه/ وینیل استر کاهش می‌یابد.

Creep behaviour comparison in thermoset polymer matrix composites based on single integral schapery and four parameter burgers models

Mohammad Hossein Ghappani-Fard Kashani¹, Ahmad Reza Ghasemi^{1*}

1- Department of Mechanical Engineering, University of Kashan, Kashan, Iran.

* P.O.B. 8731753153, Kashan, Iran, ghasemi@kashanu.ac.ir

Keywords

Creep, Schapery viscoelastic model, Burgers four-parameter viscoelastic model, Long-term creep behavior, Composite multi-layers

Abstract

In this study two viscoelastic analytical models -the four-parameter Burgers model and the single-integral Schapery model- were compared, analyzed, and evaluated for predicting the long-term creep behavior of glass/vinylester composite laminates. The parameters of the Burgers viscoelastic model were characterized using available experimental data. Since using the same set of characterized parameters from the creep stage in the recovery stage resulted in significant discrepancies between experimental results and the Burgers analytical model, the model parameters for the creep and recovery stages were characterized separately. The results obtained from the Burgers model showed significantly better agreement with experimental data for glass/ vinylester composite laminates, especially at high temperature and stress levels, compared to the Schapery model. This agreement was observed clearly in both the creep and recovery stages. Furthermore, the effects of temperature and stress on the variations of the Burgers model parameters were investigated, revealing that these parameters change with varying temperature and stress levels. Subsequently, the governing equations describing the variation of these parameters with respect to temperature and stress were derived. Finally, the creep compliance, creep modulus, damage factor, and creep strain rate were calculated at each stage. The results for glass/ vinylester composite laminates indicate that with increasing temperature and stress levels, the creep compliance, damage factor, and creep strain rate increase, while the creep modulus decreases.

Please cite this article using:

Ghappani-Fard Kashani, M. H., Ghasemi, A. R., "Creep behaviour comparison in thermoset polymer matrix composites based on single integral schapery and four parameter burgers models," In Persian, Journal of Science and Technology of Composites, Vol. 12, No. 3, pp. 2810-2822, 2026. <https://doi.org/10.22068/jstc.2025.2064251.1924>

برای ارجاع به مقاله از عبارت زیر استفاده کنید:

1- مقدمه

خزش از جمله رفتار وابسته به زمان است که در کامپوزیت‌ها بسیار مورد توجه است. از آنجایی که ماتریس‌های پلیمری در مواد کامپوزیتی پاسخ خزشی قابل توجهی از خود نشان می‌دهند، خزش در دماهای کاری مانند دمای محیط یا اندکی بالاتر از آن برای کامپوزیت‌ها اهمیت پیدا می‌کند. خزش پدیده‌ای است که در آن مواد تحت تأثیر یک بار مکانیکی ثابت در دما و رطوبت ثابت تغییر شکل دائم را در طول زمان از خود نشان می‌دهند. در واقع خزش تغییر شکل آهسته و پیوسته یک ماده تحت تنش ثابت است [1]. خزش پدیده‌ای منحصر به فرد است، زیرا باعث می‌شود مواد حتی بدون رسیدن به تنش تسلیم، دچار کرنش پلاستیک شوند [2]. دمایی که در آن خزش اتفاق می‌افتد به جنس ماده بستگی دارد. این دما به نقطه T_m (دمای ذوب) ماده تحت خزش بستگی داشته و معمولاً در نسبت دما به دمای ذوب 0.5 و بیش از آن اتفاق می‌افتد. در کامپوزیت‌ها دمای T_g (دمای گذر شیشه‌ای که در آن جامد ترد به نرم تبدیل می‌شود) مدنظر قرار می‌گیرد [3]. محققین زیادی از معادلات ساختاری خزشی با رویکرد ویسکوالاستیک خطی و غیرخطی برای توصیف رفتار خزشی کامپوزیت‌های پایه پلیمری تحت بارهای مکانیکی و دمایی استفاده کرده‌اند [4,5]. یکی از روش‌هایی که می‌تواند پاسخ خزشی مواد را پیش‌بینی کند، روش مشخصه‌سازی شتابدار می‌باشد که برای تعیین رفتار خزشی بلند مدت کامپوزیت‌ها در گذشته استفاده شده است [6]. در هر لحظه کرنش کل مواد را می‌توان به مجموع یک کرنش الاستیک آبی (ϵ_0) و یک کرنش خزشی افزایشی (ϵ_{cr}) نشان داد [7]. مولیان و همکاران [8] با انجام آزمون‌های تجربی خزشی کوتاه مدت به مشخصه‌سازی رفتار ویسکوالاستیک چندلایه‌های کامپوزیتی تک جهته تقویت شده با الیاف کربنی شیشه وینیل استر و شیشه پلی‌استر پرداخته و با استفاده از معادلات غیرخطی انتگرال یگانه شپری به تعیین رفتار بلند مدت آن‌ها مبادرت نمودند. همچنین با استفاده از روش (TTSP)¹ با جابجایی منحنی‌های خزشی کوتاه مدت، به بررسی رفتار بلند مدت خزشی و مقایسه نتایج با مدل‌های ریاضی پرداختند، که از دقت خوبی برخوردار بودند. موهان و آدامز [9] آزمایش‌های تجربی خزشی و ریکواری تحت کشش و فشار را بر روی چندلایه‌های کامپوزیتی گرافیت اپوکسی و شیشه اپوکسی انجام دادند و با استفاده از مدل ویسکوالاستیک انتگرال یگانه شپری برای پاسخ‌های خزشی و ریکواری، نشان دادند که رطوبت و دما بر روی پارامترهای معادله مؤثر است. مولیان و همکاران [10] آزمایش‌های تجربی خزش را بر روی کامپوزیت‌های چندلایه شیشه پلی‌استر انجام دادند و از روی نمودارهای خزشی نشان دادند که پاسخ‌ها در نمودارهای هم‌زمانی تنش-کرنش با افزایش دما و زمان به سمت غیرخطی شدن پیش می‌رود، در حالیکه در دماهای پایین رفتار خطی از خود نشان می‌دادند. کاتوزیان و همکاران [11] آزمون‌های تجربی خزشی را به مدت 10 ساعت بر روی چندلایه‌های کامپوزیتی کربن اپوکسی تحت سطوح مختلف دمایی (23 و 100 و 140 درجه سانتی‌گراد) و تنشی انجام دادند و از مدل ویسکوالاستیک انتگرال یگانه شپری برای مشخصه‌سازی پارامترهای غیرخطی ویسکوالاستیک آن قطعه‌ها استفاده کردند. مولیان و همکاران [12] با انجام آزمایش‌های تجربی خزش و با بکار بردن معادلات ساختاری توانی خزش و مقایسه با نتایج تجربی، به بررسی پاسخ ماکروسکوپی چندلایه‌های کامپوزیتی پلی‌آمید پرداختند. مولیان و همکاران [13] یک مدل چندگانه ویسکوالاستیک را برای تحلیل رفتارهای وابسته به تنش و دمای چندلایه‌های کامپوزیتی گرافیت اپوکسی توسعه دادند و با نتایج آزمون‌های تجربی خزشی انجام شده

توسط هیل و همکاران [14] مقایسه کردند. ویولت و شپری [15] اثر دما و زمان را بر روی کامپوزیت‌های تک جهته کربن اپوکسی تحت فشار را بررسی کردند. آن‌ها نشان دادند که رابطه میان تنش شکست نمونه‌های کامپوزیتی و زمان از یک معادله توانی پیروی می‌کند. جین و همکاران [16] اثرات محیط بر روی رفتار خزشی چندلایه‌های کامپوزیتی شیشه پلی‌استر (FRP) را بررسی کردند. پیکن و همکاران [17] از معادله برگر گسترش یافته برای مدل کردن رفتار خزشی نانوکامپوزیت‌های ترموست خاک رس در سطوح دمایی و تنشی مختلف استفاده کردند و نشان دادند که معادله ساختاری خزشی برگر نسبت به معادله توانی فایندلی در پیش‌بینی رفتار بلند مدت خزشی نانوکامپوزیت‌ها بهتر می‌باشد. همچنین این مدل بخوبی توانست رفتار خزشی این کامپوزیت‌ها را نشان دهد. آن‌ها نشان دادند که دینامیک سیستم بین لایه‌های کامپوزیت‌های تقویت شده با پرکننده‌ها، مستقل از مقدار پرکننده است و عمدتاً توسط ماتریس کنترل می‌شود. کلمنت و همکاران [18] از مدل ویسکوالاستیک چهار پارامتری برگر برای پیش‌بینی رفتار بلند مدت خزشی کامپوزیت‌های کربن اپوکسی بکار رفته در صنایع دریایی را با بررسی اثر تماس آب در رفتار ویسکوالاستیک، استفاده کردند و نشان دادند که این مدل تطابق بسیار خوبی با داده‌های تجربی دارد. آلمیدا و همکاران [19] از چهار مدل ساختاری خزشی وایبول، فایندلی، ایرینگ و برگر برای پیش‌بینی رفتار بلند مدت خزشی رفتار چندلایه‌های کامپوزیتی کربن اپوکسی استفاده کردند و نشان دادند که دو مدل وایبول و ایرینگ همخوانی بهتری با داده‌های بدست آمده با روش (TTSP) دارند. چانگ و ویلیامسون [6] آزمایش‌های شتابدار خزشی بر روی کامپوزیت با الیاف تک جهته SMC-C50 با 50 درصد وزنی الیاف پلی‌استر انجام دادند. همچنین آزمون‌های کوتاه مدت خزشی را در سطوح مختلف دمایی و تنشی انجام دادند و نتایج آزمون‌های تجربی را با معادله ساختاری فایندلی مدل کردند که از دقت خوبی برخوردار بود. ژانگ و همکاران [20] از مدل برگر برای نشان دادن مکانیزم خزش در کامپوزیت‌های پلی‌پروپیلن/MWCNT استفاده کردند. موزیویکی و مارکوویچ [21] رفتار خزشی نانوکامپوزیت‌های پلیمری بدست آمده از پودر چوب و روغن بذر کتان را مورد بررسی قرار دادند و نشان دادند که تغییر شکل خزشی با اضافه کردن پودر چوب به ماتریس بواسطه برهم کنش بسیار خوب الیاف و ماتریس کاهش پیدا می‌کند. کانگ یو و همکاران [22] رفتار خزشی کامپوزیت‌های پلیمری را تحت رطوبت محیطی مطالعه کردند و از یک مدل ساختاری غیرخطی خزش ارتوتروپیک سه پارامتری که اثر رطوبت را در نظر می‌گیرد، استفاده کردند. پاپانیوکولا و همکاران [23] اثر خستگی حرارتی را بر روی رفتار خزشی و ریکواری کامپوزیت‌های ماتریس پلیمری تقویت شده با الیاف بافته شده شیشه را بررسی کردند. آن‌ها به منظور درک بهتر از رفتار نمونه‌های کامپوزیتی از یک مدل ویسکوالاستیک چهار پارامتری برگر استفاده کردند و نشان دادند که ارتباط تغییرات چهار پارامتر با تعداد سیکل‌های اعمالی دید بهتری را نسبت به رفتار خزشی مشاهده شده، ارائه می‌نماید. پرلا و همکاران [24] آزمون‌های تجربی خزش را بر روی نمونه‌های کامپوزیتی با چیدمان تک جهته کامپوزیت‌های پلیمری تقویت شده با الیاف شیشه در سطوح مختلف تنش انجام دادند و از مدل‌های خزشی فایندلی و برگر برای مدل کردن رفتار بلند مدت خزشی نمونه‌های کامپوزیتی استفاده کردند، و به این نتیجه رسیدند که مدل برگر توانایی بهتری نسبت به سایر مدل‌ها در پیش‌بینی رفتار بلند مدت خزشی دارد. براونر و همکاران [25] با

¹ Time – temperature superposition principle

در اینجا D_0 و ΔD مدول‌های نرمی الاستیک آبی و نرمی گذرا می‌باشند، که مستقل از دما و تنش فرض می‌شوند. مولیانا و همکاران [8] براساس روش بکار رفته توسط هارپر و ویتسمن [35] همچنین لو و شپری [36] به مشخصه‌سازی پارامترهای معادله ساختاری ویسکوالاستیک شپری پرداختند. پارامترهای g_0, g_1, g_2 و a وابسته به دما و تنش هستند. پارامتر ψ زمان کاهش یافته می‌باشد و بصورت زیر تعریف می‌شود:

$$\psi^t \equiv \Psi(t) = \int_0^t \frac{d\xi}{a\sigma^\xi aT^\xi} \quad (2)$$

پارامتر g_0 نرمی الاستیک آبی است و کاهش یا افزایش در چقرمگی را اندازه‌گیری می‌کند و تابعی از تنش و دما می‌باشد. پارامتر g_1 مربوط به خزش گذرا می‌باشد و اثر غیرخطی را در نرمی گذرا اندازه‌گیری می‌کند. پارامتر g_2 اثر نرخ بارگذاری بر روی پاسخ خزشی را محاسبه می‌کند. پارامترهای T_{ref} به ترتیب دمای جاری و دمای مرجع (محیط) را مشخص می‌نمایند. پارامتر α ضریب انبساط حرارتی وابسته به ماده می‌باشد که در طول بازه دمایی آزمون‌های خزش که به اندازه کافی در زیر دمای عبور گذر شیشه‌ای (T_g) است ثابت فرض می‌گردد. در شرایط محیطی مرجع پارامترهای غیرخطی وابسته به تنش هستند (یعنی همه پارامترهای وابسته به دما a^{T^t} و $g_j^{T^t}$ ($j = 0, 1, 2$) مساوی با یک در نظر گرفته می‌شود). پارامترهای a^{T^t} و a^{σ^t} بصورت ترم‌هایی از تنش و دمای غیر مرجع فاکتورهای جابجایی زمان هستند. پارامتر نرمی گذرا اغلب با بکار بردن معادله قانون توانی و یا معادله نمایی سری پرونی بدست می‌آید:

$$\Delta D \psi^t = C(\psi^t)^n \quad (3)$$

$$\Delta D \psi^t = \sum_{n=1}^N D_n(1 - \exp[-\lambda_n \psi^t]) \quad (4)$$

پارامترهای C و n در مدل قانون توانی ثابت ماده و مستقل از دما و تنش هستند و در شرایط مرجع یعنی دمای اتاق اندازه‌گیری می‌شوند. متغیر D_n ، n^{th} ضریب از سری پرونی و λ_n ، n^{th} تقابل از تأخیر زمانی که مستقل از دما و تنش می‌باشد. با استفاده از قانون مدل توانی برای نرمی گذرا، معادله کرنش مکانیکی در معادله (1) بصورت زیر بیان می‌شود:

$$\varepsilon^t = \varepsilon(t) = g_0^{\sigma^t} g_0^{T^t} D_0 \sigma^t + g_1^{\sigma^t} g_1^{T^t} C \int_0^t (\psi^t - \psi^\tau)^n \frac{d(g_2^{\sigma^\tau} g_2^{T^\tau} \sigma^\tau)}{d\tau} d\tau \quad (5)$$

آزمون‌های خزش و ریکاوری هم‌دما اغلب برای مشخصه‌سازی پارامترهای وابسته به دما، تنش و زمان مواد انجام می‌شود.

$$\sigma^t = \sigma_0 [H(t) - H(t - t_1)] \quad (6)$$

بطوریکه تابع $H(t)$ تابع هوی ساید می‌باشد. بنابراین نرخ بارگذاری در معادله (5) بصورت زیر بیان می‌شود:

$$\frac{d(g_2^{\sigma_0} g_2^{T_0} \sigma_0)}{dt} = g_2^{\sigma_0} g_2^{T_0} \sigma_0 [\delta(t) - \delta(t - t_1)] \quad (7)$$

با جایگذاری معادله (7) در معادله (5) کرنش‌های خزش و ریکاوری بصورت زیر بیان می‌شود:

$$\varepsilon_c^t = \left[g_0^{\sigma_0} g_0^{T_0} D_0 + g_1^{\sigma_0} g_1^{T_0} g_2^{\sigma_0} g_2^{T_0} C \left(\frac{t}{a\sigma_0 aT} \right)^n \right] \sigma_0 \quad 0 < t \leq t_1 \quad (8)$$

انجام آزمون‌های تجربی خزش به بررسی رفتار خزشی نمونه‌های کامپوزیتی پلی‌پروپیلن تقویت شده با الیاف شیشه در سطوح مختلف دمایی و تنشی پرداختند. آن‌ها از مدل چهار پارامتری ویسکوالاستیک برگر برای پیش‌بینی رفتار بلند مدت خزشی نمونه‌های کامپوزیتی استفاده کردند. ژانو و همکاران [26] آزمون‌های تجربی کششی و فشاری خزش را به مدت 24 ساعت بر روی کامپوزیت‌های چوب-پلاستیک تحت سطوح تنشی 15%، 30%، 45% و 60% و به این نتیجه رسیدند که سطوح تنشی 15% و 30% سطوح تنشی پایین در آزمون‌های کششی و فشاری خزش محسوب می‌شوند. لینگ و همکاران [27] با انجام آزمون‌های تجربی به مقایسه رفتار خزشی کامپوزیت‌های تقویت شده با الیاف طبیعی بگاس و چندین کامپوزیت پلیمری دیگر در سطح تنشی یکسان با افزایش سطح دما پرداختند. کونتو و همکاران [28] رفتار خزشی کوتاه مدت کامپوزیت‌های پلیمری زیست تخریب را مورد مطالعه قرار دادند. بی و همکاران [29، 30] و بی [31] از روابط انتگرال یگانه شپری همراه با تحلیل المان محدود برای بررسی پاسخ ویسکوالاستیک چندلایه‌های کامپوزیتی در معرض بارگذاری‌های مکانیکی و حرارتی استفاده کردند. اسکات و زوریک [32] آزمون‌های خزشی فشاری را بر روی نمونه‌های کامپوزیتی شیشه/وینیل استر انجام دادند. قاسمی و حسین‌پور [33] اثرات تغییرات دما و فشار داخلی را بر روی استوانه‌های کامپوزیتی چندلایه بررسی کردند. آن‌ها از معادله ویسکوالاستیک غیرخطی شپری و معادلات پرنتل روس و تقریب مندلسون برای بیان رفتار خزشی استفاده کردند. آن‌ها تاریخچه کرنش‌های خزشی محیطی، شعاعی و محوری استوانه‌های کامپوزیتی چندلایه شیشه وینیل استر را مورد بررسی قرار دادند. هدف اصلی این تحقیق، مشخصه‌سازی دقیق پارامترهای معادله ویسکوالاستیک برگر و تحلیل اثر تغییرات دما و تنش بر روی این پارامترها است. این تحقیق بر مبنای داده‌های تجربی حاصل از آزمون‌های تجربی انجام‌شده توسط دیگر محققان [8]، به ارزیابی دقیق رفتار خزشی بلندمدت کامپوزیت‌های تقویت‌شده با الیاف شیشه‌ای در ماتریس وینیل استر پرداخته است. در این راستا، علاوه بر مشخصه‌سازی معادله برگر، تلاش شده است با تغییر پارامترهای آن در شرایط دمایی و تنشی مختلف، معادلات حاکم به‌طور دقیق بررسی و مدل‌سازی شوند. همچنین، این تحقیق به مقایسه و تحلیل معادله ویسکوالاستیک برگر با معادله انتگرال یگانه شپری پرداخته تا میزان انطباق هرکدام از این مدل‌ها با داده‌های تجربی و پیش‌بینی رفتار بلندمدت خزشی کامپوزیت‌های شیشه وینیل استر را ارزیابی کند. به‌ویژه، در این مطالعه، تأثیر سطوح مختلف دما و تنش بر روی رفتار خزشی، عملکرد مدل‌ها و قابلیت پیش‌بینی آن‌ها در شرایط عملی مختلف مورد توجه قرار گرفته است.

2- مدل‌های خزشی ویسکوالاستیک

2-1- مدل انتگرال یگانه شپری:

معادله انتگرال شپری برای نشان دادن رفتارهای وابسته به زمان مواد ویسکوالاستیک با رفتارهای غیرخطی ترمومکانیکی در تحقیقات زیادی بکار رفته است [34]، که برای بارگذاری‌های تک محور و هم دما بصورت زیر بیان می‌شود:

$$\varepsilon^t = \varepsilon(t) = g_0^{\sigma^t} g_0^{T^t} D_0 \sigma^t + g_1^{\sigma^t} g_1^{T^t} \int_0^t \Delta D(\psi^t - \psi^\tau) \frac{d(g_2^{\sigma^\tau} g_2^{T^\tau} \sigma^\tau)}{d\tau} d\tau + \alpha(T^t - T_{ref}) \quad (1)$$

$$\varepsilon_3 = \left(\frac{\sigma}{\eta_3}\right) t \quad (14)$$

$$\frac{d\varepsilon_3}{dt} = \left(\frac{\sigma}{\eta_3}\right) \quad (15)$$

در معادله‌های فوق پنج متغیر مجهول $\sigma, \varepsilon, \varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ وجود دارد، در حالیکه σ, ε متغیرهای بیرونی هستند و $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ متغیرهای درونی هستند. با جایگذاری و به کمک تبدیل لاپلاس معکوس رفتار خزشی برگر طبق معادله زیر بدست می‌آید:

$$\varepsilon(t) = \sigma_0 \left[\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2} \left[1 - \exp\left(\frac{-E_2 t}{\eta_2}\right) \right] + \frac{t}{\eta_3} \right] \quad (16)$$

رفتار خزشی برگر در واقع جمع رفتار خزشی مدل‌های ماکسول و کلونین می‌باشد [38]. اگر تنش σ_0 در زمان t_1 برداشته شود رفتار ریکواری مدل برگر می‌تولند از معادله (16) و بکار بردن اصل جمع آثار و در نظر گرفتن اینکه در زمان $t = t_1$ تنش $\sigma = -\sigma_0$ نیز اضافه شود بدست آید.

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma_0}{\eta_3} t_1 + \frac{\sigma_0}{E_2} \left[\exp\left(\frac{E_2 t_1}{\eta_2}\right) - 1 \right] \exp\left(\frac{-E_2 t}{\eta_2}\right) \quad t > t_1 \quad (17)$$

نرمی خزشی قطعات نیز از تقسیم کردن معادله 16 بر تنش استاتیکی σ_0 بدست می‌آید:

$$j(t) = \frac{\varepsilon(t)}{\sigma_0} = \left(\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2} \left[1 - \exp\left(\frac{-E_2 t}{\eta_2}\right) \right] + \frac{t}{\eta_3} \right) \quad (18)$$

مدول خزشی قطعات بصورت زیر بیان می‌شود:

$$E(t) = \frac{1}{j(t)} \quad (19)$$

همچنین فاکتور تخریب قطعات نیز بصورت زیر می‌باشد:

$$D(t) = 1 - \frac{E(t)}{E_0} \quad (20)$$

3- استخراج و مشخصه‌سازی پارامترهای مدل برگر و پیش‌بینی رفتار بلند مدت خزشی:

در این تحقیق از نتایج آزمون‌های تجربی انجام شده توسط مولیانا و همکاران [8] بر روی پنج لایه کامپوزیتی شیشه وینیل استر استفاده شده است. تنش تسلیم فشاری مربوط به پنج لایه کامپوزیتی شیشه وینیل استر با زاویه الیاف 45° برابر با 165 MPa می‌باشد، که از نتایج آزمون‌های تجربی مربوط به آن نمونه استفاده می‌شود. برای برازش منحنی توسط نرم‌افزار متلب بر روی نقاط بدست آمده از آزمون‌های تجربی و انجام محاسبات ریاضی از تابع نمایی زیر استفاده می‌کنیم:

$$f(x) = a \cdot \exp(b \cdot x) + c \cdot \exp(d \cdot x) \quad (21)$$

برای مشخصه‌سازی پارامترهای مدل برگر از روش انجام شده توسط پاپانیوکولا و همکاران [37] استفاده شده است. نتایج آزمون‌های تجربی تساوی مقادیر مربوط به این پارامترها را در مرحله خزش و ریکواری تأیید نمی‌کند. به همین دلیل پارامترهای معادلات ساختاری خزش و ریکواری می‌بایست بصورت جداگانه مشخصه‌سازی شوند. شکل 2 تغییرات پارامترهای E_1, E_2, η_2, η_3 مدل برگر در مرحله خزش را بر حسب تغییرات تنش استاتیکی در دمای 75°F در چندلایه کامپوزیتی شیشه وینیل استر نمایش می‌دهد و همانطور که

با استفاده از اصل جمع آثار بولتزمان معادله ساختاری مربوط به کرنش وابسته به زمان در مرحله ریکواری بصورت معادله (9) بیان می‌شود.

$$\varepsilon_r^t = g_1^T g_2^{\sigma_0} g_2^T C \left[\left(\frac{t_1}{a \sigma_0 a^T} + \frac{t-t_1}{a^T} \right)^n - \left(\frac{t-t_1}{a^T} \right)^n \right] \sigma_0 \quad (9)$$

پارامترهای مربوط به مواد می‌تولند با استفاده از برازش معادلات (8) و (9) بر روی پاسخ‌های خطی و غیرخطی بدست آمده از آزمون‌های خزش و ریکواری در سطوح مختلف دمایی و تنش‌ی مشخصه‌سازی شود.

2-2 مدل چهار پارامتری برگر:

از میان مدل‌های رئولوژیک، مدل چهار پارامتری معروف به برگر توانایی پیش‌بینی رفتار خزشی بلند مدت کامپوزیت‌های کربن اپوکسی را دارد. مدل برگر شامل یک المان ماکسول و یک المان کلونین می‌باشد که بصورت سری به یکدیگر متصل شده‌اند [37]، که در شکل 1 قابل مشاهده می‌باشد. لازم به ذکر است که مدل سه پارامتری جامد معروف به *SLS* هم توانایی پیش‌بینی رفتار خزشی این نوع از کامپوزیت‌ها را دارد ولی بخاطر نداشتن دمپر در المان ماکسول در هنگام ریکواری نمی‌تواند کرنش‌های پسماند را در مواد پلیمری ترموست (اپوکسی‌ها) پیش‌بینی نماید.

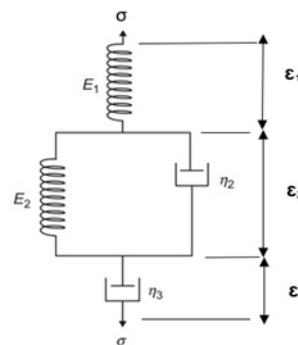


Fig. 1 Schematic of the four-parameter Burgers model [1]

شکل 1 شماتیک مدل چهار پارامتری برگر [1]

برای تعیین معادله ساختاری برگر و تعیین پارامترهای E_1, E_2, η_2, η_3 موارد زیر باید در نظر گرفته شود. کرنش کل برابر است با:

$$\varepsilon_t = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 \quad (10)$$

در حالیکه ε_1 نشان دهنده تغییر شکل الاستیک خالص فنر در المان ماکسول است و ε_2 نشان دهنده تغییر شکل الاستیک تأخیری المان کلونین می‌باشد و ε_3 نشان دهنده تغییر شکل ویسکوز دمپر در المان ماکسول می‌باشد. تغییر شکل الاستیک فنر در المان ماکسول برابر است با:

$$\varepsilon_1 = \frac{\sigma}{E_1} \quad (11)$$

تغییر شکل الاستیک تأخیری ناشی از المان کلونین برابر است با:

$$\frac{d\varepsilon_2}{dt} + \frac{E_2}{\eta_2} \varepsilon_2 = \frac{\sigma}{\eta_2} \quad (12)$$

$$\varepsilon_2 = \left(\frac{\sigma}{E_2} \right) \left[1 - \exp\left(\frac{-t}{\tau_2}\right) \right], \quad \tau_2 = \frac{\eta_2}{E_2} \quad (13)$$

تغییر شکل ویسکوز ناشی از دمپر المان ماکسول برابر است با:

مشاهده می‌شود این پارامترها در دمای ثابت تابع تنش می‌باشند. با افزایش سطح تنش روند کاهشی در مقادیر این پارامترها دیده می‌شود. معادلات برازش شده بر روی پارامترهای مدل چهار پارامتری برگر در دمای 75°F و سطوح تنشی مختلف براساس نتایج آزمون‌های تجربی خزشی کوتاه مدت انجام شده در جدول 1 بیان شده است. شکل 3 مقایسه بین پاسخ خزشی مدل‌های برگر و شپری و نتایج آزمون‌های تجربی را بر روی نمونه‌های کامپوزیتی شیشه وینیل استر با زاویه الیاف 45° نسبت به محور افقی تحت دمای 75°F و در سه سطح تنشی ارائه می‌دهد. از نتایج آزمون‌های تجربی برای کالیبره کردن و مشخصه‌سازی پارامترهای مدل برگر استفاده شده است. هر دو مدل در پیش‌بینی رفتار خزشی از دقت بسیار خوبی برخوردار می‌باشند. در سطوح تنشی پایین (0.2, 0.4σ_{ult}) هر دو مدل از دقت تقریباً یکسانی در پیش‌بینی رفتار خزشی بلند مدت نمونه‌های کامپوزیتی برخوردار هستند، در حالیکه در سطح تنش بالا (0.6σ_{ult}) مدل برگر از دقت بهتری نسبت به مدل شپری برخوردار می‌باشد. همانطور که ملاحظه می‌شود هر چه سطح اعمال تنش استاتیکی بالاتر باشد مقدار کرنش الاستیک آنی و کرنش خزشی بالاتر می‌باشد. پارامترهای مربوط به معادله ریکواری مدل برگر به غیر از پارامتر η₂ بطور مستقل از مرحله خزش مشخصه‌سازی شده است.

شکل 4 تغییرات پارامترهای E₁, E₂, η₂, η₃ مدل برگر در مرحله ریکواری را برحسب تغییرات تنش استاتیکی در دمای 75°F در چندلایه کامپوزیتی شیشه وینیل استر نشان می‌دهد. تفاوت بین پارامتر η₃ در مرحله خزش و ریکواری در این شکل کاملاً مشهود می‌باشد. کرنش باقیمانده در پایان زمان ریکواری ناشی از وجود پارامتر η₃ المان ماکسول در معادله ساختاری محاسبه شده است.

شکل 2 تغییرات پارامترهای E₁, E₂, η₂, η₃ مدل برگر در مرحله خزشی در دمای 75°F در چندلایه کامپوزیتی شیشه وینیل استر نشان می‌دهد. تفاوت بین پارامتر η₃ در مرحله خزش و ریکواری در این شکل کاملاً مشهود می‌باشد. کرنش باقیمانده در پایان زمان ریکواری ناشی از وجود پارامتر η₃ المان ماکسول در معادله ساختاری

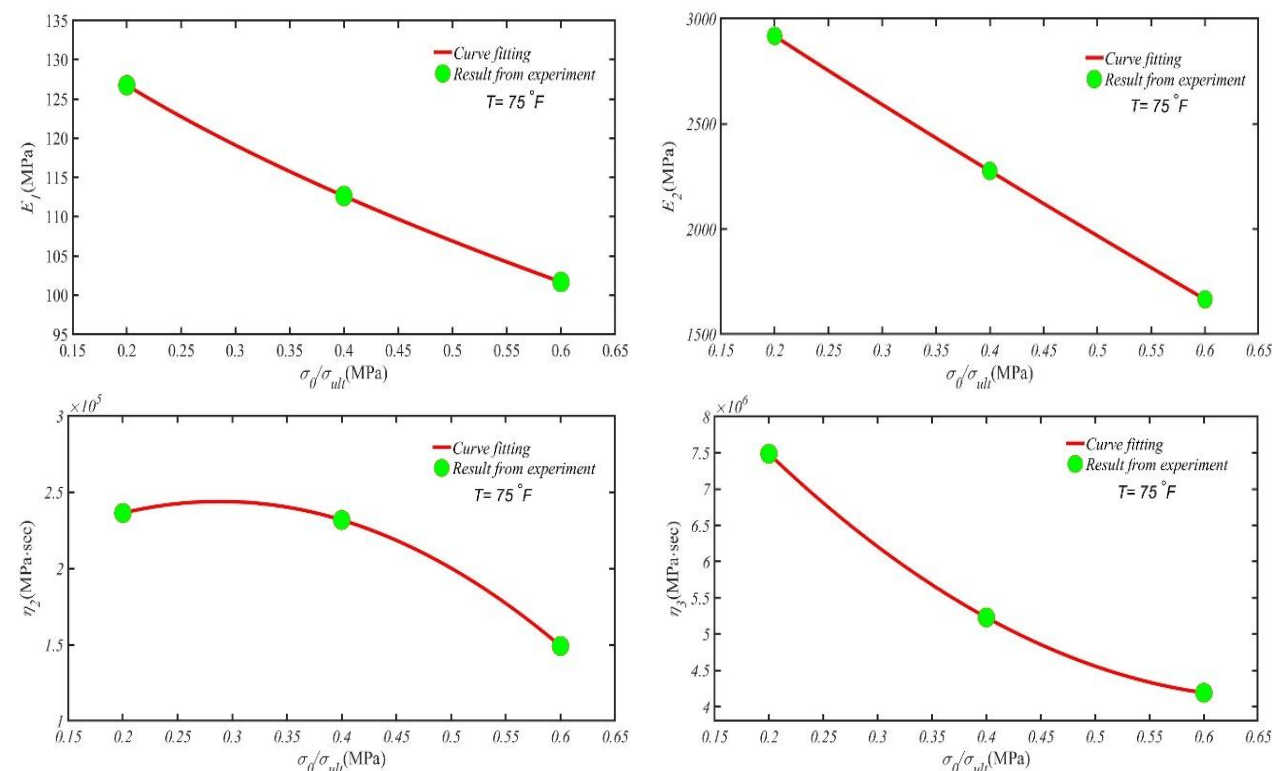


Fig. 2 Variations of the burgers model parameters E₁, E₂, η₂, η₃ during the creep stage as a function of static stress at 75°F

شکل 2 تغییرات پارامترهای E₁, E₂, η₂, η₃ مدل برگر در مرحله خزش بر حسب تغییرات تنش استاتیکی در دمای 75°F

جدول 1 معادلات برازش شده بر روی پارامترهای مدل برگر در مرحله خزش در دمای 75°F

R^2	c	b	a	Function	Parameter
1	159.1	0.5221	-74.97	$f(x) = a\sigma_0^b + c$	E_1
1	3655	0.9041	-3157	$f(x) = a\sigma_0^b + c$	E_2
1	1.62E+05	5.62E+05	-9.7E+05	$f(x) = a\sigma_0^2 + b\sigma_0 + c$	η_2
1	1.09E+07	-2.043+07	1.52E+07	$f(x) = a\sigma_0^2 + b\sigma_0 + c$	η_3

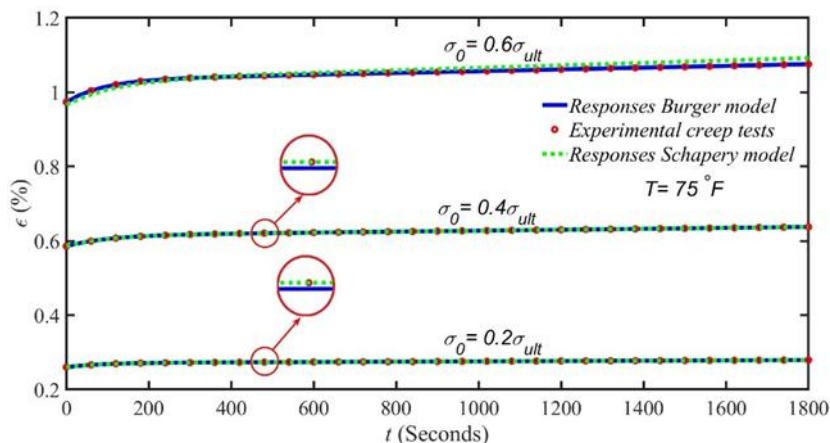


Fig. 3 Comparison between the creep response of schapery and bergers models and experimental tests performed at different stress levels and temperature 75°F

شکل 3 مقایسه بین پاسخ خزشی مدل‌های شپری و برگر و آزمون‌های تجربی انجام شده در سطوح تنش‌های مختلف در دمای 75°F

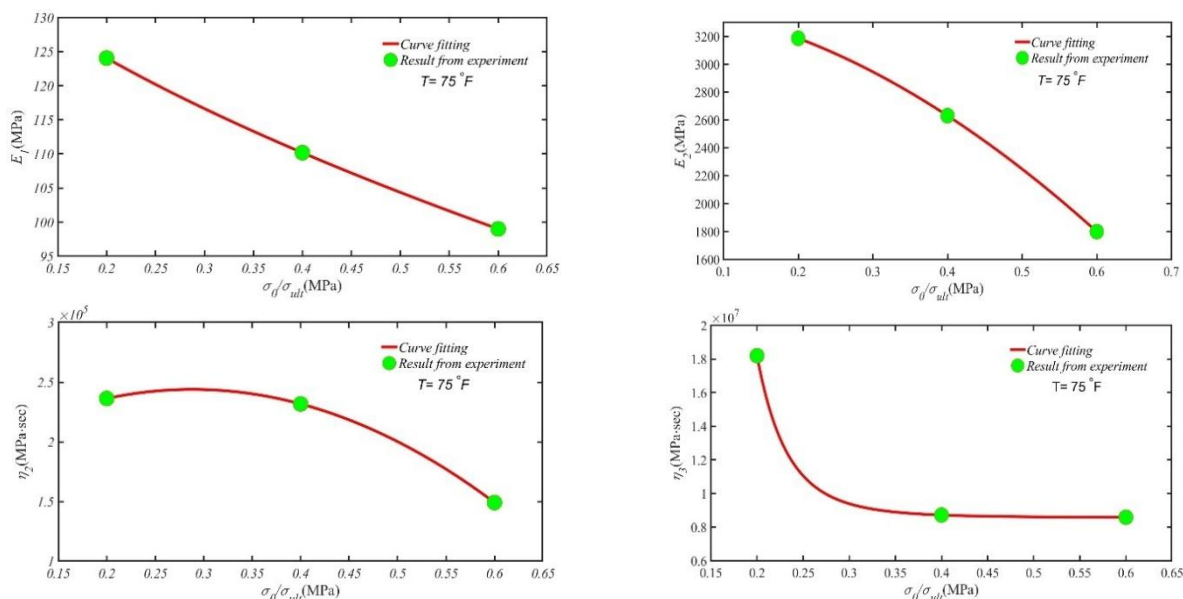


Fig. 4 Variations of the burgers model parameters E_1, E_2, η_2, η_3 during the recovery stage as a function of static stress at 75°F

شکل 4 تغییرات پارامترهای E_1, E_2, η_2, η_3 مدل برگر در مرحله ریکاوری بر حسب تغییرات تنش استاتیکی در دمای 75°F

جدول 2 معادلات برازش شده بر روی پارامترهای مدل برگر در مرحله خزش در دمای 75°F

R^2	c	b	a	Function	Parameter
1	151.5	0.5907	-70.98	$f(x) = a\sigma_0^b + c$	E_1
1	3412	1.788	-4019	$f(x) = a\sigma_0^b + c$	E_2
1	1.63E+05	5.62E+05	-9.7E+05	$f(x) = a\sigma_0^2 + b\sigma_0 + c$	η_2
1	8.58E+06	-6.082	539.9	$f(x) = a\sigma_0^b + c$	η_3

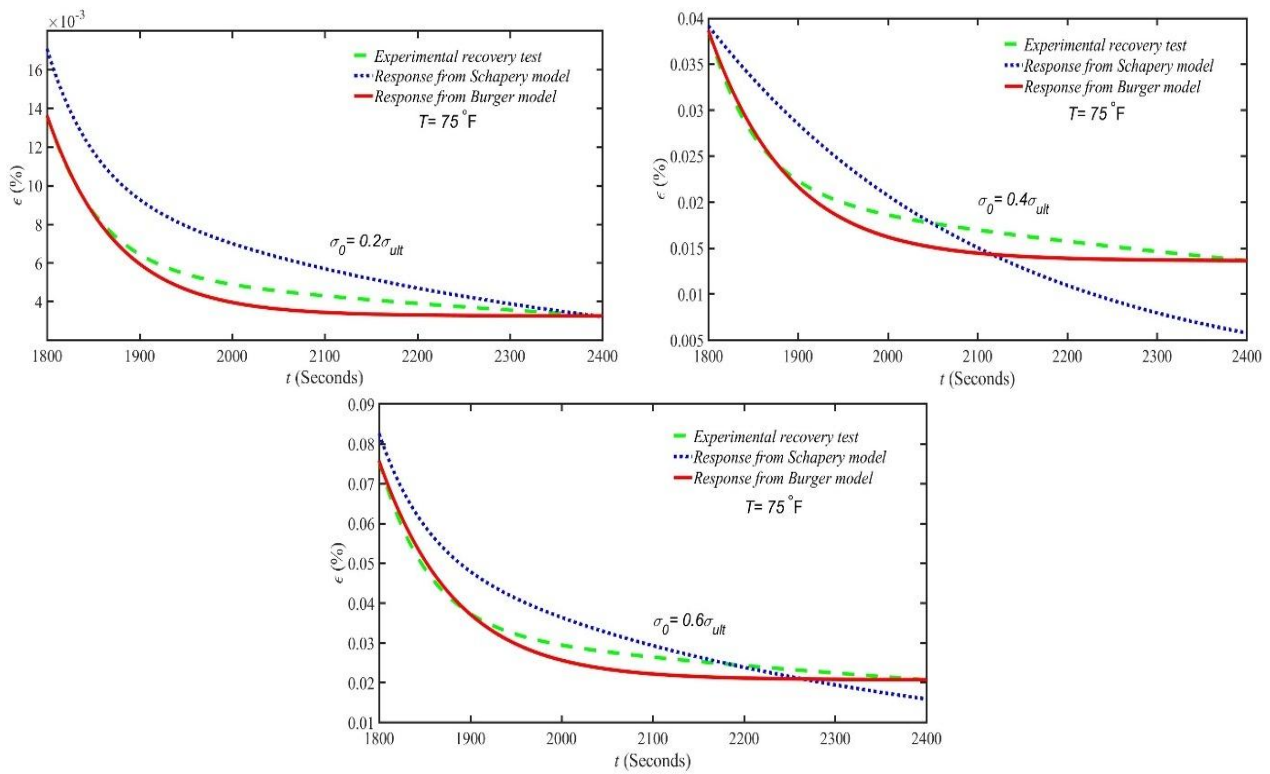


Fig. 5 Comparison between the recovery response of schapery and bergers models and experimental tests performed at different stress levels and temperature 75°F

شکل 5 مقایسه بین پاسخ ریکاوری مدل‌های شپری و برگر و آزمون‌های تجربی انجام شده در سطوح مختلف تنش و در دمای 75°F

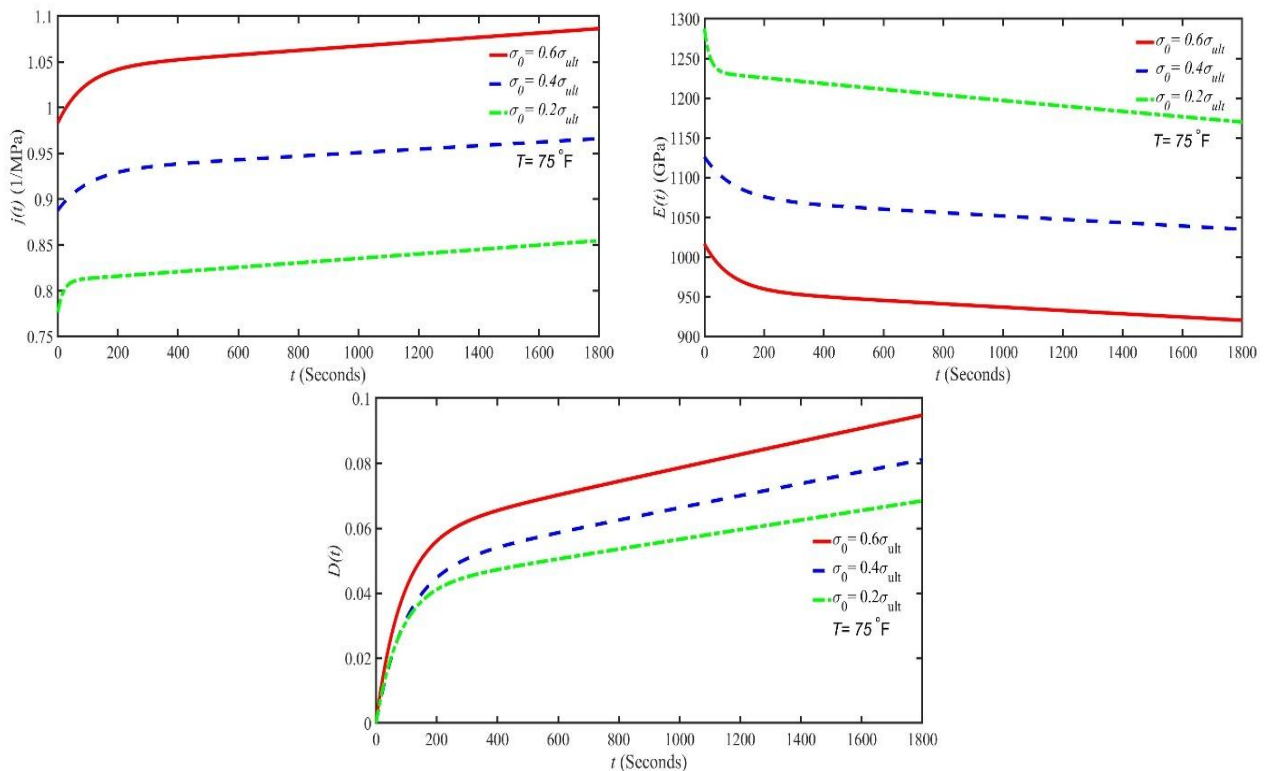


Fig. 6 Creep compliance, creep modulus, and damage factor as a function of time under various stress levels at 75°F

شکل 6 نرمی خزشی، مدول خزشی، فاکتور تخریب بر حسب گذر زمان در سطوح مختلف تنش و در دمای 75°F

جدول 3 معادله برازش شده بر روی تغییرات نرخ کرنش خزشی حالت پایدار در دمای 75°F

Table 3 Fitted equation for the variations of steady-state creep strain rate at temperature 75°F

R^2	c	b	a	Function
1	-1.81E-06	2.34E-05	3.18E-05	$f(x) = a\sigma_0^2 + b\sigma_0 + c$

هر دو مدل در پیش‌بینی رفتار خزشی از دقت بسیار خوبی برخوردار می‌باشند. همانطور که ملاحظه می‌شود هر چه سطح اعمال دما بر روی نمونه بالاتر باشد مقدار کرنش الاستیک آنی و کرنش خزشی بالاتر می‌باشد. همچنین در سطوح دمایی و تنش‌های بالا مدل برگر از انطباق بهتری بر روی نتایج آزمون‌های تجربی برخوردار می‌باشد. انطباق بین مدل ویسکوالاستیک برگر و نتایج آزمون‌های تجربی در سطوح تنش‌های 0.4 و 0.6 تنش نهایی قطعه کامپوزیتی به‌وضوح دیده می‌شود. شکل‌های 9، 10 و 11 تغییرات پارامترهای E_1, E_2, η_2, η_3 مدل برگر در مرحله خزش را بر حسب تغییرات دما در سطوح تنش الاستیکی $\sigma_0 = 0.2 - 0.6\sigma_{ult}$ در چندلایه کامپوزیتی شیشه‌وینیل استر نمایش می‌دهد.

معادله حاکم بر تغییرات نرخ کرنش خزشی حالت پایدار بر حسب تنش الاستیکی اعمال شده در انتهای زمان خزش ناشی از نتایج آزمون‌های تجربی انجام شده در دمای 75°F در جدول شماره 3 آورده شده است. شکل 8 مقایسه بین پاسخ خزشی مدل‌های برگر و شپری و نتایج آزمون‌های تجربی را بر روی نمونه‌های کامپوزیتی شیشه‌وینیل استر با زاویه الیاف 45° نسبت به محور افقی تحت تنش الاستیکی $\sigma_0 = 0.2 - 0.6\sigma_{ult}$ و در چهار سطح دمایی ارائه می‌دهد. از نتایج آزمون‌های تجربی برای کالیبره کردن و مشخصه‌سازی پارامترهای مدل برگر استفاده شده است.

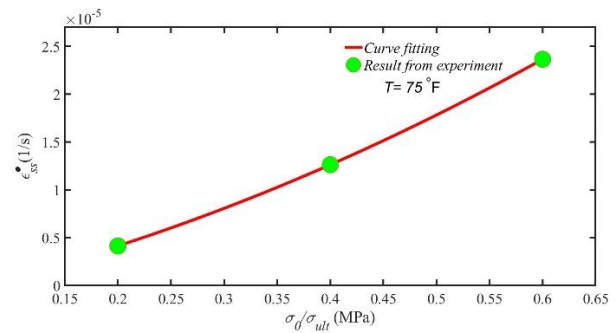


Fig. 7 Variation of creep strain rate as a function of static stress changes at 75°F

شکل 7 تغییر نرخ کرنش خزشی بر حسب تغییرات تنش الاستیکی تحت دمای 75°F

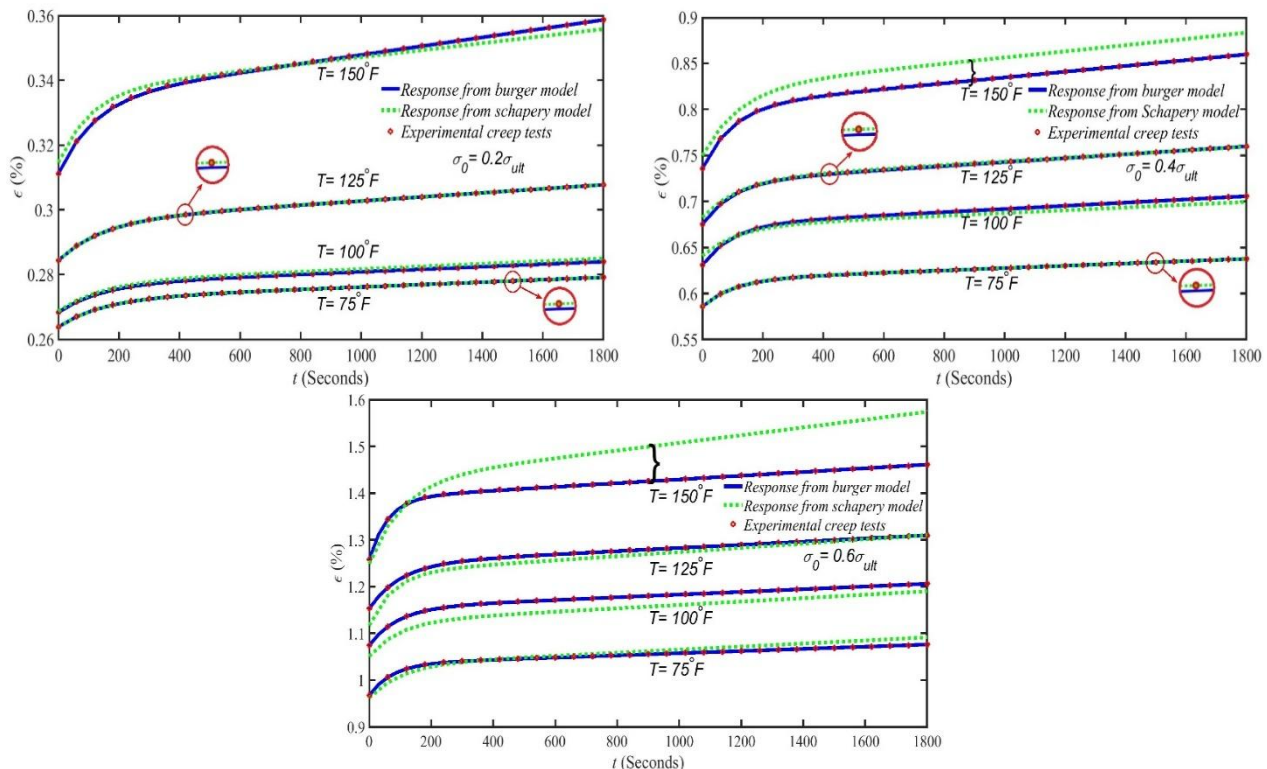


Fig. 8 Comparison between the creep responses of the Schapery and Burgers models and experimental tests conducted under various temperature and stress levels

شکل 8 مقایسه بین پاسخ خزشی مدل‌های شپری و برگر و آزمون‌های تجربی انجام شده در سطوح دمایی و تنش‌های مختلف

ارائه شده است. با استفاده از این معادلات می‌توان در دمایی غیر از سطوح دمایی مورد مطالعه رفتار خزشی قطعه را در همان بازه تنش (0.2-0.6) σ_{ult} که آزمون‌های تجربی صورت پذیرفته را معین نمود.

پارامترهای مذکور به طور جداگانه در هر سطح دمایی مشخصه‌سازی شده و تغییرات آن بر روی نمودار به تصویر کشیده شده است. همچنین معادلات برازش شده و ضرایب آن بر روی این نمودارها در جدول‌های شماره 4، 5 و 6

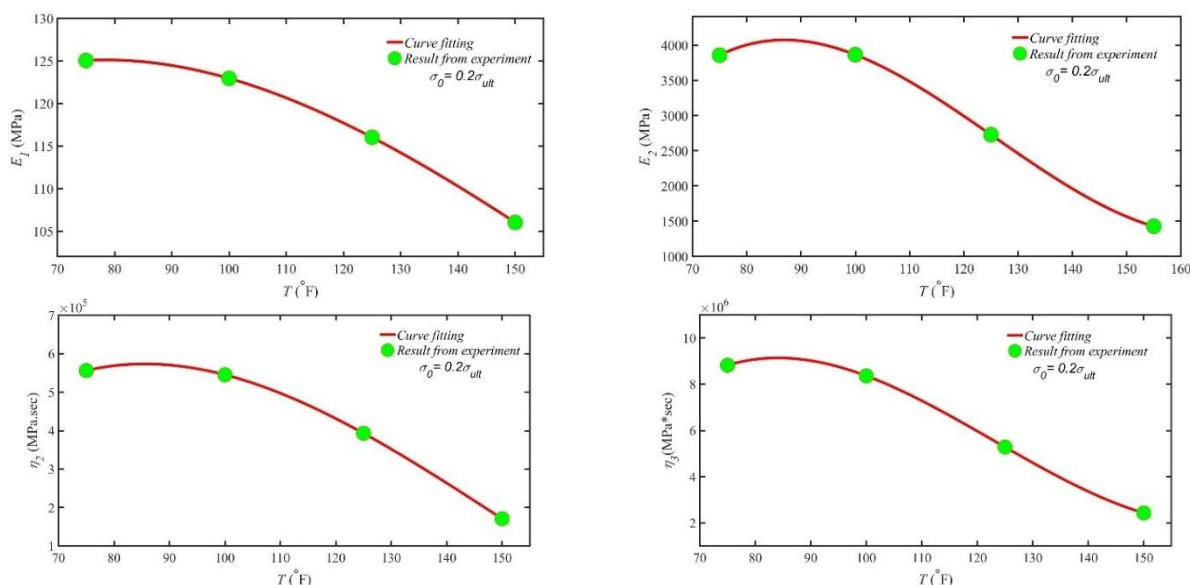


Fig. 9 Variations of the burgers model parameters E_1, E_2, η_2, η_3 during the creep stage as a function of temperature under static stress $\sigma_0 = 0.2\sigma_{ult}$

شکل 9 تغییرات پارامترهای E_1, E_2, η_2, η_3 مدل برگر در مرحله خزش بر حسب تغییرات دما در تنش استاتیکی $\sigma_0 = 0.2\sigma_{ult}$

جدول 4 معادلات برازش شده بر روی پارامترهای E_1, E_2, η_2, η_3 مدل برگر در مرحله خزش در تنش استاتیکی $\sigma_0 = 0.2\sigma_{ult}$

Table 4 Fitted equations for the burgers model parameters E_1, E_2, η_2, η_3 during the creep stage under static stress $\sigma_0 = 0.2\sigma_{ult}$

R^2	d	c	b	a	Function	Parameter
1	84.72	1.146	-95.18E-04	1.885E-05	$f(x) = aT^3 + bT^2 + cT + d$	E_1
1	-1.42E+04	510.4	-4.489	0.01192	$f(x) = aT^3 + bT^2 + cT + d$	E_2
1	-9.69E+05	4.14E+04	-340.5	0.7587	$f(x) = aT^3 + bT^2 + cT + d$	η_2
1	-3.402E+07	1.241E+06	-1.122E+04	30.4	$f(x) = aT^3 + bT^2 + cT + d$	η_3

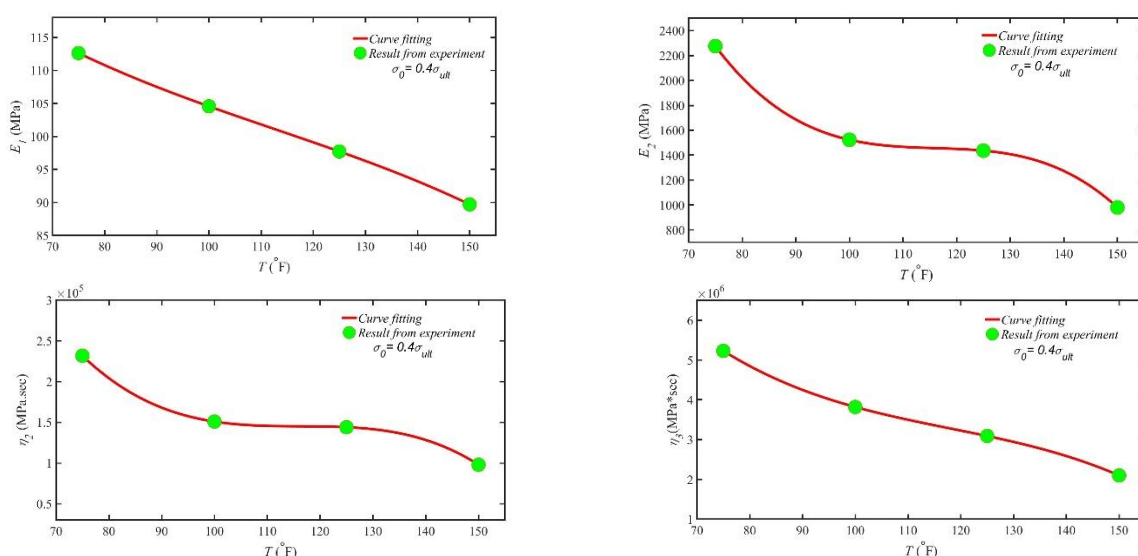


Fig. 10 Variations of the burgers model parameters E_1, E_2, η_2, η_3 during the creep stage as a function of temperature under static stress $\sigma_0 = 0.4\sigma_{ult}$

شکل 10 تغییرات پارامترهای E_1, E_2, η_2, η_3 مدل برگر در مرحله خزش را بر حسب تغییرات دما در تنش استاتیکی $\sigma_0 = 0.4\sigma_{ult}$

جدول 5 معادلات برازش شده بر روی پارامترهای E_1, E_2, η_2, η_3 مدل برگر در مرحله خزش در تنش استاتیکی $\sigma_0 = 0.4\sigma_{ult}$

Table 5 Fitted equations for the burgers model parameters E_1, E_2, η_2, η_3 during the creep stage under static stress $\sigma_0 = 0.4\sigma_{ult}$

R^2	d	c	b	a	Function	Parameter
1	168.2	-1.246	0.008663	-2.562E-05	$f(x) = aT^3 + bT^2 + cT + d$	E_1
1	1.888E+04	-447.8	3.847	-0.01105	$f(x) = aT^3 + bT^2 + cT + d$	E_2
1	2.049E+06	-4.904E+04	421.2	-1.207	$f(x) = aT^3 + bT^2 + cT + d$	η_2
1	2.294E+07	-4.461E+05	3552	-10.03	$f(x) = aT^3 + bT^2 + cT + d$	η_3

شکل 12 نرمی خزشی و مدول خزشی نمونه‌های کامپوزیتی را در سطوح مختلف تنشی $(0.2 - 0.6\sigma_{ult})$ و دمایی $(75 - 150^\circ\text{F})$ نشان می‌دهد. هرچه سطح اعمال دما در تنش ثابت و یا سطح اعمال تنش در دمای ثابت بر روی نمونه کامپوزیتی بالاتر باشد، نرمی خزشی بیشتر می‌شود و هر چه سطح اعمال دما به نمونه کامپوزیتی در مرحله خزش بیشتر باشد مدول خزشی نمونه کامپوزیتی بیشتر کاهش می‌یابد. همچنین در هر سطح دمایی با گذر زمان کاهش مدول خزشی را مشاهده می‌کنیم که حاکی از رشد تخریب میکرو ساختارها در نمونه‌ها می‌باشد که خود را در کاهش مدول خزشی نشان می‌دهد. شکل 13 فاکتور تخریب را در سطوح مختلف تنش $(0.2 - 0.6\sigma_{ult})$ و دمایی $(75 - 150^\circ\text{F})$ نشان می‌دهد. در واقع هر چه سطح دمای اعمال شده به نمونه کامپوزیتی بالاتر باشد تخریب در نمونه بالاتر باشد میزان رشد

تخریب در میکرو ساختارهای آن بالاتر می‌باشد. همچنین هر چه مقدار فاکتور تخریب در نمونه بالاتر باشد نرمی خزشی آن بیشتر می‌شود که از مقایسه دو شکل 12 و 13 به‌وضوح دیده می‌شود. با افزایش مقدار نرمی خزش و فاکتور تخریب در نمونه‌های کامپوزیتی، نرخ کرنش خزشی در نمونه‌های تحت آزمایش با افزایش سطح دما و تنش زیاد می‌شود که این موضوع در شکل 13 دیده می‌شود. در این شکل مقادیر نرخ کرنش در انتهای زمان خزش محاسبه شده است. معادله حاکم بر تغییرات نرخ کرنش خزشی حالت پایدار بر حسب دما در انتهای زمان خزش ناشی از نتایج آزمون‌های تجربی انجام شده در سطوح مختلف تنش $(0.2 - 0.6\sigma_{ult})$ و دمایی $(75 - 150^\circ\text{F})$ در جدول شماره 7 آورده شده است.

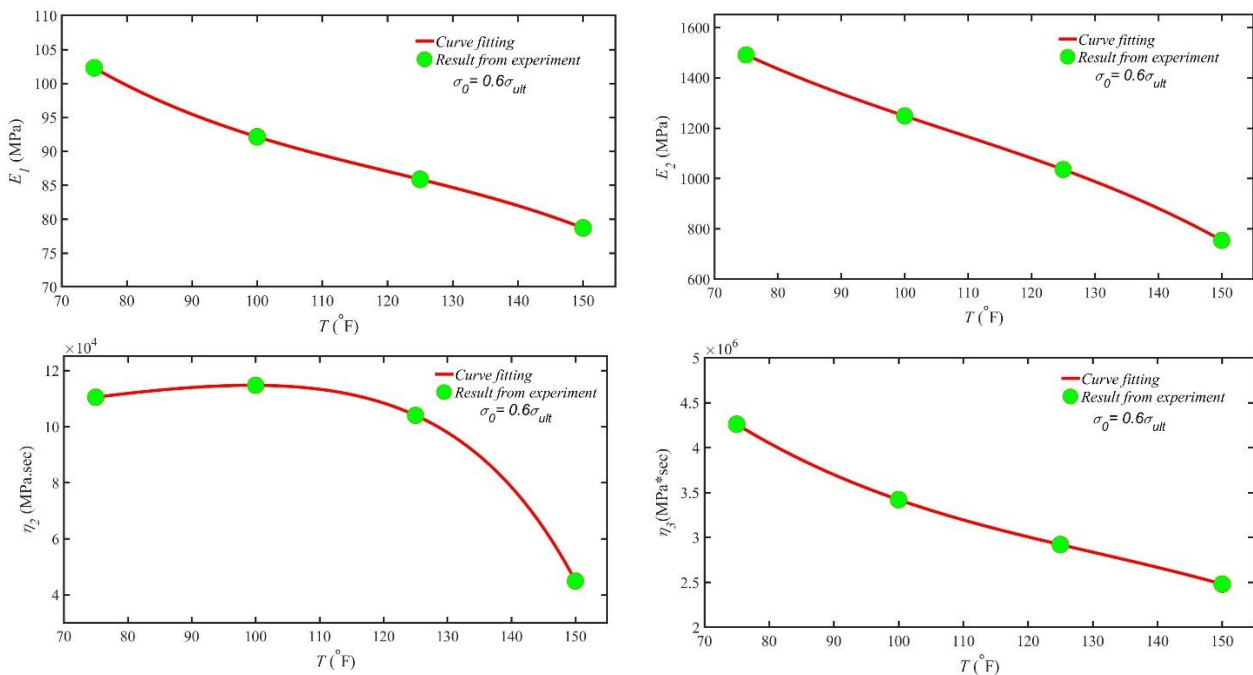


Fig. 11 Variations of the burgers model parameters E_1, E_2, η_2, η_3 during the creep stage as a function of temperature under static stress $\sigma_0 = 0.6\sigma_{ult}$

شکل 11 تغییرات پارامترهای E_1, E_2, η_2, η_3 مدل برگر در مرحله خزش را بر حسب تغییرات دما در سطح تنش استاتیکی $\sigma_0 = 0.6\sigma_{ult}$

جدول 6 معادلات برازش شده بر روی پارامترهای E_1, E_2, η_2, η_3 مدل برگر در مرحله خزش در تنش استاتیکی $\sigma_0 = 0.6\sigma_{ult}$

Table 6 Fitted equations for the burgers model parameters E_1, E_2, η_2, η_3 during the creep stage under static stress $\sigma_0 = 0.6\sigma_{ult}$

R^2	d	c	b	a	Function	Parameter
1	204.1	-2.455	0.01847	-5.118E-05	$f(x) = aT^3 + bT^2 + cT + d$	E_1
1	3373	-44.46	0.3365	-0.001043	$f(x) = aT^3 + bT^2 + cT + d$	E_2
1	0.00403	8.446E+04	0.04482	-131.9	$f(x) = a \cdot \exp(b \cdot T) + c \cdot \exp(d \cdot T)$	η_2
1	1.162E+07	-1.689E+05	1168	-2.987	$f(x) = aT^3 + bT^2 + cT + d$	η_3

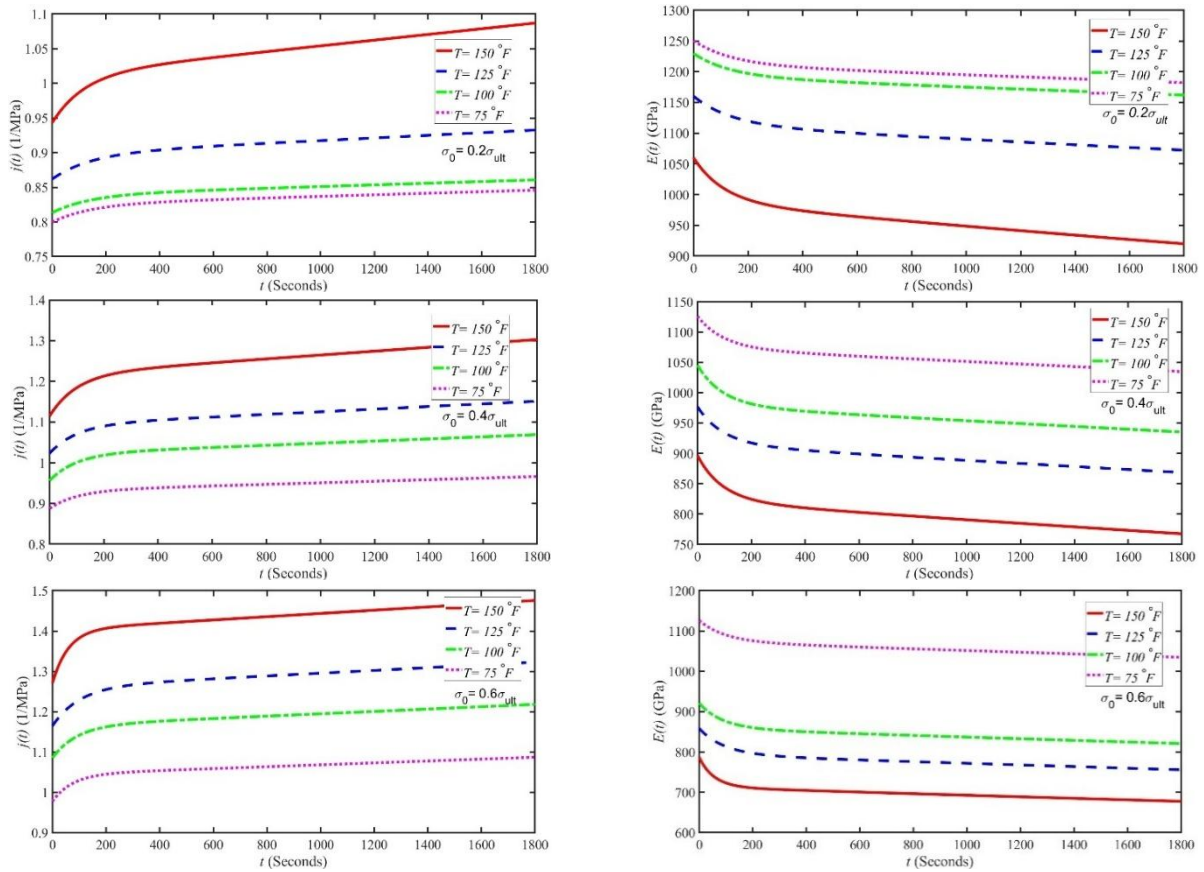


Fig. 12 Creep compliance and creep modulus as a function of time under various stress levels ($0.2 - 0.6\sigma_{ult}$) and temperatures ($75-150^{\circ}F$)

شکل 12 نرمی خزشی و مدول خزشی بر حسب گذر زمان تحت سطوح مختلف تنشی ($0.2 - 0.6\sigma_{ult}$) و دمایی ($75 - 150^{\circ}F$)

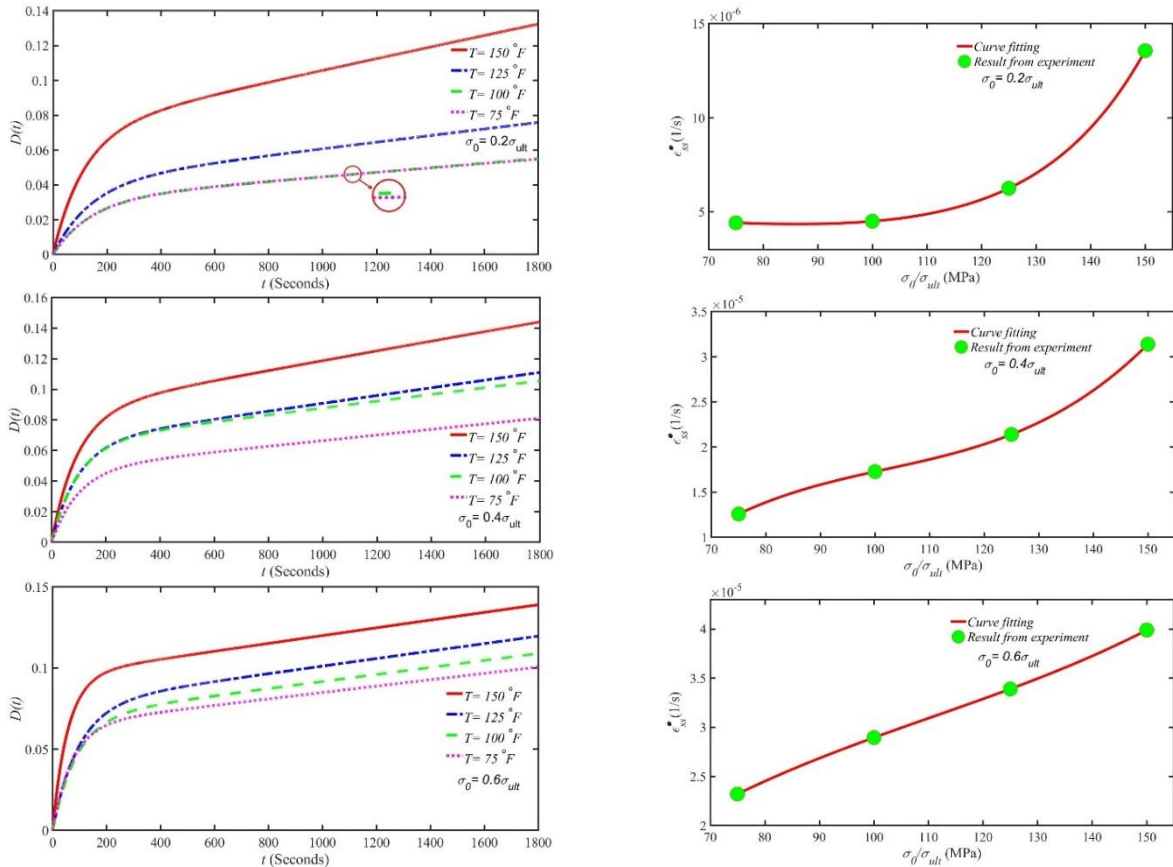


Fig. 13 Damage factor and variation of creep strain rate as a function of time under different stress levels ($0.2 - 0.6\sigma_{ult}$) and temperature ($75-150^{\circ}F$)

شکل 13 فاکتور تخریب و تغییر نرخ کرنش خزشی بر حسب گذر زمان تحت سطوح مختلف تنشی ($0.2 - 0.6\sigma_{ult}$) و دمایی ($75 - 150^{\circ}F$)

جدول 7 معادله برازش شده بر روی نرخ کرنش خزشی در انتهای زمان خزش ناشی در سطوح مختلف تنشی ($0.2 - 0.6 \sigma_{ult}$) و دمایی ($75 - 150^\circ F$)

Table 7 Fitted equation on the creep strain rate at the end of the creep duration induced under various stress levels ($0.2-0.6\sigma_{ult}$) and temperatures ($75-150^\circ F$)

R^2	d	c	b	a	Function	Level stress
1	0.04953	6.461E-09	-0.0059	6.48E-06	$f(x) = a \cdot \exp(b \cdot T) + c \cdot \exp(d \cdot T)$	$0.2 \sigma_{ult}$
1	-6.93E-05	2.287E-06	-2.108E-08	6.87E-11	$f(x) = aT^3 + bT^2 + cT + d$	$0.4 \sigma_{ult}$
1	-1.69E-05	9.1E-07	-6.451E-09	1.94E-11	$f(x) = aT^3 + bT^2 + cT + d$	$0.6 \sigma_{ult}$

6- مراجع

- [1] Papanicolaou, G., Zaoutsos, S., "Viscoelastic Constitutive Modeling Of Creep And Stress Relaxation In Polymers And Polymer Matrix Composites," In Creep And Fatigue In Polymer Matrix Composites, Second ed., Woodhead Publishing, Cambridge, UK, pp. 3–59, 2019.
- [2] Harrison, W. J., Evans, W. J., "Application Of The Theta Projection Method To Creep Modelling Using Abaqus," Abaqus Regional Users Conference, Swansea University, Swansea, UK. 2007.
- [3] Zabulionis, D., Gailius, A., "Numerical Modelling Of Creep Functions Of Laminated Composites," Mechanika, Vol. 65, No. 3, pp. 5–11, 2007.
- [4] Chen, D.-L., Yang, P.-F., Lai, Y.-S., "A Review Of Three-Dimensional Viscoelastic Models With An Application To Viscoelasticity Characterization Using Nanoindentation," Elsevier, Vol. 52, No. 3, pp. 541–558, 2012.
- [5] Guedes, R. M., "Creep And Fatigue In Polymer Matrix Composites," Woodhead Publishing, Cambridge, UK, 2019.
- [6] Yen, S.-C., Williamson, F.L., "Accelerated Characterization Of Creep Response An Off-Axis Composite Material," Composites Science And Technology, Vol. 38, No. 2, pp. 103–118, 1990.
- [7] Guede, R., "Creep And Fatigue Lifetime Prediction Of Polymer Matrix Composites Based On Simple Cumulative Damage Laws," Composites Part A: Applied Science And Manufacturing, Vol. 39, No. 11, pp. 1716–1725, 2008.
- [8] Muliana, A., Nair, A., Khan, K. A., Wagner, S., "Characterization Of Thermo-Mechanical And Long-Term Behaviors Of Multi-Layered Composite Materials," Composites Science And Technology, Vol. 66, No. 15, pp. 2907–2924, 2006.
- [9] Mohan, M., Adams, DF., "Nonlinear Creep-Recovery Response Of Polymer Matrix And Its Composites," Experimental Mechanics, Vol. 25 pp. 262–271, 1985.
- [10] Muddasani, M., Sawant, S., Muliana, A., "Thermo-Viscoelastic Responses Of Multilayered Polymer Composites: Experimental And Numerical Studies," Composite Structures, Vol. 92, No. 11, pp. 2641–2652, 2010.
- [11] Katouzian, M., Bruller, O. S., Horoschenkoff, A., "On The Effect Of Temperature On The Creep Behavior Of Neat And Carbon Fiber Reinforced PEEK And Epoxy Resin," J Compos Mater, Vol. 29, no. 3, pp. 372–87, 1995.
- [12] Song, R., Muliana, A. H., Palazotto, A., "An Empirical Approach To Evaluate Creep Responses In Polymers And Polymeric Composites And Determination Of Design Stresses," Composite Structures, Vol. 148, pp. 207–223, 2016.
- [13] Muliana A., Haj-Ali, R., "Multiscale Modeling For The Long-Term Behavior Of Laminated Composite Structures," AIAA journal, Vol. 43, No. 8, pp. 1815–1822, 2005.
- [14] Hiel, C. C., Brinson, H. F., Cardon, A. H., "The Nonlinear Viscoelastic Response Of Resin Matrix Composites," Applied Science, Vol. 2, pp. 271–281, 1983.
- [15] Violette, M. G., Schapery, R., "Time-Dependent Compressive Strength Of Unidirectional Viscoelastic Composite Materials," Mechanics of Time-Dependent Materials, Vol. 6, pp. 133–145, 2002.

4- نتیجه‌گیری

در این تحقیق به مقایسه دو مدل تحلیلی ویسکوالاستیک چهار پارامتری برگر و انتگرال یگانه شپری در پیش‌بینی رفتار خزشی بلند مدت یک چندلایه کامپوزیتی شیشه / وینیل استر پرداخته شده است. در ابتدا به معرفی دو مدل ساختاری خزشی پرداخته شده است. مدل‌سازی رفتار خزشی نمونه‌های کامپوزیتی ابتدا در سطح دمایی $75^\circ F$ و سطوح تنشی ($0.2 - 0.6 \sigma_{ult}$) انجام گرفت. در سطوح تنشی ($0.4 - 0.6 \sigma_{ult}$) مدل برگر از انطباق بسیار بهتری نسبت به مدل شپری در پیش‌بینی رفتار خزشی بلند مدت نمونه‌ها برخوردار است. در مدل‌سازی مرحله ریکاوری نمونه‌ها نیز مدل برگر از دقت بسیار بهتری نسبت به مدل شپری برخوردار می‌باشد. همچنین مدل برگر در پیش‌بینی کرنش پس‌ماند خزشی از مدل ویسکوالاستیک شپری کاملاً دقت بیشتری دارد. در مجموع می‌توان بیان داشت که مدل شپری با افزایش زمان محور افقی زمان را قطع نموده و مقدار کرنش صفر را نشان می‌دهد، در حالیکه در واقعیت این گونه نیست. بنابراین به نظر می‌رسد مدل شپری مناسب تحلیل خزش در کامپوزیت‌های ترموست نمی‌باشد. در ادامه به ترتیب تحت سطوح تنشی ($0.2 - 0.6 \sigma_{ult}$) و سطوح دمایی ($75 - 150^\circ F$) مدل‌سازی رفتار خزشی نمونه‌ها صورت پذیرفت و مشاهده گردید مدل چهار پارامتری برگر از دقت بسیار بیشتری نسبت به مدل ویسکوالاستیک شپری در پیش‌بینی رفتار بلند مدت خزشی کامپوزیت‌های ترموست شیشه / وینیل استر برخوردار می‌باشد و هرچه سطح تنش و دما بالاتر باشد این دقت بیشتر نمایان می‌شود. همچنین مشخص گردید که با افزایش سطوح دما تحت تنش ثابت به ترتیب نرمی خزشی و فاکتور تخریب و نرخ خزشی افزایش و مدول خزشی قطعات کاهش می‌یابد. همچنین مشخص گردید که پارامترهای مدل چهار پارامتری برگر با تغییر سطح تنش یا دما دچار تغییر می‌شود، که معادلات حاکم بر این تغییرات در هر مرحله بطور جداگانه برای کامپوزیت شیشه / وینیل استر محاسبه و ارائه شد.

5- فهرست علائم

ضریب فنر المان ماکسول (MPa)	E_1
ضریب فنر المان کلوین (MPa)	E_2
زمان (seconds)	t
دما ($^\circ F$)	T
ضریب ویسکوز المان کلوین ($MPa \cdot sec$)	η_2
ضریب ویسکوز المان ماکسول ($MPa \cdot sec$)	η_3
تنش (MPa)	σ
کرنش	ϵ
نهایی	ult
خزش	cr

علائم یونانی

زیرنویس‌ها

- And Twisting Loadings,” *International Journal For Numerical Methods In Engineering*, Vol. 40, No. 22, pp. 4225–4238, 1997.
- [32] Scott, D. W., Zureick, A.-H., “Compression Creep Of a Pultruded E-Glass/Vinylester Composite,” *Composites Science and Technology*, Vol. 58, No. 8, pp. 1361–1369, 1998.
- [33] Hosseinpour, K., Ghasemi, A. R., “Thermal Variations Of Thermo-Mechanical Loading Effects On Creep Stress And Strain Distribution In Multi-layered Composite Cylinder,” *Mechanics Of Advanced Composite Structures*, Vol. 9, No. 1, pp. 115–123, 2022.
- [34] Zhang, S. Y., Xiang, X. Y., “Creep Characterization Of a Fiber Reinforced Plastic Material,” *Journal of Reinforced Plastics And Composites*, Vol. 11, No. 10, pp. 1187–1194, 1992.
- [35] Harper, B., Weitsman, Y., “Characterization Method For a Class Of Thermorheologically Complex Materials,” *Journal of Rheology*, Vol. 29, No. 1, pp. 49–66, 1985.
- [36] Lou, Y., Schapery, R. A., “Viscoelastic Characterization Of a Nonlinear Fiber-Reinforced Plastic,” *Journal of Composite Materials*, Vol. 5, No. 2, pp. 208–234, 1971.
- [37] Papanicolaou, G. C., Xepapadaki, A., Abirama, G., Jiga, G., “Viscoelastic Characterization Of a Glass-Epoxy Composite,” *Materiale Plastice*, Vol. 45, No. 3, pp. 221–227, 2008.
- [38] Findley, W. N., Davis, F. A., “Creep And Relaxation Of Nonlinear Viscoelastic Materials,” Courier Corporation, New York, 2013.
- [16] Jain, R., Goswamy, S., Asthana, K., “A Study Of The Effect Of Natural Weathering On The Creep Behaviour Of Glass Fibre-Reinforced Polyester Laminates,” *Polymer Composites*, Vol. 10, No. 1, pp. 39–43, 1979.
- [17] Faraz, M., Besseling, N., Korobko, A., Picken, S., “Characterization And Modeling Of Creep Behavior Of a Thermoset Nanocomposite,” *Polymer Composites*, Vol. 36, No. 2, pp. 322–329, 2015.
- [18] Dezulier, Q., Clement, A., Davies, P., Jacquemin, F. J., Arhant, M., Flageul, B., “Characterization And Modelling Of The Hygro-Viscoelastic Behaviour Of Polymer-Based Composites Used In Marine Environment,” *Philosophical Transactions Of The Royal Society A*, Vol. 381, No. 2240, p.p 20210221, 2023.
- [19] Ornaghi, H. L., Almeida, J. H. S., Monticeli, F. M., Neves, R. M., Cioffi, M. O. H., “Time-Temperature Behavior Of Carbon/Epoxy Laminates Under Creep Loading,” *Mechanics Of Time-Dependent Materials*, Vol. 25, pp. 601–615, 2021.
- [20] Jia, Y., Jiang, Z. M., Gong, X. L., Zhang, Z., “Creep Of Thermoplastic Polyurethane Reinforced With Ozone Functionalized Carbon Nanotubes,” *Express Polymer Letters*, Vol. 6, No. 9, p.p 750–758, 2012.
- [21] Mosiewicki, M. A., Marcovich, N. E., Aranguren, M. I., “Creep Behavior Of Wood Flour Composites Made From Linseed Oil-Based Polyester Thermosets,” *Journal Of Applied Polymer Science*, Vol. 121, No. 5, pp. 2626–2633, 2011.
- [22] Sun, T., Yu, C., Yang, W., Zhong, J., Xu, Q., “Experimental And Numerical Research On The Nonlinear Creep Response Of Polymeric Composites Under Humid Environments,” *Composite Structures*, Vol. 251, pp. 112673, 2020.
- [23] Papanicolaou, G., Xepapadaki, A., Tagaris, G., “Effect Of Thermal Shock Cycling On The Creep Behavior Of Glass-Epoxy Composites,” *Composite Structures*, Vol. 88, No. 3, pp. 436–442, 2009.
- [24] Berardi, V. P., Perrella, M., Armentani, E., Cricri, G., “Experimental Investigation And Numerical Modeling Of Creep Response Of Glass Fiber Reinforced Polymer Composites,” *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, Vol. 44, No. 4, pp. 1085–1095, 2021.
- [25] Brauner, C., Herrmann, A. S., Niemeier, P. M., Schubert, K., “Analysis Of The Non-Linear Load And Temperature-Dependent Creep Behaviour Of Thermoplastic Composite Materials,” *Journal Of Thermoplastic Composite Materials*, Vol. 30, No. 3, pp. 302–317, 2017.
- [26] Zhao, L., Wei, Y., Zhang, G. W., Xi, F., “Short-Term Creep Properties And Creep Model Of Wood-Plastic Composites,” *Polymer Composites*, Vol. 43, No. 2, pp. 924–933, 2022.
- [27] Xu, Y., Wu, Q., Lei, Y., Yao, F., “Creep Behavior Of Bagasse Fiber Reinforced Polymer Composites,” *Bioresource Technology*, Vol. 101, No. 9, pp. 3280–3286, 2010.
- [28] Georgiopoulos, P., Kontou, E., Christopoulos, A., “Short-Term Creep Behavior Of a Biodegradable Polymer Reinforced With Wood-Fibers,” *Composites Part B: Engineering*, Vol. 80, pp. 134–144, 2015.
- [29] Yi, S., Hilton, H. H., Ahmad, M. F., “Nonlinear Thermo-Viscoelastic Analysis Of Interlaminar Stresses In Laminated Composites,” *Journal Of Applied Mechanics*, Vol. 63, No. 1, pp. 218–224, 1996.
- [30] Yi, S., Ahmad, M. F., Hilton, H. H. “Nonlinear Viscoelastic Stress Singularities Near Free Edges Of Unsymmetrically Laminated Composites,” *International Journal Of Solids And Structures*, Vol. 35, No. 24, pp. 3221–3237, 1998.
- [31] Yi, S., “Finite Element Analysis Of Free Edge Stresses In Non-Linear Viscoelastic Composites Under Uniaxial Extension, Bending



بررسی خواص مکانیکی و متالورژیکی نمونه‌های کامپوزیت فلزی Al6061/SiC حاصل از ریخته‌گری فراصوتی

امیرحسین مقیمی¹، رضوان عابدینی^{2*}

1- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران

2- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت، تهران

* تهران، صندوق پستی 16846-13114، rezvanabedini@iust.ac.ir

چکیده

اطلاعات مقاله:

با رشد روز افزون استفاده از کامپوزیت‌های پایه فلزی در صنایع پیشرفته، روش‌های مختلف ساخت قطعات از جنس این کامپوزیت‌ها بیش از پیش مورد توجه قرار گرفته است. یکی از این روش‌ها استفاده از فناوری فراصوت توان بالا در فرایند ریخته‌گری می‌باشد. بدین منظور در پژوهش حاضر اثر اعمال ارتعاشات فراصوتی بر ریخته‌گری آلیاژ آلومینیوم 6061 (Al6061) و کامپوزیت فلزی پایه آلومینیوم 6061 تقویت شده با میکروذرات کاربید سیلیسیوم (Al6061/SiC) مورد بررسی قرار گرفته است. فرایند ریخته‌گری در دو حالت با و بدون اعمال ارتعاشات فراصوتی برای دو ماده ذکر شده انجام و اثر زمان اعمال ارتعاشات فراصوتی (1 و 2 دقیقه) بر پارامترهای خروجی فرایند شامل سختی و استحکام فشاری و اندازه دانه و توزیع اندازه ذرات تقویتی SiC ارزیابی شد. در عین حال در آزمون‌های مختلف اثر ذرات تقویت کننده (SiC) و اعمال ارتعاشات فراصوتی به طور مستقل نیز مورد توجه قرار گرفت. نتایج نشان داد در هر دو نمونه آلومینیوم پایه و کامپوزیت آلومینیوم-کاربید سیلیسیوم اعمال ارتعاشات فراصوتی موجب ایجاد ساختار ریزدانه در ریخته‌گری شده (تا 57.8 درصد کاهش اندازه دانه) و در نتیجه سختی (تا 37.7 درصد) و استحکام فشاری (تا 12.8 درصد) نمونه افزایش یافته است. همچنین در نمونه‌های کامپوزیت (Al6061/SiC) اعمال ارتعاشات فراصوتی موجب توزیع ریزتر و یکنواخت تر ذرات SiC در ماده پایه آلومینیوم شده است. این پدیده‌ها به اثر کاویتاسیون و جریان فراصوتی در مذاب نسبت داده شدند.

دریافت: 1404/05/27

پذیرش: 1405/01/29

کلیدواژگان

ریخته‌گری فراصوتی، کاویتاسیون، کامپوزیت زمینه فلزی، Al6061/SiC، استحکام فشاری

Investigation of mechanical and metallurgical properties of Al6061/sic metal matrix composite obtained by ultrasonic casting

Amir Hosain Moghimi¹, Rezvan Abedini^{1*}

1- School of Mechanical Engineering, Iran University of Science and Technology, Tehran, Iran

* P.O.B. 16846-13114, Tehran, Iran, rezvanabedini@iust.ac.ir

Keywords

Ultrasonic casting,
Cavitation,
Al6061/SiC,
Metal Matrix Composite (MMC),
Compressive strength

Abstract

As Metal Matrix Composites (MMC) are increasingly used in advanced industries, various manufacturing methods for parts made from these materials have attracted growing attention. One such method is the use of high-power ultrasound during the casting process. This study investigates the effect of ultrasonic vibrations during the casting of aluminum alloy 6061 (Al6061) and Al6061/SiC metal matrix composites. Casting was performed in two modes (with and without ultrasonic vibrations) for both materials, and the effect of ultrasonic time (1 and 2 minutes) on output parameters—including hardness, compressive strength, grain size, and the size distribution of SiC reinforcing particles—was evaluated. Additionally, the independent effects of the SiC reinforcement and ultrasonic vibrations were examined in separate tests. Results show that for both Al6061 and Al6061/SiC composite, applying ultrasonic vibrations produced a finer-grained structure in the casting, with grain-size reductions of up to 57.8%. Consequently, hardness increased by up to 37.7% and compressive strength by up to 12.8%. Moreover, in the composites, ultrasonic vibrations yielded a finer and more uniform distribution of SiC particles within the aluminum matrix. These effects are attributed to cavitation and ultrasonic streaming in the metal melt.

1- مقدمه

ساخت بسیاری از قطعات در صنایع پیشرفته امروز بدل نموده است. با این وجود نواقصی در روش‌های ریخته‌گری وجود دارد که با وجود ابزارهای مختلف راهکار جامعی برای رفع آن‌ها وجود ندارد. مهمترین این معایب ایجاد تخلخل

ریخته‌گری یکی از قدیمی‌ترین فرایندهای ساخت و تولید در زندگی بشر می‌باشد. اما مزایای این فرایند در ساخت قطعات پیچیده، آن را به گزینه اصلی

Please cite this article using:

برای ارجاع به مقاله از عبارت زیر استفاده کنید:

Moghimi, A. H., Abedini, R., "Investigation of mechanical and metallurgical properties of Al6061/SiC metal matrix composite obtained by ultrasonic casting," In Persian, Journal of Science and Technology of Composites, Vol. 12, No. 3, pp. 2823-2830, 2026.
https://doi.org/10.22068/jstc.2025.2067571.1932

و توزیع بهتر ذرات تقویتی در اثر اعمال ارتعاشات فراصوتی نسبت داده شده است [16]. بایپای و همکاران [17] پدیده‌های کاویتاسیون و جریان فراصوتی را دو عامل مهم شکستن دسته‌های نانوذره SiC در ریخته‌گری فراصوتی آلیاژ Al7075 معرفی کردند. این عامل موجب بهبود استحکام کششی نمونه حاصل از عملیات ریخته‌گری فراصوتی شده است.

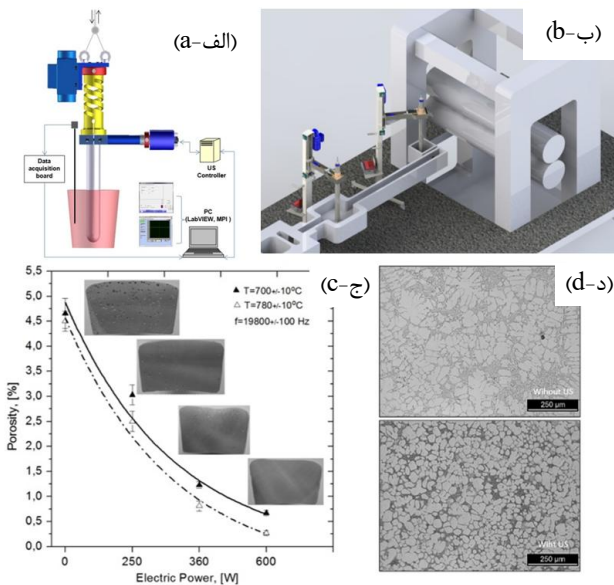


Fig. 1 a) Laboratory setup for vibratory and ultrasonic melt processing, b) Industrial conceptual design of continuous ultrasonic casting, c) Effect of ultrasonic power on porosity content in aluminum casting, and d) Dendritic structure (without ultrasound) and spherical fine grain structure (resulting from ultrasound processing)

شکل 1 الف) چیدمان آزمایشگاهی اعمال ارتعاشات فراصوتی و مکانیکی به طور همزمان، ب) طرح مفهومی صنعتی فرایند ریخته‌گری فراصوتی پیوسته، ج) اثر توان فراصوت بر درصد تخلخل در ریخته‌گری آلومینیوم و د) ساختار دندریتی (بدون فراصوت) و ساختار ریزدانه کروی (حاصل از فراصوت)

یکی از مسائل مهم در ریخته‌گری فراصوتی ایجاد نواحی گره و شکم ارتعاشی در حجم مذاب است، این باعث می‌شود در مواردی بخشی از مایع بیشتر و بخشی دیگر کمتر تحت پردازش فراصوتی قرار گیرند و اثر فراصوتی در موقعیت‌های مختلف قطعات بزرگ یکنواخت نباشد. در این موارد از روش استفاده از چند مود ارتعاشی و یا تغییر فرکانس (حول فرکانس رزونانس) استفاده شده است. پوگا و همکاران از فناوری جدید ارتعاشات چند فرکانس، چند مود و مدوله شده⁶ در فرایند ریخته‌گری استفاده نمودند (شکل 1-الف). نتایج آن‌ها نشان داد اعمال فراصوت تشکیل دانه‌های کروی کوچک Al- α را گسترش، اندازه و مورفولوژی ترکیبات بین فلزی را تغییر داده و آن‌ها را به‌طور یکنواخت در سراسر قطعات ریخته‌گری توزیع کرد [18]. آن‌ها همچنین اثر دمای مذاب بر تاثیرگذاری فراصوت را در ریخته‌گری کامپوزیت Al-Mg-Mn/Al-5Ti-1B مورد بررسی قرار دادند. نتایج نشان داد افزایش دمای مذاب تحت پردازش از 670 به 700 درجه سانتیگراد، موجب کاهش تاثیرگذاری فراصوت با هدف ریزدانه کردن میکروساختار حاصل شده است [19]. پراگاتی و همکاران نیز ریزدانه شدن Al- α را در ریخته‌گری

در ساختار قطعات، ایجاد ساختار درشت دانه و دندریتی و استحکام پایینتر قطعات حاصل از ریخته‌گری نسبت به فرایندهایی نظیر فورج می‌باشد. برای رفع این مشکلات فرایندهای ریخته‌گری با فناوری‌های نوین ترکیب شده‌اند. روش‌های مختلفی برای گاززدایی در فرایند ریخته‌گری از قبیل تزریق گاز خنثی و یا اعمال ارتعاشات فراصوتی توان بالا (مکانیکی)، استفاده از نمک‌های گاززدا (شیمیایی) و کاهش فشار و انجام ریخته‌گری در خلا (فیزیکی) و [1] و [2].

راهکار دیگر در جهت ارتقای کیفیت و عملکرد قطعات، تولید کامپوزیت‌های پایه پلیمری و فلزی¹ با قابلیت‌های استحکام و عمر بالا می‌باشد [3]. برای تولید کامپوزیت‌های پایه فلزی از روش‌های مختلفی مانند ریخته‌گری [4]، ساخت افزایشی [5] و آلیاژسازی اصطکاکی اغتشاشی² (FSA) [6] استفاده می‌شود. در سال‌های اخیر ساخت افزودنی کامپوزیت‌های پایه فلزی و پلیمری مورد توجه قرار گرفته است. در ساخت افزایشی کامپوزیت پایه پلیمری با اضافه کردن ذرات مس به پلیمر پایه PP در عملیات لایه نشانی مایع³ (LDM) می‌توان به خواص استحکامی بالاتری دست یافت [5].

استفاده از فناوری فراصوت توان بالا امروزه در بسیاری از حوزه‌های ساخت و تولید اعم از شکل‌دهی [7] و [8] ماشینکاری [9] و اتصال‌دهی [10] گسترش یافته است. در سال‌های اخیر از این فناوری برای پخش کردن ذرات با اهداف خاص در انواع کامپوزیت‌های پایه پلیمری [11] و پایه فلزی [12] استفاده شده است. اعمال ارتعاشات توان بالای فراصوتی در فرایند ریخته‌گری آلیاژها و کامپوزیت‌های پایه فلزی به ریخته‌گری فراصوتی⁴ معروف است. در عملیات ریخته‌گری فراصوتی اعمال ارتعاشات مکانیکی فرکانس بالا موجب ایجاد پدیده کاویتاسیون⁵ و جریان فراصوتی⁶ شده که به هم پیوستن گازهای محلول در مذاب و بالا آمدن آنها حین فرایند انجماد را در پی دارد [13]. دو پدیده مهم یاد شده موجب اثرات فیزیکی و شیمیایی در محیط مایعات شده و در عملیات ریخته‌گری نیز هرکدام نتایج بهبوددهنده شامل کاهش تخلخل و افزایش چگالی، ریزدانه شدن، شکست ساختار دندریتی و توزیع یکنواخت ذرات تقویتی را در پی دارند. در ادامه به نتایج تحقیقات محققان در این باره اشاره شده است. ژیان و همکاران اثر فراصوت را در ریخته‌گری آلیاژ A356 مورد بررسی قرار دادند. نتایج نشان داد اعمال ارتعاشات فراصوتی موجب شکست ساختار دندریتی متداول و دستیابی به ساختار با دانه‌های کروی ریز شده است. در عین حال هسته‌زایی ناهمگن⁷ ناشی از کاویتاسیون، نقش مهم‌تری نسبت به تکه‌تکه شدن دندریت در تشکیل دانه‌های کروی ایفا می‌کند [14]. کومار و همکاران کامپوزیت Al6061 با ذرات تقویتی نانو SiC، BN و گرافن را به دو روش هم‌زدن معمولی و ترکیب فراصوت و هم‌زدن انجام دادند. نتایج نشان داده است اعمال ارتعاشات فراصوتی موجب پراکندگی یکنواخت تر ذرات تقویتی شده است. این مساله موجب افزایش زیاد استحکام نهایی (تا 143 درصد افزایش)، استحکام خمشی (تا 116 درصد افزایش) و سختی (تا 105 درصد افزایش) نسبت به نمونه با هم‌زدن معمولی شده است [15]. ادیسی و مراد استفاده از میکروذرات تقویتی SiC (متوسط اندازه 40 میکرومتر) را در ریخته‌گری آلومینیوم به روش متداول و فراصوتی با درصد وزنی 3، 5، 8 و 10 برای ذرات تقویتی انجام دادند. افزایش درصد وزنی ذرات تقویتی موجب افزایش سختی و استحکام نمونه شده است. اعمال ارتعاشات فراصوتی مستقل از مقدار درصد‌های وزنی موجب افزایش سختی و استحکام شده است. این نتیجه به کاهش تخلخل

⁵ Cavitation

⁶ Acoustic Streaming

⁷ Cavitations-induced heterogeneous nucleation

⁸ Multifrequency, Multimode, Modulated Sonic & Ultrasonic Vibrations (MMM)

¹ Metal Matrix Composites (MMC)

² Friction Stir Alloying (FSA)

³ Liquid Deposition Modeling (LDM)

⁴ Ultrasonic Casting

فرکانس رزونانس مجموعه ارتعاشی بیش از 1 کیلوهرتز افت می‌نماید، مجموعه فراصوتی در دمای محیط دارای فرکانس نزدیک به 21 کیلوهرتز داشته است و با ورود هورن به درون مذاب و همدم شدن مجموعه، فرکانس رزونانس به حدود 19800 هرتز کاهش می‌یابد. با توجه به فرسایش هورن، در طول آزمون، سطح روی هورن و کف هورن ماشینکاری شد تا اثرات آلومینیوم و ذرات تیتانیوم با اتصال ضعیف از روی سطح هورن زدوده شوند.

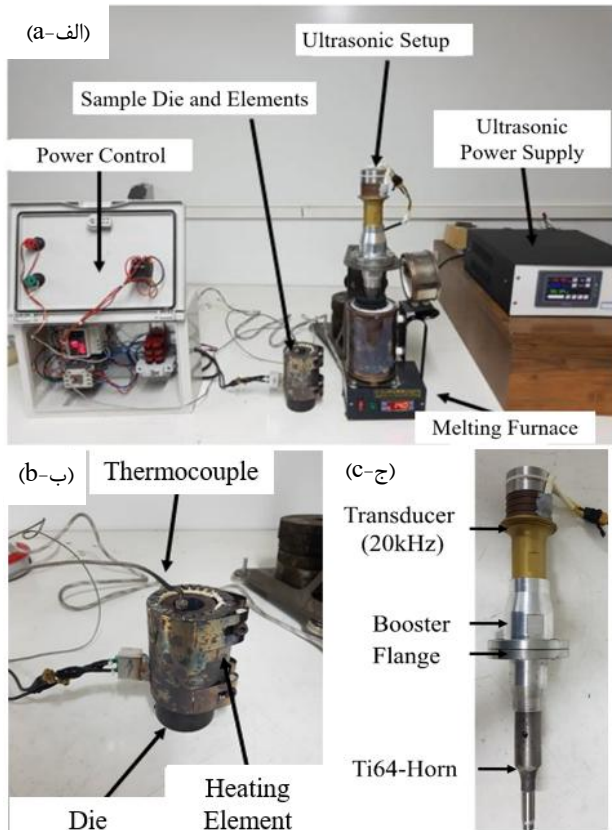


Fig. 2 a) Ultrasonic setup, power supply, casting mold and element, melting furnace, mold temperature control panel, b) Molding Die, and c) Ultrasonic system: transducer, booster, and horn.

شکل 2 الف) چیدمان فراصوت، منبع تغذیه، قالب ریخته‌گری و المنت قالب، کوره ذوب، تابلو برق کنترل دمای قالب، ب) قالب ریخته‌گری و ج) مجموعه ارتعاشی فراصوت شامل ترانسدیوسر، بوستر و هورن

جدول 1 پارامترهای فرایند ریخته‌گری فراصوتی کامپوزیت Al6061/SiC

Table 1 Ultrasonic casting process parameters of Al6061/SiC composite

پارامتر	مقدار	واحد
بیشینه دمای کاری کوره	950	درجه سانتیگراد
دمای ذوب‌ریزی (پیش گرم قالب)	300	درجه سانتیگراد
دمای ذوب آلومینیوم 6061	650	درجه سانتیگراد
مقدار پودر SiC	2	درصد وزنی
زمان هم زدن مذاب با SiC	1	دقیقه
زمان اعمال فراصوت (نمونه‌های با فراصوت)	1 و 2	دقیقه
فرکانس دستگاه فراصوت	19-21	کیلوهرتز
دامنه ارتعاش دستگاه فراصوت	50	میکرومتر
سرعت فک دستگاه آزمون فشار	1	میلی‌متر در دقیقه

فراصوتی Al-SiC گزارش کردند که منجر به افزایش در حدود 65 درصدی سختی و استحکام شده است [20]. این فناوری یک نوآوری مهم در تحقیقات ریخته‌گری ایجاد نمود و به کاربرد صنعتی ریخته‌گری فراصوتی منجر شده است. شکل 1-ب طرح مفهومی صنعتی فرایند ریخته‌گری فراصوتی پیوسته را نشان داده است. مجموعه فراصوتی اول برای گازدایی و مجموعه فراصوتی دوم برای ریزدانه نمودن مذاب قبل از انجماد استفاده شده است [21]. شکل 1-ج نشان داده است با افزایش توان ارتعاشات فراصوتی در فرکانس 20kHz و دماهای 700 و 780 درجه سانتیگراد در ریخته‌گری آلیاژ آلومینیوم، مقدار تخلخل کاهش یافته است. در عین حال اعمال ارتعاشات فراصوتی در همین آلیاژ موجب تغییر ساختار دندریتی به ساختار دانه‌های کروی ریز شده است (شکل 1-د).

با توجه به نتایج تحقیقات بیان شده در پژوهش حاضر اثر دو عامل مهم شامل ذرات تقویت کننده از جنس SiC و اعمال ارتعاشات فراصوتی بر خصوصیات مکانیکی و متالورژیکی قطعات حاصل از ریخته‌گری مورد بررسی قرار خواهد گرفت. بدین منظور چیدمان ریخته‌گری فراصوتی شامل مجموعه ارتعاشی فراصوتی 20 کیلوهرتز و کوره و قالب ریخته‌گری آماده سازی شده است. آزمون‌ها در دو حالت بدون و با اعمال ارتعاشات فراصوتی انجام می‌شوند. همچنین اثر زمان اعمال ارتعاشات فراصوت (1 و 2 دقیقه) نیز بر بهبود خواص مورد توجه قرار گرفته است. برای ارزیابی مکانیکی آزمون سختی سنجی ویکرز و آزمون فشار و برای ارزیابی میکروساختاری نمونه‌های حاصل آزمون تصویربرداری نوری و تصویربرداری الکترونی مد نظر قرار گرفته است. در تصویربرداری نوری اندازه دانه در حالت‌های مختلف با هم مقایسه شده اند. همچنین در تصویربرداری میکروسکوپ الکترونی، اندازه و توزیع ذرات تقویتی SiC مورد بررسی قرار گرفته است.

2- روش تحقیق

2-1- عملیات ریخته‌گری فراصوتی و ساخت نمونه

عملیات ریخته‌گری به کمک ارتعاشات توان بالای فراصوتی بر روی دو ماده آلومینیوم پایه Al6061 و کامپوزیت فلزی Al6061/SiC انجام گرفت. برای تولید کامپوزیت فلزی از پودر SiC با متوسط اندازه ذرات 10 میکرون به مقدار 2 درصد وزنی استفاده گردید. شکل 2 چیدمان فرایند ریخته‌گری فراصوتی شامل کوره ذوب، مجموعه فراصوتی، قالب ریخته‌گری و پنل کنترل دما را نشان داده است. در عملیات ریخته‌گری ابتدا ماده خام آلومینیوم در کوره ذوب قرار گرفت، با افزایش دما نمونه ذوب شده و آماده اعمال ارتعاشات توان بالای فراصوتی شد. در نمونه‌های کامپوزیت، در کنار ماده خام آلومینیوم پودر نیز درون کوره ذوب ریخته شد. برای اطمینان از عدم به هم چسبیدن ذرات پودر، توسط یک میله گرافیتی در حدود 1 دقیقه ذوب به هم زده شد. پس از اجرای عملیات ماده مذاب در قالب ریخته‌گری از جنس فولاد ریخته شد تا قطعه نهایی را ایجاد نماید (شکل 2-ب). برای اجتناب از سریع سرد شدن مذاب به محض ورود به قالب، از یک قلاف حرارتی سرامیکی به دور قالب فولادی استفاده شد. برای اعمال ارتعاشات توان بالای فراصوتی از مبدل فراصوتی با فرکانس 20 کیلوهرتز و توان نامی 1 کیلووات و هورن از جنس تیتانیوم گرید 5 (Ti-6Al-4V) استفاده شد (شکل 2-ج). برق شهر توسط منبع تغذیه فراصوتی به فرکانس 20 کیلو هرتز تبدیل شده و توسط مبدل ارتعاشی به ارتعاشات مکانیکی در حدود 50 میکرومتر در انتهای هورن تبدیل می‌شود. عامل افزایش دما (از 20 درجه به حدود 800 درجه سانتیگراد) تاثیر قابل ملاحظه‌ای بر خواص الاستیک و آکوستیکی هورن دارد. بدین واسطه در اثر دمای زیاد

البته افزایش زمان پردازش فراصوتی، مقدار سختی آلومینیوم پایه و کامپوزیت Al6061/SiC افزایش یافته است. برای نمونه‌های آلومینیوم آلیاژی خالص، از نتایج جدول 2 مشاهده می‌شود، اعمال فراصوت به مدت 1 دقیقه موجب افزایش 14.7٪ در میانگین سختی نسبت به نمونه آلیاژ آلومینیوم پایه شد. با افزایش زمان فراصوت به 2 دقیقه، بهبود سختی به 19.0٪ رسید. در نمونه‌های آلومینیوم کامپوزیتی Al6061/SiC به مقدار 26.3 درصد سختی بالاتری نسبت به نمونه آلیاژ آلومینیوم پایه حاصل شده است. ملاحظه می‌شود به طور مشخص حضور ذرات تقویتی SiC به طور متوسط موجب 18 درصد افزایش سختی قطعات گردیده است. با اعمال ارتعاشات فراصوتی به ترتیب در زمان 1 و 2 دقیقه در ریخته‌گری آلومینیوم کامپوزیت، به ترتیب افزایش سختی معادل 28.8 و 37.7 درصد نسبت به آلیاژ آلومینیوم پایه و افزایش سختی معادل 2 و 9 درصد نسبت به نمونه کامپوزیت آلومینیوم Al6061/SiC حاصل شده است. این بهبود مقدار سختی می‌تواند ناشی از مکانیسم‌های ریزدانه‌شدن ساختار، کاهش مقدار تخلخل و توزیع یکنواخت‌تر ذرات تقویتی باشد. بیشترین سختی در نمونه کامپوزیت Al6061/SiC با اعمال ارتعاشات فراصوتی به مدت 2 دقیقه برابر با HV 93.2 مشاهده شد.

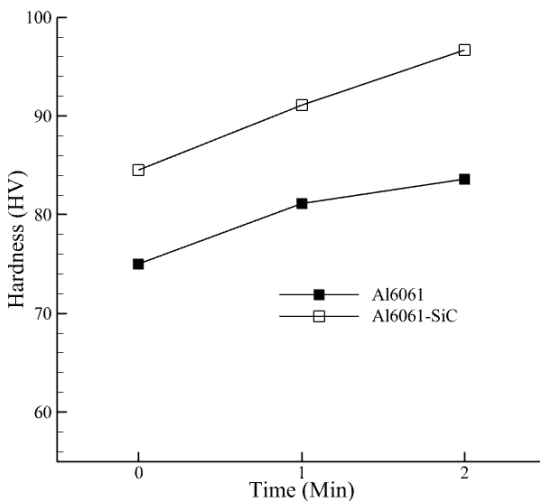


Fig. 3 Effect of ultrasonic time on the average hardness of ultrasonic melt processing samples

شکل 3 اثر زمان اعمال فراصوتی بر متوسط سختی نمونه‌های ریخته‌گری فراصوتی

2-2- اندازه دانه

براساس تصاویر مختلف در مقیاس 10 و 20 میکرومتر، متوسط اندازه در نمونه‌ها تعیین شده است. شکل 4 تصویر میکروسکوپ نوری نمونه‌های آلومینیوم پایه (Al6061) و کامپوزیت فلزی (Al6061/SiC) با مقیاس 20 میکرومتر را نشان داده است. براساس داده‌های پردازش شکل 5 نمودار تغییر اندازه دانه برحسب زمان اعمال ارتعاشات فراصوتی در نمونه آلومینیوم پایه (Al6061) و کامپوزیت آلومینیوم (Al6061/SiC) را نشان داده است. از نتایج ملاحظه می‌شود هر دو عامل اضافه نمودن ذرات تقویتی و اعمال ارتعاشات فراصوتی موجب کاهش اندازه دانه شده‌اند. در آزمون‌های بدون اعمال ارتعاشات فراصوتی، میانگین اندازه دانه در آلومینیوم تقویت شده با SiC (37 میکرومتر) کمتر از آلومینیوم پایه (45 میکرومتر) است که بیانگر تاثیر مستقل افزودن ذرات تقویت کننده SiC بر ریزدانه شدن ساختار آلومینیوم پایه Al6061 (کاهش 18 درصدی اندازه دانه) است. این امر احتمالاً به دلیل نقش ذرات SiC به عنوان مانع در برابر رشد دانه‌ها است [15 و 22].

پس از پایان فرایند ریخته‌گری، نمونه‌های حاصل از عملیات ابتدا تراشکاری شده و نمونه استوانه‌ای آزمون فشار و نمونه مناسب برای مانع و تهیه تصویربرداری نوری و میکروسکوپ الکترونی (SEM) از آن استخراج شد. جدول 1 به طور خلاصه پارامترهای فرایند ریخته‌گری فراصوتی کامپوزیت Al6061/SiC را ارائه نموده است.

2-2- ارزیابی مکانیکی و متالورژیکی نمونه‌ها

برای ارزیابی خواص مکانیکی نمونه‌های حاصل دو آزمون (1) سختی ویکرز و (2) آزمون فشار انجام گرفته است. در آزمون سختی سنجی، سختی سطح نمونه استوانه‌ای و سختی سطح نمونه مانع شده در دو مرحله اندازه‌گیری و متوسط سختی در جدول 2 ذکر شده است. در آزمون فشار نمونه استوانه‌ای به قطر 16.8 و طول 25 میلیمتر (نسبت طول به قطر 1.5) از قطعه حاصل از فرایند ریخته‌گری فراصوتی ساخته شد. برای آزمون فشار از دستگاه پرس زوئیک 25 تن با سرعت حرکت فک در حدود 1 میلیمتر بر دقیقه استفاده شد. برای اندازه‌گیری تغییرات اندازه دانه، از پردازش تصویر حاصل از میکروسکوپ نوری در دو مقیاس 20 و 50 میکرون بهره گرفته شد. اندازه‌گیری دانه براساس استاندارد ASTM E112 انجام شد. در این روش یک خط از روی تصویر نمونه رسم می‌شود و تعداد مرزهای دارای تلاقی با خط شمارش شده و در نهایت اندازه دانه براساس روابط تعیین می‌شوند. همچنین برای بررسی پراکندگی و اندازه ذرات و توزیع عناصر از دستگاه میکروسکوپ الکترون روبشی (SEM) استفاده گردید.

3- نتیجه و بحث

در بخش نتایج پارامترهای خروجی عملیات ریخته‌گری فراصوتی شامل سختی، اندازه دانه، استحکام فشاری و توزیع ذرات تقویتی SiC در فاز زمینه فلزی Al6061 مورد بررسی قرار گرفته‌اند. جدول 2 به طور خلاصه نتایج آزمون سختی و اندازه دانه و درصد افزایش/کاهش سختی و اندازه دانه را در نمونه‌های مختلف آزمون نشان داده است.

جدول 2 اثر ذرات تقویتی (SiC) و زمان اعمال فراصوت بر میانگین اندازه دانه در ریخته‌گری آلومینیوم Al6061

Table 2 Effect of SiC and ultrasonication time on the average grain size in Al6061 castings

نمونه	افزایش سختی (درصد)		کاهش اندازه دانه (درصد)	
	سختی	سختی	اندازه دانه	اندازه دانه
Al6061(پایه)	67.6	-	45	-
Al6061+UT1MIN	77.6	14.7	29	35
Al6061+UT2MIN	80.5	19.0	23.5	47
Al6061+SiC	85.5	26.3	37	17.8
Al6061+SiC+UT1MIN	87.2	28.8	23	48.9
Al6061+SiC+UT2MIN	93.2	37.7	19	57.8

1-1- سختی

شکل 3 اثر ذرات تقویتی، اعمال ارتعاشات فراصوتی و زمان آن را بر سختی نمونه‌های آلومینیوم پایه و کامپوزیت Al6061/SiC را نشان داده است. به طور کلی ملاحظه می‌شود اضافه نمودن ذرات SiC به طور قابل ملاحظه سختی آلومینیوم پایه را افزایش داده است. همچنین با اعمال ارتعاشات فراصوتی و

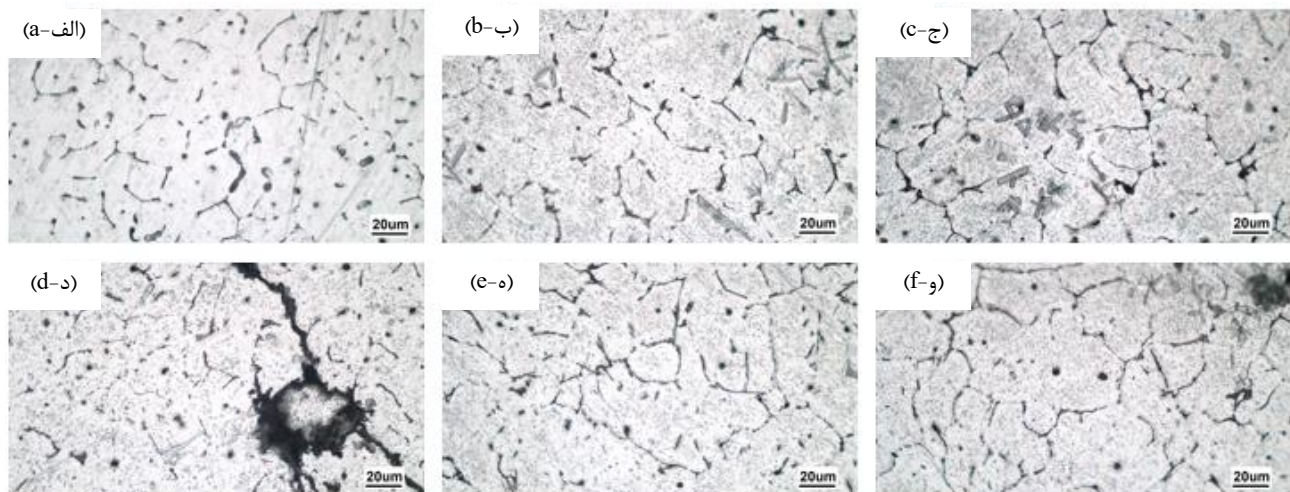


Fig. 4 Optical microscope images of samples at 20 μm scale: a) Al6061, b) Al6061+UT1min, c) Al6061+UT2min, d) Al6061/SiC, e) Al6061/SiC+UT1min, f) Al6061/SiC+UT2min

شکل 4 تصاویر میکروسکوپ نوری نمونه‌ها با مقیاس 20 میکرومتر: (الف) Al6061، (ب) Al6061+UT1min، (ج) Al6061+UT2min، (د) Al6061/SiC، (ه) Al6061/SiC+UT1min، (و) Al6061/SiC+UT2min

نوبه خود موجب افزایش استحکام قطعات گردیده است (براساس قانون هال-پیچ). شکل 7 الف و ب، به ترتیب، نمودار نتایج آزمون فشار نمونه‌های آلومینیوم پایه (Al6061) و نمونه‌های آلومینیوم با 1 و 2 دقیقه پردازش فراصوتی (Al6061-UT-1 و Al6061-UT-2) را نمایش داده‌اند. از شکل 7-الف ملاحظه می‌شود اعمال ارتعاش فراصوتی به طور متوسط موجب 8 درصد افزایش استحکام فشاری نمونه آلومینیوم پایه (Al6061) شده است. اما به نظر می‌رسد زمان تاثیر قابل توجهی بر استحکام فشاری نمونه نداشته است. شکل 7-ب نمودار نتایج آزمون فشار نمونه‌های کامپوزیت آلومینیوم Al6061-SiC و اثر پردازش فراصوتی در زمان 1 و 2 دقیقه (Al6061-SiC-UT-1 و Al6061-SiC-UT-2) را نشان داده است. در نمونه‌های کامپوزیت آلومینیوم (مشابه نمونه‌های آلومینیوم پایه) اعمال ارتعاشات فراصوتی موجب افزایش استحکام فشاری نمونه‌ها شده است. در عین حال افزایش زمان پردازش در 1 و 2 دقیقه در این نمونه‌ها به ترتیب باعث افزایش متوسط 9.7 و 12.8 درصدی استحکام فشاری نسبت به نمونه ریخته‌گری بدون فراصوت شده است. هرچند تاثیر آن از اثر اعمال یا عدم اعمال فراصوت کمتر بوده است.

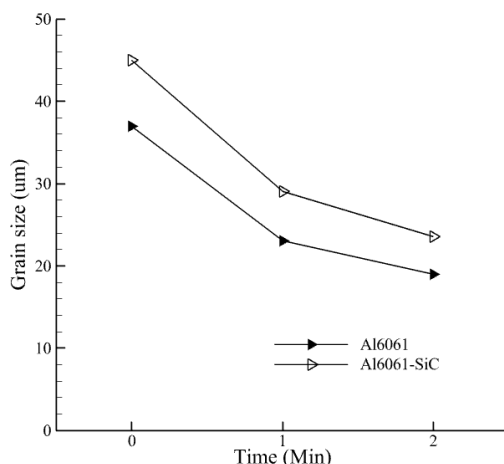


Fig. 5 Effect of ultrasonic vibration (UT) and process time (1 and 2 minutes) on the compressive strength of (a) Al6061 and (b) Al6061/SiC MMC

شکل 5 تغییر اندازه دانه برحسب زمان اعمال ارتعاشات فراصوتی در نمونه آلومینیوم (Al6061) و کامپوزیت فلزی (Al6061/SiC)

در نمونه‌های بدون ذرات تقویتی، نمونه با دو دقیقه اعمال ارتعاشات فراصوتی، میانگین 23.5 میکرومتر در مقایسه با 45 میکرومتر نمونه آلومینیوم پایه (کاهش 48 درصدی اندازه دانه) را نشان می‌دهد. همچنین، در نمونه‌های کامپوزیت آلومینیوم با ذرات تقویتی SiC، نمونه با دو دقیقه اعمال ارتعاشات فراصوتی میانگین 19 میکرومتر در مقایسه با 37 میکرومتر اندازه دانه نمونه کامپوزیت فلزی Al6061/SiC (کاهش 49 درصدی) را نشان داده است. مشاهده می‌شود در هر دو دسته نمونه آلومینیوم پایه (Al6061) و کامپوزیت فلزی (Al6061/SiC)، افزایش زمان اعمال ارتعاشات فراصوتی نیز به عنوان یک عامل تاثیرگذار موجب ریزدانه شدن بیشتر نمونه‌ها شده است. ریزدانه شدن ساختار حاصل را می‌توان به اثر پدیده کاویتاسیون و جریان مذاب حاصل از ارتعاشات فراصوتی نسبت داد [9 و 13]. براساس نتایج تحقیقات مختلف به نظر می‌رسد کاویتاسیون از سه طریق موجب ریزدانه شدن ساختار در ریخته‌گری فراصوتی می‌شود: (1) ترکیدن حباب‌های گازی در پدیده کاویتاسیون، دمای موضعی را به سرعت کاهش می‌دهد. این سرمایه ناگهانی، شرط سرمایه فوق اشباع را ایجاد کرده و هسته زایی را افزایش می‌دهد [9]. (2) از طرفی جریان آکوستیک حاصل از کاویتاسیون، نیروی برشی شدیدی ایجاد می‌کند و این باعث تکه تکه شدن شاخه‌های دندریتی در حال رشد می‌شود [10]. (3) از سوی دیگر کاویتاسیون مانع کلوخه شدن (به هم چسبیدن) ذرات تقویت کننده و هسته‌زا در فرایند ریخته‌گری می‌شود [9]. لازم به ذکر است ریزدانه شدن تنها عاملی در خصوصیات متالورژیکی مواد است که به طور همزمان استحکام و انعطاف پذیری یا چقرمگی قطعات را افزایش می‌دهد.

3-3- استحکام فشاری

شکل 6 مقایسه نتایج آزمون فشار نمونه آلومینیوم پایه و کامپوزیت فلزی Al6061/SiC را نشان داده است. ملاحظه می‌شود حضور ذرات تقویتی SiC به طور متوسط موجب 9 درصد افزایش استحکام فشاری شده است. این مساله را می‌توان به دو عامل نسبت داد: اول حضور ذرات تقویتی به عنوان یک نایجایی در تغییر شکل ماده عمل کرده و مقاومت ماده در برابر سیلان را افزایش خواهد داد. دوم همانطور که در بخش بررسی اندازه دانه ذکر شد، حضور ذرات تقویتی موجب ریزدانه شدن ساختار شده است (مطابق شکل 5) که این عامل نیز به

فراصوتی (شکل 8-الف) بیشتر و بزرگتر از نمونه‌های با اعمال ارتعاشات فراصوتی (شکل 8-ج و ه) می‌باشد. در نمونه بدون اعمال فراصوت مشاهده می‌شود (شکل 8-الف و ب)، ذرات SiC با اندازه بزرگتر به صورت یکنواخت توزیع نشده‌اند و تمایل به تجمع در مرزخانه‌ها را نشان می‌دهند. در حالی که در نمونه‌های با اعمال ارتعاشات فراصوتی در زمان 1 و 2 دقیقه (شکل 8-ج و ه)، نتایج نشان‌دهنده توزیع یکنواخت‌تر ذرات تقویت‌کننده در سراسر زمینه آلومینیومی بوده و اندازه خوشه‌های ذرات به‌طور مؤثری کاهش یافته است. ذرات مشاهده شده در (شکل 8-د و و) تیتانیوم جدا شده از هورن هستند که به داخل مذاب نفوذ کرده‌اند. این مساله نشان‌دهنده فرسایش هورن در تماس با مذاب در شرایط حضور ارتعاشات فراصوتی است. مشکل خوردگی و فرسایش هورن‌های تیتانیومی (عمدتاً گرید 5) در ریخته‌گری فراصوتی ناشی از ترکیب عوامل متعددی از جمله شوک‌های حرارتی، کاپیتاسیون شدید، خوردگی شیمیایی توسط مذاب فعال (مثل آلومینیوم)، و سایش مکانیکی است. در نتیجه در کاربردهای صنعتی لازم است تمهیداتی برای جلوگیری از خوردگی شدن هورن مانند اعمال پوشش‌های خاص و یا استفاده از هورن‌های سرامیکی اندیشیده شود.

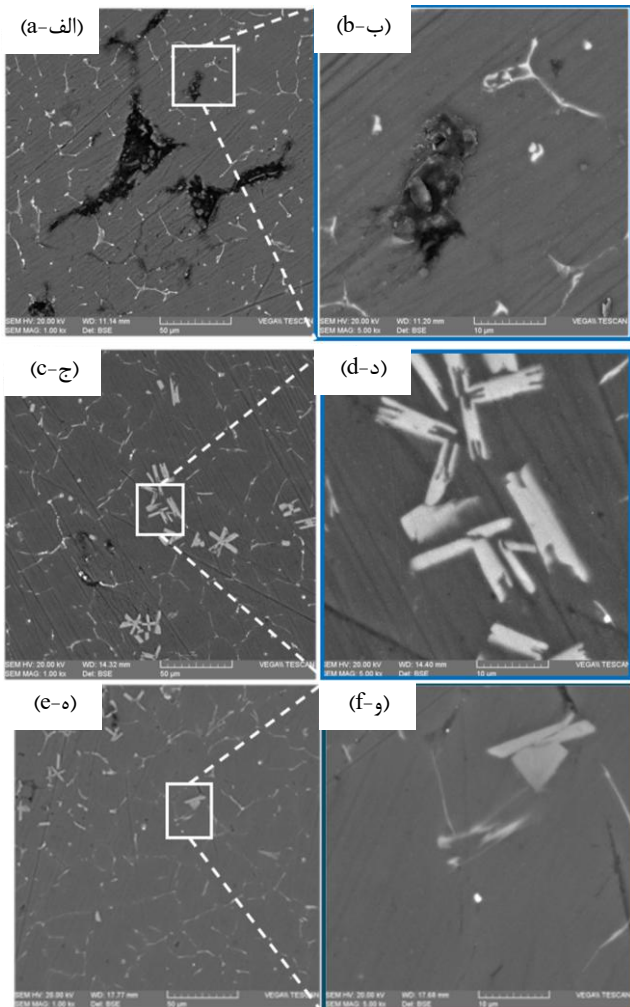


Fig. 8 Effect of ultrasonic melt processing time in Al6061/SiC MMC: (a and b) without ultrasonic treatment, (c and d) 1 min of, and (e and f) 2 min of ultrasonic treatment

شکل 8 نمودار اثر اعمال و زمان عملیات فراصوتی در ریخته‌گری کامپوزیت فلزی Al6061/SiC: (الف و ب) بدون اعمال فراصوتی، (ج و د) 1 دقیقه و (ه و و) 2 دقیقه اعمال فراصوت

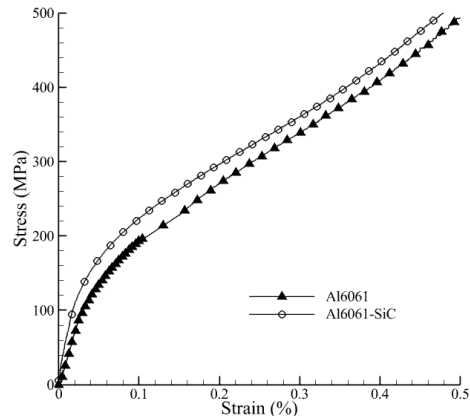


Fig. 6 Effect of SiC reinforcement particles on the compressive strength of Al6061 aluminum obtained from the casting process

شکل 6 اثر ذرات تقویتی SiC بر استحکام فشاری آلومینیوم Al6061 حاصل از فرایند ریخته‌گری

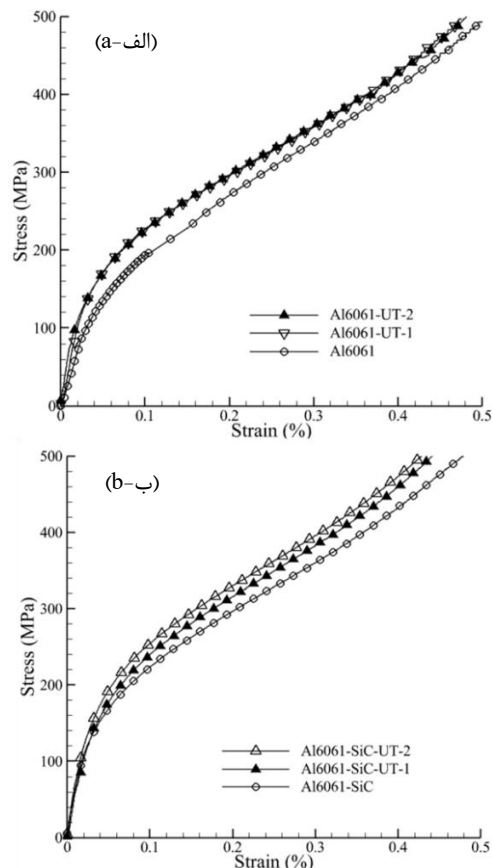


Fig. 7 Effect of ultrasonic vibration (UT) and process time (1 and 2 minutes) on the compressive strength of (a) Al6061 and (b) Al6061/SiC MMC

شکل 7 اثر اعمال ارتعاشات فراصوتی (UT) و زمان فرایند (1 و 2 دقیقه) بر استحکام فشاری (الف) آلومینیوم پایه Al6061 و (ب) کامپوزیت آلومینیوم Al6061/SiC

4-3- توزیع ذرات تقویت‌کننده

شکل 8 توزیع ذرات تقویتی SiC را در ماتریس آلومینیوم AA6061 برای نمونه‌های کامپوزیت AA6061/SiC بدون اعمال فراصوتی (الف و ب) و با اعمال فراصوت به ترتیب در زمان‌های 1 دقیقه (ج و د) و 2 دقیقه (ه و و) نشان داده است. تصاویر در دو مقیاس 50 و 10 میکرومتر ارائه شده‌اند. ناحیه تیره در این شکل بیانگر تخلخل باقیمانده در مذاب است که در نمونه بدون اعمال

5- تقدیر و تشکر

نویسندگان مقاله کمال تشکر و قدردانی خود را از شرکت فراصوت تجهیز ایرانیان برای تامین مجموعه فراصوتی تقدیم می‌دارند.

6- مراجع

[1] Campbell, J., "Complete casting handbook: metal casting processes, metallurgy, techniques and design," Butterworth-Heinemann; 2015.

[2] Viswanathan, S., Apelian, D., Donahue, R. J., DasGupta, B., Gywn, M., Jorstad, J. L., "Casting," ASM International; 2008.

[3] Gupta, M., Brabazon, D., "Introduction to Metal Matrix Composite Materials: An Introduction," Encyclopedia of Materials: Composites. Oxford: Elsevier; 2021; pp. 1-10.

[4] Alizadeh, A., Heydari Beni, M., Rezaei, A., Eskandari Jam, J., "Fabrication and mechanical properties of AA5083/TiB2 in situ Composite by stir casting process," In Persian, Journal of Science and Technology of Composites. Vol. 11, No. 3, pp. 2525-2535, 2024.

[5] Mohammadi Jazi, H., Vahdati, M., Mahdavi, A., "Modeling and optimization of variables affecting tensile properties of printed PP/Cu composite samples using LDM process," In Persian, Iranian Journal of Manufacturing Engineering. Vol. 11, No. 8, pp. 10-19, 2024.

[6] Vahdati, M., "Modelling and optimization of parameters affecting the tensile strength and ductility of aluminum-based composite produced by FSA via RSM," In Persian, Journal of Science and Technology of Composites, Vol. 7, No. 4, pp. 1207-1216, 2021.

[7] Abedini, R., Fartashvand, V., Abdullah, A., Alizadeh, Y., "Evaluation of process parameters and ultrasonic vibration in hot pressing of metal powders," Materials Science and Engineering: B., Vol. 281, 2022.

[8] Vahdati, M., Varedi-Koulaei, S. M., "Optimization of multilayer perceptron neural network structure for simulating the effect of input variables on the spring-back phenomenon in the ultrasonic vibration assisted single point incremental forming," AUT J. Mech Eng., Vol. 8, No. 4, pp. 337-350, 2024.

[9] Abdullah, A., Sotoodezadeh, M., Abedini, R., Fartashvand, V., "Experimental study on ultrasonic use in dry creep-feed up-grinding of aluminum 7075 and Steel X210Cr12," International Journal of Precision Engineering and Manufacturing, Vol. 14, No. 2, pp. 191-198, 2013.

[10] Zamani, M. A., Abedini, R., Ghorbani, H., "The effect of parameters on joint strength in continuous ultrasonic welding of polypropylene reinforced with woven glass fibers," In Persian, Iranian Journal of Manufacturing Engineering, Vol. 11, No. 10, pp. 56-65, 2024.

[11] Karimzad Ghavidel, A., Zashakoyan, M., Kiani, G., "Fabrication of Carbon Nanotubes-Based Efficient Electromagnetic Waves Shields Nanocomposites Using Electro-Mechanically Dispersion Technique," In Persian, Journal of Science and Technology of Composites, Vol. 8, No. 3, pp. 1737-1744, 2021.

[12] Li, X., Yang, Y., Cheng, X., "Ultrasonic-assisted fabrication of metal matrix nanocomposites," Journal of Materials Science, Vol. 39, No. 9, pp. 3211-3212, 2004.

[13] Eskin, D. G., Tzanakis, I., Chapter 20. "Applications to solidification and casting of metals," Gallego-Juárez, J. A., Graff, K. F., Lucas, M., editors, Power Ultrasonics (Second Edition): Woodhead Publishing, pp. 489-507, 2023.

[14] Jian, X., Xu, H., Meek, T. T., Han, Q., "Effect of power ultrasound on solidification of aluminum A356 alloy". Materials Letters, Vol. 59, No. 2, pp. 190-193, 2005.

[15] Soni, S. K., Manimaran, D., Thomas, S. B., Thomas, B., "Microstructure and mechanical characterization of Al6061 based composite and nanocomposites prepared via conventional and ultrasonic-assisted melt-stirring techniques," Materials Today Communications, Vol. 34, pp. 105222, 2023.

[16] Idrisi, A. H., Mourad, A-HI., "Conventional stir casting versus ultrasonic assisted stir casting process: Mechanical and physical characteristics of AMCs," Journal of Alloys and Compounds, Vol. 805, pp. 502-508, 2019.

در ساخت کامپوزیت‌های پایه فلزی به روش ریخته‌گری، ناهمگنی در توزیع ذرات تقویتی در نمونه (بدون فراصوت) می‌تواند تأثیر قابل‌توجهی بر خواص مکانیکی نهایی کامپوزیت داشته باشد، چرا که مناطق با تراکم بالای ذرات ممکن است به عنوان نقاط تمرکز تنش عمل کنند و رفتار مکانیکی ماده را تحت تأثیر قرار دهند. این پدیده به‌ویژه در بارگذاری‌های دینامیکی با شرایط کاری با تنش‌های متناوب می‌تواند حائز اهمیت باشد. در حالی که در نمونه‌های با اعمال ارتعاشات فراصوتی، بهبود توزیع ذرات تأثیر مستقیمی بر یکنواختی خواص مکانیکی ماده داشته و نقاط تمرکز تنش را به‌طور محسوسی کاهش می‌دهد. این پیشرفت‌ها به‌ویژه در کاربردهای حساس به خستگی و بارگذاری‌های دینامیکی می‌تواند مزایای قابل‌توجهی ایجاد کند.

4- نتیجه‌گیری

در پژوهش حاضر اثر ذرات تقویت کننده SiC و اعمال ارتعاشات فراصوتی و زمان اعمال ارتعاشات در ریخته‌گری آلومینیوم Al6061 و کامپوزیت فلزی Al6061/SiC مورد بررسی قرار گرفته است. به طور خلاصه نتایج ذیل حاصل شده است:

- استفاده از ذرات تقویتی در نمونه‌های آلومینیوم کامپوزیتی Al6061/SiC به مقدار 26.3 درصد سختی بالاتری نسبت به نمونه آلیاژ آلومینیوم پایه حاصل شده است. در عین حال اعمال ارتعاشات فراصوتی در نمونه‌های آلومینیوم Al6061 و کامپوزیت آلومینیوم Al6061/SiC به ترتیب برابر 16.8 و 5.5 درصد سختی نمونه‌های حاصل را افزایش داده است. این افزایش سختی به ریزدانه شدن ساختار و توزیع یکنواخت تر ذرات تقویتی با اعمال ارتعاشات فراصوتی نسبت داده شده است.
- نتایج آزمون فشار نشان داد اضافه شدن ذرات تقویتی SiC به آلومینیوم پایه (Al6061) موجب 9 درصد افزایش استحکام فشاری نمونه شده است. به علاوه اضافه شدن ارتعاشات فراصوتی نیز به نوبه خود استحکام فشاری را بهبود بخشیده است (متوسط 10 درصد). هر چند افزایش زمان (1 و 2 دقیقه) به مقدار کم موجب افزایش استحکام فشاری شده است. اگرچه در نمونه کامپوزیت آلومینیوم Al6061/SiC زمان اثر بهبود دهنده بیشتری نسبت به نمونه آلومینیوم پایه (Al6061) داشته است.
- نتایج تصویربرداری میکروسکوپ نوری و تعیین اندازه دانه نشان داد اعمال امواج فراصوت موجب کاهش اندازه دانه‌ها، ریز شدن و کاهش تخلخل در آلیاژهای مورد مطالعه شده است. اگرچه اضافه کردن ذرات تقویتی نیز باعث ریزتر شدن ساختار شده است (17 درصد). اما اعمال ارتعاشات فراصوتی در هر دو نمونه آلومینیوم (Al6061) و کامپوزیت فلزی (Al6061/SiC) موجب ریزتر شدن ساختار تا نزدیک به 50 درصد اندازه دانه نمونه بدون فراصوت شده است (در زمان اعمال 2 دقیقه). کاهش اندازه دانه به پدیده‌های حاصل از کویتاسیون و جریان فراصوتی شامل، سرمای فوق اشباع، نیروی برشی شدید و توزیع یکنواخت ذرات تقویتی نسبت داده شده است.
- نتایج تصویربرداری میکروسکوپ الکترونی (SEM) بیانگر توزیع یکنواخت تر ذرات تقویتی SiC در نمونه‌های با اعمال ارتعاشات فراصوتی نسبت به نمونه بدون فراصوت می‌باشد. در این بین افزایش زمان موجب بهبود بیشتر این یکنواختی شده است.

- [17] Bajpai, G., Tiwari, A., Purohit, R., Namdev, A., Shubham, S. K., "Development of Al 7075 alloy with nano SiC composites through ultrasonic assisted stir casting techniques and mechanical testing of properties," *Advances in Materials and Processing Technologies*, Vol. 10, No. 4, pp. 2780-2790, 2024.
- [18] Puga, H., "Influence of ultrasonic melt treatment on microstructure and mechanical properties of AlSi9Cu3 alloy," *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 211, pp. 1729-1735, 2011.
- [19] Puga, M., Prokic, N., Dongen, "Breakthrough in Ultrasonic assisted industrial continuous casting," *Aluminium International Today*, 2014.
- [20] Pragathi, P., Elansezhian, R., "Mechanical and microstructure behaviour of aluminum nanocomposite fabricated by squeeze casting and ultrasonic aided squeeze casting: A comparative study," *Journal of Alloys and Compounds*, Vol. 956, pp. 170203, 2023.
- [21] Prokic, M., "Wideband Multi-Frequency, Multimode, and Modulated (MMM) Ultrasonic Technology," Feng, H., Barbosa-Canovas, G., Weiss, J., editors, *Ultrasound Technologies for Food and Bioprocessing*. New York, NY: Springer New York, pp. 125-140, 2011.
- [22] Don-Hyun, C., Yong-Il, K., Dae-Up, K., Seung-Boo, J., "Effect of SiC particles on microstructure and mechanical property of friction stir processed AA6061-T4," *Transactions of Nonferrous Metals Society of China*, Vol. 22, pp. 614-618, 2012.



بررسی و تحلیل آماری تاثیر پارامترهای قطر پین، ضخامت و سختی لایه پلی اورتان بر نمودار حد شکلدهی ورق دولایه آلومینیوم مس در فرآیند شکلدهی چند نقطه ای

میلاذ عالی مجیدآباد¹، رامین هاشمی^{2*}، حبیب اله اکبری³

1- دانشجوی دکترا، مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران

2- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران

3- استاد، مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت، تهران

* تهران، صندوق پستی 16846-13114، rhashemi@iust.ac.ir

چکیده

اطلاعات مقاله:

در پژوهش حاضر نمودار حد شکلدهی حاصل از فرآیند شکلدهی چند نقطه ای ورق‌های دولایه آلومینیوم/مس به صورت تجربی و به صورت تئوری با استفاده از روش مشتق دوم بدست آمد. نتایج تجربی با نتایج تئوری کمتر از 10 درصد خطا داشته است. در شبیه‌سازی فرآیند تاثیر پارامترهای قطر پین، سختی لایه پلی اورتان و ضخامت لایه پلی اورتان بر حد شکلدهی فرآیند شکلدهی چند نقطه ای بررسی گردید. خروجی‌های نتایج شبیه‌سازی تحت بررسی آماری قرار گرفت که نتایج نشان داد همبستگی خوبی با یکدیگر دارند و پارامترها تاثیر بسیار بالایی بر حد شکلدهی داشته است. نتایج نشان داد که پین با قطر 12 میلی‌متر ابعاد بهینه می‌باشد و بیشترین حد شکلدهی را در تمامی حالات استفاده از لایه پلی اورتان در مقایسه با سایر پین‌ها داشته است. در تمامی قطر پین‌ها با افزایش سختی‌های لایه پلی اورتان و با افزایش ضخامت لایه پلی اورتان حد شکلدهی افزایش یافته است اما این افزایش حد شکلدهی با افزایش ضخامت تاثیر چشمگیری داشته است که در پین با قطر 8 و 15 میلی‌متر بسیار بیشتر بوده است.

دریافت: 1404/09/04

پذیرش: 1405/03/03

کلیدواژگان

شکلدهی چند نقطه ای،

نمودار حد شکلدهی،

ورق دولایه جوش انفجاری آلومینیوم/مس،

شکلدهی ورق

Statistical investigation and analysis of the effects of pin diameter, polyurethane layer thickness, and hardness on the forming limit diagram of aluminum/copper bimetallic sheets in the multi-point forming process

Milad Aali Majidabad¹, Ramin Hashemi^{1*}, Habibolah Akbari¹

1- School of Mechanical Engineering, Iran University of Science and Technology, Tehran, Iran

* P.O.B. 16846-13114, Tehran, Iran, rhashemi@iust.ac.ir

Keywords

Multi points forming (MPF),
Forming limit diagram (FLD),
Al/Cu Bimetallic Sheets,
Nakazima test,
Sheet metal forming

Abstract

In this study, the forming limit diagram (FLD) of aluminum/copper bimetallic sheets in the multi-point forming (MPF) process was obtained both experimentally and theoretically using the second derivative method. The experimental results showed less than 10% deviation from the theoretical predictions. In the numerical simulations, the effects of pin diameter, polyurethane layer hardness, and polyurethane layer thickness on the forming limit of the MPF process were systematically analyzed. The simulation outputs were subjected to statistical evaluation, and the results indicated a strong correlation among the studied parameters, confirming the adequacy of the selected modeling approach. The findings showed that a pin diameter of 12 mm provided the optimal configuration, yielding the highest forming limit under all polyurethane layer conditions compared to other pin diameters. Furthermore, for all pin sizes, increasing both the hardness and thickness of the polyurethane layer led to an improvement in the forming limit. However, the influence of layer thickness was found to be more significant, particularly for pin diameters of 8 mm and 15 mm.

1- مقدمه

می‌شود، دارد لذا تحقیقات بسیاری در این زمینه انجام شده است. بعد از 1980 تحقیقات روی این قالب‌ها توسط هارت در دانشگاه MIT به صورت جدی‌تری دنبال شد. در سال 1988 اولین قالب MPP¹ با کاربرد صنعتی به منظور اتساع

شکلدهی چند نقطه ای به علت انعطاف‌پذیری در انجام فرایند و تغییر ارتفاع پین‌ها کاربرد بسیار زیادی در صنایع مختلف که از شکلدهی ورق استفاده

¹ Multi Points Foming

Please cite this article using:

برای ارجاع به مقاله از عبارت زیر استفاده کنید:

Aali Majidabad, M., Hashemi, R., Akbari, H., "Statistical investigation and analysis of the effects of pin diameter, polyurethane layer thickness, and hardness on the forming limit diagram of aluminum/copper bimetallic sheets in the multi-point forming process," In Persian, Journal of Science and Technology of Composites, Vol. 12, No. 3, pp. 2831-2838, 2026. <https://doi.org/10.22068/jstc.2026.2078995.1943>

ورق به چند منطقه تقسیم می‌شود و بر اساس هندسه قطعه در آن ناحیه، قالب شکل مورد نظر را به خود می‌گیرد و به این ترتیب با انجام شکل‌دهی در نواحی مختلف ورق در نهایت شکل مورد نظر ایجاد می‌گردد. یکی از مزایای این روش امکان شکل‌دهی قطعات بزرگ با استفاده از یک قالب MPF کوچک می‌باشد. سای و همکاران [12] با استفاده از شبیه‌سازی اجزای محدود فرآیند کششی چند نقطه‌ای را در شکل‌دهی قطعات با سطوح زینی، استوانه‌ای و کروی شکل مورد بررسی قرار دادند. آنان نشان دادند که برای جلوگیری از عیب تورفتگی استفاده از لایه الاستیک امری ضروری است. همچنین هر اندازه که قطعات شکل داده شده انحنای بیشتری داشته باشند، دقت ابعادی بالاتر و نتایج بهتری در استفاده از این روش قابل حصول می‌باشد. ابوساف و همکارانش در سال 2017 فرآیند شکلهی چند نقطه‌ای را بهینه کردند. آن‌ها توانستند با تغییر ابعاد سطح پین‌های مربعی شکل ابعاد بهینه‌ای برای تغییر شکل یکنواخت ورق پیدا کنند و اثرات پین را حذف کنند. همچنین نتایج کار خود را با نتایج شبیه‌سازی مقایسه کرد که نتایج مطابقت بالایی داشتند [13]. فانگ و همکارانش در سال 2020 در پژوهش خود از پین‌ها و نیروی الکترومغناطیس استفاده نمود و توانست به سطحی با کیفیت بهتر دست یابد. او در پژوهش خود با استفاده از نیروی الکترومغناطیس و اصطکاک بالای ایجاد شده توسط نیروی الکترومغناطیس و چیدمان نزدیک پین‌ها به سطحی با کیفیت بهتر دست یافت اما این نیروی الکترومغناطیسی بر افزایش عمق شکلهی اثرگذار نبود. همچنین با استفاده از ترکیب نیروی الکترومغناطیس و شکلهی چند نقطه‌ای برای شکلهی ورق‌های با سایز بزرگ استفاده کرد [14]. یا جی لیو و همکارانش در سال 2018 در پژوهش خود برای کاهش میزان چروکیدگی لبه‌های ورق در فرآیند شکلهی چند نقطه‌ای ورق‌گیر را به چهار قسمت تقسیم نمودند. همچنین سطوح ورق‌گیر را مورد ارزیابی قرار دادند تا ابعاد بهینه ورق‌گیر را بدست آورند [4]. نیاما و همکارانش در سال 2018 در پژوهش خود اثر نیروی ورق‌گیر و لایه پلی اورتان را در قالب خود پین‌ها به صورت دایره‌ای بود مورد بررسی قرار دادند. همچنین او در قالب خود از پین‌های کروی استفاده نمود و برای برگشت پین‌ها از فنر برای استفاده نمود در نتیجه پژوهش میزان اثر پین و چروکیدگی لبه‌های ورق را در فرآیند شکلهی چند نقطه‌ای کاهش داد. او توانست با استفاده از لایه پلی اورتان میزان ضخامت را در سطح نمونه به میزان ثابت نگه دارد و اثر پین‌ها از روی سطح نمونه کاهش یافت [5]. پانیو و همکارانش در پژوهش خود در سال 2017 ورق فولادی را مورد مطالعه قرار داد و برای اعمال نیروی تغییر شکل به روش شکل‌دهی چند نقطه‌ای به جای استفاده از پین‌های پشتی از نیروی سیال در پشت صفحه الاستیک استفاده نمودند. همچنین در مقابل پین‌ها برای حذف اثر پین از صفحه الاستیک استفاده نمودند. در نتیجه پژوهش خود با تغییر سختی صفحه الاستیک میزان اثرگذاری پین‌ها را بر روی ورق بررسی نمود که نتایج تجربی و شبیه‌سازی او مطابقت مناسبی داشتند. در شبیه‌سازی خود میزان کرنش اعمال شده و تنش اعمال شده به ورق را بررسی نمود [15]. کو ارهو و همکارانش در سال 2018 در پژوهش خود در شکل‌دهی چند نقطه‌ای در چهار حالت از لایه پلی اورتان و صفحه محافظ فولادی استفاده کردند. نتایج را این چهار حالت را برای میزان ضخامت در راستای دو محور با استفاده از لیزر اسکن و مقایسه کردند. همچنین در پژوهش خود نتایج حاصل از کار تجربی را با نتایج شبیه‌سازی مقایسه کردند که این نتایج با یکدیگر تطابق داشتند. در پژوهش خود به این نتایج دست یافتند که بدون استفاده از لایه پلی اورتان

ورق‌های بدنه هواپیما با همکاری مشترک دانشگاه MIT، گروه فضایی گرومن و کمپانی بٹ سیرل ساخته شد [1]. این قالب دارای ابعاد 1.2 در 1.8 متر بوده و در آن از پین‌های با قطر 28 میلی‌متر استفاده می‌شد. این قالب می‌توانست طی 30 دقیقه شکل مورد نظر را به خود بگیرد. دقت موقعیت دهی پین‌های آن 0.1 میلی‌متر و کورس حرکت عمودی 305 میلی‌متر و توانایی تحمل نیروی عمودی هر پین به تنهایی 22 کیلو نیوتن بوده است. تان و همکاران [2] شکل‌دهی پرتز جمجمه انسان، از ورق تیتانیومی مشبک را با استفاده از فرآیند شکل‌دهی چند نقطه‌ای مورد مطالعه قرار دادند. آنان داده‌های به دست آمده از اسکن CT¹ را برای تنظیم المان‌های قالب به کار بردند و با استفاده از شبیه‌سازی اجزای محدود نشان دادند که با استفاده هم‌زمان از ورق گیر، لایه الاستیک و بالشتک فلزی می‌توان پرتز جمجمه را به‌طور سالم و موفقیت آمیزی شکل‌دهی کرد. در نواحی تماس پین‌ها با سطح ورق، تغییر شکل موضعی شدید رخ می‌دهد. برای جلوگیری از وقوع این پدیده و تولید قطعاتی باکیفیت مناسب می‌توان از یک لایه الاستیک ما بین پین‌ها و سطح ورق استفاده کرد. خصوصیات لایه الاستیک مورد استفاده تأثیر قابل توجهی بر روی رفتار شکل‌پذیری ورق فلزی دارد. همچنین در شکل‌دهی چند نقطه‌ای مشابه روش سنتی عیب چین خوردگی به وجود می‌آید که به دلیل عدم نیروی ورق گیر حاصل می‌شود. [3]. در شکلهی سنتی عیب چین خوردگی با استفاده از ورق گیر حذف می‌شود. در شکل‌دهی چند نقطه‌ای نیز برای حذف چین خوردگی می‌توان ورق گیر استفاده کرد [15,19]. پاپازیان و همکاران [6] یک قالب گسسته قابل تغییر شکل با سیستم کنترل مدار بسته را در مقیاس صنعتی برای شکل‌دهی کششی پوسته هواپیما توسعه دادند. هاس و همکاران [6] قالب انعطاف‌پذیری را جهت شکل‌دهی قطعات تکی طراحی کرده و با ساخت یک قالب اولیه، عملی بودن روش ارائه شده را بررسی کردند. مینگژلی و همکارانش [7] روش‌های شکل‌دهی انعطاف‌پذیر، با مفهوم فرآیند شکل‌دهی چند نقطه‌ای مورد مطالعه قرار دادند، ایشان طبقه‌بندی مدهای مختلف شکل‌دهی چند نقطه‌ای و استفاده از روش‌های شکل‌دهی قطعات ورقه‌ای را مورد مطالعه قرار دادند. ایشان همچنین به‌منظور فراهم کردن امکان شکل‌دهی سطوح ورقه‌ای با ابعاد بزرگ با استفاده از قالب‌های کوچک، روش شکل‌دهی چند نقطه‌ای موضعی را پیشنهاد کردند [8]. فرآیند شکل‌دهی چند نقطه‌ای با استفاده از ورق‌گیر و شکل‌دهی چند نقطه‌ای مرحله‌ای از دیگر روش‌های ارائه شده توسط ایشان می‌باشد [2]. ژانگ و همکاران [9] فرآیند شکل‌دهی چند نقطه‌ای ساندویچی را مورد بررسی قرار دادند. در این روش تنها نیمی از قالب با ماتریسی از پین‌ها جایگزین شده و نیمه دیگر آن با یک بالشتک الاستیک ضخیم جایگزین می‌شود. ایشان نشان دادند که استفاده از لایه الاستیک میانی مکانیزم شکل‌دهی را تحت تأثیر قرار داده و حتی در صورتی که ورق قالب دچار تورفتگی شود به‌خوبی می‌تواند از وقوع این عیب در قطعه کار اصلی جلوگیری کند. سان [10] با الهام از مفهوم شکل‌دهی چند نقطه‌ای، روشی با عنوان ورق‌گیر چند نقطه‌ای را ابداع نمود که در آن ورق گیر به جای اینکه سطحی یک تکه باشد، به صورت قطعات جداگانه ساخته می‌شود که تک تک آن‌ها قابلیت کنترل ارتفاع را دارند، به این ترتیب در حین فرآیند شکل‌دهی جریان ورق به صورتی تنظیم می‌شود که چروکیدگی و پارگی ورق به حداقل مقدار ممکن برسد و عمق بیشتری شکلهی نمودند. چن [11] با بهره‌گیری از قابلیت‌های منحصر به فرد MPF در تغییر شکل قالب روشی با عنوان شکل‌دهی منطقه‌ای را ابداع نمود. در این روش با توجه به ابعاد قالب،

¹ Computer Tomography

استفاده شده است. ورق به ابعاد 17×17 سانتیمتر و به ضخامت 0.5 میلی‌متر استفاده گردید. پس از اتصال ضخامت ورق دولایه 1 میلی‌متر شده است. ورق مس CU10100 و ورق آلومینیوم AA1100 می‌باشد. ورق‌ها قبل از شکلدهی به مدت یک ساعت و سی دقیقه در دمای 350 درجه سانتی‌گراد در داخل کوره تحت عملیات حرارتی، آنیل شدند. نمونه آزمون کشش ورق‌ها بر اساس استاندارد E8 M ASTM تهیه گردید.

برای بدست آوردن نمودار حد شکلدهی تجربی به این ترتیب عمل می‌شود. قطر تغییر یافته دایره‌هایی با قطر 2 میلی‌متر که به روش الکتروشیمیایی بر روی ورق حک گردیده است، اندازه‌گیری می‌شود. سپس کرنش‌های اصلی و فرعی خوانده می‌شود. در انتها نمودار حد شکلدهی حاصل از فرآیند شکلدهی چند نقطه ای استخراج می‌گردد.

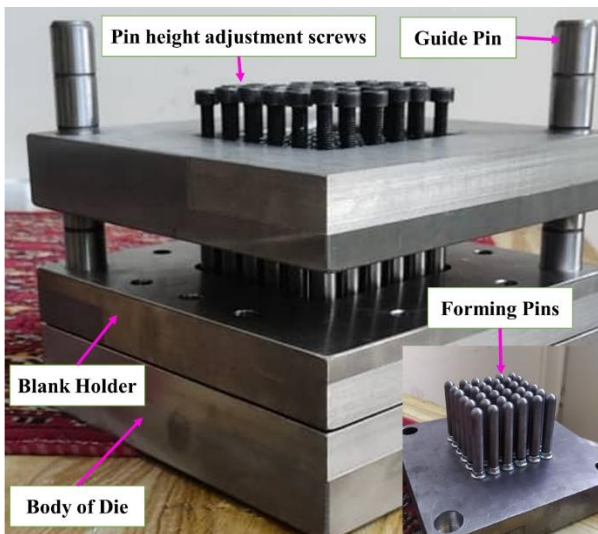


Fig. 1 Multi points forming die components

شکل 1 اجزای قالب شکلدهی چند نقطه ای

پس از انجام فرآیند شکلدهی چند نقطه ای در قسمت‌هایی که پاره شدن ورق و یا نازک شدن ورق اتفاق افتاده است، ابعاد تغییر یافته دایره‌های بر روی نمونه خوانده می‌شود و با استفاده از معادلات 1 کرنش‌های اصل و فرعی بدست آورده می‌شود. سپس نتایج بر روی نمودار ثبت می‌شود و نمودار حد شکلدهی استخراج می‌گردد.

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= \ln \left(\frac{d_1}{d_0} \right) \\ \varepsilon_2 &= \ln \left(\frac{d_2}{d_0} \right) \end{aligned} \quad (1)$$

2-2- روش شبیه‌سازی

برای بدست آوردن نمودار حد شکلدهی به روش تئوری از روش مشتق دوم استفاده می‌شود. در مراحل شبیه‌سازی ابتدا قالب مد نظر با نرم‌افزار Solidworks طراحی گردیده است و در ادامه این طراحی برای شبیه‌سازی فرآیند شکلدهی چند نقطه ای به نرم‌افزار اجزا محدود Abaqus انتقال داده شده است. در مدل پژوهشی برای کاهش زمان شبیه‌سازی فقط پین‌ها و ورق گیر و سنبه به صورت پوسته و صلب؛ ورق دولایه به صورت شکل‌پذیر مدل‌سازی شده است. برای مش‌بندی از المان‌های چهار گره‌ای 4sdr استفاده گردید. روش Dynamic/Explicit دقت و سرعت بالایی در حل مسائل تماسی پیچیده دارد لذا از این روش برای شبیه‌سازی اجزا محدود استفاده گردید. لازم

میزان اثر پین و تغییرات ضخامت در دو راستای ورق بسیار زیاد می‌باشد اما در حالت اما با استفاده از پلی اورتان این میزان چروکیدگی را کاهش دادند. اما در حالت استفاده از پد فولادی بهتر از حالت با لایه پلی اورتان بود اما اگر از هر دو به طور همزمان استفاده شود ضخامت در راستای دو محور ثابت می‌ماند که این نتایج را در شبیه‌سازی مشاهده نمودند [16].

به علت کاربرد ورق‌های دو لایه از جمله کاهش وزن، افزایش استحکام، افزایش شکل‌پذیری و غیره در ادامه نتایجی از بررسی‌های شکل‌پذیری ورق‌های دولایه آلومینیوم/ مس آورده شده است. آلومینیوم به علت سبک بودن و مس به علت شکل‌پذیری بالا و رسانایی گرمایی و الکتریکی بالایی که دارد بسیار فلزات پر کاربردی در صنعت می‌باشند. فدهیل عباس و همکارانش در سال 2019 ترکیبی از شکلدهی چند نقطه ای و شکلدهی تدریجی پرداخت و در پژوهش خود ماتریس مد نظر خود را با استفاده از تنظیم ارتفاع پین‌ها تنظیم کرد و با استفاده از یک ابزار که برنامه حرکتی آن به دستگاه سی ان سی داده شده بود مسیر حرکت ابزار را بر روی ورق مشخص کرد و در ادامه بین پین‌های ماتریس و ورق یک قالبی را برای از بین بردن اثر پین بر روی ورق قرار داد [17]. علایی و همکارانش در تحقیقات خود تاثیر دما را بر نمودار حد شکلدهی آزمایش ناکازیمما بر روی ورق دولایه آلومینیوم/ مس بررسی کردند و آزمایش ناکازیمما را در سه دمای 23، 120 و 220 درجه سانتی‌گراد انجام دادند و نشان دادند که میزان شکل‌پذیری در اثر افزایش دما، افزایش یافته است و نمودار حد شکلدهی به سمت پایین حرکت کرده است [18]. غضنفری و همکارانش در پژوهش خود مدل M-K را در تعیین نمودار حد شکلدهی بهینه کردن و نتایج تئوری خود را با نتایج تئوری حاصل از مدل M-K مرسوم مقایسه کردند که پس از مقایسه هر دو مدل با نتایج تجربی آزمایش ناکازیمما دریافتند که مدل بهینه شده با نتایج تجربی مطابقت بیشتری دارد و میزان خطای مدل مرسوم را کاهش داده بودند [19]. کرجی بانی و همکارانش در سال 2016 با استفاده از نتایج آزمون کشش ورق دولایه آلومینیوم/ مس نمودار حد شکلدهی حاصل از آزمایش ناکازیمما را بر اساس تئوری مدل M-K شبیه‌سازی نمود و با نتایج حاصل از آزمایش تجربی ناکازیمما صحت سنجی نمود [20]. عالی و همکاران در سال 2024 به صورت تجربی نشان دادند که حد شکلدهی در فرآیند شکلدهی چند نقطه ای از پین با ابعاد سایز 12 mm استفاده شود حد شکلدهی نسبت به حد شکلدهی در آزمایش ناکازیمما افزایش می‌یابد [21].

در پژوهش حاضر با توجه به عدم بررسی جامع پارامترهای اثرگذار بر حد شکلدهی چند نقطه ای فرآیند شکلدهی چند نقطه ای در این پژوهش پس از صحت‌گذاری نتایج تجربی بر نتایج تئوری، تاثیر پارامترهای ضخامت و سختی لایه پلی اورتان و قطر پین بر نمودار حد شکلدهی فرآیند شکلدهی چند نقطه ای مورد بررسی قرار می‌گیرد. همچنین میزان اثرگذاری این پارامترها از لحاظ آماری بر نمودار حد شکلدهی مورد بررسی قرار می‌گیرد.

2- مواد و روش‌ها

2-1- روش تجربی

همانطور که در شکل 1 مشاهده می‌شود، در این پژوهش از قالبی در ابعاد 25×25 سانتی‌متر از جنس MO40 استفاده گردید. ابعاد ناحیه شکلدهی 10×10 سانتیمتر می‌باشد. در این ناحیه شکلدهی تعداد 36 عدد پین کروی به قطر 12 میلی‌متر استفاده گردیده است. چیدمان پین‌ها به صورت 6 ردیف و 6 ستون می‌باشد. بین ورق و پین‌ها برای از بین بردن اثر پین‌ها بر روی نمونه از لایه پلی اورتان با سختی 85 (SA) استفاده گردید. در ادامه برای شکلدهی از ورق‌های دولایه حاصل از اتصال جوش انفجاری دو ورق مس و آلومینیوم

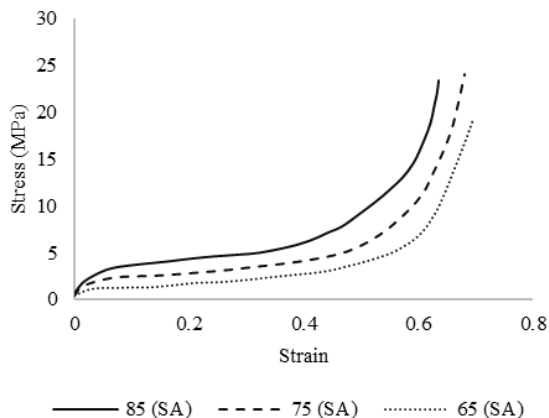


Fig. 3 Tensile test results of the polyurethane layer at harnesses levels of 65, 75, and 85 SA

شکل 3 نمودار تنش کرنش لایه پلی اورتان در سه سختی 65(SA)، 75(SA) و 85(SA)

جدول 2 پارامترهای فرآیند شکلدهی چند نقطه‌ای در نرم‌افزار آباکوس

Table 2 MPF parameters in ABAQUS

قطر پین (mm)	ضخامت لایه پلی اورتان (mm)	سختی لایه پلی اورتان (SA)
8	5	65
10	10	75
12		85
15		

جدول 3 حالات شبیه‌سازی برای سایزهای پین و ضخامت و سختی‌های پلی اورتان

Table 3 Simulation scenarios for pin sizes and polyurethane thickness and hardness

ردیف	قطر پین (mm)	سختی لایه پلی اورتان (SA)	ضخامت لایه پلی اورتان (mm)
1	8	65	5
2	8	75	5
3	8	85	5
4	8	65	10
5	8	75	10
6	8	85	10
7	10	65	5
8	10	75	5
9	10	85	5
10	10	65	10
11	10	75	10
12	10	85	10
13	12	65	5
14	12	75	5
15	12	85	5
16	12	65	10
17	12	75	10
18	12	85	10
19	15	65	5
20	15	75	5
21	15	85	5
22	15	65	10
23	15	75	10
24	15	85	10

به ذکر می‌باشد فقط پین‌ها و ورق گیر و ورق پس از تماس حرکت عمودی خواهند داشت. همچنین حرکت ای دورانی برای مدل محدود شده است. بین ورق و اجزای مختلف قالب میزان اصطکاک را برابر 0.1 می‌باشد. همچنین بین ورق و ورقگیر نیز ضریب اصطکاک را برابر 0.1 در نظر گرفته شده است. جهت صحنه‌گذاری ابتدا شرایط تجربی اعمال می‌گردد. پارامترهای تجربی شکلدهی چند نقطه ای ابعاد هندسی پین 12 میلی‌متر، لایه پلی اورتان با ضخامت 10 میلی‌متر و سختی 85(SA) می‌باشد. نیروی ورقگیر 5 کیلو نیوتن و شبکه‌بندی‌ها به صورت می‌باشد.

خواص مکانیکی و خواص پلاستیک آلومینیوم و مس مطابق آزمون کشش انجام شده در دمای محیط در شکل 2 اعمال می‌گردد. آزمون کشش ورق‌ها مطابق استاندارد E8M انجام شده است. برای لایه پلی اورتان از نتایج آزمون کشش برای سه سختی 65، 75 و 85 استفاده شده است. نتایج در شکل 3 نشان داده شده است. برای بدست آوردن نمودار تنش کرنش لایه پلی اورتان از استاندارد ASTM 575D-91 استفاده گردید. برای شبیه‌سازی در ادامه نتایج آزمون کشش در نرم‌افزار المان محدود اعمال گردیده است.

در این روش پس از انجام شبیه‌سازی در نرم‌افزار المان محدود نمودار کرنش پلاستیک در واحد زمان در المان‌های بحرانی ترسیم می‌شود سپس با دوبار مشتق‌گیری زمان بحرانی استخراج می‌گردد و در المان‌های بحرانی به شعاع 1.5 برابر کرنش‌های اصلی و فرعی خوانده می‌شود و نمودار حد شکلدهی استخراج می‌گردد. برای بررسی پارامترهای موثر بر نمودار حد شکلدهی ابتدا لازم می‌باشد صحنه‌گذاری بر روش تئوری انجام گیرد. لذا شرایط آزمایش تجربی در نرم‌افزار المان محدود آباکوس مورد شبیه‌سازی قرار گرفته است. پس از صحنه‌گذاری پارامترهای سختی و ضخامت لایه پلی اورتان و ابعاد هندسی پین مطابق جدول 2 برای شبیه‌سازی اعمال گردید. با در نظر گرفتن متغیرها در جدول 2 تمام حالات شبیه‌سازی گردید، شرایط شبیه‌سازی در جدول 3 نشان داده شده است. چیدمان قالب در نرم‌افزار آباکوس در شکل 4 نشان داده شده است.

جدول 1 خواص مکانیکی آلومینیوم - مس - لایه پلی اورتان

Table 1 Mechanical properties of Al and Cu

پارامترها	AA1100	CU10100
مدول یانگ E (GPa)	73	124
تنش تسلیم (MPa)	44	77
نرخ کار سختی K (MPa)	344	540
ضریب پواسون (ν)	0.33	0.34
توان کار سختی (n)	0.25	0.31

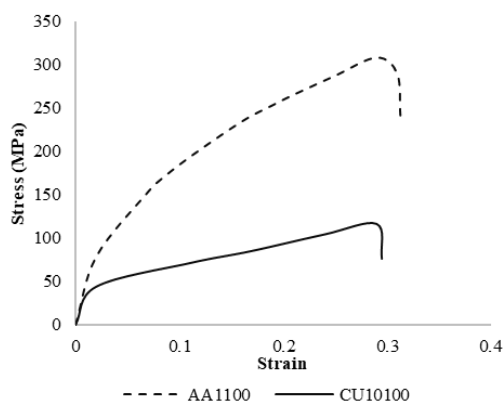


Fig. 2 Tensile test results of the Al and Cu

شکل 2 نتایج آزمون کشش مس و آلومینیوم

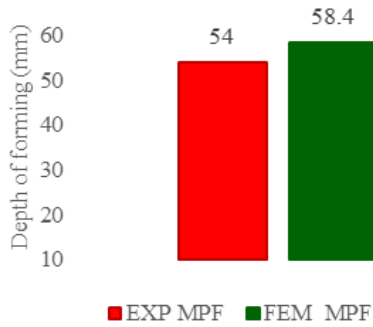


Fig. 6 Experimental versus numerical forming depths in MPF

شکل 6 مقایسه عمق شکلدهی فرآیند شکلدهی چند نقطه ای به صورت تئوری و تجربی

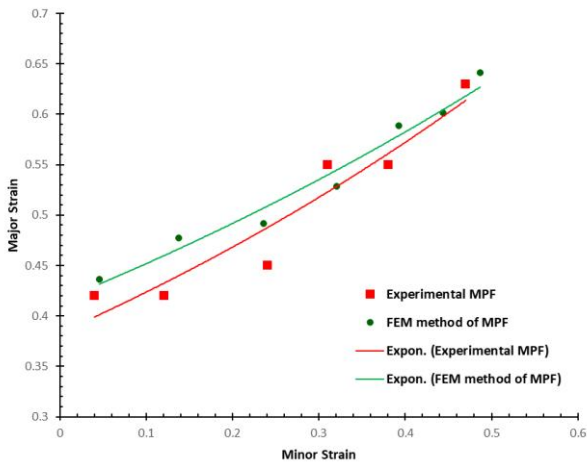


Fig. 7 Experimental versus numerical forming limit in MPF

شکل 7 مقایسه حد شکلدهی فرآیند شکلدهی چند نقطه ای تجربی و شبیه سازی

جدول 4 مساحت زیر نمودار حد شکلدهی 28 حالت فرآیند شکلدهی چند نقطه ای
Table 4. The area under the forming limit diagram for 28 different multi-point forming Style

ردیف	قطر پین (mm)	سختی لایه پلی اورتان (SA)	ضخامت لایه پلی اورتان (mm)	مساحت زیر نمودار (mm ²)
1	8	65	5	0.17626
2	8	75	5	0.18075
3	8	85	5	0.18363
4	8	65	10	0.18414
5	8	75	10	0.22108
6	8	85	10	0.23023
7	10	65	5	0.20035
8	10	75	5	0.20280
9	10	85	5	0.20970
10	10	65	10	0.20429
11	10	75	10	0.20945
12	10	85	10	0.21115
13	12	65	5	0.21516
14	12	75	5	0.22778
15	12	85	5	0.23665
16	12	65	10	0.22856
17	12	75	10	0.23773
18	12	85	10	0.24154
19	15	65	5	0.19483
20	15	75	5	0.19776
21	15	85	5	0.20741
22	15	65	10	0.20033
23	15	75	10	0.21300
24	15	85	10	0.23427

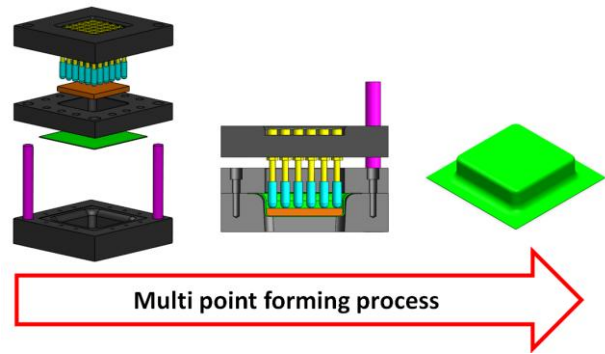


Fig. 4 Schematic of the MPF process, die setup, and formed sheet

شکل 4 روش انجام فرآیند شکلدهی چند نقطه ای و چیده مان قالب و خروجی ورق شکل دهی شده

در ادامه نتایج نمودار حد شکلدهی حاصل از شبیه سازی فرآیند شکل دهی چند نقطه ای ورق دولایه آلومینیوم/مس از نظر آماری مورد بررسی قرار می گیرد. همچنین در ادامه بررسی آماری نتایج و بررسی اثر پارامترها بر نمودار حد شکلدهی در این فرآیند از دو شاخص آماری اصلی شامل نمودار احتمال نرمال و تحلیل قابلیت فرآیند در نرم افزار Minitab استفاده می شود.

3- نتایج

3-1- نتایج تجربی

مقایسه نتایج تجربی با نتایج تئوری فرآیند شکلدهی چند نقطه ای در شکل 5 نشان داده شده است که گلوبی شدن در نقاط گوشه اتفاق افتاده است. در ادامه در شکل 6 میزان عمق شکل پذیری در حالت تئوری 58.8 میلی متر بوده است و با نتایج تجربی اختلاف 8.1 درصدی داشته است. نمودار حد شکلدهی حاصل از فرآیند شکلدهی چند نقطه ای به صورت تئوری و تجربی در شکل 7 نشان می دهد که به دلیل اعمال ساختار همگن و بدون عیوب کریستالی ورق ها در نرم افزار المان محدود، در حالت تئوری نمودار حد شکلدهی بالاتر بوده است. خطای حد شکلدهی حالت تجربی و تئوری 8.4 درصد می باشد که برای اندازه گیری خطا از سطح زیر نمودار استفاده گردیده است.

نمودار حد شکلدهی تمامی حالات رسم گردید و اگر مساحت زیر نمودار بیشتر باشد به این معنا است که نمودار حد شکلدهی بالاتر می باشد. در جدول 4 مساحت زیر نمودار در شرایط مختلف نشان داده شده است.

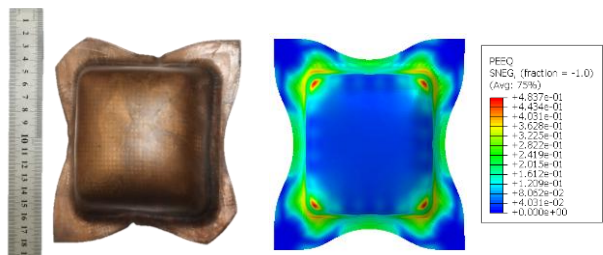


Fig. 5 Bimetallic sheets in MPF Experimental and Numerical

شکل 5 نمونه شبیه سازی شده در نرم افزار اجزا محدود آباکوس

یافته است چرا که در نقاط گوشه ای ورق کرنش های موضعی ایجاد کرده است و حد شکلهی را به قدری کاهش داده است که پین 10 حد شکلهی بیشتری نسبت به پین 15 داشته است.

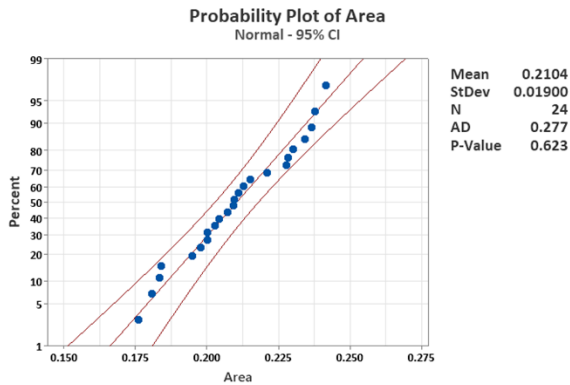


Fig. 8 Probability plot of area

شکل 8 نمودار احتمال مربوط به مساحت زیر نمودار حد شکل دهی

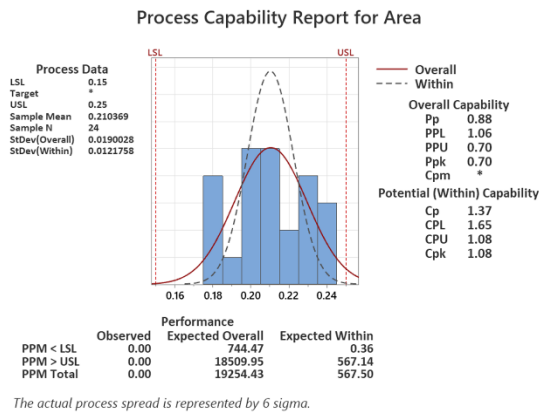


Fig. 9 Process capability report for area

شکل 9 نمودار قابلیت فرآیند مربوط به مساحت زیر نمودار حد شکل دهی

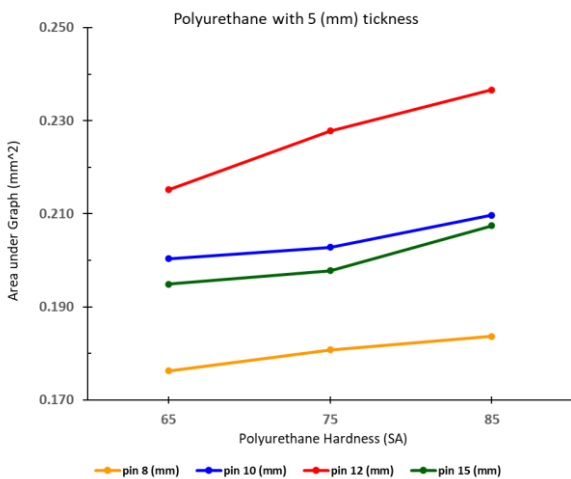


Fig. 10 Variation of the area under the forming limit diagram with changes in polyurethane layer hardness at a thickness of 5 mm

شکل 10 نمودار تغییرات مساحت زیر نمودار حد شکلهی بر اساس تغییرات سختی لایه پلی اورتان با ضخامت 5 میلی متر

در تحلیل نتایج آماری با استفاده از نرم افزار Mini Tab ، پاسخ نهایی به صورت مساحت زیر نمودار حد شکل دهی در نظر گرفته شده است، به طوری که افزایش این مساحت یعنی بالاتر بودن نمودار حد شکلهی است که این نشان دهندهی بهبود قابلیت شکل پذیری ورق در شرایط فرآیند شکلهی چند نقطه ای است. همانطور که در شکل 8 مشاهده می شود، نمودار احتمال نرمال¹ برای داده های حاصل از شبیه سازی ارائه شده است. هدف از این تحلیل، بررسی نمودار بودن توزیع داده ها جهت اطمینان از صحت و اعتبار تحلیل های بعدی بوده است. همان طور که مشاهده می شود، اغلب نقاط در محدوده ی خطوط اطمینان ۹۵٪ قرار دارند و انحراف چشمگیری از خط نرمال مرکزی دیده نمی شود. مقدار میانگین داده ها برابر 0.2104 و انحراف معیار برابر 0.019 گزارش شده است. همچنین مقدار آماره اندرسون-دارلینگ (AD²) برابر با 0.277 محاسبه گردید. از آنجا که مقدار P-value³ برابر 0.623 می باشد و بیشتر از عدد 0.05 است، فرض نرمال بودن داده ها در سطح اطمینان ۹۵٪ پذیرفته می شود. این نتیجه نشان می دهد که داده های پاسخ از توزیع نرمال تبعیت کرده و تغییرات آن ها ناشی از نوسانات طبیعی فرآیند است، بنابراین داده ها از نظر آماری معتبر و قابل استناد می باشند.

در ادامه همانطور که در شکل 9 نشان داده شده است، نتایج تحلیل قابلیت فرآیند⁴ برای پاسخ مساحت زیر نمودار حد شکل دهی نمایش داده شده است. مشخصه حدود پایین (LSL⁵) و حد بالا (USL⁶) به ترتیب برابر با 0.15 و 0.25 در نظر گرفته شده اند. بر اساس تحلیل نرم افزار، مقادیر شاخص های قابلیت بالقوه فرآیند شامل Cp=1.37، Cpk=1.08 و شاخص های قابلیت واقعی فرآیند شامل Pp=0.88 و Ppk=0.70 محاسبه گردیده است. این مقادیر بیانگر آن است که فرآیند در حالت بالقوه از توانایی قابل قبولی برای تولید نتایج یکنواخت برخوردار بوده، هر چند در شرایط واقعی مقداری افت در شاخص های قابلیت مشاهده می شود که می تواند ناشی از تغییرات جزئی در پارامترهای ورودی باشد. با وجود این، مقدار نسبتاً بالای Cp و Cpk نشان می دهد که فرآیند در محدوده ی کنترل آماری قرار دارد و پتانسیل بهبود بیشتری دارد.

به طور کلی، نتایج آماری به دست آمده از دو تحلیل فوق تایید می کند که داده های مربوط به مساحت زیر نمودار حد شکل دهی از توزیع نرمال پیروی کرده و فرآیند شکلهی چند نقطه ای از پایداری و یکنواختی مناسبی برخوردار است. همچنین می توان نتیجه گرفت که پارامترهای مؤثر شامل قطر پین، ضخامت و سختی لایه پلی اورتان نقش تعیین کننده ای در بهبود پاسخ نهایی داشته اند و روند تغییرات حاصل از آن ها از منظر آماری قابل اعتماد و تکرار پذیر است.

نتایج حاصل از اثر افزایش سختی لایه پلی اورتان بر نمودار حد شکلهی برای هر پین در شکل 10 و 11 نشان داده شده است. در نمودار شکل 10 ضخامت نشان می دهد که لایه پلی اورتان 5 میلی متر می باشد و برای همه ابعاد هندسی پین ها افزایش سختی باعث افزایش حد شکلهی شده است. علت این امر چنین می باشد که افزایش سختی لایه پلی اورتان از کرنش های موضعی پین در گوشه های ورق جلوگیری کرده است. لازم به ذکر می باشد که پین 8 میلی متری در شرایط لایه پلی اورتان با ضخامت 5 میلی متر در تمامی سختی ها کمترین حد شکلهی را داشته است و پین 12 بیشترین حد شکلهی را داشته است که با افزایش قطر پین به 15 میلی متر حد شکلهی به مراتب کاهش

⁴ Process Capability Report
⁵ Lower Specification limit
⁶ Upper Specification limit

¹ Probability Plot
² Anderson Darling
³ Probability Value

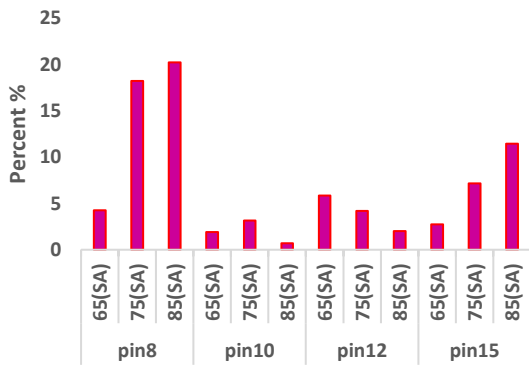


Fig. 12 Percentage change in the area under the forming limit diagram with variations in polyurethane layer thickness

شکل 12 نمودار درصد تغییرات مساحت زیر نمودار حد شکلدهی در اثر تغییرات ضخامت لایه پلی اورتان

4- جمع‌بندی

در این پژوهش برای ورق دولایه آلومینیوم/ مس که از طریق جوش انفجاری متصل شده است، نمودار حد شکلدهی حاصل از فرآیند شکلدهی چندنقطه‌ای به صورت تجربی و به صورت تئوری با استفاده از روش مشتق دوم بدست آمده است. در ادامه جمع‌بندی نتایج این پژوهش بیان می‌شود:

- برای حالت تئوری نمودار حد شکلدهی با استفاده از روش مشتق دوم بدست آمد و با نتایج تئوری مطابقت بالای 90 درصد داشته است.
- از تفسیر نتایج آماری بر اساس خروجی نمودار حد شکلدهی نشان داد که پارامترهای انتخاب شده در این پژوهش تاثیرات بسیار بالایی بر حد شکلدهی داشته است و این پارامترها کافی می‌باشد و فرض نرمال بودن داده‌ها در سطح اطمینان 95٪ می‌باشد.
- نتایج تئوری نشان داد که پین 12 میلی‌متری در همه حالات نسبت به سایر پین‌ها در شرایط مشابه حد شکلدهی بالاتری داشته است. در حالت پین 12 میلی‌متر و سختی لایه پلی اورتان (SA) 85 با ضخامت 10 میلی‌متر دارای بیشترین سطح زیر نمودار به اندازه 0.24154 میلی‌متر مربع می‌باشد.
- نتایج تئوری نشان داد که با افزایش ضخامت لایه پلی اورتان از 5 به 10 نمودار حد شکلدهی همواره بالاتر می‌رود. و از کرنش‌های موضعی ناشی از اثر پین جلوگیری می‌کند.
- نتایج تئوری نشان داد که در پین 8 میلی‌متری افزایش سختی تاثیر چندانی بر افزایش حد شکلدهی نداشته است و لازم می‌باشد ضخامت لایه پلی اورتان تا 10 میلی‌متر افزایش پیدا کند تا از کرنش‌های موضعی جلوگیری کند.

5- مراجع

[1] Walczyk, D. F., Lakshmikanthan, J., Kirk, D. R., "Development of a reconfigurable tool for forming aircraft body panels," J. Manuf. Syst., vol. 17, no. 4, pp. 287-296, 1998.

[2] Tan, F. X., Li, M. Z., Cai, Z. Y., "Research on the process of multi-point forming for the customized titanium alloy cranial prosthesis," J. Mater. Process. Technol., vol. 187, pp. 453-457, 2007.

[3] Li, M., Liu, Y., Su, S., Li, G., "Multi-point forming: a flexible manufacturing method for a 3-d surface sheet," J. Mater. Process. Technol., vol. 87, no. 1-3, pp. 277-280, 1999.

[4] Liu, Y., Li, M., Ju, F., "Research on the process of flexible blank holder in multi-point forming for spherical surface parts," Int. J. Adv. Manuf. Technol., vol. 89, no. 5-8, pp. 2315-2322, 2017.

در نمودار شکل 11 نشان می‌دهد که ضخامت لایه پلی اورتان 10 میلی‌متر می‌باشد و برای همه پین‌ها افزایش سختی باعث افزایش حد شکلدهی شده است. در لایه پلی اورتان با سختی 65(SA) پین 8 کمترین حد شکلدهی را داشته است زیرا که قطر کم پین‌ها باعث کرنش‌های موضعی شده است و ورق زودتر دچار گلوبی و پارگی شده است. زمانی که سختی لایه پلی اورتان (SA) 75 می‌باشد حد شکلدهی پین 8 میلی‌متری به مقدار قابل توجهی افزایش پیدا می‌کند که حتی از پین 10 و 15 حد شکلدهی بیشتر می‌باشد که علت آن را چنین می‌توان بین کرد افزایش سختی در ضخامت 10 میلی‌متر توانسته است از کرنش‌های موضعی جلوگیری کند ولی پین‌های 10 و 15 در گوشه‌های ورق باعث گلوبی شدن و پارگی شده است و حد شکلدهی پایین‌تری نسبت به پین 8 داشته است. در لایه پلی اورتان با سختی 85(SA) حد شکلدهی برای پین‌های 8 و 15 نزدیک به هم بوده است، چراکه سختی به مقداری افزایش یافته است که مانع از اثر پین 8 برای کرنش‌های موضعی می‌شود و همچنین مانع از اثر پین 15 در گوشه‌های ورق می‌شود و حد شکلدهی برای این دو پین نزدیک هم بوده است اما پین 10 که هم باعث کرنش‌های موضعی در سطح ورق می‌شود و هم در گوشه‌های ورق باعث گلوبی شدن می‌شود حد شکلدهی پایین‌تری داشته است. در تمام لایه‌های پلی اورتان پین 12 ابعاد بهینه می‌باشد و بیشترین حد شکلدهی را داشته است.

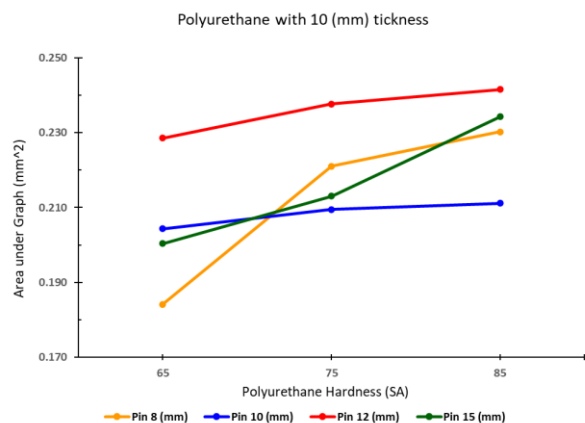


Fig. 11 Variation of the area under the forming limit diagram with changes in polyurethane layer hardness at a thickness of 10 mm

شکل 11 نمودار تغییرات مساحت زیر نمودار حد شکلدهی بر اساس تغییرات سختی لایه پلی اورتان با ضخامت 10 میلی‌متر

در ادامه نتایج در نمودار شکل 12 نشان می‌دهد که افزایش ضخامت لایه پلی اورتان همواره باعث افزایش حد شکلدهی شده است اما لازم به ذکر می‌باشد که در پین به قطر 8 میلی‌متر در اثر افزایش سختی لایه پلی اورتان با افزایش ضخامت لایه پلی اورتان اثر بیشتری بر افزایش حد شکلدهی داشته است چرا که از شکلدهی موضعی حاصل از قطر پین‌ها به مراتب بیشتر جلوگیری می‌کند و حد شکلدهی را افزایش می‌دهد. در پین 10 میلی‌متر افزایش ضخامت تاثیر چشمگیری نداشته است و در پین 12 میلی‌متری با افزایش سختی لایه پلی اورتان افزایش ضخامت روند کاهشی در افزایش حد شکلدهی داشته است. اما در پین 15 میلی‌متری هم با افزایش سختی لایه پلی اورتان افزایش ضخامت تاثیر افزایشی داشته است چرا که در سختی بالاتر باعث می‌شود، در گوشه‌های ورق گلوبی شدن و پارگی دیرتر اتفاق بیفتد و حد شکلدهی افزایش پیدا کند.

- [5] Neama, R. A., Al-Baghdadi, M. A. R. S., Al-Waily, M., "Effect of Blank Holder Force and Punch Number on the Forming Behavior of Conventional Dies," *Int. J. Mech. Mechatronics Eng.*, vol. 18, no. 04, 2018.
- [6] Haas, E., Schwarz, R. C., Papazian, J. M., "Design and test of a reconfigurable forming die," *J. Manuf. Process.*, vol. 4, no. 1, pp. 77–85, 2002.
- [7] Li, M.-Z., Cai, Z.-Y., Sui, Z., Yan, Q. G., "Multi-point forming technology for sheet metal," *J. Mater. Process. Technol.*, vol. 129, no. 1–3, pp. 333–338, 2002.
- [8] Cai, Z.-Y., Wang, S.-H., Li, M.-Z., "Numerical investigation of multi-point forming process for sheet metal: wrinkling, dimpling and springback," *Int. J. Adv. Manuf. Technol.*, vol. 37, no. 9, pp. 927–936, 2008.
- [9] Zhang, Q., Wang, Z. R., Dean, T. A., "Multi-point sandwich forming of a spherical sector with tool-shape compensation," *J. Mater. Process. Technol.*, vol. 194, no. 1–3, pp. 74–80, 2007.
- [10] Sun, G., Li, M. Z., Yan, X. P., Zhong, P. P., "Study of blank-holder technology on multi-point forming of thin sheet metal," *J. Mater. Process. Technol.*, vol. 187, pp. 517–520, 2007.
- [11] Chen, J.-J., Li, M.-Z., Liu, W., Wang, C.-T., "Sectional multipoint forming technology for large-size sheet metal," *Int. J. Adv. Manuf. Technol.*, vol. 25, no. 9, pp. 935–939, 2005.
- [12] Cai, Z.-Y., Wang, S.-H., Xu, X.-D., Li, M.-Z., "Numerical simulation for the multi-point stretch forming process of sheet metal," *J. Mater. Process. Technol.*, vol. 209, no. 1, pp. 396–407, 2009.
- [13] Abosaf, M., Essa, K., Alghawail, A., Tolipov, A., Su, S., Pham, D., "Optimisation of multi-point forming process parameters," *Int. J. Adv. Manuf. Technol.*, vol. 92, no. 5–8, pp. 1849–1859, 2017.
- [14] Fang, C., Zhao, J., Ling, L., Wang, W., Wan, M., "Electromagnetic peening-a novel sheet metal forming method," *EasyChair*, 2019.
- [15] Panouiu, V., Boazu, D., "Hydro-multipoint Forming, a Challenge in Sheet Metal Forming," in *International Conference on Advanced Manufacturing Engineering and Technologies*, Springer, 2017, pp. 79–94.
- [16] Erhu, Q., Mingzhe, L., Rui, L., Mingyang, C., Jianlei, L., "Research on formability in multi-point forming with different elastic pads," *Int. J. Adv. Manuf. Technol.*, vol. 98, no. 5, pp. 1887–1901, 2018.
- [17] Abbas, T. F., Younis, K. M., kadhim Mansor, K., "The Influence of Process Parameters on Thickness Distribution in Multipoint Forming Process Using Finite Element Analysis," in *2019 2nd International Conference on Electrical, Communication, Computer, Power and Control Engineering (ICECCPCE)*, IEEE, 2019, pp. 120–125.
- [18] Alaie, A., Hashemi, R., Kazemi, F., "Investigation of forming limit diagram and mechanical properties of the bimetallic Al/Cu composite sheet at different temperatures which fabricated by explosive welding," *Proc. Inst. Mech. Eng. Part B J. Eng. Manuf.*, vol. 235, no. 1–2, pp. 73–84, 2021.
- [19] Ghazanfari, A., Soleimani, S. S., Keshavarzzadeh, M., Habibi, M., Assempuor, A., Hashemi, R., "Prediction of FLD for sheet metal by considering through-thickness shear stresses," *Mech. Based Des. Struct. Mach.*, vol. 48, no. 6, pp. 755–772, 2020.
- [20] Hashemi, R., Karajibani, E., "Forming limit diagram of Al-Cu two-layer metallic sheets considering the Marciniak and Kuczynski theory," *Proc. Inst. Mech. Eng. Part B J. Eng. Manuf.*, vol. 232, no. 5, pp. 848–854, 2018.
- [21] Majidabad, M. A., Khodayari, R., Akbari, H., Davoodi, B., Hashemi, R., "Multipoint forming process of aluminum sheet considering its forming limit diagram: Experimental and numerical investigations," *Proc. Inst. Mech. Eng. Part L J. Mater. Des. Appl.*, vol. 0, no. 0, p. 14644207241276680, doi: 10.1177/14644207241276681.



تحلیل ضربه سرعت پایین پوسته استوانه‌ای ساندویچی با رویه‌های چند لایه فلز-الیاف و هسته انعطاف پذیر بر مبنای تئوری مرتبه بالای پوسته‌های ساندویچی

پیوند عباس پور¹، امید رحمانی^{2*}

1- دانشجوی دکترا، مهندسی مکانیک، دانشگاه زنجان، زنجان

2- استاد، مهندسی مکانیک، دانشگاه زنجان، زنجان

* زنجان، صندوق پستی 38791-45371، omid.rahmani@znu.ac.ir

چکیده

اطلاعات مقاله:

در این مطالعه، رفتار ضربه‌ای پوسته استوانه‌ای ساندویچی با رویه چندلایه فلز-الیاف (FML) و هسته انعطاف‌پذیر تحت بارگذاری ضربه سرعت پایین به صورت تحلیلی مورد بررسی قرار گرفته است. برای توسعه مدل ریاضی، از اصل همیلتون در چارچوب تئوری مرتبه‌بالای پوسته‌های ساندویچی استفاده شده، معادلات حاکم استخراج و در محیط نرم‌افزار متلب پیاده‌سازی گردیده‌اند. در این مدل‌سازی، رفتار رویه‌ها بر اساس تئوری کلاسیک پوسته و میدان جابه‌جایی هسته با تکیه بر تئوری سه‌بعدی الاستیسیته، بدون استفاده از ساده‌سازی‌های متداول، در نظر گرفته شده است. همچنین، توزیع‌های غیرخطی تنش و کرنش در ضخامت هسته به‌عنوان روابط مکمل وارد مدل شده و اثرات غیرخطی هندسی و تغییرشکل‌های برشی درون‌صفحه‌ای و برون‌صفحه‌ای لحاظ گردیده‌اند تا توصیف دقیق‌تری از پاسخ ضربه‌ای حاصل شود. بدین ترتیب، تاریخچه زمانی نیروی تماس با داده‌های موجود در مطالعات پیشین مقایسه و اعتبارسنجی شده است. علاوه بر این، در یک تحلیل پارامتری، اثر عوامل کلیدی نظیر ضخامت و مدول الاستیسیته هسته، جرم، سرعت و شعاع ضربه‌زننده بر رفتار ضربه‌ای سیستم بررسی گردیده است. نتایج نشان می‌دهد که این پارامترها نقش تعیین‌کننده‌ای در بیشینه نیروی تماس، میزان تغییرشکل پوسته‌های ساندویچی دارند.

دریافت: 1404/09/21

پذیرش: 1405/02/23

کلیدواژگان

پوسته استوانه‌ای ساندویچی، چند لایه فلز-الیاف، هسته فوم، حل الاستیسیته، ضربه سرعت پایین

Low-velocity impact response of cylindrical sandwich shells with metal-fiber laminated faces and a compliant core based on a higher-order sandwich shell theory

Peyvand Abbaspour¹, Omid Rahmani^{1*}

1- Department of Mechanical Engineering, University of Zanjan, Zanjan, Iran.

* P.O.B. 38791-45371, Zanjan, Iran, omid.rahmani@znu.ac.ir

Keywords

Cylindrical sandwich shell,
Metal-fiber laminated (FML),
Foam core
Elasticity solution
Low-velocity impac

Abstract

In this study, the low-velocity impact response of a cylindrical sandwich shell with metal-fiber laminated (FML) face sheets and a compliant core is analytically investigated. The governing equations are derived using Hamilton's principle within the framework of a higher-order sandwich shell theory and implemented in MATLAB for numerical computation. In the developed model, the face sheets are modeled based on the classical shell theory, while the displacement field of the core is described according to the three-dimensional elasticity theory without employing common simplifying assumptions. Moreover, nonlinear distributions of stresses and strains through the core thickness are incorporated as complementary relations, and both geometric nonlinearity and in-plane/out-of-plane shear deformations are included to achieve a more accurate description of the impact response. The time history of the contact force is validated against available results from previous studies, demonstrating good agreement. Furthermore, a parametric analysis is performed to assess the influence of key parameters such as the core thickness and elastic modulus, as well as the impactor mass, velocity, and radius on the impact behavior of the system. The results reveal that these parameters play a crucial role in determining the peak contact force and the overall deformation of the sandwich shells.

Please cite this article using:

Abbaspour, P., Rahmani, O., "Low-velocity impact response of cylindrical sandwich shells with metal-fiber laminated faces and a compliant core based on a higher-order sandwich shell theory," In Persian, Journal of Science and Technology of Composites, Vol. 12, No. 3, pp. 2839-2858, 2026. <https://doi.org/10.22068/jstc.2026.2079990.1945>

برای ارجاع به مقاله از عبارت زیر استفاده کنید:

1- مقدمه

سازه‌های ساندویچی و کامپوزیتی به دلیل وزن کم، استحکام ویژه بالا و قابلیت مطلوب ذخیره‌سازی انرژی الاستیک، کاربرد گسترده‌ای در صنایع هوافضا، نظامی و حمل‌ونقل یافته‌اند. با این حال، وجود هسته‌های نسبتاً ضعیف و رویه‌های نازک، این سازه‌ها را در برابر بارگذاری‌های ضربه‌ای، به ویژه ضربه سرعت پایین، آسیب‌پذیر می‌سازد. چنین بارگذاری‌هایی می‌توانند منجر به بروز انواع آسیب‌های درون‌لایه‌ای و بین‌لایه‌ای شده و کاهش قابل توجهی در عملکرد مکانیکی سازه ایجاد کنند. از این رو، تحلیل رفتار دینامیکی این سازه‌ها تحت شرایط ضربه، از چالش‌های مهم در طراحی مهندسی به‌شمار می‌رود [1].

یکی از راهکارهای مؤثر برای افزایش مقاومت ضربه‌ای، بهره‌گیری از رویه‌های چندلایه‌ی فلز-الیاف¹ در کنار هسته‌های فومی است. چنین ترکیبی، با ایجاد هم‌افزایی بین خواص فلز و کامپوزیت، ضمن حفظ وزن کم سازه، موجب بهبود استحکام و سفتی خمشی می‌شود. همچنین، مهار گسترش ترک توسط رویه‌ها و کاهش تمرکز تنش به واسطه هسته فومی، عملکرد مناسب این پوسته‌های ساندویچی را تحت بارگذاری ضربه‌ای تضمین می‌کند [2, 3].

در تحلیل سازه‌های مرکب، معمولاً از تئوری‌های تک‌لایه‌ای² برای بیان روابط کرنش-جابجایی استفاده می‌شود. این رویکردها با اعمال فرضیات مناسب در خصوص توزیع تغییرشکل در راستای ضخامت، مدل سه‌بعدی پیچیده‌ی ورق‌ها و پوسته‌ها را به مدلی دوبعدی ساده‌تر تبدیل می‌کنند. از مهم‌ترین این تئوری‌ها می‌توان به تئوری کلاسیک لایه‌ای³، تئوری مرتبه‌ی اول تغییر شکل برشی⁴ و تئوری مرتبه‌ی بالای تغییر شکل برشی⁵ اشاره کرد [4]. مدل‌های تحلیلی، از جمله سیستم‌های جرم-فنر چند درجه آزادی، ابزار مؤثری برای شبیه‌سازی ضربه، بررسی تاریخچه نیرو-زمان و پیش‌بینی مکانیزم‌های آسیب هستند. ترکیب تئوری‌های مرتبه بالای تغییر شکل برشی با اصل همپلتون نیز امکان استخراج معادلات حاکم و تحلیل دقیق پاسخ دینامیکی تیرها و پوسته‌های ساندویچی با هسته انعطاف‌پذیر را فراهم می‌کند.

مطالعات مرتبط با پاسخ ضربه‌ای سازه‌های کامپوزیتی و ساندویچی از دهه‌های گذشته مورد توجه قرار گرفته‌اند. ویتنی و پاگانو [5] با بهره‌گیری از تئوری کلاسیک لایه‌ای، پاسخ دینامیکی ورق‌های ارتوتروپیک تحت بارگذاری گسترده را بررسی کردند و مبنای مهمی برای تحلیل‌های بعدی فراهم نمودند. در ادامه، پژوهشگران دیگری همچون فراستیگ و همکاران [6] با استفاده از تئوری‌های مرتبه بالا، رفتار خمشی و ارتعاشی تیرها و پوسته‌های ساندویچی با هسته‌ی انعطاف‌پذیر را مطالعه کردند. در حوزه‌ی بارگذاری ضربه‌ای، میشل و همکاران [7] و نیز اسلان و همکاران [8] با ارائه‌ی مدل‌های جرم-فنر ساده‌شده، امکان پیش‌بینی تاریخچه‌ی نیرو-زمان و تغییرشکل ورق‌های کامپوزیتی تحت ضربه‌ی سرعت پایین را فراهم کردند. رحمانی و همکاران [9] با بهره‌گیری از تئوری مرتبه‌بالای پوسته‌ی ساندویچی، ارتعاش آزاد پوسته‌های استوانه‌ای ساندویچی با هسته‌ی انعطاف‌پذیر را مدل‌سازی کردند و تأثیر پارامترهای هندسی بر پاسخ دینامیکی آن‌ها را بررسی نمودند. در دهه‌ی اخیر، مطالعات متعددی بر روی عملکرد ضربه‌ای سازه‌های ساندویچی با هسته‌های فومی و رویه‌های چندلایه‌ی فلز-الیاف صورت گرفته است. عزیززی و همکاران [10] پاسخ دینامیکی پوسته‌های ساندویچی مخروطی و تاریخچه‌ی نیروی تماسی را با استفاده از مدل جرم-فنر-دمپر سه‌درجه‌آزادی و روش دیفرانسیل کوادراچر⁶ تحلیل کردند و اثر پارامترهای فیزیکی و هندسی را بر پاسخ ضربه

بررسی نمودند. همچنین، ملک‌زاده فرد و همکاران [11] پاسخ ورق‌های ساندویچی با رویه‌ی الیاف-فلز تحت ضربه‌ی سرعت پایین را با ضربه‌زننده‌ی صلب استوانه‌ای و بر اساس قانون برخورد اصلاح‌شده مطالعه کردند. آن‌ها با بهره‌گیری از اصل حداقل انرژی پتانسیل و مدل موازنه‌ی انرژی، یک حل تحلیلی برای تعیین پارامترهای مجهول تماس در قانون برخورد غیرخطی هر تیز ارائه دادند و حداکثر نیروی برخورد را با مدل جرم-فنر دوجره‌آزادی پیش‌بینی نمودند که اهمیت اثر پارامترهای هندسی و فیزیکی در پاسخ دینامیکی سازه‌های ساندویچی را نشان داد. کیکو و همکاران [12] پاسخ ضربه سرعت پایین در چندلایه‌های شیشه/کربن را تحت ضربه‌زننده‌های با هندسه متفاوت بررسی کردند. نتایج نشان داد ضربه‌زننده لبه‌تیز ترک و لایه‌لایه‌شدگی ایجاد می‌کند، در حالی که ضربه‌زننده نیم‌کروی تغییرشکل ماندگار بیشتری به وجود می‌آورد. تحلیل‌های عددی در آباکوس این نتایج را تأیید کرد. در ادامه، کارلیو و همکاران [13] عملکرد ضربه‌ای چندلایه‌های فلز-الیاف ترموپلاستیک ساخته‌شده از الیاف آرامید/پلی‌پروپیلن و الیاف آلومینیوم را بررسی کردند و نتایج آن‌ها نشان داد که آرایش لایه‌ای مناسب (سه لایه آلومینیوم و چهار لایه کامپوزیت) بیشترین ذخیره‌سازی انرژی الاستیک و بالاترین آستانه‌ی نفوذ را فراهم می‌کند. همچنین، ژو و همکاران [14] نشان دادند پانل‌های ساندویچی چندلایه با هسته فومی و رویه‌های کامپوزیتی، نسبت به نمونه‌های تک‌لایه با جرم مشابه، مقاومت و ذخیره‌سازی انرژی بالاتری دارند و بهینه‌سازی سفتی رویه فوقانی ذخیره‌سازی انرژی الاستیک را افزایش می‌دهد. پنگ و همکاران [15] نشان دادند که انرژی ضربه، ارتفاع هسته فومی و زاویه برخورد تأثیر قابل توجهی بر الگوی آسیب و ذخیره‌سازی انرژی الاستیک پانل‌های ساندویچی کامپوزیتی دارند، در حالی که توالی لایه‌های رویه اثر چندانی بر مقاومت ضربه‌ای ندارد و هسته فومی نقش اصلی را در ذخیره‌سازی انرژی الاستیک ایفا می‌کند. در همین راستا، شاهویسی و همکاران [16] پاسخ دینامیکی تیر ساندویچی خمیده الیاف-فلز با هسته انعطاف‌پذیر تحت ضربه کم‌سرعت را تحلیل کردند و تأثیر زاویه انحنا، ضخامت و مدول هسته، و جرم و سرعت ضربه‌زننده بر جابه‌جایی شعاعی و تاریخچه نیروی تماس را بررسی نمودند.

سانگ و همکاران [17] رفتار ضربه‌ای با سرعت پایین سازه‌های ساندویچی موج‌دار تقویت‌شده با فوم و لایه‌های فلز-الیاف تحت سه سطح انرژی و دو جهت ضربه‌ی جلویی و پشتی به صورت تجربی و عددی را مورد بررسی قرار دادند. نتایج نشان می‌دهد که پرشدگی فومی و جهت اعمال ضربه تأثیر قابل توجهی بر پاسخ دینامیکی و ظرفیت تحمل بار دارند. افزون بر این، پژوهش‌های اخیر نشان داده‌اند که انتخاب جنس و معماری هسته تأثیر تعیین‌کننده‌ای در عملکرد نهایی سازه دارد. برای مثال، فنگ و همکاران [18] رفتار مکانیکی ضربه‌ای سازه‌های ساندویچی با هسته‌های فومی و چوب‌پنبه‌ای را به صورت تجربی و عددی بررسی کردند. نتایج نشان می‌دهد که هسته‌ی چوب‌پنبه‌ای به‌عنوان جایگزینی پایدار برای فوم پلی‌استایرن، مقاومت ضربه‌ای بالاتری فراهم کرده و الگوی آسیب مشابهی با تمرکز اولیه در محل ضربه و گسترش تدریجی در هسته و رویه زیرین نشان می‌دهد. همچنین، ژانگ و همکاران [19] با تمرکز بر آسیب‌های لایه‌لایه‌شدگی و روش‌های تعمیر در سازه‌های ساندویچی با هسته‌ی لانه‌زنبوری، نشان دادند که چنین آسیب‌هایی می‌تواند به شدت عملکرد سازه را کاهش داده و ضرورت توسعه‌ی روش‌های ترمیمی مؤثر را برجسته کند. از سوی دیگر، یانگ و همکاران [20] رفتار

⁴ First-order Shear Deformation Theory

⁵ Higher-order Shear Deformation Plate Theory

⁶ Differential Quadrature Method

¹ Fibre Metal Laminate

² Equivalent Single Layer Theory

³ Classical Lamination Theory

دقت پیش‌بینی پاسخ دینامیکی پوسته‌های ساندویچی تحت بارگذاری ضربه سرعت پایین را به‌طور قابل‌توجهی افزایش می‌دهد. بنابراین، پژوهش حاضر ضمن پر کردن خلأ موجود در ادبیات، مبنایی مناسب برای بهینه‌سازی طراحی و ارتقای مقاومت ضربه‌ای چنین سازه‌هایی ارائه می‌دهد.

2- تحلیل ضربه سرعت پایین پوسته ساندویچی استوانه‌ای بر پایه تئوری مرتبه‌بالا

در این پژوهش، پوسته استوانه‌ای ساندویچی با دو لایه رویه‌ای از جنس چندلایه فلز-الیاف و یک هسته‌ی انعطاف‌پذیر مرکزی مورد بررسی قرار گرفته است. هندسه‌ی سازه با پارامترهایی همچون ضخامت کلی h ، طول L ، عرض a ، شعاع میانی هسته R ، ضخامت هسته h_c ، ضخامت رویه بالایی d_t و ضخامت رویه پایینی d_b تعریف می‌شود. نمای سه‌بعدی و دستگاه مختصات در شکل 1 نشان داده شده است. رفتار دینامیکی چنین سازه‌هایی به‌واسطه‌ی اندرکنش پیچیده‌ی میان رویه‌های چندلایه فلز-الیاف و هسته‌ی انعطاف‌پذیر، نیازمند مدلی پیشرفته است. انعطاف‌پذیری هسته موجب بروز جابجایی‌های نسبی میان لایه‌ها، تمرکز تنش‌های موضعی و تغییر شکل‌های غیرهمگن در ضخامت می‌شود؛ پدیده‌هایی که پیش‌بینی آن‌ها با تئوری‌های کلاسیک پوسته‌ها امکان‌پذیر نیست.

افزون بر این، روش‌های تحلیلی متداول غالباً با ساده‌سازی‌های بیش از حد در توصیف میدان جابجایی هسته، قادر به بازتاب دقیق اثرات مرتبه‌بالا، رفتارهای موضعی و حتی تغییر شکل‌های غیرخطی نیستند. برای غلبه بر این محدودیت‌ها، در پژوهش حاضر از تئوری مرتبه‌بالای پوسته‌های ساندویچی² بهره گرفته شده است. ویژگی بارز این رویکرد آن است که هیچ محدودیت پیش‌فرضی بر میدان جابجایی هسته اعمال نمی‌شود و اثرات مرتبه‌بالا به‌صورت طبیعی از حل معادلات سه‌بعدی الاستیسیته حاصل می‌گردند. همچنین، تمامی مؤلفه‌های تنش و جابجایی در اجزای مختلف سازه، از جمله سهم تنش‌های برشی و نرمال در نواحی اتصال، به‌طور کامل در فرمول‌بندی لحاظ شده‌اند. معادلات حاکم بر اساس اصل همپلتون و در قالب یک رویکرد انرژی استخراج گردیده‌اند.

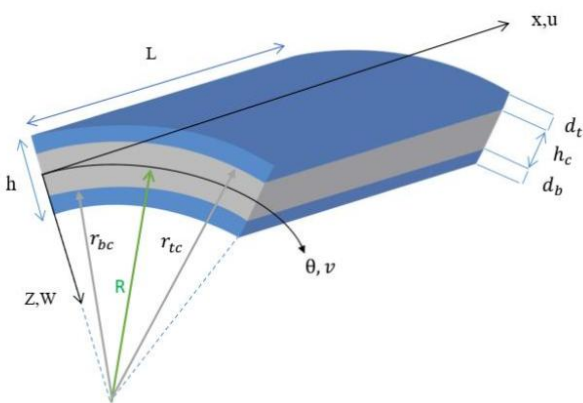


Fig. 1 Geometric characteristics of the cylindrical sandwich shell

شکل 1 مشخصات هندسی پوسته استوانه‌ای ساندویچی بدین ترتیب، چارچوبی دقیق و نظام‌مند برای تحلیل ضربه‌ی سرعت پایین پوسته‌های استوانه‌ای ساندویچی با رویه‌های فلز-الیاف و هسته‌های انعطاف‌پذیر

ضربه‌ای پانل‌های ساندویچی با هسته‌ی فومی و رویه‌های کارال¹ را مطالعه کردند و نشان دادند که استفاده از کارال در رویه‌ها می‌تواند ظرفیت ذخیره‌سازی انرژی الاستیک و مقاومت کلی سازه در برابر ضربه را ارتقا دهد. مطالعات تکمیلی نیز بر اهمیت ویژگی‌های فیزیکی هسته و ترکیب مواد رویه تأکید کرده‌اند. به‌عنوان نمونه، ژو و همکاران [21] اثر چگالی هسته‌های فومی بر پاسخ ضربه‌ای پانل‌های ساندویچی را بررسی کردند و نشان دادند که افزایش چگالی هسته موجب افزایش سفتی و بهبود ذخیره‌سازی انرژی الاستیک می‌شود. آذرافزا و همکاران [22] ارتعاشات آزاد پوسته‌های استوانه‌ای کامپوزیتی با گشودگی مستطیلی را به‌صورت تحلیلی و عددی بررسی کردند و نشان دادند که افزایش ابعاد گشودگی موجب کاهش فرکانس‌های طبیعی سازه می‌شود. ملکزاده و همکاران [23] مدلی تحلیلی برای پیش‌بینی پاسخ دینامیکی ورق‌های ساندویچی با رویه‌های فلز-الیاف تحت ضربه سرعت پایین ارائه کردند و نشان دادند که مقاومت ضربه‌ای این سازه‌ها مستقل از تغییرات سرعت و جرم ضربه‌زننده است. امیراشجعی و همکاران [24] با بهره‌گیری از مکانیک آسیب در نرم‌افزار آباکوس، مدل عددی ضربه‌ی کم‌سرعت در کامپوزیت‌های کربن/اپوکسی را بررسی کردند و نشان دادند که مدل پیشنهادی توانایی مناسبی در پیش‌بینی رفتار کلی سازه دارد. اندرسون و همکاران [25] مدل‌سازی برخورد جرم‌های مختلف با پانل‌های ساندویچی کامپوزیتی را با لحاظ کردن سفتی تماس و ذخیره‌سازی انرژی الاستیک ناشی از آسیب انجام دادند که منجر به ارائه مدلی پیش‌بینانه برای نیروی اوج تماس و مدت‌زمان تماس در پانل‌های فومی شده است. داور و همکاران [26] پاسخ ضربه عرضی سرعت پایین در پوسته‌های استوانه‌ای ساندویچی با رویه چندلایه فلز-الیاف و هسته مدرج تابعی را تحلیل کردند و اثر پارامترهای سازه‌ای کلیدی بر تاریخچه نیروی تماس و رفتار ضربه را بررسی نمودند. رزقی ملکی و همکاران [27] سازه‌های ساندویچی با رویه‌های بازالت/اپوکسی و هسته چوب‌پنبه را تحت خمش سه‌نقطه‌ای و ضربه سرعت پایین بررسی کردند و نشان دادند که این ترکیب ضمن افزایش ظرفیت ذخیره‌سازی انرژی الاستیک و مقاومت اولیه خمشی، رفتار قابل‌قبولی در برابر آسیب ضربه‌ای ارائه می‌دهد.

با مرور مطالعات پیشین مشخص می‌شود که پژوهش‌های موجود درباره رفتار ضربه‌ای سازه‌های ساندویچی عمدتاً به صفحات تخت یا تیرها محدود بوده و بررسی جامع پوسته‌های استوانه‌ای ساندویچی اندک است. در مطالعات محدود پوسته‌ها نیز اغلب فرض‌هایی مانند ساده‌سازی میدان جابجایی هسته و یکسان فرض کردن خیز رویه‌ها اعمال شده است که مکانیزم‌های واقعی شکست نظیر لایه‌لایه‌شدگی و کمانش موضعی را نادیده می‌گیرند و دقت تحلیل را کاهش می‌دهند. نوآوری اصلی پژوهش حاضر در ارائه چارچوبی تحلیلی است که بدون محدودیت پیش‌فرض بر میدان جابجایی هسته و با بهره‌گیری از تئوری سه‌بعدی الاستیسیته و اصل همپلتون، تغییرشکل‌های مرتبه‌بالا را به‌صورت طبیعی استخراج می‌کند. بدین ترتیب، مؤلفه‌های جابجایی هسته انعطاف‌پذیر در راستاهای طولی، محیطی و شعاعی محاسبه می‌شوند و برخلاف تئوری‌های مهندسی رایج، هیچ پیش‌فرضی درباره نحوه توزیع آن‌ها اعمال نشده است. تغییرات این مؤلفه‌ها در راستای شعاع پوسته به‌صورت غیرخطی بوده و به پارامترهایی مانند تنش‌های برشی هسته، جابجایی رویه‌های بالایی و پایینی و مدول‌های الاستیسیته و برشی هسته وابسته است.

این رویکرد امکان بررسی دقیق مکانیزم‌های شکست، تحلیل سیستماتیک اثر هندسه و توزیع لایه‌ها، و مطالعه پارامتری خواص سازه را فراهم می‌آورد و

¹ Carbon Fibre Reinforced Aluminium Laminates

² High Order Sandwich Panel Theory

$$\begin{aligned} u_i(x, \theta, z, t) &= u_{0i}(x, \theta, t) + z_i \beta_{xxi} \\ v_i(x, \theta, z, t) &= v_{0i}(x, \theta, t) + z_i \beta_{\theta\theta i} \quad (i=t, b) \\ w_i(x, \theta, z, t) &= w_{0i}(x, \theta, t) \end{aligned} \quad (1)$$

در روابط فوق w_{0i} و v_{0i} ، u_{0i} جابجایی‌ها در صفحه میانی رویه‌ها به ترتیب در جهات طولی x و محیطی θ ، شعاعی Z و β_{xxi} و $\beta_{\theta\theta i}$ به ترتیب مولفه‌های چرخش رویه‌ها حول محورهای θ و x می‌باشند. که در آن $(i=t, b)$ به ترتیب معرف رویه بالایی و پایینی می‌باشند. معادلات سینماتیکی کرنش‌ها در رویه‌های بالایی و پایینی با فرض کرنش‌های رویه‌ها به صورت ϵ_{xxi} ، $\epsilon_{\theta\theta i}$ و $\gamma_{x\theta i}$ و انحنای رویه‌ها به صورت k_{xxi} ، $k_{\theta\theta i}$ و $k_{x\theta i}$ در نظر گرفته می‌شوند:

$$\begin{aligned} \epsilon_{xxi} &= \epsilon_{xx0i} + z_i k_{xxi} \\ \epsilon_{\theta\theta i} &= \epsilon_{\theta\theta 0i} + z_i k_{\theta\theta i} \\ \gamma_{x\theta i} &= \gamma_{x\theta 0i} + z_i k_{x\theta i} \end{aligned} \quad (2)$$

در این روابط، کرنش‌های موجود در صفحه میانی و معادلات متناظر با انحنای رویه‌ها به صورت زیر بیان می‌شوند:

$$\begin{aligned} \epsilon_{xx0i} &= u_{0i,x} \\ k_{xxi} &= \beta_{xxi,x} \\ \epsilon_{\theta\theta 0i} &= (v_{0i,\theta} + w_i) / r_i \\ k_{\theta\theta i} &= \beta_{\theta\theta i,\theta} / r_i \\ \gamma_{x\theta 0i} &= v_{0i,x} + (u_{0i,\theta} / r_i) \\ k_{x\theta i} &= \beta_{\theta\theta i,x} + (\beta_{xxi,\theta} / r_i) \\ \beta_{xxi} &= -w_{i,x} \\ \beta_{\theta\theta i} &= (v_{0i} - w_{i,\theta}) / r_i \end{aligned} \quad (3)$$

همچنین، روابط میان کرنش و جابجایی در ناحیه هسته‌ای پوسته استوانه‌ای ساندویچی به صورت زیر تعریف می‌گردد:

$$\begin{aligned} \epsilon_{rrc} &= w_{c,x} \\ \gamma_{\theta rc} &= v_{c,r} + (w_{c,\theta} - v_c) / r \\ \gamma_{xrc} &= w_{c,x} + u_{c,r} \end{aligned} \quad (4)$$

همچنین، شرایط پیوستگی میدان جابه‌جایی در فصل مشترک رویه‌ها و هسته و به‌طور کامل در مرز رویه فوقانی هسته و رویه تحتانی هسته اعمال شده‌اند. این شرایط در قالب روابط (5) و (6) بیان می‌شوند:

توسعه یافته است. این چارچوب قادر است اثرات هندسی و مکانیکی اجزا را بدون اتکا به فرضیات ساده‌ساز بازتاب داده و زمینه‌ای مطمئن برای بررسی پارامترهای مؤثر بر پاسخ ضربه‌ای فراهم سازد.

1-2- فرضیات، برتری‌ها و محدودیت‌های مدل

سازه مورد مطالعه یک پوسته استوانه‌ای ساندویچی شامل رویه‌های چندلایه فلز-الیاف نازک و یک هسته انعطاف‌پذیر است که در آن، پیوستگی کامل بین رویه‌ها و هسته فرض شده است. برخورد مورد بررسی در محدوده سرعت‌های پایین رخ داده و تحلیل دینامیکی در چارچوب الاستیسیته خطی و پیش از آغاز تسلیم ماده تا آستانه شروع آسیب و ورود به ناحیه تغییرشکل پلاستیک انجام می‌پذیرد. ضربه‌زننده به‌صورت ایزوتروپیک و با جهت عمود بر سطح پوسته مدل شده و سفتی آن در مقایسه با سازه ساندویچی بزرگ فرض می‌شود. تحلیل دینامیکی بر اساس فرض تغییرمکان‌های کوچک انجام شده و اثرات دما، اصطکاک و رطوبت بر خواص مواد لحاظ نشده است.

یک مدل ترکیبی برای تحلیل پاسخ دینامیکی سازه‌های ساندویچی تحت ضربه سرعت پایین مبتنی بر تئوری مرتبه بالای پوسته ساندویچی با هسته انعطاف‌پذیر ارائه شده است. تعداد پژوهش‌های ضربه سرعت پایین انجام شده بر پوسته استوانه‌ای ساندویچی با رویه‌های چندلایه فلز-الیاف و هسته انعطاف‌پذیر بسیار کم است و مطالعه‌ای با دید ضربه سرعت پایین روی پوسته استوانه‌ای ساندویچی (FML/Core/FML) صورت نگرفته است. مطالعه تأثیر نیرو بر پاسخ دینامیکی پوسته استوانه‌ای ساندویچی و در کل تحلیل پارامتری و بررسی اثر عوامل کلیدی نظیر ضخامت و مدول الاستیسیته هسته، جرم، سرعت و شعاع ضربه‌زننده بر رفتار ضربه‌ای سیستم نشان می‌دهد این پارامترها نقش تعیین‌کننده‌ای در بیشینه نیروی تماس، میزان تغییرشکل پوسته‌های ساندویچی دارند.

با وجود نتایج قابل قبول حاصل از این تحقیق، برخی محدودیت‌ها در چارچوب مدل‌سازی و تحلیل وجود دارد که می‌تواند مبنای مطالعات آتی قرار گیرد. در پژوهش حاضر، تمرکز بر تحلیل رفتار دینامیکی پوسته‌های ساندویچی در محدوده ضربه سرعت پایین و تا آستانه آغاز آسیب بوده است. توسعه معادلات حاکم استخراج‌شده این امکان را فراهم می‌سازد تا در تحقیقات آینده، بهینه‌سازی پاسخ دینامیکی پوسته‌ها تحت انواع شرایط بارگذاری مکانیکی مورد بررسی قرار گیرد. در نظر گرفتن اثرات حرارتی و وابستگی خواص مواد به دما می‌تواند زمینه‌ساز مطالعه رفتار کوپل‌شده مکانیکی-حرارتی در پوسته‌های ساندویچی باشد. از سوی دیگر، گسترش مدل حاضر به منظور لحاظ کردن رفتار پلاستیک مصالح و به‌کارگیری معیارها و تئوری‌های پیشرفته آسیب، امکان بررسی پاسخ سازه در شرایط ضربه سرعت بالا و تحلیل فرآیند گسترش آسیب را فراهم خواهد کرد.

2-2- مدل‌سازی سینماتیکی کرنش-جابجایی و استخراج معادلات تعادل

در چارچوب مدل‌سازی تحلیلی، رویه‌های پوسته‌ای ساندویچی استوانه‌ای به صورت پوسته‌های الاستیک چندلایه‌ی نازک در نظر گرفته شده‌اند. این مدل‌سازی بر پایه‌ی مفروضات لاو-کیرشهف انجام شده است؛ مفروضاتی که امکان توصیف دقیق رفتار خمشی و غشایی در تئوری‌های کلاسیک پوسته‌ها و صفحات نازک را فراهم می‌سازند و مبنای توسعه روابط سینماتیکی و معادلات تعادل در این مطالعه قرار گرفته‌اند. جابجایی رویه‌ها در راستای طولی (x) ، محیطی (θ) و شعاعی (z) به صورت زیر می‌باشد [1]:

$$\begin{aligned}
 u_c(r, \theta, x, t) &= [u_{ct}(\theta, x, t) - u_{cb}(\theta, x, t)] \frac{r - r_{bc}}{r_{tc} - r_{bc}} + u_{cb}(\theta, x, t) \\
 v_c(r, \theta, x, t) &= [v_{ct}(\theta, x, t) - v_{cb}(\theta, x, t)] \frac{r - r_{bc}}{r_{tc} - r_{bc}} + v_{cb}(\theta, x, t) \\
 w_c(r, \theta, x, t) &= [w_{ct}(\theta, x, t) - w_{cb}(\theta, x, t)] \frac{r - r_{bc}}{r_{tc} - r_{bc}} + w_{cb}(\theta, x, t)
 \end{aligned} \quad (9)$$

انرژی جنبشی پوسته ساندویچی تابعی از مؤلفه‌های سرعت و شتاب آن است. زمانی که بارگذاری به صورت یکنواخت و گسترده اعمال شود، میدان جابجایی در جهت ضخامت هسته را می‌توان با دقت قابل قبول خطی فرض کرد؛ در مقابل، بارهای متمرکز یا موضعی موجب شکل‌گیری توزیع غیرخطی در ضخامت هسته می‌شوند. با توجه به گستردگی و یکنواختی بارگذاری‌های دینامیکی مورد بررسی، فرض خطی بودن میدان‌های سرعت و شتاب برای برآورد انرژی جنبشی کاملاً توجیه‌پذیر و دقیق است.

شایان ذکر است که این تقریب تنها در محاسبه انرژی جنبشی اعمال شده و به منظور حفظ دقت تحلیلی، توزیع‌های غیرخطی واقعی حاصل از حل صریح معادلات تعادل هسته، به‌عنوان شرایط مکمل معادلات حاکم، در مدل لحاظ گردیده‌اند (بخش 4-2).

همچنین، با لحاظ شرایط سازگاری میان لایه‌ها (روابط 5 و 6) در رابطه (9) و با استناد به رابطه (3)، توزیع مؤلفه‌های شتاب در راستای ضخامت هسته به‌صورت روابط زیر مدل‌سازی می‌گردد.

$$\begin{aligned}
 \ddot{u}_c &= \ddot{u}_{0t} \left(\frac{r - r_{bc}}{r_{tc} - r_{bc}} \right) + \ddot{u}_{0b} \left(1 - \frac{r - r_{bc}}{r_{tc} - r_{bc}} \right) \\
 \ddot{w}_{t,x} k_t r_t \left(\frac{r - r_{bc}}{r_{tc} - r_{bc}} \right) + \ddot{w}_{b,x} k_b r_b \left(\frac{r - r_{bc}}{r_{tc} - r_{bc}} - 1 \right) \\
 \ddot{v}_c &= \ddot{v}_{0t} (1 - k_t) \left(\frac{r - r_{bc}}{r_{tc} - r_{bc}} \right) + \ddot{v}_{0b} (1 + k_b) \left(1 - \frac{r - r_{bc}}{r_{tc} - r_{bc}} \right) \\
 \ddot{w}_{t,\theta} k_t r_t \left(\frac{r - r_{bc}}{r_{tc} - r_{bc}} \right) + \ddot{w}_{b,\theta} k_b r_b \left(\frac{r - r_{bc}}{r_{tc} - r_{bc}} - 1 \right) \\
 \ddot{w}_c &= \ddot{w}_t \left(\frac{r - r_{bc}}{r_{tc} - r_{bc}} \right) + \ddot{w}_b \left(1 - \frac{r - r_{bc}}{r_{tc} - r_{bc}} \right)
 \end{aligned} \quad (10)$$

که در این روابط:

$$k_i = \frac{d_i}{2r_i} \quad (i = t, b) \quad (11)$$

3-2- فرمول‌بندی معادلات حاکم

معادلات حاکم بر رفتار دینامیکی پوسته‌ی ساندویچی تحت بارگذاری ضربه‌ای بر اساس اصل همیلتون استخراج شده است. در این رویکرد، کمینه‌سازی تابع لاگرانژ $L=U+V-T$ در یک سیستم تغییرشکل‌یافته، زمینه‌ی فرمول‌بندی دقیق معادلات حرکت و شرایط مرزی را فراهم می‌کند. در این چارچوب، T ، U و V به ترتیب انرژی‌های جنبشی و پتانسیل و کار نیروی خارجی پوسته

$$\begin{aligned}
 u_c(r = r_{tc}) &= u_{0t} - (d_t / 2) \beta_{\theta\theta t} \\
 v_c(r = r_{tc}) &= v_{0t} - (d_t / 2) \beta_{\theta\theta t} \\
 w_c(r = r_{tc}) &= w_{0t}
 \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned}
 u_c(r = r_{bc}) &= u_{0b} + (d_b / 2) \beta_{xxb} \\
 v_c(r = r_{bc}) &= v_{0b} + (d_b / 2) \beta_{\theta\theta b} \\
 w_c(r = r_{bc}) &= w_{0b}
 \end{aligned} \quad (6)$$

در این روابط d_i ($i=t,b$) ضخامت رویه‌های پوسته می‌باشد. روابط ساختاری در هسته پوسته ساندویچی عبارتند از:

$$\begin{aligned}
 \sigma_{rrc} &= E_c \varepsilon_{rrc} \\
 \tau_{xrc} &= G_{xc} \gamma_{xrc} \\
 \tau_{\theta rc} &= G_{\theta c} \gamma_{\theta rc}
 \end{aligned} \quad (7)$$

در نهایت، با ادغام و جایگذاری روابط معرفی‌شده، معادلات حاکم بر رویه‌های کامپوزیتی در چارچوب تئوری کلاسیک فرمول‌بندی و استخراج می‌شوند [2]:

$$\begin{bmatrix} N_{xxi} \\ N_{\theta\theta i} \\ N_{x\theta i} \\ M_{xxi} \\ M_{\theta\theta i} \\ M_{x\theta i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11i} & A_{12i} & A_{16i} \\ A_{12i} & A_{22i} & A_{26i} \\ A_{16i} & A_{26i} & A_{66i} \\ B_{11i} & B_{12i} & B_{16i} \\ B_{12i} & B_{22i} & B_{26i} \\ B_{16i} & B_{26i} & B_{66i} \\ D_{11i} & D_{12i} & D_{16i} \\ D_{12i} & D_{22i} & D_{26i} \\ D_{16i} & D_{26i} & D_{66i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{xxi} \\ \varepsilon_{\theta\theta i} \\ \gamma_{x\theta i} \\ k_{xxi} \\ k_{\theta\theta i} \\ k_{x\theta i} \end{bmatrix} \quad (8)$$

همانطور که ملاحظه می‌شود $M_{kl,i}$ و $N_{kl,i}$ نتیجه‌های تنش و گشتاور، $A_{mn,i}$ سفتی کششی که N ها را به کرنش‌های ناشی از تغییر شکل در لایه میانی و $D_{mn,i}$ سفتی خمشی که M ها را به انحناهای ایجاد شده در لایه میانی مرتبط می‌سازد. از آنجا که $B_{mn,i}$ ، M ها را به کرنش‌های موجود در لایه میانی و N ها را به انحناهای موجود در لایه میانی مرتبط می‌کند، به آن کوپلینگ خمش-کشش می‌گویند [1].

رفتار هسته مطابق با مدل پیشنهادی و بر اساس مطالعات پیشین برای هسته‌های انعطاف‌پذیر، به‌ویژه هسته‌های فومی، در نظر گرفته شده است [6]. در این رویکرد، هسته تنها مقاومت در برابر تنش‌های برشی عرضی دارد و اثر تنش‌های برشی درون‌صفحه‌ای نادیده گرفته می‌شود، امری که با توجه به مدول الاستیسیته پایین و سفتی خمشی ناچیز فوم نسبت به رویه‌ها، دقت مناسبی را فراهم می‌آورد. هسته به‌صورت ماده‌ای با رفتار الاستیک خطی و در محدوده تغییر شکل‌های کوچک مدل‌سازی شده است، با این حال، قابلیت تغییر ارتفاع و ایجاد انحنا غیرخطی در صفحات عرضی آن پس از اعمال بار نیز در مدل لحاظ شده است. قابل توجه است که در جهت ضخامت هسته، هیچ محدودیت پیش‌فرضی بر میدان جابجایی اعمال نشده و با فرض تغییرات خطی مؤلفه‌های جابجایی در ضخامت، روابط تحلیلی زیر قابل استخراج هستند:

در عبارات زیر انتگرال برابر صفر قرار داده می‌شود. (بیوست الف). با انجام این کار پس از مرتب سازی خواهیم داشت:

معادله اول ضرایب $\delta u_{0t} = 0$

$$-r_t N_{x,x}^t - N_{x\theta,\theta}^t + r_{tc} \tau_{xrc} (r = r_{tc}) + r_t I_{0t} \ddot{u}_{0t} + k_1 \ddot{u}_{0t} + k_2 \ddot{u}_{0b} + k_1 (d_t / 2) \ddot{w}_{t,x} + k_2 (d_b / 2) \ddot{w}_{b,x} = 0 \quad (16)$$

معادله دوم ضرایب $\delta u_{0b} = 0$

$$-r_b N_{x,x}^b - N_{x\theta,\theta}^b + r_{bc} \tau_{xrc} (r = r_{bc}) + r_b I_{0b} \ddot{u}_{0b} + k_2 \ddot{u}_{0t} + k_3 \ddot{u}_{0b} + k_2 (d_t / 2) \ddot{w}_{t,x} + k_3 (d_b / 2) \ddot{w}_{b,x} = 0 \quad (17)$$

معادله سوم ضرایب $\delta v_{0t} = 0$

$$-N_{\theta,\theta}^t - M_{\theta,\theta}^t / r_t + r_{tc} (1 - k_t) \tau_{\theta rc} (r = r_{tc}) + (r_t I_{0t} + I_{2t} / r_t) \ddot{v}_{0t} + (1 - k_t)^2 k_1 \ddot{v}_{0t} + (1 - k_t)(1 + k_b) k_2 \ddot{v}_{0b} + (k_t (1 - k_t) k_1 - I_{2t} / r_t) \ddot{w}_{t,\theta} - k_b (1 - k_t) k_2 \ddot{w}_{b,\theta} + r_t N_{x\theta,x}^t - M_{x\theta,x}^t = 0 \quad (18)$$

معادله چهارم ضرایب $\delta v_{0b} = 0$

$$-N_{\theta,\theta}^b - M_{\theta,\theta}^b / r_t - r_{bc} (1 + k_b) \tau_{\theta rc} (r = r_{bc}) + (r_b I_{0b} + I_{2b} / r_b) \ddot{v}_{0b} + (1 - k_t)(1 + k_b) k_2 \ddot{v}_{0t} + (1 + k_b)^2 k_3 \ddot{v}_{0b} + k_t (1 + k_b) k_2 \ddot{w}_{t,\theta} - (k_b (1 + k_b) k_3 + I_{2b} / r_b) \ddot{w}_{b,\theta} - r_b N_{x\theta,x}^b - M_{x\theta,x}^b = 0 \quad (19)$$

معادله پنجم ضرایب $\delta w_{0t} = 0$

$$N_{\theta}^t - M_{\theta,\theta\theta}^t / r_t - r_t M_{x,xx}^t - 2M_{x\theta,x\theta}^t - r_{tc} k_t \tau_{\theta rc,\theta} (r = r_{tc}) + r_{tc} \sigma_{rrc} (r = r_{tc}) - r_{tc} (d_t / 2) \tau_{xrc,x} (r = r_{tc}) + k_2 \ddot{w}_b + (r_t I_{0t} + k_1) \ddot{w}_t - (k_t (1 - k_t) k_1 +) \ddot{v}_{0t,\theta} - k_t (1 + k_b) k_2 \ddot{v}_{0b,\theta} - (k_t^2 k_1 + I_{2t} / r_t) \ddot{w}_{t,\theta\theta} + k_t k_2 k_b \ddot{w}_{b,\theta\theta} - k_1 (d_t / 2) \ddot{u}_{0t,x} - k_2 (d_t / 2) \ddot{u}_{0b,x} - k_1 (d_t / 2) \ddot{w}_{t,xx} - k_2 (d_t d_b / 2) \ddot{w}_{b,xx} + r_t I_{2t} \ddot{w}_{t,xx} + r_t q_r^t = 0 \quad (20)$$

معادله ششم ضرایب $\delta w_{0b} = 0$

استوانه‌ای ساندویچی را نشان می‌دهند و t پارامتر زمان در بازه $[t_1, t_2]$ است. اپراتور تغییرات با نماد δ نمایش داده شده است [1]:

$$\delta L = \int_{t_1}^{t_2} \delta(U + V - T) dt = \int_{t_1}^{t_2} (\delta U + \delta V - \delta T) dt = 0 \quad (12)$$

در این رابطه تغییرات مرتبه اول انرژی جنبشی به صورت رابطه (13) بیان می‌شود که در آن $\ddot{u}_i, \ddot{v}_i, \ddot{w}_i$ ($i = t, b, c$) مؤلفه‌های شتاب رویه‌ها و هسته در راستاهای طولی، محیطی و شعاعی می‌باشند.

$$\delta T = \int_{V_t} \rho_t (\ddot{u}_t \delta u_t \dot{v}_t \delta v_t + \dot{w}_t \delta w_t) dV_t + \int_{V_b} \rho_b (\ddot{u}_b \delta u_b + v_b \delta v_b + \dot{w}_b \delta w_b) dV_b + \int_{V_c} \rho_c (\ddot{u}_c \delta u_c + \dot{v}_c \delta v_c + \dot{w}_c \delta w_c) dV_c \quad (13)$$

تغییرات مرتبه اول انرژی پتانسیل برای پوسته استوانه‌ای ساندویچی مطابق رابطه (14) قابل محاسبه است.

$$\delta U = \int_{V_t} (\sigma_{xxt} \delta \varepsilon_{xxt} + \sigma_{\theta\theta} \delta \varepsilon_{\theta\theta} + \tau_{x\theta} \delta \gamma_{x\theta}) dV_t + \int_{V_b} (\sigma_{xxb} \delta \varepsilon_{xxb} + \sigma_{\theta\theta} \delta \varepsilon_{\theta\theta} + \tau_{x\theta} \delta \gamma_{x\theta}) dV_b + \int_{V_c} (\tau_{xrc} \delta \gamma_{xrc} + \tau_{\theta rc} \delta \gamma_{\theta rc} + \sigma_{rrc} \delta \varepsilon_{rrc}) dV_c \quad (14)$$

که در این روابط $(\sigma_{xxt}, \sigma_{\theta\theta}, \tau_{x\theta})$ ، ($i = t, b$) مؤلفه‌های تنش صفحه‌ای در راستای محوری، محیطی و برشی عرضی معرف تنش‌های موجود در رویه‌های فوقانی و تحتانی و $(\varepsilon_{xxt}, \varepsilon_{\theta\theta}, \varepsilon_{x\theta})$ کرنش‌های موجود در رویه‌های فوقانی و تحتانی می‌باشند. همچنین $(\sigma_{xrc}, \sigma_{\theta rc}, \tau_{rrc}, \gamma_{xrc}, \gamma_{\theta rc}, \varepsilon_{rrc})$ نمایانگر مؤلفه‌های تنش شعاعی و برش عرضی، و نیز کرنش‌های موثر در ناحیه هسته‌ی میانی سازه می‌باشند.

تغییرات کار نیروهای خارجی را میتوان به شکل زیر نمایش داد:

$$\delta V = \int_{\theta_0}^{L\theta_1} \int (q_r^t r_i \delta w_t + q_r^b r_b \delta w_b) dx d\theta \quad i = t, b \quad (15)$$

که در این رابطه مؤلفه شعاعی جابجایی رویه‌ها w_i و q_r^t بارهای عمودی اعمالی بر رویه‌های بالایی و پایینی پوسته می‌باشند.

پس از محاسبه عبارت‌های مربوطه $\delta U, \delta V, \delta T$ روابط (13)، (14) و (15) در اصل همیلتون رابطه (12)، امکان استخراج معادلات تعادل پوسته استوانه‌ای ساندویچی فراهم می‌آید. همانطور که پیش‌تر بیان شد، فرایند به‌دست‌آوردن معادلات حاکم، از طریق اعمال اصل کمینه‌سازی تابع لاگرانژ L برای سیستم تغییرشکل‌یافته، یعنی $\delta L = 0$ ، انجام می‌پذیرد. در این راستا، از روابط سینماتیکی رابطه (4)، شرایط سازگاری رابطه (5 و 6) و روابط مربوط به نیروها و ممان‌های داخلی رابطه (8) استفاده شده است. بنابراین مجموع کل ضرایب عبارت‌های $\delta u_{0t}, \delta u_{0b}, \delta v_{0t}, \delta v_{0b}, \delta w_{0t}, \delta w_{0b}, \delta u_c, \delta v_c, \delta w_c$

$$w_b = \bar{w}_b \text{ or } (1/r_t)M_{\theta,\theta}^b - 2M_{x\theta,x}^b - (I_{2b}/r_b)\ddot{v}_{0b} - r_b I_{2b} w_{b,x} + r_b k_b \tau_{\theta rc}^b + k_b (1-k_t) k_2 \ddot{v}_t - k_b (1+k_b) k_3 \ddot{v}_b + (k_b^2 k_1 - k_t k_b k_2) w_{t,\theta} = 0 \quad (29)$$

$$w_{i,\theta} = \bar{w}_{i,\theta} \text{ or } M_{\theta}^i = 0 \quad (30)$$

$$w_c = \bar{w}_c \text{ or } \tau_{\theta rc} = 0 \quad (31)$$

شرایط مرزی رویه‌ها در $x=0,L$ و $i=t,b$:

$$u_{0i} = \bar{u}_{0i} \text{ or } r_i N_x^i = 0 \quad (32)$$

$$v_{0i} = \bar{v}_{0i} \text{ or } r_i N_{x\theta}^i + M_{x\theta}^i = 0 \quad (33)$$

$$w_i = \bar{w}_i \text{ or } r_i M_{x,x}^i + r_i (d_i/2) \tau_{xrc}^i = 0 \quad (34)$$

$$w_{i,x} = \bar{w}_{i,x} \text{ or } M_x^i = 0 \quad (35)$$

$$w_{i,\theta} = \bar{w}_{i,\theta} \text{ or } M_{x\theta}^i = 0 \quad (36)$$

و همچنین:

$$w_c = \bar{w}_c \text{ or } \tau_{xrc} = 0 \quad (37)$$

$$N_{\theta}^b - M_{\theta,\theta\theta}^b / r_b - r_b M_{x,xx}^b - 2M_{x\theta,x\theta}^b - r_{bc} k_b \tau_{\theta r,\theta} (r = r_{bc}) + r_{bc} \sigma_{rrc} (r = r_{bc}) - r_{bc} (d_b/2) \tau_{xrc,x} (r = r_{bc}) + k_2 \ddot{w}_t + (r_b I_{0b} + k_3) \ddot{w}_b - k_b (1-k_t) k_2 \ddot{v}_{0b,\theta} + (k_b (1+k_b) k_3 + I_{2b}/r_b) \ddot{v}_{0b,\theta} - (k_b^2 k_3 + I_{2b}/r_b) \ddot{w}_{b,\theta\theta} + k_b k_2 k_b \ddot{w}_{t,\theta\theta} - k_3 (d_b/2) \ddot{u}_{0b,x} - k_2 (d_b/2) \ddot{u}_{0t,x} - k_3 (d_b/2)^2 \ddot{w}_{b,xx} - k_2 (d_b d_b/2) \ddot{w}_{t,xx} + r_b I_{2b} \ddot{w}_{b,xx} + r_b q_r^b = 0 \quad (21)$$

و سه معادله آخر ضرایب $\delta u_c = 0$, $\delta v_c = 0$, $\delta w_c = 0$:

$$\tau_{\theta rc} + (r \tau_{\theta rc})_{,r} = 0 \quad (22)$$

$$(r \tau_{xrc})_{,r} = 0 \quad (23)$$

$$\tau_{\theta rc,\theta} + r \tau_{xrc,x} + (r \sigma_{rrc})_{,r} = 0 \quad (24)$$

در این روابط:

$$I_{ij} = \int \rho_i z_i^j dz, \quad k_i = d_i / 2r_i \\ k_1 = \rho_c t_c (3r_{tc} + r_{bc}) / 12, \\ k_2 = \rho_c t_c (r_{tc} + r_{bc}) / 12, \\ k_3 = \rho_c t_c (r_{tc} + 3r_{bc}) / 12 \quad (25)$$

همچنین با در نظر گرفتن روابط (15) تا (24)، در کنار استخراج معادلات حرکت بار دیگر مجموع کل ضرایب عبارت‌های δw_c , δv_c , δu_c , δw_{0b} , δv_{0t} , δu_{0t} در عبارات زیر انتگرال یگانه برابر صفر قرار داده می‌شود و شرایط مرزی مربوط به رویه‌ها و هسته پوسته ساندویچی استوانه‌ای (شکل 1) نیز به دست می‌آیند.

شرایط مرزی رویه‌ها در $\theta = \theta_0, \theta_1$ و $i=t,b$:

$$u_{0i} = \bar{u}_{0i} \text{ or } N_{x\theta}^i = 0 \quad (26)$$

$$v_{0i} = \bar{v}_{0i} \text{ or } N_{\theta}^i + \frac{1}{r} M_{\theta}^i = 0 \quad (27)$$

$$w_t = \bar{w}_t \text{ or } (1/r_t)M_{\theta,\theta}^t - 2M_{x\theta,x}^t - (I_{2t}/r_t)\ddot{v}_{0t} - r_t I_{2t} w_{t,x} + r_t k_t \tau_{\theta rc}^t + k_t (1-k_t) k_1 \ddot{v}_t + (k_t^2 k_1 - k_t k_b k_2) w_{t,\theta} = 0 \quad (28)$$

2-4- تعیین میدان جابجایی در هسته پوسته استوانه‌ای ساندویچی و استخراج روابط تکمیلی

به منظور استخراج دقیق معادلات حاکم بر رفتار پوسته‌های استوانه‌ای ساندویچی، لازم است میدان جابجایی در ناحیه‌ی هسته با در نظر گرفتن تغییر شکل‌های برشی خارج صفحه و سازگاری آن با رویه‌ها به درستی فرمول بندی شود. در این راستا، توزیع مؤلفه‌های جابجایی در راستاهای شعاعی، محیطی و محوری به گونه‌ای تعریف می‌شود که پیوستگی کرنش و تنش در مرزهای مشترک بین هسته و رویه‌ها برقرار گردد. سپس با استفاده از روابط سازگاری و تعادل، معادلات تکمیلی مرتبط با تغییر شکل و توزیع تنش در هسته استخراج می‌گردد تا مبنای تدوین روابط کلی سازه فراهم شود. در این رویکرد، هیچ‌گونه فرض اولیه‌ای بر شکل تابع جابجایی هسته اعمال نمی‌شود؛ بلکه میدان جابجایی به‌طور دقیق و با حل معادلات سه بعدی الاستیسیته، مبتنی بر یک مشتق پذیری نظری اصلی استخراج می‌گردد. این روش دقت تحلیلی بالایی ارائه می‌دهد و مبنایی معتبر برای مدل سازی واقع گرایانه رفتار سازه فراهم می‌کند (پیوست ب).

مولفه جابجایی شعاعی در راستای ضخامت با در نظر گرفتن روابط ساختاری مربوط به هسته پوسته ساندویچی به صورت زیر محاسبه می‌گردد:

$$w_c = w_b + \tau_{\theta,\theta} / E_c (I/r_{bc} - I/r + k_0 \\ \ln(r/r_{bc}) / \ln(r_{bc}/r_{tc})) - (r - r_{bc} \\ + (r_{bc} - r_{tc}) \ln(r/r_{bc}) / \ln(r_{bc}/r_{tc})) \\ \tau_{x,x} / E_c + (w_b - w_t) (\ln(r/r_{bc}) / \\ \ln(r_{bc}/r_{tc})), \\ k_0 = (r_{tc} - r_{bc}) / r_{tc} r_{bc} \quad (38)$$

روابط (39) و (40) که معرف مؤلفه‌های شعاعی جابجایی در هسته و حاصل از حل دقیق معادلات تعادل هستند، با جای‌گذاری در چارچوب مدل-سازي، منجر به استخراج معادلات مکمل به صورت زیر می‌گردند:

$$(r_t / r_b)(I + k_b)v_{0b} + (k_t - I)v_{0t} + (I - (r_t / r_b))(I + k_b)w_{0b} - k_t w_{t,\theta} + (I/2)(r_t^2 - r_b^2) / r_b^2 r_t) (\tau_\theta / G_c \theta) + (\tau_{\theta,\theta\theta} / E_c)((-r - r_{bc})^2 / 2r_b^2 r_t) + k_\theta(I - (r_t / r_b) + \ln(r_t / r_b)) / \ln(r_b / r_t) - (w_{t,\theta} - w_{b,\theta})((I - (r_t / r_b) + \ln(r_t / r_b)) / \ln(r_b / r_t) + (\tau_{x,x\theta} / E_c)((r_b - r_t)(I + \ln(r_t / r_b) - r_t / r_b)) / \ln(r_{bc} / r_{ic}) + r_b - r_t + r_t \ln(r_t / r_b)) = 0 \quad (43)$$

$$(r_t / r_b)(I + k_b)v_{0b} + (k_t - I)v_{0t} + (I - (r_t / r_b))(I + k_b)w_{0b} - k_t w_{t,\theta} + (I/2)(r_t^2 - r_b^2) / r_b^2 r_t) (\tau_\theta / G_c \theta) + (\tau_{\theta,\theta\theta} / E_c)((-r - r_{bc})^2 / 2r_b^2 r_t) + k_\theta(I - (r_t / r_b) + \ln(r_t / r_b)) / \ln(r_b / r_t) - (w_{t,\theta} - w_{b,\theta})((I - (r_t / r_b) + \ln(r_t / r_b)) / \ln(r_b / r_t) + (\tau_{x,x\theta} / E_c)((r_b - r_t)(I + \ln(r_t / r_b) - r_t / r_b)) / \ln(r_{bc} / r_{ic}) + r_b - r_t + r_t \ln(r_t / r_b)) = 0 \quad (44)$$

در نهایت، شش معادله‌ی اولیه‌ی ارائه‌شده در روابط (16) تا (21)، به همراه دو معادله‌ی مکمل حاصل از اعمال شرایط سازگاری در فصل مشترک لایه‌ها روابط (43) و (44)، مجموعه‌ی کامل معادلات دینامیکی حاکم بر رفتار پوسته‌ی ساندویچی را تشکیل می‌دهند. بدین ترتیب، با اتکا بر تئوری کلاسیک پوسته برای رویه‌ها و بهره‌گیری از حل تحلیلی معادلات سه‌بعدی الاستیسیته در ناحیه‌ی هسته، روابط جامع حاکم بر پاسخ دینامیکی پوسته‌ی استوانه‌ای ساندویچی با هسته‌ی نرم و انعطاف‌پذیر استخراج می‌شود. در گام پایانی، معادلات حاکم به‌صورت فشرده و در چارچوب یک فرم ماتریسی بازنویسی می‌شوند، که در آن، بردار Q نمایانگر نیروهای اعمالی و بردار X بیانگر پارامتر-های مجهول مورد نظر در تحلیل مسئله است:

$$[\tilde{M}]\{\ddot{X}\} + [\tilde{K}]\{X\} = \{Q\} \\ X^T = \{u_{0t} u_{0b} v_{0t} v_{0b} w_t w_b \tau_\theta \tau_x\} \quad (45)$$

یکی از روش‌های مؤثر در تحلیل پاسخ دینامیکی سازه‌های کامپوزیتی تحت بارگذاری ضربه‌ای با سرعت پایین، استفاده از بسط سری دوگانه فوریه است. در این روش، هر جمله سری به‌صورت حاصل‌ضرب تابعی مثلثاتی که شرایط مرزی را برآورده می‌کند در ضریبی وابسته به زمان بیان می‌شود. برای تحلیل دینامیکی پوسته استوانه‌ای ساندویچی با تکیه‌گاه ساده، مؤلفه‌های جابجایی با انتخاب توابع مناسب مطابق شرایط مرزی داخلی و خارجی رویه‌ها تعیین می‌شوند تا قیود هندسی و بارهای مرزی ارضا شوند و پاسخ ارتعاش آزاد استخراج گردد.

از طریق اعمال روابط ساختاری و معادلات کرنش-جابجایی در هسته (7) و (4) و با در نظر گرفتن مقدار محاسبه شده برای w_c ، مؤلفه u_c و v_c تغییرمکان، در بخش میانی هسته انعطاف‌پذیر پانل استوانه‌ای ساندویچی به‌صورت زیر تعیین می‌گردند:

$$u_c = u_{0b} + (r_{bc} - r - d_b / 2)w_{b,x} + (\tau_x / G_{cx}) \ln(r / r_{bc}) - (\tau_{\theta,x\theta} / E_c)(r / r_{bc} - 1 + \ln(r_{bc} / r)) + k_0(r_{bc} + r(\ln(r / r_{bc}) - 1)) / \ln(r_{bc} / r_{ic}) + ((r^2 + r_{bc}^2) / 2 - r r_{bc} + (r_{bc} - r_{ic})(r_{bc} + r \ln(\frac{r}{r_{bc}} - 1)) / \ln(r_{bc} / r_{ic})) \frac{\tau_{x,xx}}{E_c} - (w_{b,x} - w_{t,x})(r_{bc} + r(\ln(\frac{r}{r_{bc}} - 1)) / \ln(r_{bc} / r_{ic})) \quad (39)$$

$$v_c = (r / r_{bc})(I + k_b)v_{0b} + (I - (r / r_{bc}))(I + k_b)w_{b,\theta} + I/2((r^2 - r_{bc}^2) / r_{bc}^2 r) \tau_\theta / G_c \theta + \tau_{\theta,\theta\theta} / E_c((-r - r_{bc})^2 / 2) + k_\theta(I - r / r_{bc} + \ln(r / r_{bc})) / \ln(r_{bc} / r_{ic}) - (w_{t,\theta} - w_{b,\theta})((I - r / r_{bc} + \ln(r / r_{bc})) / \ln(r_{bc} / r_{ic})) + \tau_{x,x\theta} / E_c((r_{bc} - r_{ic})(I + \ln(r / r_{bc}) - r / r_{bc})) / \ln(r_{bc} / r_{ic}) + r_{bc} - r + r \ln(r / r_{bc}) \quad (40)$$

با حل معادلات الاستیسیته، مؤلفه‌های جابجایی در هسته نرم و انعطاف‌پذیر پوسته‌ی ساندویچی در سه جهت طولی، محیطی و شعاعی مستقیماً استخراج می‌شوند. برخلاف تئوری‌های کلاسیک مهندسی که بر فرض‌های از پیش تعیین‌شده توزیع میدان جابجایی مبتنی‌اند، در این روش هیچ ساده‌سازی اولیه‌ای اعمال نمی‌شود. برای ارتقای دقت مدل‌سازی، توزیع‌های غیرخطی حاصل از حل تحلیلی معادلات تعادل هسته به‌عنوان معادلات مکمل لحاظ گردیده‌اند. تحلیل نتایج نشان می‌دهد که تغییرات مؤلفه‌های جابجایی در راستای شعاعی غیرخطی بوده و تابعی از تنش‌های برشی موجود در هسته، میدان جابجایی رویه‌های فوقانی و تحتانی و پارامترهای مکانیکی مانند مدول‌های یانگ و برشی هسته است. همان‌طور که پیش‌تر اشاره شد، به‌منظور ارتقای دقت مدل‌سازی، توزیع‌های غیرخطی به‌دست‌آمده از حل تحلیلی معادلات تعادل هسته به‌عنوان معادلات مکمل در چارچوب تحلیل لحاظ شده‌اند.

همچنین، توزیع‌های غیرخطی حاصل از حل تحلیلی معادلات تعادل هسته به‌عنوان شرایط مکمل در چارچوب مدل لحاظ شده‌اند تا دقت پیش‌بینی رفتار پوسته‌ی استوانه‌ای ساندویچی ارتقا یابد. بر این اساس، دو معادله کلیدی که توانایی توصیف جامع رفتار سازه را دارند، به‌صورت زیر استخراج می‌شوند. برای محاسبه نتایج دقیق‌تر، قیود سازگاری حاکم بر مؤلفه‌های u_c و v_c مطابق با رابطه (5) و با اعمال شرط مرزی بیان‌شده ($r = r_{ic}$)، به شرح زیر لحاظ شده‌اند.

$$u_c(r = r_{ic}) = u_{0t} + (d_t / 2)w_{t,x} \quad (41)$$

$$v_c(r = r_{ic}) = v_{0t} - (d_t / 2)(v_{0i} - w_{i,\theta}) / r_i \quad (42)$$

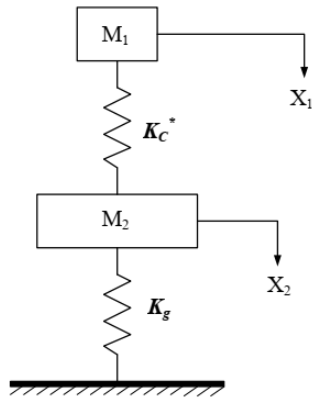


Fig. 2 Spring-mass model of the sandwich shell and impactor system

شکل 2 مدل جرم-فنر پوسته ساندویچی و ضربه‌زننده

در این مدل، M_1 و M_2 به ترتیب بیانگر جرم مؤثر ضربه‌زننده و پوسته ساندویچی، K_c^* معرف سفتی تماس خطی شده و K_g نشان‌دهنده سفتی کلی سازه می‌باشند. با استناد به مدل ارائه شده و بر اساس قانون دوم نیوتن [2]، می‌توان معادلات حرکت سیستم دو درجه آزادی جرم-فنر نمایش داده شده در شکل (2) را به صورت تحلیلی فرموله کرد. در این معادلات، $X_1(t)$ و $X_2(t)$ به ترتیب بیانگر جابجایی ضربه‌زننده و پوسته ساندویچی هستند. مقادیر این جابجایی‌ها با اعمال شرایط اولیه مشخص شده بر روی سیستم دینامیکی، قابل محاسبه و تحلیل می‌باشند.

$$M_2 \ddot{x}_2 + (k_g + k_c^*)x_2 - k_c^*x_1 = 0 \quad (48)$$

$$M_1 \ddot{x}_1 - k_c^*x_2 + k_c^*x_1 = 0 \quad (49)$$

$$\begin{aligned} x_1(t=0) &= 0, x_2(t=0) = 0, \\ \dot{x}_1(t=0) &= V_0, \dot{x}_2(t=0) = 0 \end{aligned} \quad (50)$$

سفتی معادل پوسته استوانه‌ای ساندویچی در حالت خاص که ضربه در وسط پوسته رخ می‌دهد (مدل فرکانس پایه) از رابطه (51) بدست می‌آید. که در آن M_{sand} جرم مؤثر هدف و ω_{11} فرکانس طبیعی مربوط به پوسته استوانه‌ای ساندویچی بوده که با تکیه بر تحلیل ایستایی پوسته‌های استوانه‌ای ساندویچی با هسته عرضی انعطاف‌پذیر و بهره‌گیری از روش تئوری مرتبه بالای پوسته ساندویچی استخراج گردیده است (روابط 47).

$$K_g = M_{sand} \omega_{11}^2 \quad (51)$$

در پی حل معادلات حرکت سیستم دو درجه آزادی و با جایگزینی مقادیر $X_1(t)$ و $X_2(t)$ در روابط به دست آمده، و انجام ساده‌سازی‌های مناسب، فرمول‌بندی تحلیلی فرکانس‌های طبیعی سیستم به صورت رابطه (52) حاصل می‌گردد. شکل مدهای ارتعاشی و مقادیر ثابت متناظر نیز به صورت روابط (53) و (54) تعریف می‌شوند:

$$X = \begin{bmatrix} u_{0t}(\theta, x) \\ u_{0b}(\theta, x) \\ v_{0t}(\theta, x) \\ v_{0b}(\theta, x) \\ w_t(\theta, x) \\ w_b(\theta, x) \\ \tau_\theta(\theta, x) \\ \tau_x(\theta, x) \end{bmatrix} e^{j\omega t} = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \begin{bmatrix} C_{ut} \sin(n\pi\theta / \alpha_0) \cos(m\pi x / L) \\ C_{ub} \sin(n\pi\theta / \alpha_0) \cos(m\pi x / L) \\ C_{vt} \cos(n\pi\theta / \alpha_0) \sin(m\pi x / L) \\ C_{vb} \cos(n\pi\theta / \alpha_0) \sin(m\pi x / L) \\ C_{wt} \sin(n\pi\theta / \alpha_0) \sin(m\pi x / L) \\ C_{wb} \sin(n\pi\theta / \alpha_0) \sin(m\pi x / L) \\ C_{\tau\theta} \cos(n\pi\theta / \alpha_0) \sin(m\pi x / L) \\ C_{\tau x} \sin(n\pi\theta / \alpha_0) \cos(m\pi x / L) \end{bmatrix} e^{j\omega t}$$

$$\alpha_0 = a / R \quad (46)$$

در رابطه مذکور $C_{ut}, C_{ub}, C_{vt}, C_{vb}, C_{wt}, C_{wb}, C_{\tau\theta}, C_{\tau x}$ ضرایب سری‌های فوریه معرف مؤلفه‌های جابجایی و تنش‌های برشی در هسته‌ی سازه می‌باشند. با جایگذاری توابع انتخاب شده در فرم ارتعاشی معادله (45)، دستگاهی از معادلات جبری برای مقادیر مختلف شاخص‌های مود (m و n) حاصل می‌گردد. این مجموعه معادلات را می‌توان به صورت ماتریسی بازنویسی کرده و به شکل زیر ارائه نمود:

$$\begin{aligned} (-\omega^2 M + K)C &= 0 \\ C^T &= \{C_{ut}, C_{ub}, C_{vt}, C_{vb}, C_{wt}, C_{wb}, C_{\tau\theta}, C_{\tau x}\} \end{aligned} \quad (47)$$

بدین ترتیب، مسأله ارتعاش آزاد پوسته به صورت یک مسأله مقدار ویژه استاندارد فرموله می‌شود. با حل این مسأله، مقادیر فرکانس طبیعی متناظر با ضرایب مودال مختلف m و n استخراج می‌گردند. در این رابطه، M و K به ترتیب معرف ماتریس‌های سفتی و جرم متقارن سیستم هستند.

3- مدل‌سازی نیروی تماس تحت بارگذاری ضربه سرعت پایین در پوسته‌های ساندویچی استوانه‌ای

در این مطالعه، پاسخ ضربه‌ای پوسته‌های ساندویچی استوانه‌ای با بهره‌گیری از یک مدل تحلیلی دو درجه آزادی مبتنی بر سیستم جرم-فنر مورد بررسی قرار گرفته است. به منظور تعیین پارامترهای ناشناخته‌ی تماس در چارچوب قانون برخورد غیرخطی هرتز، از اصل همپلتون و موازنه انرژی استفاده شده و یک حل تحلیلی برای توصیف رفتار تماس ارائه گردیده است. در این چارچوب، بیشینه نیروی تماس با استفاده از یک الگوریتم تکراری مبتنی بر مدل دو درجه آزادی محاسبه می‌شود. مدل دینامیکی ضربه شامل جرم‌های معادل برای ضربه‌زننده و پوسته ساندویچی و همچنین فنرهای معادل برای سفتی تماس و سفتی کلی سازه است (شکل 2).

بین نیروی تماس معادل و میزان تغییرشکل موضعی ناشی از نفوذ مدل سازی گردیده است. این رابطه به شکل زیر ارائه می‌شود:

$$K_c^* = K_c^n F_{\max}^{\frac{n-1}{n}} \quad (58)$$

در این رابطه، F_{\max} حداکثر نیروی تماس را نشان می‌دهد که با بهره‌گیری از مدل موازنه انرژی و روش تکراری محاسبه می‌شود. با توجه به فرضیات رفتار شبه‌استاتیکی، انرژی جنبشی اولیه پرتابه با صرف نظر از اثرات غشایی و آسیب‌های ساختاری معادل مجموع انرژی‌های ناشی از فرو رفتگی موضعی و تغییرشکل کلی سازه است. بنابراین، در زمان رسیدن به تغییرشکل ماکزیمم، انرژی ضربه‌زننده به صفر رسیده و تمامی انرژی جنبشی اولیه صرف تغییرشکل سازه می‌گردد. جابجایی ضربه‌زننده نیز برابر مجموع فرو رفتگی ایجادشده در پوسته و خیز کلی ناشی از برخورد می‌باشد.

$$w = \alpha_c + w_g = \left(\frac{F}{K_c}\right)^n + \frac{F}{K_g} \quad (59)$$

بنابراین کار انجام شده توسط ضربه زننده برابر است با:

$$\begin{aligned} W &= \int_0^w F d_w = Fw - \int_0^F w d_F \\ &= \int_0^F \left(\left(\frac{F}{K_c}\right)^n + \frac{F}{K_g} \right) d_F \\ &= \frac{F^2}{2K_g} + \frac{1}{(n+1)} \frac{F^{1+\frac{1}{n}}}{K_c^n} \end{aligned} \quad (60)$$

بر اساس مدل موازنه انرژی، با در نظر گرفتن این نکته که تمام کار انجام شده توسط ضربه‌زننده مستقیماً به تغییرشکل پوسته و ذخیره‌سازی انرژی الاستیک توسط آن تبدیل می‌شود، می‌توان رابطه‌ی تعادل انرژی بین ضربه‌زننده و پوسته را استخراج نمود. این رابطه امکان محاسبه پارامترهای کلیدی سیستم، از جمله حداکثر نیروی تماس و جابجایی ناشی از برخورد، را فراهم می‌آورد.

$$\frac{F_{\max}^2}{2K_g} + \frac{F_{\max}^{1+\frac{1}{n}}}{(n+1)K_c^n} = \frac{1}{2} m V_0^2 \quad (61)$$

در این روش، نخست نیروی اولیه برخورد با بهره‌گیری از مدل موازنه انرژی تعیین می‌شود، که در آن انرژی جنبشی پرتابه به انرژی تغییرشکل موضعی و کلی سازه تبدیل می‌گردد. پس از آن، سفتی تماس خطی شده مطابق رابطه (58) محاسبه و در تابع تحلیلی نیروی تماس رابطه (55) جاگذاری می‌شود تا نیروی برخورد براساس مدل جرم-فنر به دست آید. مقادیر حاصل از دو روش موازنه انرژی و مدل جرم-فنر مقایسه می‌شوند و در صورت تحقق شرط همگرایی، محاسبات خاتمه می‌یابد؛ در غیر این صورت، حلقه تکرار ادامه می‌یابد تا همگرایی کامل برقرار شود. این رویه تضمین می‌کند که نیروی برخورد محاسبه‌شده با دقت بالا و بر اساس تعادل انرژی و خواص دینامیکی سازه به دست آید.

$$\begin{aligned} \omega_{1,2}^2 &= \frac{1}{2} \left(\frac{k_g + k_c^*}{M_2} + \frac{k_c^*}{M_1} \right) \pm \\ &\sqrt{\frac{1}{4} \left(\frac{k_g + k_c^*}{M_2} - \frac{k_c^*}{M_1} \right)^2 + \frac{k_c^{*2}}{M_1 M_2}} \end{aligned} \quad (52)$$

$$\begin{aligned} \Delta_1 &= \frac{k_c^*}{k_c^* - \omega_1^2 M_1} \\ \Delta_2 &= \frac{k_c^*}{k_c^* - \omega_2^2 M_1} \end{aligned} \quad (53)$$

$$\begin{aligned} \bar{\Delta}_1 &= \frac{V}{\omega_1 (\Delta_2 - \Delta_1)} \\ \bar{\Delta}_2 &= \frac{V}{\omega_2 (\Delta_1 - \Delta_2)} \end{aligned} \quad (54)$$

در نهایت، با استفاده از روابط معرفی شده، تابع تحلیلی نیروی تماس بین ضربه‌زننده و سازه هدف استخراج شده و به شکل رابطه (55) بیان می‌گردد. این تابع امکان بررسی دقیق پاسخ دینامیکی سیستم تحت تأثیر ضربه را فراهم می‌کند و پایه‌ای برای محاسبه حداکثر نیروی تماس و تحلیل رفتار ارتعاشی ارائه می‌نماید.

$$\begin{aligned} F_c^*(t) &= K_c^*(x_1 - x_2) = K_c^* [\bar{\Delta}_1 (\Delta_1 - I) \sin \omega_1 t \\ &+ \bar{\Delta}_2 (\Delta_2 - I) \sin \omega_2 t] \end{aligned} \quad (55)$$

برای محاسبه نیروی تماس، از قانون برخورد هرگز استفاده می‌شود که به صورت رابطه زیر بیان می‌گردد. در این رابطه، F نمایانگر نیروی تماس بین ضربه‌زننده و سازه و α_c میزان تغییر شکل نسبی دو جسم در محل برخورد را نشان می‌دهد. در چارچوب تئوری تماس هرگز K_c سفتی تماس برای سازه‌های ساندویچی به صورت ویژه‌ای فرموله می‌گردد. افزون بر این، در بیان نمایی قانون هرگز، مقدار توان را می‌توان برابر با 1.5 در نظر گرفت. در این معادلات، مقادیر R_i و R_s به ترتیب بیانگر شعاع انحنای ضربه‌زننده و شعاع انحنای سازه‌ی ساندویچی هستند، در حالی که E_i و E_s به‌عنوان مدول‌های الاستیسیته مواد در نظر گرفته می‌شوند. همچنین E و R به ترتیب معرف مدول یانگ معادل و شعاع انحنای معادل در مدل تماس می‌باشند.

$$F = K_c \alpha_c^n \quad (56)$$

$$\begin{aligned} K_c &= \frac{4}{3} ER \frac{1}{2} \\ \frac{1}{R} &= \frac{1}{R_i} + \frac{1}{R_s} \\ \frac{1}{E} &= \frac{1 - \nu_i^2}{E_i} + \frac{1 - \nu_s^2}{E_s} \end{aligned} \quad (57)$$

با توجه به غیرخطی بودن قابل توجه معادله (56)، استخراج یک حل تحلیلی بسته برای نیروی تماس بسیار دشوار و غیرعملی است. بر همین اساس، در چارچوب روش حاضر، سفتی تماس مؤثر K_c^* معرفی شده و رابطه‌ای خطی

4- بحث و بررسی نتایج

در این پژوهش، پاسخ ضربه‌ای پوسته‌های استوانه‌ای ساندویچی با رویه‌های چندلایه فلز-الیاف و هسته فوم مورد بررسی دقیق قرار گرفته است. به منظور ارزیابی نقش نوع تقویت‌کننده در بهبود مقاومت ضربه سه نوع شناخته شده و پرکاربرد در صنایع پیشرفته، شامل چندلایه‌های آلومینیوم-آرامید¹، آلومینیوم-کربن² و آلومینیوم-شیشه³ در تحلیل‌ها لحاظ گردیده‌اند. این انتخاب با هدف پوشش طیف متنوعی از رفتارهای مکانیکی الیاف آرامید، کربن و شیشه انجام شده است که هر یک نقش متفاوتی در بهبود مقاومت ضربه‌ای و ذخیره‌سازی انرژی الاستیک سازه ایفا می‌کنند. چیدمان لایه‌ها نیز به صورت هفت‌لایه نامتقارن با آرایش (Al,90,0,core,0,90,Al) در نظر گرفته شده است که بیانگر یک ترکیب مهندسی شده میان لایه‌های فلزی و تقویت‌های الیافی در جهات مختلف می‌باشند. برای بررسی دقیق اثرات هندسی، نسبت‌های بدون بعد پوسته به صورت $R=2$ ، $h_c/h_t=10$ ، $h/a=0.1$ در نظر گرفته شده است. ضربه‌زنده‌ای از جنس فولاد با سر نیم کره به قطر 25.4 میلی‌متر و جرم 1.8 کیلوگرم با سرعت 1 متر بر ثانیه به رویه بالایی پوسته وارد شده است. خواص مکانیکی مرتبط با هر سه نوع لایه فلز-الیاف در جدول 2 ارائه شده است. مدل‌سازی تماس و انتقال انرژی بین ضربه‌زننده و پوسته با استفاده از تئوری مرتبه بالای پوسته ساندویچی و در نظر گرفتن رفتار سه‌بعدی هسته فوم انجام شده تا اثرات غیرخطی تغییرشکل‌ها و تمرکز تنش‌ها به‌طور کامل بازتاب یابد.

یافته‌های حاصل بیانگر آن است که ویژگی‌های مکانیکی و هندسی، شامل نوع تقویت‌کننده، چگالی هسته، نسبت ضخامت‌ها و آرایش لایه‌ها، نقش تعیین‌کننده‌ای در شکل‌گیری تاریخچه نیروی تماس، بیشینه بار ضربه‌ای دارند. به‌طور کلی، نتایج این پژوهش می‌تواند مبنای ارزشمندی برای طراحی بهینه پوسته‌های ساندویچی با رویه‌های فلز-الیاف در مواجهه با بارگذاری ضربه‌ای بوده و نشان‌دهنده توان بالای مدل تحلیلی توسعه‌یافته در پیش‌بینی رفتار واقعی این سازه‌ها است.

جدول 2 ویژگی‌های مکانیکی مواد هسته فوم، آلومینیوم، کربن/اپوکسی، شیشه/اپوکسی و آرامید/اپوکسی [1, 22]

Table 2 Mechanical properties of the foam core material, aluminum, carbon/epoxy, glass/epoxy, and aramid/epoxy [1, 22].

دانسیته kg/m^3	مدول برشی (GPa)	ضریب پواسون	مدول یانگ E_{22} (GPa)	مدول یانگ E_{11} (GPa)	
150	0.024	0.3	0.1	0.1	هسته
2700	28	0.33	72.4	72.4	آلومینیوم
1600	7.17	0.28	10.3	181	رویه کربن/ اپوکسی
1800	4.14	0.26	8.27	38.6	رویه گلاس/ اپوکسی
1460	2.3	0.34	5.5	76	رویه آرامید/اپوکسی

³ Glass Fibre Reinforced Aluminum Laminate

جهت ارزیابی میزان دقت و کارایی مدل ارائه شده، پاسخ پوسته ساندویچی استوانه‌ای تحت بارگذاری ضربه سرعت پایین با بهره‌گیری از کدنویسی انجام شده در محیط نرم افزار متلب، مورد تحلیل و ارزیابی قرار گرفته است. به منظور اعتبارسنجی روابط تحلیلی ارائه شده، نتایج مدل پیشنهادی با داده‌های موجود در منبع [25] برای پانل ساندویچی با رویه‌ی کامپوزیتی تقویت‌شده با الیاف کربن و هسته‌ی فومی مقایسه شده است (شکل 3). پیکربندی لایه‌چینی به صورت (0/90/0/core/0/90/0) در نظر گرفته شده و خواص مکانیکی مربوط به لایه‌های رویه و هسته به صورت جداگانه در جدول 1 معرفی شده‌اند. در آزمایش مرجع، ضربه‌زننده‌ای با سر نیم کره به شعاع 7.12 میلی‌متر و جرم 8.1 کیلوگرم با سرعت 2 متر بر ثانیه به سازه وارد شده و نمودار نیروی تماس بر حسب زمان در شکل 2 گزارش گردیده است. تحلیل نتایج نشان می‌دهد که مدل حاضر همخوانی مناسبی با داده‌های تجربی و عددی موجود دارد و قادر است رفتار تماس را با دقت مطلوب پیش‌بینی نماید. مقدار بیشینه نیروی تماس به دست آمده برابر با 3316 kg/s بوده که تطابق قابل‌قبولی با نتایج آزمایشگاهی داشته و صرفاً اختلاف ناچیزی در مدت زمان تماس در رویداد ضربه مشاهده می‌شود.

جدول 1 مشخصات رویه ساندویچی با هسته فوم [25]

Table 1 Specifications of the sandwich face sheets with a foam core [25]

دانسیته (kg/m^3)	مدول برشی (GPa)	ضریب پواسون	مدول یانگ (GPa)	
110	70	0.286	0.18	هسته
$\rho=1151$	$G_{12}=3.16$	$\nu_{12}=0.06$	$E_{11}=54$	رویه
	$G_{13}=3.16$	$\nu_{13}=0.313$	$E_{12}=54$	
	$G_{23}=1.87$	$\nu_{23}=0.313$	$E_{33}=4.84$	

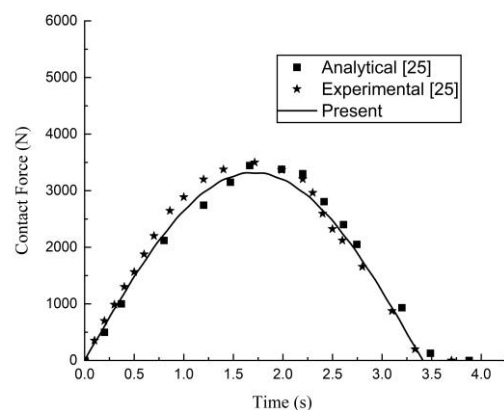


Fig. 3 Variation of contact force vs. time in a composite sandwich shell with thin face sheets and a foam core

شکل 3 روند تغییرات نیروی تماس بر حسب زمان در پوسته ساندویچی کامپوزیتی با رویه‌های نازک و هسته فوم

¹ Aramid Fibre Reinforced Aluminum Laminate

² Carbon Fibre Reinforced Aluminium Laminates

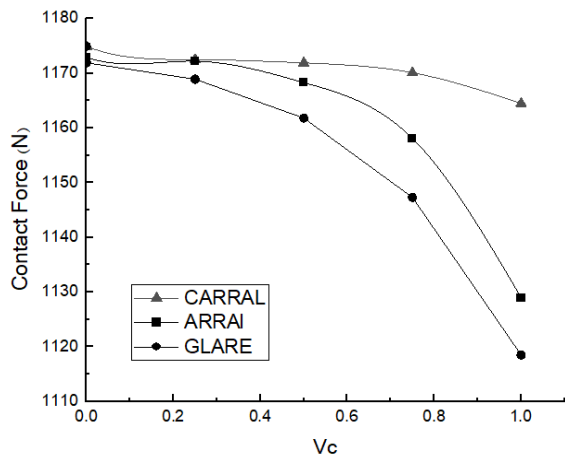


Fig. 4 Variation of the peak impact force with the face sheet volume fraction

شکل 4 تغییرات بیشینه نیروی ضربه برحسب کسر حجمی رویه‌ها

علاوه بر این، نتایج نشان‌دهنده برهم‌کنش بین نوع الیاف و کسر حجمی نیز هستند. به‌ویژه در مقادیر بالای کسر حجمی الیاف، تفاوت عملکرد میان سه نوع الیاف آشکارتر می‌شود؛ به‌طوری‌که بیشترین کاهش در مقدار بیشینه نیروی ضربه برای نمونه‌ی گلاس/اپوکسی با کسر حجمی برابر با یک مشاهده شده است. در حالی‌که بیشترین مقدار این نیرو به نمونه‌ی کربن/اپوکسی با کسر حجمی صفر اختصاص دارد. این امر بیانگر حساسیت بالای پاسخ ضربه‌ای سازه‌های کامپوزیتی به ترکیب انتخابی الیاف و میزان کسر حجمی است و اهمیت طراحی بهینه در انتخاب نوع تقویت‌کننده و مقدار کسر حجمی را دوچندان می‌سازد.

در ادامه، تأثیر افزایش نسبت ضخامت هسته به رویه (hc/hf) بر بیشینه نیروی ضربه (F_{max}) در پوسته‌های استوانه‌ای ساندویچی با رویه‌های گلاس و هسته فومی در جدول 4 ارائه شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، افزایش ضخامت هسته با کاهش تدریجی F_{max} همراه است که می‌توان آن را به کاهش سفتی خمشی کلی سازه نسبت داد. با افزایش ضخامت هسته، سهم رویه‌های کامپوزیتی در تحمل بار متمرکز ضربه کاهش یافته و انرژی وارده عمدتاً در قالب تغییرشکل‌های برشی و فشاری در هسته فوم مستهلک می‌شود. این فرآیند منجر به کاهش ظرفیت انتقال نیروی لحظه‌ای به سازه و در نهایت افت مقدار بیشینه نیروی ثبت‌شده می‌گردد.

مقایسه بین سه نوع الیاف نیز روند مشابهی را نشان می‌دهد، به‌گونه‌ای که ساختار کربن/اپوکسی در تمامی نسبت‌ها بالاترین مقادیر F_{max} را به دلیل مدول یانگ بیشتر و سفتی بالاتر ارائه می‌دهد، در حالی‌که آرامید/اپوکسی و به‌ویژه گلاس/اپوکسی مقادیر پایین‌تری را ثبت کرده‌اند که ناشی از مدول کمتر و انعطاف‌پذیری بیشتر آن‌ها است. با این حال، با افزایش (hc/hf) ، اختلاف بین سه نوع الیاف کاهش یافته و در نسبت‌های بالاتر (برای مثال $hc/hf=30$) مقادیر نیرو به یکدیگر نزدیک می‌شوند که این امر نشان‌دهنده کاهش نقش مکانیکی رویه‌ها و غالب شدن تأثیر هسته در تعیین پاسخ ضربه‌ای سازه است. همان‌طور که مشاهده می‌شود در حالت پیاده‌سازی تئوری کلاسیک به دلیل عدم توانایی مدل‌سازی دقیق هسته مقدار این اختلاف نسبت به تئوری مرتبه بالای پوسته ساندویچی بیشتر دیده می‌شود.

به‌منظور ارائه‌ای شفاف و جامع از نتایج، مقادیر بیشینه نیروی ضربه برای هر سه حالت هم در قالب جدول 3 و هم به‌صورت نمودار در شکل 4 گزارش شده‌اند. جدول 3 مقادیر عددی دقیق را در اختیار قرار می‌دهد و امکان مقایسه کمی و ارجاع مستقیم را فراهم می‌سازد، در حالی‌که شکل 4 روند کلی تغییرات و تفاوت‌های نسبی میان نمونه‌ها را برجسته می‌نماید. ترکیب این دو روش ارائه، علاوه بر تضمین دقت داده‌ها، تفسیر بهتر رفتار ضربه‌ای سازه را امکان‌پذیر ساخته است.

نتایج به‌دست‌آمده از جدول و نمودار نشان می‌دهد که نوع الیاف تقویت‌کننده و همچنین میزان کسر حجمی کامپوزیت تأثیر چشمگیری بر مقدار بیشینه نیروی ضربه دارند. نخست، بررسی اثر نوع الیاف بیانگر آن است که با تغییر جنس تقویت‌کننده از کربن/اپوکسی به آرامید/اپوکسی و سپس به گلاس/اپوکسی، مقدار بیشینه نیروی ضربه کاهش می‌یابد. این روند مستقیماً به تفاوت در ویژگی‌های مکانیکی ذاتی الیاف باز می‌گردد؛ به‌گونه‌ای که الیاف کربن با داشتن مدول الاستیسیته و سفتی بالاتر، توانایی بیشتری در تحمل بار ضربه‌ای دارند، در حالی‌که الیاف آرامید و به‌ویژه الیاف گلاس به علت سفتی پایین‌تر، مقاومت کمتری در برابر ضربه نشان می‌دهند.

نتایج نشان می‌دهد که تئوری کلاسیک لایه‌ای (CLT) به دلیل نادیده گرفتن تغییرشکل برشی عرضی هسته فومی، منجر به برآورد بیشتر بیشینه نیروی تماس می‌شود. همان‌گونه که در جدول 3 مشاهده می‌شود، در مدل حاضر مقدار بیشینه نیروی ضربه پیش‌بینی‌شده توسط تئوری کلاسیک لایه‌ای بیشتر از مقدار متناظر به‌دست‌آمده از تئوری مرتبه بالای پوسته ساندویچی (HSAPT) است.

از سوی دیگر، تغییرات کسر حجمی کامپوزیت نیز الگوی نزولی در بیشینه نیروی ضربه ایجاد می‌کند. با افزایش کسر حجمی الیاف، ضربه‌زننده با لایه‌های متراکم‌تر و سفت‌تر سازه درگیر می‌شود، که این پدیده انتقال سریع‌تر بار و تمرکز بالاتر تنش‌های موضعی را در پی داشته و در نهایت باعث کاهش مقدار بیشینه نیروی ضربه ثبت‌شده می‌شود. بنابراین، هرچند افزایش کسر حجمی به‌طور معمول به بهبود خواص مکانیکی عمومی کامپوزیت‌ها منجر می‌گردد، در شرایط بارگذاری ضربه‌ای می‌تواند اثری معکوس بر بیشینه نیروی تحمل‌شده ایجاد کند.

جدول 3 اثر کسر حجمی رویه‌های فلز-الیاف بر بیشینه نیروی ضربه در پوسته استوانه‌ای ساندویچی با هسته فوم

Table 3 Effect of the metal-fiber face sheet volume fraction on the peak impact force in a foam core sandwich cylindrical shell.

کسر حجمی کامپوزیت	بیشینه نیروی ضربه					
	گلاس/اپوکسی		آرامید/اپوکسی		کربن/اپوکسی	
	روش تئوری	روش حاضر	روش تئوری	روش حاضر	روش تئوری	روش حاضر
0	1339.8	1171.9	1340.9	1172.9	1342.6	1174.9
0.25	1338.7	1168.9	1340.1	1172.2	1341.9	1172.5
0.5	1337.5	1161.8	1339.5	1168.3	1341.0	1171.9
0.75	1335.2	1147.3	1338.4	1158.1	1340.3	1170.1
1	1330.1	1118.5	1332.5	1129.0	1338.7	1164.5

این روند بیانگر آن است که انتخاب چگالی هسته می‌تواند نقش دوگانه‌ای در افزایش سفتی سازه و بهبود ذخیره‌سازی انرژی الاستیک ایفا کند؛ به گونه‌ای که هسته‌های متراکم موجب ارتقای صلبیت کلی سامانه شده و هسته‌های سبک‌تر کارایی بیشتری در کاهش شدت اوج نیرو و افزایش میرایی از خود نشان می‌دهند.

در فرآیند مدل‌سازی، معادلات حاکم با استفاده از اصل همپلتون و در چارچوب تئوری مرتبه‌بالای پوسته‌های ساندویچی استخراج شده و میدان جابه‌جایی هسته بر مبنای تئوری الاستیسیته سه‌بعدی، بدون بهره‌گیری از ساده‌سازی‌های مرسوم، مدل‌سازی گردیده است. بدین ترتیب، توزیع غیرخطی جابه‌جایی‌ها و کرنش‌ها در راستای ضخامت هسته به‌طور دقیق در نظر گرفته شده و امکان بازنمایی واقع‌بینانه‌تری از انعطاف‌پذیری و تغییرشکل‌های برشی فراهم آمده است. این رویکرد پیشرفته موجب شده تا پاسخ ضربه‌ای سازه برای هسته‌های با چگالی متفاوت، به‌صورت متمایز و نزدیک‌تر به رفتار واقعی پیش‌بینی شود؛ امری که در مدل‌های کلاسیک مبتنی بر فرضیات خطی و ساده‌سازی‌های محدودکننده به‌ندرت قابل دستیابی است.

از سوی دیگر، بر اساس نتایج حاصل، مدول الاستیسیته هسته نقش کلیدی در تعیین شدت و مدت زمان نیروی تماس ایفا می‌کند (شکل 6). مشاهده می‌شود که افزایش سفتی هسته، منجر به افزایش محسوس در مقدار نیروی تماس و در عین حال کاهش بازه زمانی تماس می‌گردد. این روند نشان می‌دهد که هسته‌های سفت‌تر، صلبیت کلی سامانه را ارتقا داده و مقاومت بیشتری در برابر تغییرشکل لحظه‌ای فراهم می‌آورند، در حالی که هسته‌های انعطاف‌پذیرتر، با افزایش مدت زمان تماس، امکان جذب تدریجی‌تر انرژی و کاهش شدت اوج نیرو را فراهم می‌سازند.

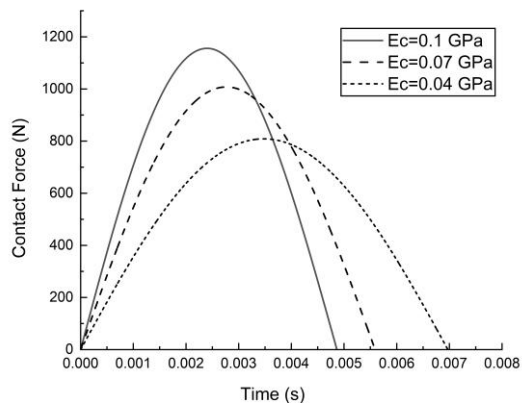


Fig. 6 Variation of the contact force vs. time with changes in the core's modulus of elasticity

شکل 6 سیر تغییرات نیروی تماس بر حسب زمان با تغییر مدول الاستیسیته هسته

همچنین با توجه به نتایج ارائه شده در شکل 7 مشاهده می‌شود، لایه‌های آلومینیومی با وجود نقش نسبتاً محدود در تغییر نیروی تماس، قادرند توزیع تنش و کرنش را در لایه‌های سطحی بهینه ساخته و از تمرکز بیش‌ازحد تنش در ناحیه تماس جلوگیری نمایند.

این ویژگی منجر به ارتقای مقاومت موضعی سازه در برابر بروز ترک‌های سطحی، فرورفتگی و سایر آسیب‌های ناشی از ضربه می‌شود، در حالی که تغییر محسوس در مدت زمان تماس یا میزان ذخیره‌سازی انرژی الاستیک ایجاد نمی‌کند.

در مجموع، این نتایج اهمیت انتخاب ضخامت مناسب هسته در کنار نوع الیاف به‌کار رفته را در طراحی بهینه پنل‌های ساندویچی برجسته می‌سازد؛ به طوری که در نسبت‌های پایین h_c/h_f ، رویه‌ها نقش تعیین‌کننده داشته و استفاده از الیاف با مدول یانگ بالاتر نظیر کربن موجب افزایش چشمگیر مقاومت ضربه‌ای می‌شود، در حالی که در نسبت‌های بالاتر، افزایش ضخامت هسته باعث کاهش سفتی و افت بیشینه نیروی ضربه می‌گردد، حتی اگر رویه‌ها از الیاف سفت‌تر ساخته شده باشند. این نتایج ناشی از مدل‌سازی دقیق هسته بر پایه تئوری الاستیسیته سه‌بعدی و اصل همپلتون است، که در آن توزیع غیرخطی جابه‌جایی‌ها در راستای ضخامت لحاظ شده و انعطاف‌پذیری هسته و بیشینه نیروی ضربه سازه به‌صورت واقع‌بینانه‌تر نسبت به مدل‌های کلاسیک پیش‌بینی می‌شود.

نتایج حاصل از تاریخچه نیروی تماس در شکل 5 نشان می‌دهد که تغییر چگالی هسته اثر قابل توجهی بر رفتار ضربه‌ای پوسته‌های استوانه‌ای ساندویچی دارد. به‌طور مشخص، استفاده از هسته‌های فومی با چگالی بالا منجر به تحمل مقادیر بالاتری از نیروی تماس در بازه زمانی کوتاه‌تر می‌گردد، در حالی که هسته‌های با چگالی پایین با افزایش مدت زمان تماس، نیروی کمتری را تجربه نموده و انرژی ضربه را به‌صورت تدریجی‌تری جذب می‌کنند.

جدول 4 روند تغییرات بیشینه نیروی ضربه با افزایش نسبت ضخامت هسته به رویه پوسته ساندویچی

Table 4 Effect Variation of the peak impact force with the increase in the core-to-face thickness ratio of the sandwich shell.

$\frac{h_c}{h_f}$	بیشینه نیروی ضربه					
	کربن/اپوکسی		آرامید/اپوکسی		گلاس/اپوکسی	
	روش تئوری	روش حاضر	روش تئوری	روش حاضر	روش تئوری	روش حاضر
10	1340.6	1170.1	1338.2	1158.1	1335.4	1147.3
15	1308.9	1146.1	1307.3	1139.3	1304.4	1130.6
20	1292.5	1133.1	1289.5	1129.2	1287.2	1122.4
25	1281.7	1124.7	1278.7	1122.6	1277.3	1117.0
30	1274.6	1118.8	1271.4	1117.7	1269.1	1113.0

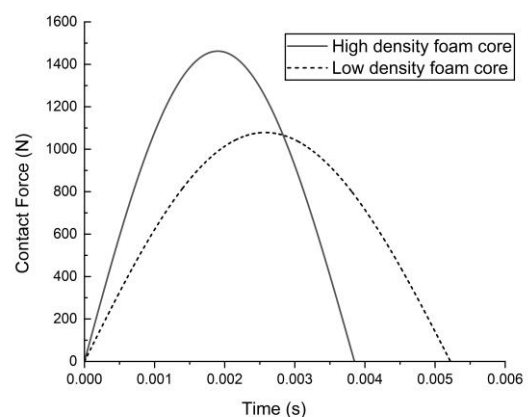
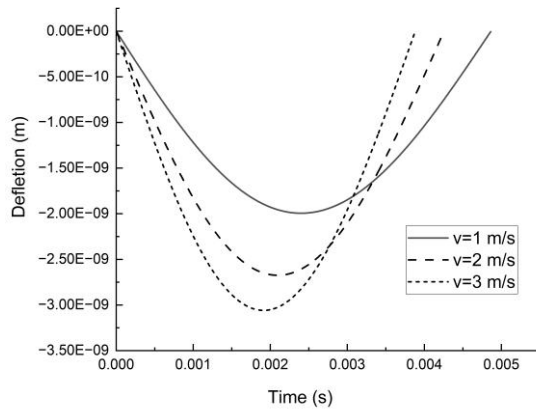


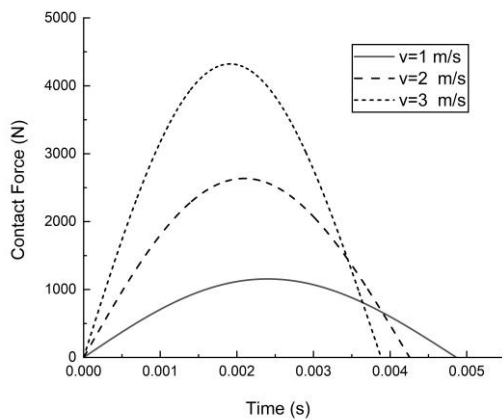
Fig. 5 Variation of the contact force versus time for the shell under different core densities.

شکل 5 سیر تغییرات نیروی تماس بر حسب زمان وارد بر پوسته با تغییر چگالی هسته

بر این، بررسی سطح زیر منحنی نیرو-زمان و روند تغییرات خیز نشان می‌دهد که ذخیره‌سازی انرژی الاستیک کلی در نمونه‌ی مورد نظر با افزایش سرعت ضربه رشد قابل توجهی دارد که همراه با تغییر در مکانیسم‌های شکست نظیر خردشدگی موضعی هسته یا جدایش بین لایه‌ها مشاهده می‌شود. به‌طور کلی، نتایج دو نمودار مکمل یکدیگر بوده و نشان می‌دهند که در پوسته استوانه‌ای ساندویچی با رویه‌های گلار و هسته فوم، افزایش سرعت ضربه علاوه بر افزایش بیشینه نیروی تماس و ذخیره‌سازی انرژی الاستیک، منجر به خیز بیشتر سازه و تشدید فرآیندهای آسیب می‌گردد. این امر اهمیت انتخاب بهینه‌ی چیدمان لایه‌ها و ویژگی‌های هسته را در طراحی سازه‌های ساندویچی برای کاربردهای حساس نظیر هوافضا و خودروسازی برجسته می‌سازد.



(a-الف)



(b-ب)

Fig. 8 Analytical impact response under different impactor velocities: (a) central deflection of the top face sheet and (b) time history of contact force

شکل 8 پاسخ تحلیلی ضربه بر اساس سرعت های مختلف ضربه زننده: (الف) خیز مرکزی رویه فوقانی و (ب) سیر زمانی تغییرات نیروی تماس

همچنین نمودار خیز مرکزی در شکل 9 (الف) نشان می‌دهد که با افزایش جرم ضربه‌زننده، مقدار بیشینه خیز نیز افزایش می‌یابد. برای مقدار جرمی 1.8، حداکثر خیز کمتر از مقادیر 2.3 و 2.8 است. این رفتار قابل انتظار است، زیرا

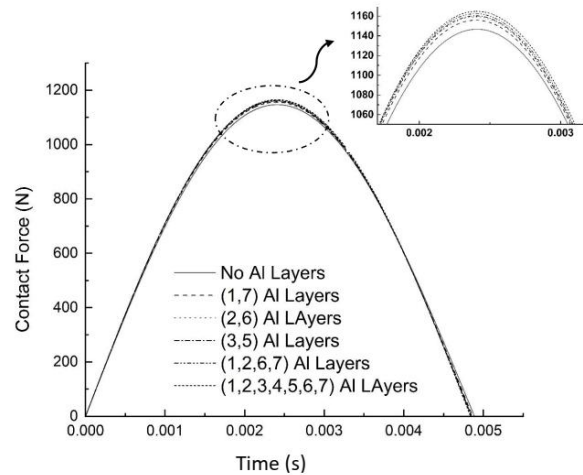


Fig. 7 Variation of the contact force vs. time with the stacking sequence of aluminum layers

شکل 7 سیر تغییرات نیروی تماس بر حسب زمان با تغییر اثر ترتیب چیدمان لایه‌های آلومینیوم

بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که آرایش لایه‌های آلومینیومی به‌طور مستقیم بر پارامترهای کلی پاسخ نیرو-زمان اثرگذار نیست، اما نقش تکمیلی و تعیین‌کننده‌ای در بهبود یکپارچگی سازه و افزایش دوام موضعی در برابر آسیب‌های ناشی از ضربه ایفا می‌نماید.

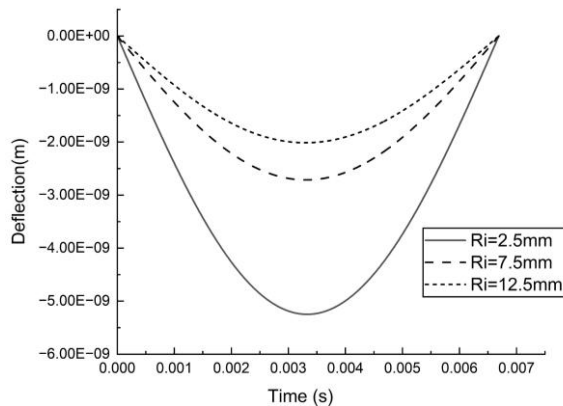
نکته حائز اهمیت آن است که چنین روندهای متمایزی تنها با بهره‌گیری از مدل‌سازی دقیق بر مبنای تئوری مرتبه بالای پوسته‌های ساندویچی و در نظر گرفتن میدان جابه‌جایی هسته بر اساس الاستیسیته سه‌بعدی قابل دستیابی است. در این رویکرد، توزیع غیرخطی جابه‌جایی و کرنش در راستای ضخامت هسته به‌صورت کامل لحاظ شده و از ساده‌سازی‌های متداول در مدل‌های کلاسیک اجتناب گردیده است. این ویژگی موجب می‌شود پاسخ ضربه‌ای پیش‌بینی‌شده، هم در حالت هسته‌های با مدول متفاوت و هم در شرایط تغییر آرایش لایه‌های فلزی، به رفتار واقعی سازه نزدیک‌تر باشد. چنین دقتی در مدل‌سازی، مزیتی اساسی برای ارزیابی و طراحی بهینه پوسته‌های ساندویچی در کاربردهای دینامیکی به شمار می‌آید.

در این قسمت، بررسی همزمان نمودارهای نیرو-زمان و خیز-زمان با سرعت‌ها و جرم‌ها و شعاع‌های مختلف ضربه زننده برای پوسته استوانه‌ای ساندویچی با رویه‌های گلار و هسته فوم انجام شده است. در شکل 8 نشان می‌دهد که افزایش سرعت اولیه ضربه‌زننده اثر قابل توجهی بر هر دو پاسخ مکانیکی سازه دارد.

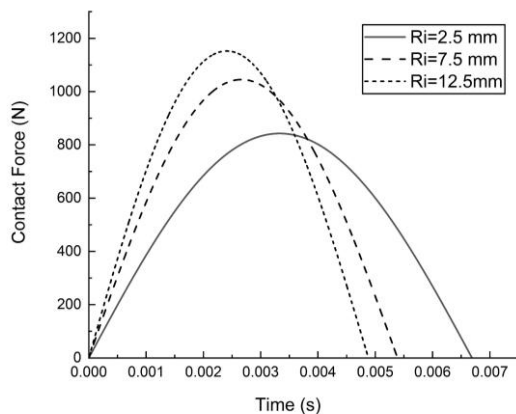
از یک سو، با افزایش سرعت از 1 به 3، مقدار بیشینه نیروی تماس از حدود 1000 نیوتن به بیش از 4000 نیوتن افزایش یافته است که بیانگر رشد محسوس سفتی مؤثر و مقاومت لحظه‌ای پوسته در برابر نفوذ می‌باشد. از سوی دیگر، نتایج خیز-زمان نشان می‌دهد که با افزایش سرعت، دامنه تغییرمکان منفی به‌طور قابل‌ملاحظه‌ای افزایش یافته و کمترین مقدار خیز در کوتاه‌ترین بازه زمانی رخ داده است.

این روند حاکی از آن است که پوسته در سرعت‌های بالاتر ضمن تحمل نیروی تماس بزرگ‌تر، دچار تغییرشکل‌های شدیدتری نیز می‌شود. همچنین، زمان رسیدن به بیشینه نیرو کاهش یافته و با زمان وقوع بیشینه خیز همبستگی بالایی دارد که وابستگی رفتار سازه به نرخ بارگذاری را آشکار می‌سازد. علاوه

می‌تواند در طراحی پوسته‌های ساندویچی تحت ضربه‌های سرعت پایین برای پیش‌بینی مقاومت و رفتار دینامیکی آنها مفید باشد. بررسی نتایج و مقایسه شکل 10 نشان می‌دهد که با افزایش شعاع ضربه‌زننده از 2.5 به 12.5 میلی‌متر، مقدار بیشینه نیروی تماس به‌طور قابل ملاحظه‌ای افزایش یافته و هم‌زمان خیز کلی پوسته در محل ضربه کاهش می‌یابد.



(الف-ا)



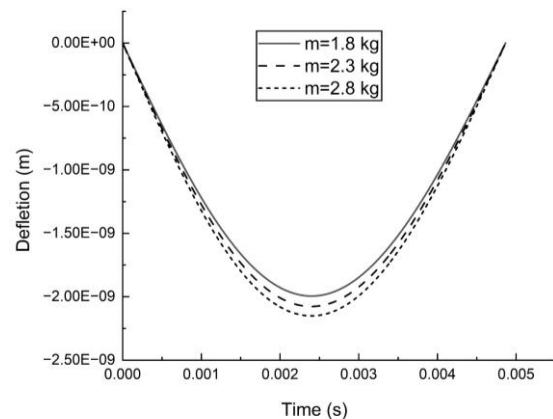
(ب-ب)

Fig. 10 Analytical response at the impact point for varying impactor radii: (a) central deflection of the top face sheet and (b) time history of contact force

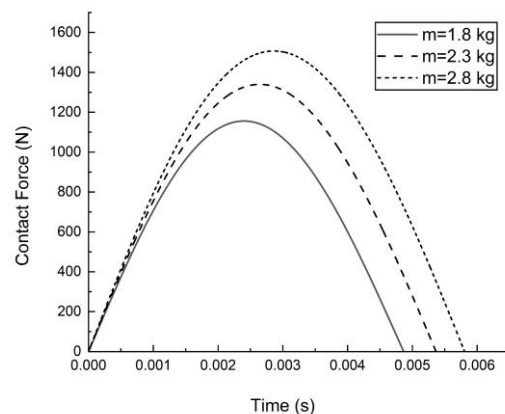
شکل 10 پاسخ تحلیلی در نقطه ضربه بر اساس تغییرات شعاع ضربه‌زننده (الف) خیز مرکزی رویه فوقانی و (ب) سیر زمانی تغییرات نیروی تماس

این روند رفتاری نشان می‌دهد که در حالت استفاده از نوک‌های تیزتر، پاسخ سازه عمدتاً ناشی از فرورفتگی موضعی بوده و بخش عمده انرژی ضربه در ناحیه تماس جذب می‌گردد؛ به همین دلیل بیشینه نیروی کمتری ثبت می‌شود. در مقابل، با افزایش شعاع و توزیع بار بر سطح وسیع‌تر، سهم تغییرشکل‌های خمشی و سراسری پوسته در مکانیزم پاسخ افزایش یافته و سفتی مؤثر سیستم تقویت می‌شود. این پدیده منجر به افزایش قابل توجه نیروی بیشینه و کاهش محسوس جابجایی کلی می‌گردد، که نشانگر گذار از کنترل موضعی به کنترل خمشی/سراسری در رفتار دینامیکی پوسته است.

جرم بیشتر باعث افزایش انرژی منتقل شده به پوسته می‌شود و در نتیجه تغییر شکل بیشتری در رویه فوقانی ایجاد می‌کند. همچنین، مشاهده می‌شود که زمان رسیدن به بیشینه خیز با افزایش جرم ضربه‌زننده کمی افزایش می‌یابد که نشان‌دهنده افزایش مدت زمان تماس بین ضربه‌زننده و پوسته است. شکل 9 (ب) نیز نشان می‌دهد همانند نمودار خیز، با افزایش جرم ضربه‌زننده، بیشینه نیروی تماس نیز افزایش می‌یابد. این امر بیانگر این است که نیروی وارد شده بر سطح پوسته تحت تأثیر جرم ضربه‌زننده به‌طور مستقیم افزایش می‌یابد. به علاوه، افزایش جرم سبب می‌شود که منحنی نیروی تماس پهن‌تر شود، که نشان‌دهنده مدت زمانی طولانی‌تر تماس بین ضربه‌زننده و پوسته است.



(الف-ا)



(ب-ب)

Fig. 9 Analytical impact response for different impactor masses: (a) central deflection of the top face sheet and (b) time history of contact force

شکل 9 پاسخ تحلیلی ضربه بر اساس جرم‌های مختلف ضربه‌زننده: (الف) خیز مرکزی رویه فوقانی و (ب) سیر زمانی تغییرات نیروی تماس

به عبارت دیگر، جرم بیشتر باعث می‌شود انرژی بیشتری به پوسته منتقل شود و پاسخ دینامیکی آن با زمان بیشتری ادامه یابد. با توجه به این دو نمودار، می‌توان نتیجه گرفت که جرم ضربه‌زننده نقش مهمی در تعیین شدت و مدت پاسخ دینامیکی پوسته ساندویچی دارد. افزایش جرم باعث افزایش بیشینه خیز و نیروی تماس و همچنین طولانی‌تر شدن زمان پاسخ می‌شود، که این اطلاعات

7- نتیجه گیری

نتایج ارائه شده نشان می‌دهد که بیشینه‌ی نیروی ضربه به شدت تحت تأثیر نوع الیاف تقویت‌کننده و کسر حجمی کامپوزیت قرار دارد. با تغییر الیاف از کربن/اپوکسی به آرامید/اپوکسی و گلاس/اپوکسی، مقدار نیروی بیشینه کاهش می‌یابد که ناشی از افت سفتی مؤثر سازه است. همچنین افزایش کسر حجمی الیاف منجر به کاهش بیشینه‌ی نیروی ضربه شده و برهم‌کنش هم‌زمان این دو پارامتر، اهمیت طراحی بهینه‌ی ترکیب الیاف و کسر حجمی را در بهبود پاسخ ضربه‌ای سازه برجسته می‌سازد.

افزایش نسبت ضخامت هسته به رویه (hc/hf) در پوسته‌های ساندویچی با رویه‌های گلار و هسته فومی، منجر به کاهش تدریجی بیشینه‌ی نیروی ضربه (Fmax) می‌شود که ناشی از کاهش سفتی خمشی و افزایش سهم هسته در ذخیره‌سازی انرژی الاستیک است. نوع الیاف نیز تأثیر قابل‌توجهی دارد، به‌گونه‌ای که کربن/اپوکسی بالاترین Fmax را ارائه می‌دهد، در حالی که آرامید/اپوکسی و گلاس/اپوکسی مقادیر کمتری دارند؛ با افزایش hc/hf، تفاوت عملکرد میان الیاف کاهش یافته و نقش هسته غالب می‌شود.

مطالعه خواص پوسته استوانه‌ای نشان می‌دهد که چگالی و مدول الاستیسیته هسته، تأثیر قابل‌توجهی بر رفتار ضربه‌ای پوسته‌های استوانه‌ای ساندویچی دارند. هسته‌های با چگالی و سفتی بالاتر منجر به افزایش بیشینه‌ی نیروی تماس و کاهش مدت زمان تماس می‌شوند، در حالی که هسته‌های سبک‌تر و انعطاف‌پذیرتر انرژی ضربه را به‌صورت تدریجی جذب کرده و شدت اوج نیرو را کاهش می‌دهند. لایه‌های آلومینیومی، با وجود اثر محدود بر مقدار نیروی تماس، توزیع تنش و کرنش در سطح رویه را بهینه ساخته و از تمرکز تنش و آسیب‌های موضعی جلوگیری می‌کنند. مدل‌سازی هسته بر اساس تئوری سه‌بعدی الاستیسیته و اصل همپلتون، بدون ساده‌سازی‌های مرسوم و با لحاظ توزیع غیرخطی جابجایی‌ها و کرنش‌ها در راستای ضخامت، امکان بازنمایی دقیق انعطاف‌پذیری، تغییرشکل‌های برشی و پاسخ متمایز سازه برای هسته‌های با خواص متفاوت را فراهم می‌آورد؛ امری که در مدل‌های کلاسیک به‌ندرت قابل‌دستیابی است.

در بررسی پارامترهای مربوط به ضربه زننده ملاحظه می‌گردد که افزایش سرعت ضربه منجر به افزایش قابل‌توجه بیشینه‌ی نیروی تماس و ذخیره‌سازی انرژی الاستیک در پوسته‌های استوانه‌ای ساندویچی با رویه‌های گلار و هسته فوم می‌شود. هم‌زمان، دامنه خیز افزایش یافته و زمان رسیدن به بیشینه نیرو کاهش می‌یابد، که بیانگر وابستگی رفتار سازه به نرخ بارگذاری و تشدید تغییرشکل‌ها و مکانیسم‌های آسیب است. این یافته‌ها اهمیت طراحی بهینه‌ی چیدمان لایه‌ها و خواص هسته را در کاربردهای حساس نظیر هوافضا و خودروسازی برجسته می‌سازد. نتایج نشان می‌دهد که افزایش جرم ضربه‌زننده موجب افزایش بیشینه‌ی خیز و نیروی تماس و همچنین طولانی‌تر شدن مدت پاسخ دینامیکی پوسته می‌گردد. از سوی دیگر، افزایش شعاع ضربه‌زننده منجر به افزایش قابل‌توجه بیشینه‌ی نیروی تماس و کاهش خیز کلی سازه می‌شود که بیانگر انتقال مکانیزم پاسخ از فرورفتگی موضعی به تغییرشکل‌های خمشی و سراسری است. این یافته‌ها وابستگی شدید پاسخ ضربه‌ای پوسته‌های ساندویچی به مشخصات هندسی و جرمی ضربه‌زننده را آشکار می‌سازد.

در مجموع، می‌توان نتیجه گرفت که بهره‌گیری از لایه‌های آلومینیوم-شیشه (GLARE) با توجه به تعادل میان مقاومت، ذخیره‌سازی انرژی الاستیک و دوام، گزینه‌ای کارآمد برای ارتقای عملکرد سازه‌های ساندویچی تحت بارگذاری ضربه‌ای سرعت پایین به شمار می‌آید.

8- پیوست الف

با بهره‌گیری از روابط بخش (1-2) و اعمال اصل همپلتون معادلات حرکت پوسته ساندویچی استوانه‌ای استخراج می‌گردد. به عنوان مثال برای رویه بالایی با جاگذاری مولفه‌های کرنش از روابط (3) و (2) در رابطه (12) عبارت انتگرالی جمله اول تغییرات انرژی جنبشی به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\int_{\theta_0}^{\theta_1} \int_{\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} (\rho_t r_t (\ddot{u}_t \delta u_t + \ddot{v}_t \delta v_t + \ddot{w}_t \delta w_t)) dz dx d\theta \quad (1-f)$$

با انتگرال‌گیری جز به جزء نسبت به زمان داریم:

$$\rho_t r_t \int_{\theta_0}^{\theta_1} \int_{\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} u_{0t}(x, \theta, z, t) - z \left(\frac{\partial^3}{\partial t^2 \partial x} w_{0t}(x, \theta, z, t) \right) (x, \theta, t) \right) dz dx d\theta + \left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} v_{0t}(x, \theta, z, t) - z \left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} v_{0t}(x, \theta, z, t) - \frac{\partial^3}{\partial t^2 \partial \theta} w_{0t}(x, \theta, z, t) \right) (x, \theta, z, t) \right) r_t + \left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} w_{0t}(x, \theta, z, t) + \frac{z(\delta v_{0t}(x, \theta, z, t))}{r_t} - \frac{\partial}{\partial \theta} \delta w_{0t}(x, \theta, z, t) \right) dz dx d\theta \quad (2-f)$$

به‌طور مشابه، برای رویه پایینی پوسته ساندویچی استوانه‌ای نیز روابط متناظر حاصل می‌شوند. با اعمال شرایط سازگاری، جاگذاری روابط (5)، (6) و (3) در معادلات (10) و (9) عبارت انتگرالی جمله سوم تغییرات انرژی جنبشی برای هسته به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\int_{\theta_0}^{\theta_1} \int_{\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \left((B \ddot{u}_{0t} + (1-B) \ddot{u}_{0b} + k_t r_t B \ddot{w}_{t,x} + k_b r_b (B - 1) \ddot{w}_{b,x}) (\delta u_{0t} + (1-B) \delta u_{0b} + k_t r_t B \frac{\partial}{\partial x} (\delta w_t) + k_b r_b (B-1) \frac{\partial}{\partial x} (\delta w_b)) + ((1-k_t) B \ddot{v}_{0t} + (1+k_b)(1-B) \ddot{v}_{0b} + k_t B \ddot{w}_{t,\theta} - k_b (1-B) \ddot{w}_{b,\theta}) ((1-k_t) B \delta v_{0t} + (1+k_b)(1-B) \delta v_{0b} + k_t B \frac{\partial}{\partial \theta} (\delta w_t) - k_b (1-B) \frac{\partial}{\partial \theta} (\delta w_b)) + (B \ddot{w}_t + (1-B) \ddot{w}_b) (B \delta w_t + (1-B) \delta w_b) \right) r dr d\theta dx dt \quad (3-f)$$

$$B = B(r) = \frac{r - r_{bc}}{r_{ic} - r_{bc}}$$

و همچنین عبارت انتگرالی تغییرات انرژی پتانسیل برای رویه بالایی با جاگذاری مولفه‌های کرنش از روابط (2) و (3) در رابطه (14) به دست می‌آید: تغییرات انرژی پتانسیل متناظر با ε_{xxt} :

$$\int_0^1 \int_{\theta_0}^{\theta_1} \int_{r_{bc}}^{r_{tc}} (r \cdot \tau_{\theta rc}(x, \theta, r, t) \cdot \delta \gamma_{\theta rc}) dr d\theta dx =$$

$$\int_0^1 \int_{\theta_0}^{\theta_1} \int_{r_{bc}}^{r_{tc}} (r \cdot \tau_{\theta rc}(x, \theta, r, t) \cdot (\delta(\frac{\partial v}{\partial r}) +$$

$$\delta(\frac{1}{r_c} \frac{\partial w}{\partial \theta}) - \delta(\frac{v}{r})) dr d\theta dx \quad (الف-8)$$

تغییرات انرژی پتانسیل متناظر با σ_{rrc} در هسته:

$$\int_0^1 \int_{\theta_0}^{\theta_1} \int_{r_{bc}}^{r_{tc}} (r \cdot \sigma_{rrc}(x, \theta, r, t) \cdot \delta \varepsilon_{rrc}) dr d\theta dx =$$

$$\int_0^1 \int_{\theta_0}^{\theta_1} \int_{r_{bc}}^{r_{tc}} (r \cdot \sigma_{rrc}(x, \theta, r, t) \cdot \delta(\frac{\partial w}{\partial r})) dr d\theta dx \quad (الف-9)$$

9- پیوست ب

برای تحلیل دقیق میدان جابجایی و توزیع تنش در هسته‌ی پوسته استوانه‌ای ساندویچی با استفاده از نظریه الاستیسیته سه بعدی، ابتدا از حل معادلات (22) و (23) توزیع تنش‌های برشی در هسته مطابق روابط زیر فرموله می‌گردد:

$$\tau_{\theta rc}(r, \theta, x) = \frac{\tau_{\theta}(\theta, x)}{r^2} \quad (ب-1)$$

$$\tau_{xrc}(r, \theta, x) = \frac{\tau_x(\theta, x)}{r} \quad (ب-2)$$

با اعمال روابط فوق در معادله (24) و حل حاصل، تابع تنش عمودی در هسته به صورت زیر استخراج می‌گردد:

$$\sigma_{rrc} = \frac{\tau_{\theta, \theta}}{r^2} - \tau_{x, x} + \frac{c_1}{r} \quad (ب-3)$$

مولفه جابجایی شعاعی در راستای ضخامت با در نظر گرفتن روابط ساختاری مربوط به هسته ساندویچی به صورت زیر محاسبه می‌گردد:

$$w_c = -\frac{\tau_{\theta, \theta}}{E_c r} - \frac{\tau_{x, x}}{E_c} r + \frac{c_1}{E_c} \ln(r) + c_2 \quad (ب-4)$$

بهمنظور استخراج ضرایب c_1 و c_2 در معادله مورد نظر، از شرایط پیوستگی در مرز مشترک میان هسته و رویه‌ها استفاده شده است. با اعمال این شرایط، معادلات (5) و (6)، مقادیر تحلیلی این ضرایب به دست می‌آید. نتیجه این فرایند، فرم بسته‌ای برای c_1 و c_2 است که به صورت زیر بیان بدست می‌آید:

$$\int_0^1 \int_{\theta_0}^{\theta_1} \int_{-h/2}^{h/2} (r_t \cdot \sigma_{xxt}(x, \theta, z, t) \cdot \delta \varepsilon_{xxt}) dz dx d\theta$$

$$r_t \int_0^1 \int_{\theta_0}^{\theta_1} \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_{xxt}(x, \theta, z, t) (-z (\frac{\partial^2}{\partial x^2} \delta w_{0t}(x, \theta, t))) +$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \delta u_{0t}(x, \theta, t)) dz dx d\theta \quad (الف-4)$$

تغییرات انرژی پتانسیل متناظر با $\varepsilon_{\theta\theta t}$:

$$\int_0^1 \int_{\theta_0}^{\theta_1} \int_{-h/2}^{h/2} (r_t \cdot \sigma_{\theta\theta t}(x, \theta, z, t) \cdot \delta \varepsilon_{\theta\theta t}) dz dx d\theta$$

$$r_t \int_0^1 \int_{\theta_0}^{\theta_1} \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_{\theta\theta t}(x, \phi, z, t)$$

$$z (\frac{\partial}{\partial \theta} \delta v_{0t}(x, \theta, t)) - \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \delta w_{0t}(x, \theta, t)$$

$$(\frac{\partial}{\partial \theta} \delta v_{0t}(x, \theta, t)) + \delta w_{0t}(x, \theta, t)$$

$$r_t^2$$

$$r_t$$

$$dz dx d\theta \quad (الف-5)$$

تغییرات انرژی پتانسیل متناظر با $\gamma_{x\theta t}$:

$$\int_0^1 \int_{\theta_0}^{\theta_1} \int_{-h/2}^{h/2} (r_t \cdot \tau_{x\theta t}(x, \theta, z, t) \cdot \delta \gamma_{x\theta t}) dz dx d\theta$$

$$r_t \int_0^1 \int_{\theta_0}^{\theta_1} \int_{-h/2}^{h/2} \tau_{x\theta t}(x, \theta, z, t) (z (\frac{\partial}{\partial x} \delta v_{0t}(x, \theta, t)) - \frac{\partial^2}{\partial \theta \partial x} \delta w_{0t}(x, \theta, t)) -$$

$$\frac{\partial^2}{\partial \theta \partial x} \delta w_{0t}(x, \theta, t) + \frac{\partial}{\partial x} \delta v_{0t}(x, \theta, t) + \frac{\partial}{\partial \theta} \delta u_{0t}(x, \theta, t)$$

$$dz dx d\theta \quad (الف-6)$$

و همچنین تغییرات انرژی پتانسیل متناظر با τ_{xrc} در هسته:

$$\int_0^1 \int_{\theta_0}^{\theta_1} \int_{r_{bc}}^{r_{tc}} (r \cdot \tau_{xrc}(x, \theta, r, t) \cdot \delta \gamma_{xrc}) dr d\theta dx =$$

$$\int_0^1 \int_{\theta_0}^{\theta_1} \int_{r_{bc}}^{r_{tc}} (r \cdot \tau_{xrc}(x, \theta, r, t) \cdot (\delta(\frac{\partial w}{\partial x}) + \delta(\frac{\partial u}{\partial r}))) dr d\theta dx \quad (الف-7)$$

تغییرات انرژی پتانسیل متناظر با $\tau_{\theta rc}$ در هسته:

با حل معادله فوق خواهیم داشت:

$$u_c = \frac{\tau_x}{G_{cx}} \ln(r) - w_{b,x} r - \frac{\tau_{\theta, x\theta}}{E_c} \left(\frac{r}{r_{bc}} - \ln(r) + \frac{k_0 r (\ln(\frac{r}{r_{bc}}) - l)}{\ln(\frac{r_{bc}}{r_{tc}})} \right) + \left(\frac{r^2}{2} - r r_{bc} + \frac{(r_{bc} - r_{tc}) r (\ln(\frac{r}{r_{bc}}) - l)}{\ln(\frac{r_{bc}}{r_{tc}})} \right) \frac{\tau_{x,xx}}{E_c} - (w_{b,x} - w_{t,x}) \frac{r (\ln(\frac{r}{r_{bc}}) - l)}{\ln(\frac{r_{bc}}{r_{tc}})} + c_3 \quad (10-ب)$$

ثابت c_3 ، که از فرآیند انتگرال‌گیری حاصل می‌شود، با استفاده از شرط سازگاری در شعاع مرزی ($r=r_{bc}$) به دست می‌آید:

$$c_3 = u_{0b} - \frac{d_b}{2} w_{b,x} - \frac{\tau_x}{G_{cx}} \ln(r_{bc}) + w_{b,x} r_{bc} - \frac{\tau_{\theta, x\theta}}{E_c} (l - \ln(r_{bc})) + \frac{k_0 r_{bc}}{\ln(\frac{r_{bc}}{r_{tc}})} + \left(\frac{r_{bc}^2}{2} - r r_{bc} + \frac{(r_{bc} - r_{tc}) r_{bc}}{\ln(\frac{r_{bc}}{r_{tc}})} \right) \frac{\tau_{x,xx}}{E_c} - (w_{b,x} - w_{t,x}) \frac{r_{bc}}{\ln(\frac{r_{bc}}{r_{tc}})} \quad (11-ب)$$

در نتیجه، با اعمال مقدار موردنظر C_3 ، توصیف ریاضی نهایی مؤلفه جابجایی در هسته انعطاف‌پذیر u_c به صورت زیر ارائه می‌گردد:

$$u_c = u_{0b} + (r_{bc} - r - \frac{d_b}{2}) w_{b,x} + \frac{\tau_x}{G_{cx}} \ln(\frac{r}{r_{bc}}) - \frac{\tau_{\theta, x\theta}}{E_c} \left(\frac{r}{r_{bc}} - l + \ln(\frac{r_{bc}}{r}) + \frac{k_0 (r_{bc} + r (\ln(\frac{r}{r_{bc}}) - l))}{\ln(\frac{r_{bc}}{r_{tc}})} \right) + \left(\frac{r^2 + r_{bc}^2}{2} - r r_{bc} + \frac{(r_{bc} - r_{tc}) (r_{bc} + r (\ln(\frac{r}{r_{bc}}) - l))}{\ln(\frac{r_{bc}}{r_{tc}})} \right) \frac{\tau_{x,xx}}{E_c} - (w_{b,x} - w_{t,x}) \frac{r_{bc} + r (\ln(\frac{r}{r_{bc}}) - l)}{\ln(\frac{r_{bc}}{r_{tc}})} \quad (12-ب)$$

$$c_1 = \tau_{\theta, \theta} \left(\frac{(r_t - r_b)}{r_t r_b \ln(\frac{r_b}{r_t})} - \frac{(r_t - r_b)}{\ln(\frac{r_b}{r_t})} \tau_{x,x} \right) + \frac{E_c}{\ln(\frac{r_b}{r_t})} (w_b - w_t) \quad (5-ب)$$

$$c_2 = W_b + \frac{\tau_{\theta, \theta}}{r_{bc} E_c} + \frac{r_{bc} \tau_{x,x}}{E_c} - c_1 \ln(r_{bc}) \quad (6-ب)$$

بر اساس روابط ارائه‌شده فوق، مؤلفه شعاعی میدان جابجایی در هسته انعطاف‌پذیر پوسته استوانه‌ای ساندویچی، به صورت زیر تعریف می‌گردد.

$$w_c = w_b + \frac{\tau_{\theta, \theta}}{E_c} \left(\frac{1}{r_{bc}} - \frac{1}{r} + \frac{k_0 \ln(\frac{r}{r_{bc}})}{\ln(\frac{r_{bc}}{r_{tc}})} \right) - \left(r - r_{bc} + \frac{(r_{bc} - r_{tc}) \ln(\frac{r}{r_{bc}})}{\ln(\frac{r_{bc}}{r_{tc}})} \right) \frac{\tau_{x,x}}{E_c} + \left(w_b - w_t \right) \frac{\ln(\frac{r}{r_{bc}})}{\ln(\frac{r_{bc}}{r_{tc}})}, \quad k_0 = \frac{r_{tc} - r_{bc}}{r_{tc} r_{bc}} \quad (7-ب)$$

به دنبال مراحل تحلیل، مؤلفه تنش در راستای عمودی در هسته پوسته ساندویچی به فرم زیر حاصل می‌گردد.

$$\sigma_{rrc} = \frac{\tau_{\theta, \theta}}{r^2} \left(\frac{r(r_t - r_b)}{r_t r_b \ln(\frac{r_b}{r_t})} + l \right) - \left(\frac{(r_t - r_b)}{r \ln(\frac{r_b}{r_t})} + l \right) \tau_{x,x} + \frac{E_c}{r \ln(\frac{r_b}{r_t})} (w_b - w_t) \quad (8-ب)$$

بر مبنای رابطه ساختاری و مقدار استخراج‌شده برای w_c ، فرم نهایی معادله (4) برای مؤلفه جابجایی u_c به صورت زیر حاصل می‌گردد:

$$u_{c,r} = \frac{\tau_x}{r G_{cx}} - w_{b,x} - \frac{\tau_{\theta, x\theta}}{E_c} \left(\frac{1}{r_{bc}} - \frac{1}{r} + \frac{k_0 \ln(\frac{r}{r_{bc}})}{\ln(\frac{r_{bc}}{r_{tc}})} \right) + (r - r_{bc} + \frac{(r_{bc} - r_{tc}) \ln(\frac{r}{r_{bc}})}{\ln(\frac{r_{bc}}{r_{tc}})}) \frac{\tau_{x,xx}}{E_c} - (w_{b,x} - w_{t,x}) \frac{\ln(\frac{r}{r_{bc}})}{\ln(\frac{r_{bc}}{r_{tc}})} \quad (9-ب)$$

- [7] Mitchel, J., Vizzini, A., Sankar, S., "Low-velocity Impact Response of Composite Laminates Using a Simplified Spring-mass Model," *Compos. Struct.*, Vol. 67, No. 3, pp. 217–225, 2005.
- [8] Aslan, Z., Karakuzu, R., Okutan, F., "The Response of Laminated Composite Plates Under Low-velocity Impact Loading," *Compos. Part B Eng.*, Vol. 39, No. 4, pp. 538–547, 2008.
- [9] Rahmani, O., Khalili, S. M. R., Malekzadeh, K., "Free Vibration Response of Composite Sandwich Cylindrical Shell With Flexible Core," *Composite Structures*, Vol. 92, pp. 1269–1281, 2010.
- [10] Azizi, M., Ziaei-Rad, S., Saidi, A. R., "Dynamic Response of Conical Sandwich Shells Under Low-velocity Impact Using Differential Quadrature Method," *Compos. Structure.*, Vol. 168, pp. 84–92, 2017.
- [11] Malekzadeh Fard, M. K., Hasheminejad, H., Mousavi, S. S., "Analytical Study of Impact Response of Fiber-metal Laminates Using a Modified Contact Law," *Appl. Compos. Mater.*, Vol. 25, No. 3, pp. 763–780, 2018.
- [12] Cicco, D. D., Asaei, Z., Taheri, F., "Low-velocity Impact Damage Response of Fiberglass/magnesium Fiber-metal Laminates Under Different Size and Shape Impactors," *Mechanics of Advanced Materials and Structures.*, Vol. 24, No. 7, pp.545-555, 2017.
- [13] Carrillo, J. G., Caminero, M. A., Pinna, R., "Impact Behavior of Thermoplastic Fiber-metal Laminates with Aramid/Polypropylene and Aluminum Alloys," *Mater. Des.*, Vol. 94, pp. 250–261, 2016.
- [14] Zhu, Y., Son, Y., "Low-velocity impact response of multilayer foam core sandwich panels with composite face sheets" *Int. J. Mech. Sci.*, Vol. 209, 106704, 2021.
- [15] Peng, A., Deng, J., Wu, D., Zhang, N., Guo, Y., Cai, D., Zhou, G., Wang, X., "Damage Behavior and Failure Mechanism of Composite Sandwich Panel Subjected to Localized Impact: A Comprehensive Study" *Thin-Walled Structures*, Vol. 192, 111155, 2023.
- [16] Shahveisi, N., Feli, S., "Analysis of Low Velocity Impact on Curved Sandwich Beams with FML Face Sheets and Flexible Core" *Mechanics of Advanced Materials and Structures*, Vol. 29, No. 9, pp.1294-1307, 2022.
- [17] Song, H., Hu, K., Wu, J., Shi, Q., Wang, J., Zhao, F., Zhu, F., "Low-Velocity Impact Response and Damage Mechanisms of Fiber Metal Laminate/PMI Foam-Reinforced Corrugated Sandwich Structures," *Polymer Composites*, 2025.
- [18] Feng, G., Xiao, C., Liu, B., Zhang, H., Jia, P., Wang, C., "Experimental and Numerical Study on the Impact Response of Composite Sandwich Structures with Different Cores" *Polymers*. Vol. 16, No. 23, 3436, 2024.
- [19] Zhang, H., Xu, Q., Wang, P., "Delamination and Repair in Honeycomb Core Sandwich Structures Under Low-velocity Impact," *Compos. Struct.*, Vol. 160, pp. 233–243, 2017.
- [20] Yang, S., Li, D., Wu, X., "Impact Response of CFRP/foam Sandwich Panels," *Compos. Part B Eng.*, Vol. 165, pp. 189–199, 2019.
- [21] Zhou, H., Wang, K., Zhao, Y., "Effect of Foam Density on Low-velocity Impact Response of Sandwich Panels," *Compos. Struct.*, Vol. 153, pp. 124–134, 2016.
- [22] Azarafza, R., Aslanzadeh GoliBeiglo, S., Davar, A., "Analysis of free vibration of laminated composite cylindrical shells with rectangular cutout," In Persian, *Journal of Science and Technology of Composites*, Vol. 10, No. 2, pp. 2209 -2196 , 2023
- [23] Malekzadeh, F. K., Zolghadr, N., "Analytical Modeling to Predict Dynamic Response of Fiber-Metal Laminated Panel Subjected to Low Velocity Impact" In Persian, *Journal of Science and Technology of Composites* 2018
- [24] Amirshajae-Asalemi, K., Fakhreddini-Najafabadi, S., Taheri Behrooz, F., "Numerical and Experimental Study of Carbon / Epoxy Composite Laminate Response to Low Velocity Impact," In Persian, *Journal of Science and Technology of Composites*, Vol. 8, No. 1, pp. 1461-1472, 2021.
- [25] Anderson, T. A., "An Investigation of SDOF Models for Large Mass Impact on Sandwich Composites," *Composites: Part B*, Vol. 36, pp. 135–142, 2005.

در راستای تحلیل ارائه‌شده، و بر پایه‌ی رابطه ساختاری، معادله (4) که مؤلفه جابجایی v_c را توصیف می‌کند به صورت زیر حاصل می‌گردد:

$$rv_{c,r} - v_c = \frac{\tau_{\theta}}{rG_{c\theta}} - w_{c,\theta} \quad (13-ب)$$

در نتیجه‌ی جایگذاری مقدار به‌دست‌آمده w_c در رابطه فوق، معادله دیفرانسیل حاکم بر v_c به صورت زیر حاصل می‌شود:

$$rv_{c,r} - v_c = \frac{\tau_{\theta}}{rG_{c\theta}} - w_{b,\theta} + \frac{\tau_{\theta,\theta\theta}}{E_c} \left(\frac{l}{r_{bc}} - \frac{l}{r} + \frac{k_0 \ln\left(\frac{r}{r_{bc}}\right) - (r_{bc} - r_{ic}) \ln\left(\frac{r}{r_{bc}}\right)}{\ln\left(\frac{r_{bc}}{r_{ic}}\right) - (r - r_{bc} + \frac{r_{bc}}{\ln\left(\frac{r_{bc}}{r_{ic}}\right)})} \right) + \frac{\tau_{x,\theta\theta}}{E_c} + (w_b - w_i) \frac{\ln\left(\frac{r}{r_{bc}}\right)}{\ln\left(\frac{r_{bc}}{r_{ic}}\right)} \quad (14-ب)$$

حل معادله فوق منجر به تعیین مؤلفه جابجایی v_c در هسته‌ی انعطاف‌پذیر پوسته استوانه‌ای می‌گردد:

$$v_c = \frac{r}{r_{bc}} (l + k_b) v_{0b} + (l - \frac{r}{r_{bc}} (l + k_b)) w_{b,\theta} + \frac{1}{2} \left(\frac{r^2 - r_{bc}^2}{r_{bc}^2 r} \right) \frac{\tau_{\theta}}{G_{c\theta}} + \frac{\tau_{\theta,\theta\theta}}{E_c} \left(\left(-\frac{(r - r_{bc})^2}{2r_{bc}^2 r} \right) + \frac{k_0 (l - \frac{r}{r_{bc}} + \ln\left(\frac{r}{r_{bc}}\right))}{\ln\left(\frac{r_{bc}}{r_{ic}}\right)} - (w_{i,\theta} - w_{b,\theta}) \frac{(l - \frac{r}{r_{bc}} + \ln\left(\frac{r}{r_{bc}}\right))}{\ln\left(\frac{r_{bc}}{r_{ic}}\right)} + \frac{\tau_{x,\theta\theta}}{E_c} \left(\frac{(r_{bc} - r_{ic})(l + \ln\left(\frac{r}{r_{bc}}\right) - \frac{r}{r_{bc}})}{\ln\left(\frac{r_{bc}}{r_{ic}}\right)} + r_{bc} - r + r \ln\left(\frac{r}{r_{bc}}\right) \right) \right) \quad (15-ب)$$

8- مراجع

- [1] Reddy, J. N., "Mechanics of Laminated Composite Plates and Shells: Theory and Analysis," CRC press, 2003
- [2] Abrate, S., "Impact on Laminated Composites: Recent Advances," *Journal of Applied Mechanics Rev*, Vol.47, pp. 517-544, 1994.
- [3] Asundi, A., Choi, A.Y., "Fiber Metal Laminates: an Advanced Material for Future Aircraft," *Journal of Materials processing technology*, Vol. 63, pp. 384–94, 1997.
- [4] Četković, M., Vuksanović, D., "Bending, Free Vibrations and Buckling of Laminated Composite and Sandwich Plates Using a Layerwise Displacement Model," *Composite Structures*, Vol. 88, pp. 219–27, 2009.
- [5] Whitney, J. M., Pagano, N. J., "Shear Deformation in Heterogeneous Anisotropic Plates," *J. Appl. Mech.*, vol. 37, No. 4, pp. 1031–1036, 1970.
- [6] Frostig, Y., Baruch, O., Sheinman, S., Vilnay, E., "High-order Theory for Sandwich-beam Behavior with Soft Cores," *J. Eng. Mech.*, Vol. 118, No. 5, pp. 1026–1043, 1992.

- [26] Davar, A., Heydari Beni, M., Azarafza, R., Eskandari Jam, J., "Parametric impact analysis on cylindrical sandwich shells with FML face and functionally graded core using a new shell theory," In Persian, Journal of Science and Technology of Composites, Vol. 9, No. 4, pp. 2099 -2115 , 2023.
- [27] Rezghi Maleki H., Parvande P., "Study of the Flexural Strength and Low-Velocity Impact Behavior of Sandwich Structures with Basalt/Epoxy Face Sheets and a Cork Core," In Persian, Journal of Science and Technology of Composites, Vol. 11, No. 4, pp. 2634 - 2644 , 2025



بررسی ریزساختار و مشخصه‌های ترمومکانیکی کامپوزیت درجای $Al-15\%Mg_2Si-0.5\%Er$ در آزمون فشار داغ

نیلوفر گنججلی¹، اسماعیل توحیدلو^{2*}، حامد خسروی²، محمد کرد تمینی³

1- دانشجوی کارشناسی ارشد، گروه مهندسی مواد، دانشکده مهندسی شهید نیکبخت، دانشگاه سیستان و بلوچستان، زاهدان

2- دانشیار، گروه مهندسی مواد، دانشکده مهندسی شهید نیکبخت، دانشگاه سیستان و بلوچستان، زاهدان

3- فارغ‌التحصیل کارشناسی ارشد، مهندسی مواد، پارک علم و فناوری سیستان و بلوچستان، زاهدان

* زاهدان، صندوق پستی 98155987، etohidlou@eng.usb.ac.ir

چکیده

اطلاعات مقاله:

در این پژوهش تأثیر همزمان اصلاح ذرات تقویت‌کننده Mg_2Si در کامپوزیت درجای $Al-Mg_2Si$ با استفاده از اربیم و آزمون فشار داغ در دماهای 300، 350، 400 و 450 °C و نرخ کرنش 0.001، 0.01، 0.1 و 1 s^{-1} مورد بررسی قرار گرفت. تحولات ریزساختاری با استفاده از میکروسکوپ‌های نوری و الکترونی روبشی (SEM) و مشخصه‌های ترمومکانیکی با در نظر گرفتن معادلات بنیادی آرنیوس تحلیل شدند. نتایج نشان داد که افزودن 0.5 درصد وزنی اربیم، مورفولوژی ذرات Mg_2Si اولیه را از حالت دندریتی به چندوجهی تغییر داد و اندازه متوسط آن‌ها را از 56 به 15 میکرومتر کاهش داد. مورفولوژی ذرات Mg_2Si بوتکنیکی نیز از حالت لایه‌ای به لیاف کوتاه و نقطه‌ای تبدیل شد که این تغییر ناشی از اصلاح انرژی فصل مشترک میان فازهای $\alpha-Al$ و Mg_2Si است. علاوه بر این، فرآیند ترمومکانیکی از طریق مکانیزم‌های خردایش مکانیکی، کروی‌شدن ذرات و تبلور مجدد دینامیکی، اصلاح ریزساختار را تسریع کرد. با تحلیل منحنی‌های تنش-کرنش و انجام برازش خطی مقادیر نرخ کرنش، دما و تنش سیلان پیک، ثوابت معادلات بنیادی محاسبه و تغییرات آن‌ها بر حسب پارامترهای فرآیندی بررسی شد. طبق نتایج، انرژی اکتیواسیون حرارتی برابر $259.14 \text{ kJ.mol}^{-1}$ بدست آمد و در نهایت دقت معادلات بنیادی با مقایسه مقادیر تنش سیلان اندازه‌گیری شده و پیش‌بینی شده ارزیابی گردید.

دریافت: 1404/11/25

پذیرش: 1405/03/03

کلیدواژگان

کامپوزیت درجای $Al-Mg_2Si$ اربیم، تکامل ریزساختاری، آزمون فشار داغ، معادلات بنیادی

Investigation of microstructure and thermomechanical characteristics of in-situ $Al-15\%Mg_2Si-0.5\%Er$ composite in hot compression test

Niloofar Ganjali¹, Esmail Tohidlou^{1*}, Hamed Khosravi¹, Mohammad Kord Tamini²

1-Department of Materials Engineering, University of Sistan and Baluchestan, Zahedan, Iran

2-Sistan and Baluchestan Science and Technology Park, Zahedan, Iran

* P.O.B. 98155987, Zahedan, Iran, * etohidlou@eng.usb.ac.ir

Keywords

$Al-Mg_2Si$ in-situ composite
Erbium
Microstructural evolution
Hot compression test
Constitutive equations

Abstract

In this study, the simultaneous effects of modification Mg_2Si reinforcement particles in $Al-Mg_2Si$ in-situ composite by erbium addition, along with hot compression testing at temperatures of 300, 350, 400, and 450 °C and strain rates of 0.001, 0.01, 0.1, and 1 s^{-1} , were investigated. Microstructural evolutions were examined using optical and scanning electron microscopy, while thermomechanical characteristics were analyzed based on Arrhenius constitutive equations. The results revealed that the addition of 0.5 wt.% erbium transformed the morphology of primary Mg_2Si particles from dendritic to polygonal, reducing their average size from 56 μm to 15 μm . The lamellar morphology of eutectic Mg_2Si particles also changed to short fibrous and particulate forms due to the modification of interfacial energy between the $\alpha-Al$ and Mg_2Si phases. Furthermore, thermomechanical processing accelerated microstructural refinement through mechanisms such as mechanical fragmentation, particle spheroidization, and dynamic recrystallization. By analyzing the flow curves and performing linear fitting of strain rate, temperature, and peak flow stress values, the constitutive constants were determined, and their variations with processing parameters were evaluated. The activation energy for hot deformation was calculated to be $259.14 \text{ kJ.mol}^{-1}$. Finally, the accuracy of constitutive equations was validated by comparing the experimental (measured) flow stress values with those predicted by the model.

Please cite this article using:

برای ارجاع به مقاله از عبارت زیر استفاده کنید:

Ganjali, N., Tohidlou, E., Khosravi, H., Kord Tamini, M "Investigation of microstructure and thermomechanical characteristics of in-situ $Al-15\%Mg_2Si-0.5\%Er$ composite during hot compression test". In Persian, Journal of Science and Technology of Composites, Vol. 12, No. 3, pp. 2859-2868, 2026. <https://doi.org/10.22068/jstc.2026.2085398.1952>

1- مقدمه

کامپوزیت‌های ذره‌ای زمینه آلومینیومی تولیدشده به روش‌های مرسوم معمولاً با مشکلات متعددی از جمله فصل مشترک ضعیف بین تقویت‌کننده و زمینه، توزیع ناهمگن ذرات تقویت‌کننده، پیچیدگی فرآیند تولید و افزایش هزینه‌ها مواجه‌اند. علاوه بر این، بسیاری از این کامپوزیت‌ها از نظر ترمودینامیکی ناپایدار بوده و مستعد وقوع واکنش‌های شدید بین زمینه و تقویت‌کننده هستند که می‌تواند به تخریب فاز تقویت‌کننده و تشکیل فازهای نامطلوب بین‌فلزی منجر شود. برای غلبه بر این محدودیت‌ها، روش فرآوری درجا کامپوزیت‌ها به عنوان راهکاری مؤثر پیشنهاد شده است [2,1].

در میان کامپوزیت‌های درجا، سیستم شبه‌دوتایی Al-Mg₂Si نتایج بسیار امیدوارکننده‌ای نشان داده‌است. در این سیستم، ذرات تقویت‌کننده Mg₂Si اولیه به شکل بلوک‌های چندوجهی و Mg₂Si یوتکتیک یا شبه‌یوتکتیک به صورت لایه‌ای، طی انجماد زمینه آلومینیومی حاوی Mg و Si تشکیل می‌شوند [3]. Mg₂Si به عنوان یک ترکیب بین‌فلزی پیچیده، دارای ویژگی‌های مطلوبی از جمله دمای ذوب بالا، سختی زیاد، چگالی پایین، ضریب انبساط حرارتی کم و مدول الاستیک نسبتاً بالایی می‌باشد. با این حال، کامپوزیت‌های Al-Mg₂Si فرآوری‌شده به روش درجا معمولاً دارای فازهای Mg₂Si اولیه اصلاح نشده و نامنظم بوده که تمرکز تنش را در فصل مشترک با زمینه α-Al افزایش می‌دهد. همچنین، مورفولوژی لایه‌ای Mg₂Si یوتکتیک و عیوب ریختگی ذاتی، استحکام مکانیکی و شکل‌پذیری را کاهش داده و کاربرد صنعتی این کامپوزیت‌ها را محدود می‌کند [5,4]. در سال‌های اخیر، روش‌های مختلفی برای اصلاح اندازه، مورفولوژی و توزیع فازهای Mg₂Si برای بهبود عملکرد کلی کامپوزیت، از جمله اصلاح شیمیایی با افزودن عناصر، تشکیل محلول جامد و پیرسازی، عملیات‌های نیمه جامد و تغییر شکل داغ پیشنهاد و بررسی شده‌است [6]. در میان این روش‌ها، اصلاح شیمیایی و فرآیندهای ترمومکانیکی مؤثرترین رویکردها برای پالایش ریزساختار شناخته شده‌اند که در ادامه به برخی از مطالعات اشاره می‌شود.

شیافونگ¹ و همکاران نشان دادند که افزودن نئودیم به کامپوزیت Al-Mg₂Si، مورفولوژی Mg₂Si اولیه را از دندریتی به چندوجهی تغییر داده و اندازه متوسط آن را از 47.5 به 13 میکرومتر کاهش می‌دهد. همچنین Mg₂Si یوتکتیک از لایه‌ای به نقطه‌ای تبدیل شده و در نتیجه استحکام کششی نهایی و ازدیاد طول به ترتیب 32.4% و 200% افزایش می‌یابد [7]. بای² و همکاران با بررسی تأثیر لانتانیم بر کامپوزیت Al-Mg₂Si نشان دادند که افزودن 0.4 درصد وزنی لانتانیم تأثیر قابل توجهی بر پالایش ریزساختار از طریق اصلاح اندازه و افزایش فاکتور کروی بودن ذرات Mg₂Si در طول انجماد دارد. در نتیجه تنها با افزودن 0.4 درصد وزنی لانتانیم ترکیبی مطلوب از خواص مکانیکی از جمله سختی 132 برینل، استحکام کششی 201 MPa و ازدیاد طول 5.28% بدست می‌آید [8]. وانگ³ و همکاران نشان دادند که افزودن 0.05 درصد وزنی استرانسیم به طور قابل توجهی اندازه Mg₂Si اولیه را کاهش داده و مورفولوژی Mg₂Si یوتکتیک را از لایه‌ای به میله‌ای کوتاه تبدیل می‌کند. مقادیر بالاتر استرانسیم به دلیل تشکیل ترکیبات نامطلوب، اثر ریزتر شدن فاز Mg₂Si اولیه

و بهبود خواص مکانیکی را کاهش می‌دهد [9]. قندور و همکاران گزارش کردند که افزودن ترکیبی از 1.5 درصد وزنی گادولینیوم و آنتیموان، اندازه متوسط Mg₂Si اولیه را از 40 به 12 میکرومتر و Mg₂Si یوتکتیک را از 132 به 51.22 میکرومتر کاهش داده و استحکام کششی و ازدیاد طول را به ترتیب از 204.79 MPa و 2.65% در حالت پایه به 242.73 MPa و 3.9% در کامپوزیت اصلاح‌شده افزایش می‌دهد [10]. عزیز⁴ و همکاران با بررسی تأثیر افزودن پراژنودیمیم به کامپوزیت Al-Mg₂Si دریافتند که با افزودن 1 درصد وزنی پراژنودیمیم بیشترین چگالی سطحی فاز Mg₂Si با کمترین نرخ سایش 2.3 mm³/km³ و سختی تقریباً مشابه با کامپوزیت پایه بدست می‌آید [11].

شفیعی‌زاد و همکاران با بررسی رفتار سیلان فشاری کامپوزیت Al-Mg₂Si در دماهای 300-500 °C و نرخ کرنش 1-0.001 s⁻¹ نشان دادند که در دماهای پایین تغییر شکل، خردایش مکانیکی⁵ و کمناش میکرو⁶ ذرات Mg₂Si اولیه و یوتکتیکی مکانیزم‌های اصلی اصلاح ریزساختار و تطبیق کرنش می‌باشد. در حالی که با افزایش دما، ذرات از طریق کروی‌شدن⁷، تغییر گوشه‌های تیز و تجزیه حرارتی مورفولوژی لایه‌ای تا حدی اصلاح می‌شوند. همچنین تشکیل ذرات اولیه درشت‌تر و وقوع مکانیزم جوانه‌زنی متأثر از ذرات در زمینه α-Al به عنوان مکانیزم‌های کارنرمی دینامیکی⁸ مطرح می‌باشند [12]. زمانی و همکاران با مطالعه اکستروژن و نورد داغ کامپوزیت درجای Al-Mg₂Si گزارش کردند که فرآیند ترمومکانیکی باعث تغییر مورفولوژی ذرات Mg₂Si اولیه به اشکال کروی‌تر، تجزیه ساختار یوتکتیک از طریق خردایش مکانیکی، کاهش میزان تخلخل و تبلور مجدد دینامیکی⁹ (DRX) شده و در نتیجه استحکام کششی تا 44% و ازدیاد طول تا 335% افزایش می‌یابد [13]. سلطانی و همکاران نیز با بررسی تأثیر اکستروژن داغ بر خواص سایشی کامپوزیت Al-Mg₂Si نشان دادند که افزایش نسبت اکستروژن اندازه متوسط ذرات Mg₂Si را کاهش داده، توزیع آن‌ها را همگن‌تر کرده و تخلخل را به طور قابل توجهی کم می‌کند، در نتیجه مقاومت به سایش به طور چشمگیری بهبود می‌یابد [14]. توخیدلو و همکاران در مطالعات خود نشان دادند که افزودن اربوم به کامپوزیت Al-15%Mg₂Si با تغییر انرژی فصل مشترک بین فازهای α-Al و Mg₂Si، سبب اصلاح ریزساختار و بهبود خواص مکانیکی می‌شود. تنها با افزودن 0.6 درصد وزنی اربوم، اندازه ذرات Mg₂Si اولیه از 14 به 8.5 میکرومتر و استحکام فشاری تا 33% افزایش می‌یابد [16,15].

این پژوهش به بررسی اثر افزودن اربوم و اعمال تغییر شکل داغ بر تحولات ریزساختاری و ترمومکانیکی کامپوزیت درجای Al-15%Mg₂Si-0.5%Er می‌پردازد. بدین منظور در ابتدا تغییرات مورفولوژی ذرات Mg₂Si به همراه مکانیزم‌های اصلاح ریزساختار بررسی شد. در ادامه با برازش داده‌های سیلان بدست آمده از آزمون فشار داغ در دماها و نرخ کرنش‌های مختلف، معادلات بنیادی تغییر شکل داغ بدست آمد. در نهایت مکانیزم‌های حاکم بر تغییر شکل داغ با محاسبه انرژی اکتیواسیون حرارتی بررسی و با مقایسه نتایج سیلان اندازه گیری شده و پیش‌بینی شده دقت مدل‌های بنیادی ارزیابی گردید. پژوهش حاضر در ادامه پژوهش‌های پیشین بوده و با هدف بررسی اثرات همزمان رویکردهای اصلاح شیمیایی و ترمومکانیکی انجام شد.

⁶ Micro buckling⁷ Spheroidization⁸ Dynamic work softening⁹ Dynamic recrystallization¹ Xiaofeng² Bai³ Wang⁴ Aziz⁵ Mechanical fragmentation

2- مواد و روش تحقیق

استفاده از سنباده 1000 از ورقه‌های گرافیتی به عنوان روان‌ساز استفاده شد. آزمون فشار داغ توسط پرس 210P-1200 حاوی کوره دو لنگه‌ای با ترموکوپل Type K در بازه دمایی 300-450 °C و نرخ کرنش 0.001-1 s⁻¹ انجام شد. برای اطمینان از توزیع یکنواخت دما و حذف گرادیان حرارتی، تمامی نمونه‌ها با نرخ گرمایش 5 °C/s تا دمای فشرده‌سازی پیش‌گرم و به مدت 10 دقیقه به صورت ایزوترمال در دمای مدنظر نگهداری شدند. سپس، عملیات فشرده‌سازی تا کرنش حقیقی 0.8 و خنک‌کاری در دمای محیط برای تمامی نمونه‌ها مطابق با شکل 1 انجام شد.

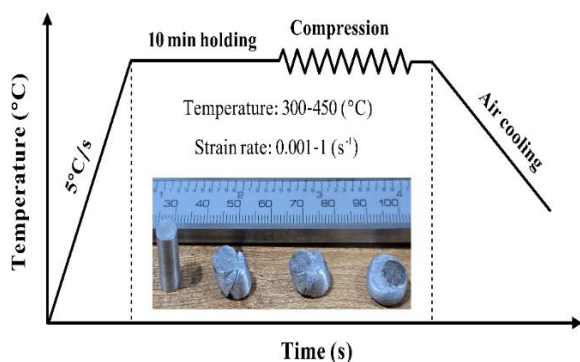


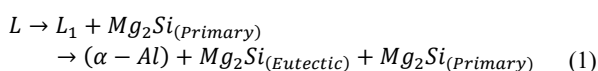
Fig. 1 Schematic diagram of hot compression test at various deformation conditions

شکل 1 طرح‌واره‌ی نمودار آزمون فشار داغ در شرایط مختلف تغییر شکل

3- نتایج و بحث

3-1- تحولات ریزساختاری

در شکل 2 ریزساختار کامپوزیت درجای Al-15%Mg₂Si-0.5%Er نشان داده شده است. ریزساختار نهایی این کامپوزیت شامل ذرات درشت و تیره‌رنگ Mg₂Si اولیه در زمینه یوتکتیکی متشکل از نواحی تیره و روشن متناوب است که به ترتیب مربوط به فازهای Mg₂Si ثانویه و α-Al می‌باشند. ذرات اولیه که در طی فرایند انجماد و به‌صورت درجا در مذاب تشکیل شده‌اند، دارای مورفولوژی چندوجهی و اندازه متوسط حدود 15 میکرومتر بوده، در حالی که ذرات Mg₂Si ثانویه به صورت ترکیبی از مورفولوژی لایه‌ای و نقطه‌ای در ریزساختار مشاهده می‌شود. احاطه ذرات اولیه Mg₂Si توسط فاز α-Al نتیجه انجماد غیرتعادلی آلیاژ در هنگام سرد شدن است. این پدیده به این دلیل رخ می‌دهد که نرخ نفوذ Mg و Si در مذاب اطراف ذرات Mg₂Si محدود می‌شود [17]. پس از تشکیل ذرات اولیه Mg₂Si در مذاب، غلظت Mg و Si در نواحی مجاور کاهش یافته و مذاب اطراف غنی از آلومینیوم می‌شود. این غنی‌شدن موضعی، تشکیل فاز α-Al را تسهیل می‌کند. روند انجماد تعادلی کامپوزیت درجای Al-15%Mg₂Si-0.5%Er را می‌توان با استفاده از واکنش فازی زیر نشان داد:



در این پژوهش ابتدا نمونه‌های کامپوزیت درجای Al-15%Mg₂Si، با استفاده از آلومینیوم، منیزیم و سیلیسیم با درصد خلوص بالا ریخته‌گری شد. در گام نخست، شمش آلومینیوم با احتساب 10 درصد اتلاف، در یک بوته گرافیتی در دمای 800 °C درون کوره الکتریکی ذوب شد. پس از ذوب کامل آلومینیوم، 5.5 درصد وزنی سیلیسیم خالص به مذاب اضافه و به مدت 5 دقیقه با استفاده از همزن گرافیتی هم‌زده شد. سپس مذاب به صورت ایزوترمال به مدت 15 دقیقه در دمای 800 °C نگهداری شد تا توزیع یکنواخت سیلیسیم در مذاب تضمین شود. در ادامه، 9.5 درصد وزنی منیزیم با احتساب 17 درصد اتلاف در دمای 750 °C به مذاب اضافه و برای دستیابی به همگنی شیمیایی، مذاب مجدداً هم‌زده شد. پس از حذف کامل سرباره، ریخته‌گری در قالب‌های فلزی پیش‌گرم‌شده تا دمای 200 °C انجام شد. کامپوزیت درجای Al-15%Mg₂Si تولید شده به قطعات کوچکتر برش داده شد و در دمای 750 °C فرآیند ذوب مجدد انجام شد. در این مرحله، 0.5 درصد وزنی اربیم با استفاده از آمیزان Al-30%Er به مذاب اضافه و به مدت 30 دقیقه به صورت ایزوترمال در دمای 720 °C نگهداری شد تا از انحلال کامل اربیم اطمینان حاصل شود. در نهایت، مذاب در قالب‌های پیش‌گرم‌شده تا دمای 200 °C ریخته شد. جهت بررسی ترکیب شیمیایی نمونه‌های ریختگی، آزمون طیف‌سنجی جرمی پلاسمای جفت شده القایی¹ (ICP-MS) با استفاده از دستگاه PerkinElmer ELAN 9000 و مطابق استاندارد ASTM E3061 انجام شد. کالیبراسیون دستگاه نیز با محلول‌های استاندارد چند عنصری حاوی 2٪ اسید نیتریک صورت گرفت. همچنین شناسایی و تعیین مقدار سیلیسیم موجود با روش گراویمتری و طبق استاندارد ASTM E34 انجام شد. نتایج ترکیب شیمیایی کامپوزیت درجای Al-15%Mg₂Si-0.5%Er در جدول 1 نشان داده شده‌است. نتایج نشان می‌دهد که غلظت اربیم در شمش ریختگی، تطابق بسیار خوبی با هدف طراحی دارد.

جدول 1 ترکیب شیمیایی کامپوزیت Al-15%Mg₂Si-0.5%Er

Table 1 Chemical Composition of Al-15%Mg₂Si-0.5%Er Composite

عصر	Ti	V	Fe	Er	Si	Mg	Al
درصد وزنی	0.18	0.3	0.47	0.48	0.75	12.3	85.52

به منظور بررسی‌های ریزساختاری، در ابتدا آماده‌سازی اولیه سطح با استفاده از سنباده‌های 800، 1200، 2000، 2500 و 5000 انجام و در ادامه از محلول سوسپانسیون اتانول و آلومینا 0.05 میکرون جهت سنباده‌زنی نهایی نمونه‌ها استفاده شد. در نهایت با محلول آبی 0.5%HF و با استفاده از میکروسکوپ نوری مدل اولیمپیوس² به ترتیب عملیات حک‌کاری (اچ) و تصویربرداری انجام شد. از میکروسکوپ الکترونی روبشی³ (SEM) مدل تسکن⁴ مجهز به طیف‌سنجی پراش انرژی پرتو ایکس⁵ (EDS) نیز جهت تصویر برداری و آنالیز عنصری استفاده شد.

به منظور بررسی رفتار سیلان کامپوزیت با استفاده از آزمون فشار داغ، نمونه‌های استاندارد با ارتفاع 11 mm و قطر 6 mm با دقت بالایی تهیه شدند. برای کاهش اثرات اصطکاک، علاوه بر سنباده‌زنی وجوه بالا و پایین نمونه‌ها با

¹ Inductively coupled plasma mass spectroscopy

² OLYMPUS

³ Scanning electron microscopy

⁴ TESCAN

⁵ Energy dispersive X-ray spectroscopy

بنابراین در یک کسر حجمی ثابت اندازه متوسط ذرات با افزایش تعداد ذرات Mg₂Si کاهش می‌یابد. همچنین کاهش نرخ رشد ذرات Mg₂Si ثانویه و تغییر انرژی فصل مشترک فاز α-Al و ذرات Mg₂Si یوتکتیک در حضور اربوم موجب تغییر مورفولوژی این ذرات نیز می‌شود [15].

شکل 4 میکروگراف SEM نمونه تغییرشکل‌یافته در دمای 400 °C و نرخ کرنش 1 s⁻¹ تا کرنش حقیقی 0.8 را نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود که ساختار Mg₂Si یوتکتیکی تحت تنش فشاری شکسته شده و به ذرات ریزتر، پراکنده و اغلب گردتر تبدیل شده است. شکست مکانیکی در اثر تمرکز تنش در فصل مشترک بین ذرات Mg₂Si یوتکتیکی و زمینه α-Al و کمناش میکرو ذرات تحت بار فشاری رخ می‌دهد. در نتیجه ساختار لایه‌ای پیوسته به ذرات جدا از هم تبدیل شده و اندازه متوسط ذرات کاهش می‌یابد.

علاوه بر خردایش مکانیکی، بالا بودن دما فرآیندهای مبتنی بر نفوذ اتمی از قبیل کروی شدن ذرات، تجزیه حرارتی و تبلور مجدد دینامیکی را تسریع کرده و سبب توزیع یکنواخت‌تر و افزایش نرخ نفوذ اربوم می‌شود. اربوم با تغییر انرژی فصل مشترک فازهای α-Al و Mg₂Si سرعت کروی شدن ذرات را افزایش می‌دهد. اربوم به دلیل حلالیت پایین در فاز α-Al در طول تغییرشکل داغ با قرارگیری در فصل مشترک α-Al/Mg₂Si رشد ترجیحی در جهت‌های خاص را مهار کرده و مورفولوژی را به سمت اشکال گردتر سوق می‌دهد. همچنین اربوم با تشکیل ذرات بسیار ریز می‌تواند اثر قفل شونده‌گی موثری بر نایجابی‌ها و مهاجرت مرزهای فرعی اعمال کرده و از رشد ذرات Mg₂Si نیز جلوگیری نماید [12].

این تغییرات ناشی از اعمال همزمان کرنش و دمای بالا است که مکانیزم‌های خردایش مکانیکی و اصلاح حرارتی را فعال کرده و تمرکز تنش در اطراف ذرات را به‌طور مؤثری کاهش می‌دهد. بنابراین، کاهش تمرکز تنش ناشی از حذف گوشه‌های تیز، همگنی توزیع ذرات و بهبود پیوند فصل مشترک α-Al/Mg₂Si، منجر به افزایش شکل‌پذیری کامپوزیت می‌شود.

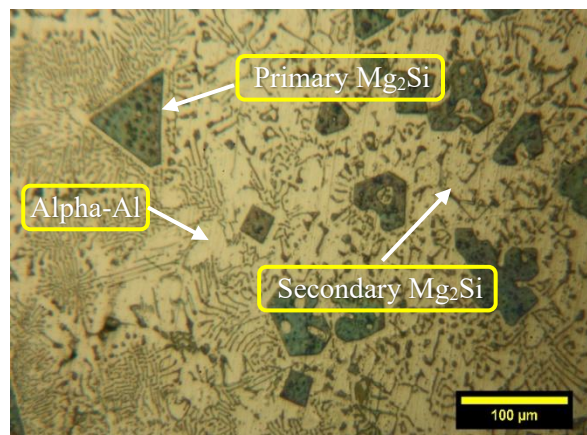


Fig. 2 Microstructure of Al-15%Mg₂Si Composite
شکل 2 ریزساختار کامپوزیت Al-15%Mg₂Si

به منظور بررسی اثر اصلاحی اربوم بر ریزساختار کامپوزیت درجای Al-15%Mg₂Si، تصاویر میکروسکوپی نوری از کامپوزیت پایه و اصلاح شده با اربوم، در شکل 2 نشان داده شده است. مشاهده می‌شود که با افزودن 0.5 درصد وزنی اربوم مطابق با شکل 3، ذرات لایه‌ای شکل Mg₂Si یوتکتیکی شکست شده و به صورت الیاف با طول کمتر و ذرات نقطه‌ای تبدیل می‌شوند. همچنین اندازه متوسط ذرات اولیه Mg₂Si نیز از 56 به 15 میکرومتر کاهش یافته و مورفولوژی آن‌ها از حالت نامنظم با گوشه‌های تیز به چند وجهی‌های منظم‌تر تغییر می‌کند. اصلاح ریزساختار کامپوزیت در اثر حضور اربوم را می‌توان به تغییر انرژی فصل مشترک میان فازهای α-Al و Mg₂Si در زمینه نسبت داد. در واقع اربوم به دلیل حلالیت بسیار پایین در زمینه آلومینیوم در اثر رشد جبهه انجمادی به صورت پیوسته پس زده شده و در نواحی رشد ذرات Mg₂Si انباشته می‌شود. در اثر این انباشت یک فوق تبرید ترکیبی در مذاب ایجاد شده که سبب افزایش تعداد ذرات Mg₂Si در زمینه یوتکتیکی می‌شود.

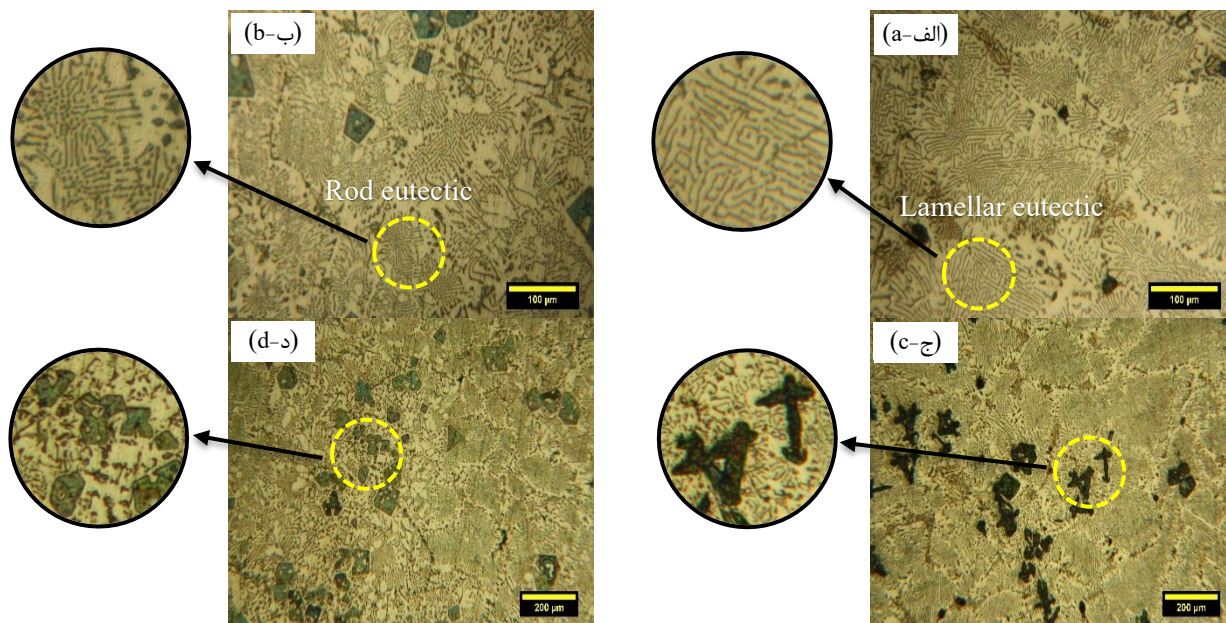


Fig. 3 optical microstructures of Al-15%Mg₂Si composite with various Er contents a, c) 0 wt.% Er (unmodified) and b, d) 0.5 wt.% Er
شکل 3 ریزساختارهای نوری کامپوزیت Al-15%Mg₂Si با مقادیر مختلف اربوم: الف، ج) 0 درصد وزنی (اصلاح نشده) و ب، د) 0.5 درصد وزنی

با شروع ناحیه کارنرمی، تعداد زیادی از نابجایی‌ها از طریق مهاجرت مرزهای بزرگ زاویه¹ (HAGBs) حذف شده و تنش به طور قابل ملاحظه‌ای افت می‌کند. این رفتار با تبلور مجدد دینامیکی، رسوب‌گذاری دینامیکی و سایر فرآیندهای ترمیم² مرتبط است. در نهایت، در ناحیه پایدار، تنش به علت برقراری تعادل بین مکانیزم‌های کارسختی و کارنرمی به مقدار ثابتی می‌رسد. شایان ذکر است که مقاومت به تغییر شکل، در یک نرخ کرنش ثابت، با کاهش دمای تغییر شکل افزایش یافته و در یک دمای ثابت، با افزایش نرخ کرنش کاهش پیدا می‌کند. همچنین پدیده‌های مرتبط با کارنرمی با کاهش نرخ کرنش (در دمای ثابت) یا افزایش دما (در نرخ کرنش ثابت) تسریع می‌شوند. این رفتار به این دلیل است که در نرخ کرنش‌های پایین و دماهای بالا زمان بیشتری برای انباشت انرژی و تحرک بالاتر مرزها فراهم می‌شود. این امر جوانه‌زنی و رشد دانه‌های تبلور مجدد دینامیکی و حذف یا آرایش مجدد نابجایی‌ها را تسهیل کرده و در نتیجه مقدار تنش سیلان را کاهش می‌دهد [19,18].

در مطالعات تغییر شکل داغ، اثرات همزمان دمای تغییر شکل و نرخ کرنش بر تنش سیلان توسط پارامتر زنر-هولمان³ (Z) در قالب یک معادله نمایی توصیف می‌شود. طبق معادلات آرنیوسی پیشنهاد شده توسط سلارز و تگارت⁴، پارامتر Z به همراه معادلات بنیادی تغییر شکل داغ را می‌توان در تمامی مقادیر تنش، مقادیر تنش بالا ($\alpha > 1.2$) و مقادیر تنش پایین ($\alpha < 0.8$) به ترتیب به صورت روابط (2)، (3)، (4) و (5) تعریف کرد [20]:

$$Z = \varepsilon \exp\left(\frac{Q}{RT}\right) = A[\sinh(\alpha\sigma)]^n \quad (2)$$

$$\varepsilon = A[\sinh(\alpha\sigma)]^n \cdot \exp\left(-\frac{Q}{RT}\right) \quad (3)$$

$$\varepsilon = A_1 \sigma^{n_1} \cdot \exp\left(-\frac{Q}{RT}\right) \quad (4)$$

$$\varepsilon = A_2 [\exp(\beta\sigma)] \cdot \exp\left(-\frac{Q}{RT}\right) \quad (5)$$

در روابط فوق A ، A_1 ، A_2 ، β و α ثوابت ماده، R ثابت جهانی گازها، T دمای مطلق (K)، $\dot{\varepsilon}$ نرخ کرنش (s^{-1})، σ تنش سیلان (MPa)، Q انرژی فعال‌سازی تغییر شکل داغ ($kJ \cdot mol^{-1}$)، n و n_1 به ترتیب توان‌های تنش در مقادیر تنش بالا و تمامی سطوح تنش می‌باشند. ثوابت ماده و انرژی فعال‌سازی حرارتی موجود در معادلات فوق را می‌توان با فرض مستقل بودن آن‌ها نسبت به دما و نرخ کرنش از طریق لگاریتم‌گیری روابط (3) تا (5) و محاسبه شیب و عرض از مبدا برازش‌های خطی داده‌های تجربی به صورت زیر بدست آورد:

$$n = \left\{ \frac{\partial \ln \dot{\varepsilon}}{\partial \ln [\sinh(\alpha\sigma)]} \right\}_T \quad (6)$$

$$n_1 = \left(\frac{\partial \ln \dot{\varepsilon}}{\partial \ln \sigma} \right)_T \quad (7)$$

$$\beta = \left(\frac{\partial \ln \dot{\varepsilon}}{\partial \sigma} \right)_T \quad (8)$$

$$\alpha = \frac{\beta}{n_1} = \sum_{i=1}^4 \frac{\alpha_i}{4} \quad (9)$$

$$Q = R \cdot \left| \frac{\partial \ln [\sinh(\alpha\sigma)]}{\partial (1/T)} \right|_{\dot{\varepsilon}} \cdot \left| \frac{\partial \ln \dot{\varepsilon}}{\partial \ln [\sinh(\alpha\sigma)]} \right|_T \quad (10)$$

برازش‌های خطی داده‌های تجربی بدست آمده از آزمون فشار داغ در دماها و نرخ کرنش‌های مختلف در شکل 6 نشان داده شده است

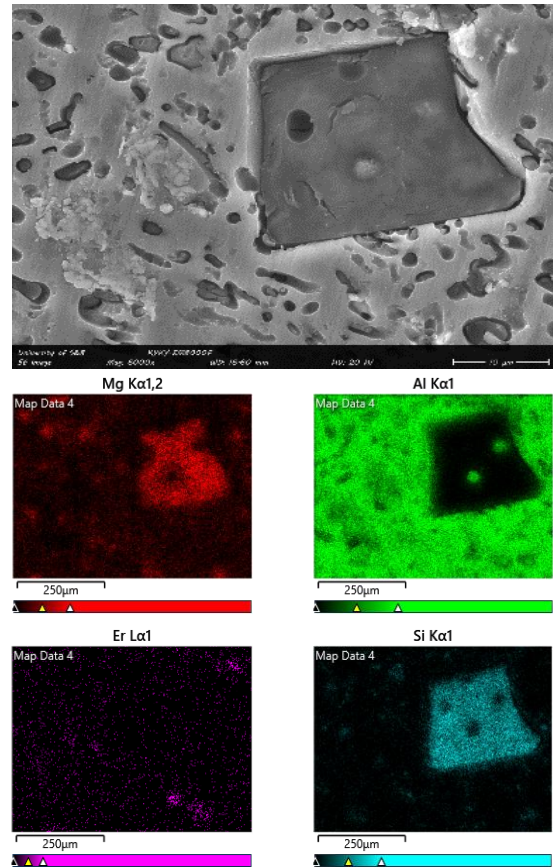


Fig. 4 SEM micrograph accompanied by EDS maps showing the distribution of elements in deformed sample at 400 °C and a strain rate of 1 s⁻¹

شکل 4 تصویر میکروسکوپی SEM همراه با نقشه‌های EDS نشان‌دهنده توزیع عناصر نمونه تغییر شکل یافته در دمای 400 °C و نرخ کرنش 1 s⁻¹

2-3- مشخصه‌های ترمومکانیکی فشار داغ

منحنی‌های تنش-کرنش حقیقی بدست آمده از آزمون فشار داغ در شرایط مختلف تغییر شکل در شکل 5 نشان داده شده است. براساس نتایج تجربی مشاهده می‌شود که منحنی سیلان از چهار ناحیه تشکیل شده است: (1) ناحیه الاستیک خطی، (2) ناحیه کارسختی، (3) ناحیه کارنرمی و (4) ناحیه تغییر شکل پایدار. این رفتار حاصل اثر ترکیبی کارسختی ناشی از انباشت نابجایی‌ها و کارنرمی فعال شده حرارتی می‌باشد. در مراحل ابتدایی تغییر شکل نرخ کارسختی بیشتر از نرخ کارنرمی بوده و تنش در کرنش‌های بسیار پایین با شیب زیاد افزایش یافته و سپس با نرخ کمتری ادامه می‌یابد. با اعمال بیشتر کرنش، رقابت میان کارسختی و پدیده‌های کارنرمی افزایش یافته و شرایط وقوع بازبایی و تبلور مجدد دینامیکی تسهیل می‌شود. در ادامه تنش سیلان به صورت تدریجی افزایش یافته اما نرخ افزایش آن به طور پیوسته کاهش پیدا می‌کند. با رسیدن کرنش به مقدار بحرانی، چگالی لازم نابجایی‌ها جهت جوانه‌زنی تبلور مجدد دینامیکی حاصل شده و تنش سیلان از یک رابطه توانی تبعیت می‌کند. در این مرحله کارسختی مکانیزم غالب بوده و نرخ کارسختی در اثر افزایش کرنش تا کرنش پیک کاهش یافته و دقیقاً در نقطه پیک به مقدار صفر می‌رسد.

¹ High-angle grain boundaries

² Restoration processes

³ Zener-Hollomon parameter

⁴ Sellars and Tegart

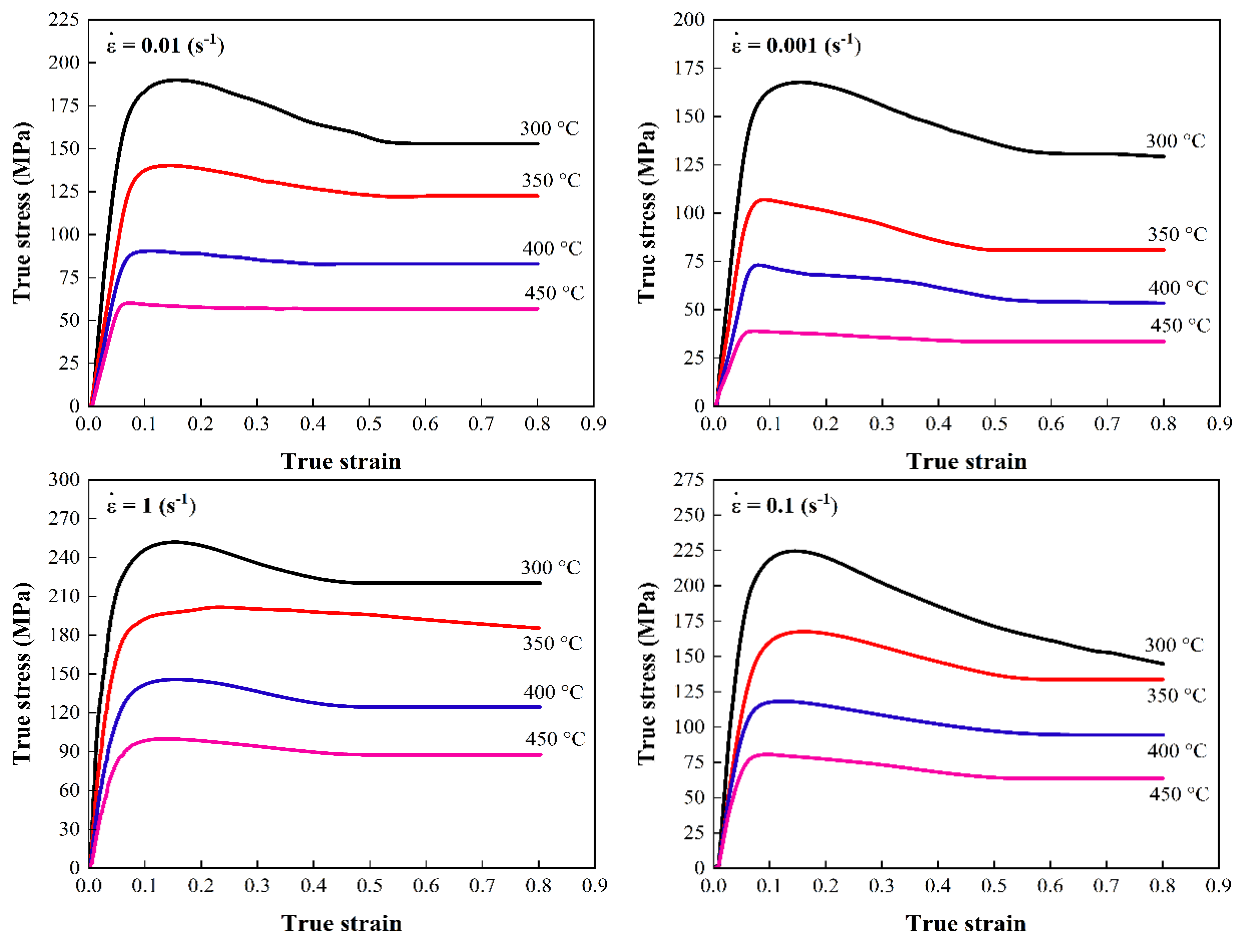


Fig. 5 True stress-strain curves of Al-15%Mg₂Si-0.5%Er composite at various deformation conditions

شکل 5 منحنی‌های تنش-کرنش حقیقی کامپوزیت Al-15%Mg₂Si-0.5%Er در شرایط مختلف تغییرشکل

مادی، نشان‌دهنده ماهیت پیچیده رفتار سیلان در کامپوزیت اصلاح‌شده با اربوم است. مقدار انرژی فعال‌سازی متوسط در این پژوهش $259.14 \text{ kJ.mol}^{-1}$ بوده که در مقایسه با مقادیر انرژی فعال‌سازی گزارش شده از نفوذ در خود¹ آلومینیوم خالص (144 kJ.mol^{-1})، آلیاژها و برخی کامپوزیت‌های زمینه آلومینیومی بالاتر می‌باشد [20,18]. مقدار بالاتر Q بدست آمده می‌تواند به دلیل دشواری در تغییرشکل پلاستیک ناشی از وجود ذرات Mg₂Si باشد. گانگولو² و همکاران گزارش کردند که وجود 5% وزنی B₄C در زمینه آلومینیومی انرژی فعال‌سازی تغییرشکل داغ را به شدت افزایش می‌دهد. آن‌ها مقدار بالاتر Q را به انتقال بار از ماتریس به تقویت‌کننده و سرعت نفوذ بین سطحی در امتداد فصل مشترک ماتریس/ذره نسبت دادند [20]. با جایگذاری ثوابت ماده و انرژی فعال‌سازی می‌توان پارامتر زنر-هولمان و معادله بنیادی تغییرشکل داغ را طبق روابط (11) و (12) بدست آورد:

$$Z = \dot{\epsilon} \exp\left(\frac{259140}{RT}\right) = 2.2 \times 10^{18} [\sinh(0.0093\sigma)]^{6.95} \quad (11)$$

$$\dot{\epsilon} = 2.2 \times 10^{18} [\sinh(0.0093\sigma)]^{6.95} \exp\left(-\frac{259140}{RT}\right) \quad (12)$$

معادلات بنیادی فوق، تأثیر پارامترهای فرآیندی بر ثوابت مادی را در نظر نمی‌گیرند. با این حال با پیشرفت تغییرشکل، مکانیزم‌های ترمیم دینامیکی، کروی شدن و خردایش ذرات به‌طور فزاینده‌ای فعال‌شده و باعث تغییر قابل‌توجه ثوابت می‌شود. بنابراین، به‌منظور افزایش دقت پیش‌بینی، لازم است اثر کرنش و سایر پارامترها نیز در معادلات لحاظ شود. در شکل 7 تغییرات ثوابت بنیادی $\ln \alpha$ و n برحسب کرنش نشان داده شده‌است. مشاهده می‌شود که ثوابت n با افزایش کرنش روند کاهشی شدیدی از خود نشان می‌دهند. این کاهش به دلیل فعال‌سازی تدریجی مکانیزم‌های کارنرمی حرارتی با پیشرفت تغییرشکل است. در کرنش‌های پایین، مکانیزم کارسختی غالب بوده لذا n و $\ln \alpha$ مقادیر بالاتری دارند. با افزایش کرنش، وقوع بازبایی گسترده و شروع تبلور مجدد دینامیکی جزئی باعث آرایش و حذف نابجایی‌ها شده و حساسیت به تنش را کاهش می‌دهد، در نتیجه n و $\ln \alpha$ کاهش می‌یابند. در حالی که مقدار α تغییرات کمتری برحسب کرنش به ویژه در دماهای پایین از خود نشان می‌دهد [18].

شکل 8 تغییرات ثوابت بنیادی $\ln \alpha$ و n برحسب دمای تغییرشکل را در بازه‌های کرنشی 0.2، 0.4، 0.6 و 0.8 نشان می‌دهد. وابستگی شدید مکانیزم‌های حاکم بر تغییرشکل نسبت به دما باعث می‌شود که مقادیر n و α تغییرات زیادی از خود نشان دهند. این وابستگی‌های کرنشی و دمایی ثوابت

² Gangolu

¹ Self diffusion

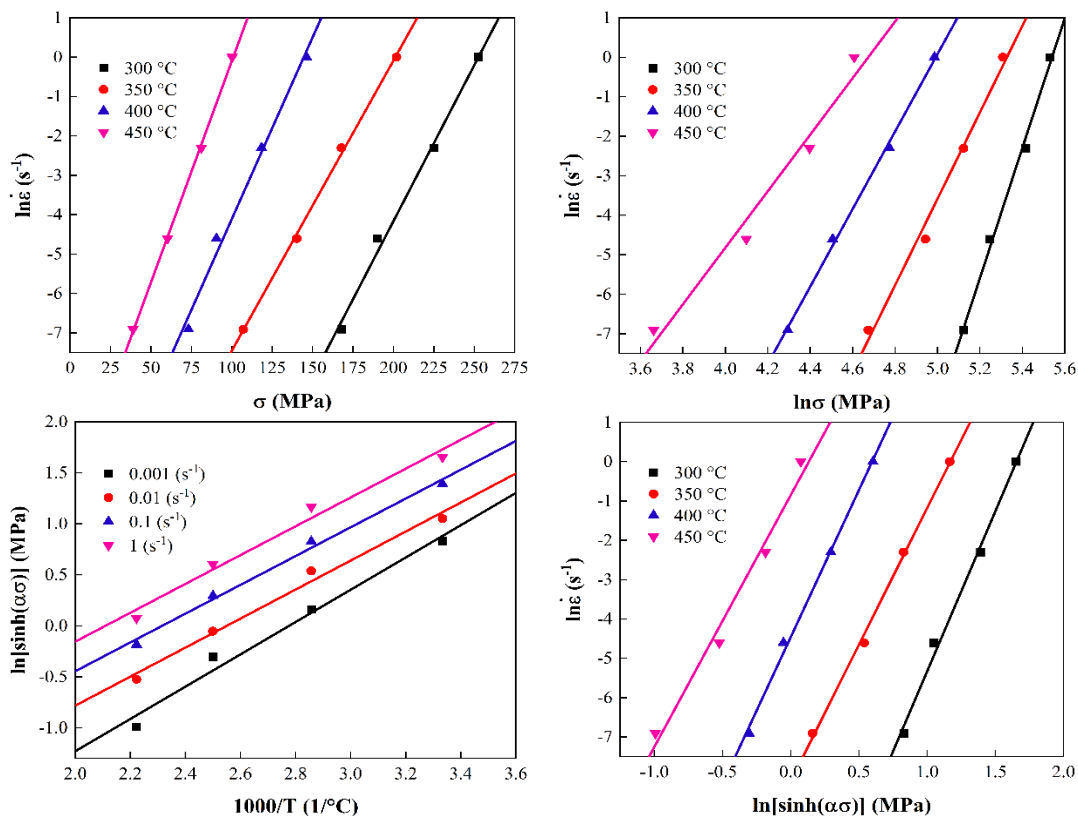


Fig. 6 Linear fitting of strain rate, temperature and peak flow stress values at various deformation conditions

شکل 6 برازش خطی مقادیر نرخ کرنش، دما و تنش سیلان پیک در شرایط مختلف تغییر شکل

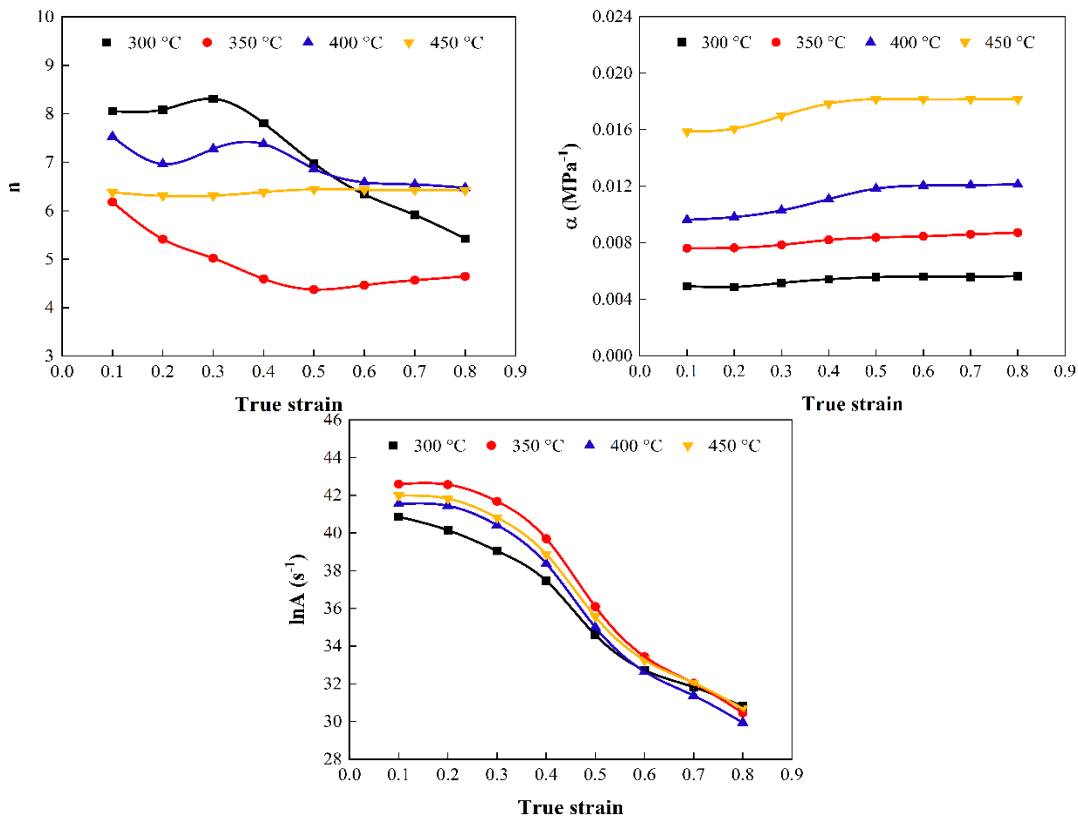


Fig. 7 Variation of hot deformation constitutive parameters with strain at various temperatures

شکل 7 تغییرات ثوابت بنیادی تغییر شکل داغ بر حسب کرنش در دماهای مختلف

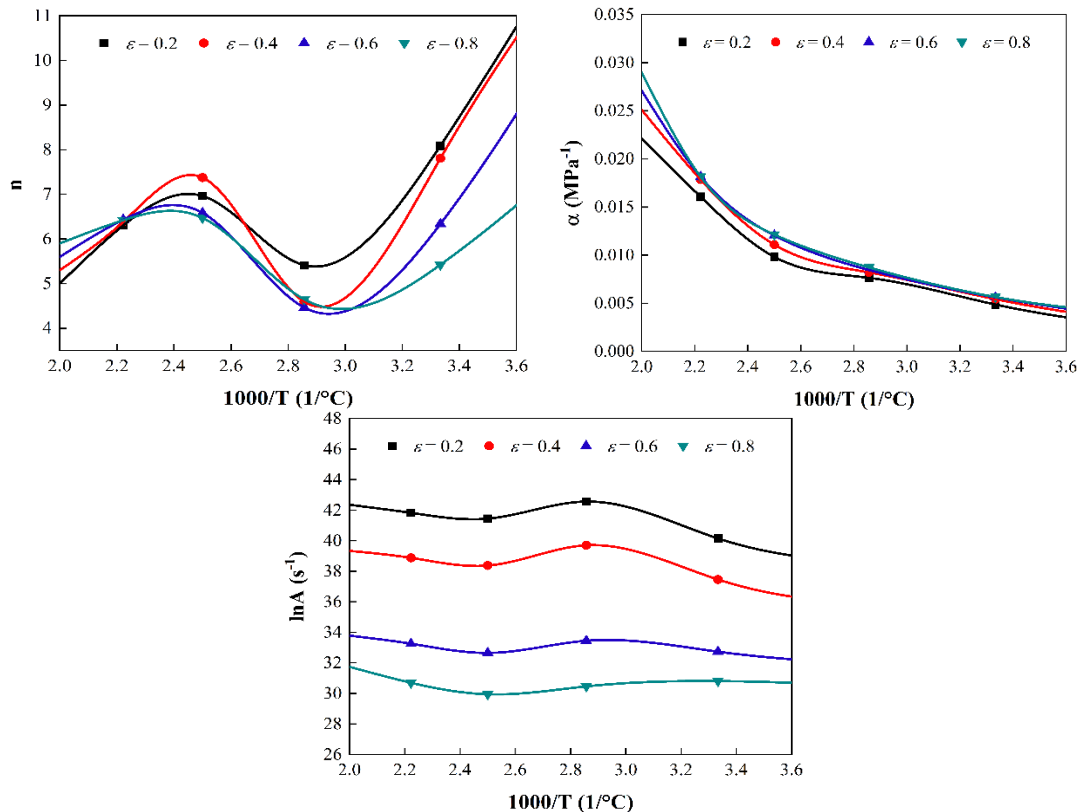


Fig. 8 Variation of hot deformation constitutive parameters with temperature at various strains

شکل 8 تغییرات ثوابت بنیادی تغییر شکل داغ برحسب دما در کرنش‌های مختلف

در اطراف ذرات بوده که مدل آرنیوس این اثرات ناهمگنی را به‌طور کامل در نظر نمی‌گیرد.

4- نتیجه‌گیری

در این پژوهش، تأثیر همزمان اصلاح شیمیایی با افزودن 0.5 درصد وزنی اربوم و فرآیند ترمومکانیکی بر ریزساختار و رفتار سیلان کامپوزیت درجای Al-15%Mg₂Si-0.5%Er مورد بررسی قرار گرفت. به منظور ارزیابی مشخصه‌های ترمومکانیکی، آزمون فشار داغ در دماهای 300، 350، 400 و 450 °C و نرخ کرنش‌های 0.001، 0.01، 0.1 و 1 s⁻¹ انجام گرفت و نتایج بررسی‌های ریزساختاری و تحلیل رفتار تغییر شکل به شرح زیر حاصل شد:

1- افزودن اربوم، مورفولوژی ذرات Mg₂Si اولیه را از شکل دندریتی با گوشه‌های تیز به چندوجهی تغییر داد و اندازه متوسط آن‌ها را از 56 به 15 میکرومتر کاهش داد.

2- مورفولوژی Mg₂Si یوتکتیکی از حالت لایه‌ای به الباف کوتاه و ذرات نقطه‌ای تبدیل شد که این تحول عمدتاً ناشی از کاهش انرژی فصل مشترک α-Al/Mg₂Si و انباشت اربوم در مرزهای فازی می‌باشد.

3- فرآیند ترمومکانیکی باعث شکست مکانیکی ذرات Mg₂Si یوتکتیکی و کاهش اندازه متوسط آن‌ها شد. این شکست عمدتاً از طریق مکانیزم خردایش مکانیکی رخ داد که ناشی از تمرکز تنش در فصل مشترک α-Al/Mg₂Si و کماتش میکرو ذرات تحت بار فشاری بود.

مقادیر تنش سیلان پیش‌بینی شده را می‌توان طبق روابط زیر بدست آورد:

$$\sigma = \frac{1}{\alpha} \ln \left\{ \left(\frac{Z}{A} \right)^{\frac{1}{n}} + \left[\left(\frac{Z}{A} \right)^{\frac{2}{n}} + 1 \right]^{\frac{1}{2}} \right\} \quad (13)$$

$$\sigma = \frac{1}{0.0093} \ln \left\{ \left(\frac{Z}{2.2 \times 10^{18}} \right)^{\frac{1}{6.95}} + \left[\left(\frac{Z}{2.2 \times 10^{18}} \right)^{\frac{2}{6.95}} + 1 \right]^{\frac{1}{2}} \right\} \quad (14)$$

شکل 9 مقایسه‌ای بین نتایج تجربی و مقادیر تنش سیلان پیش‌بینی شده توسط معادلات بنیادی توسعه‌یافته برای کامپوزیت درجای Al-15%Mg₂Si-0.5%Er را در شرایط مختلف تغییر شکل نشان می‌دهد. جهت ارزیابی کمی دقت معادلات بنیادی، مقادیر ضریب همبستگی¹ (R)، درصد میانگین قدر مطلق خطای نسبی² (AARE) و ریشه میانگین مربعات خطا³ (RMSE) برای مقایسه تنش پیک انجام شد. مقادیر محاسبه شده به ترتیب برابر با 0.994، 5.77% و 6.71 MPa بدست آمد که نشان‌دهنده هم‌خوانی مقادیر پیش‌بینی شده با منحنی‌های تجربی می‌باشد. طبق شکل 9 مشاهده می‌شود که دقت پیش‌بینی معادلات در دماهای بالا و نرخ کرنش‌های پایین به ویژه در ناحیه تغییر شکل پایدار، جایی که تعادلی نسبی بین مکانیزم‌های کارسختی و کار نرمی حاکم است، بسیار بالا می‌باشد. در واقع انحرافات جزئی در مقادیر تنش سیلان به علت خردایش مکانیکی ذرات Mg₂Si و تمرکز تنش موضعی

³ Root mean square error

¹ Correlation coefficient

² Average absolute relative error

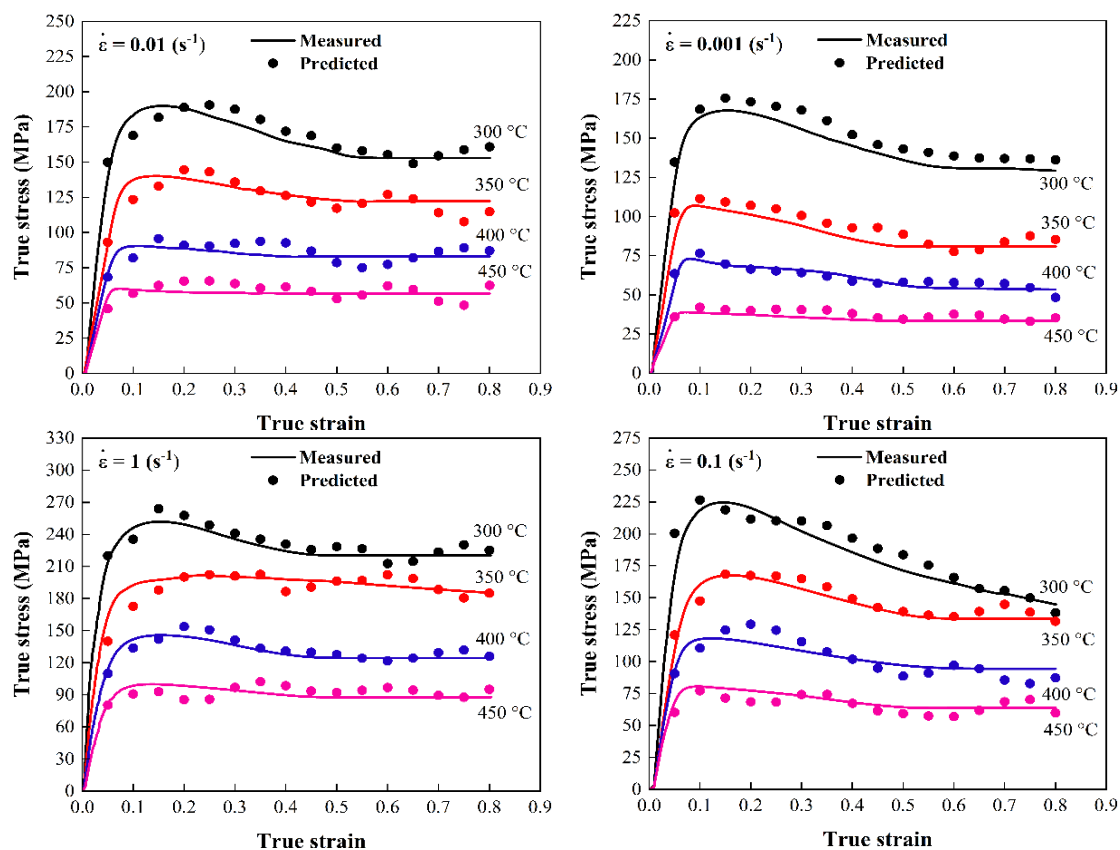


Fig. 9 Comparisons between measured and predicted flow stress at various deformation conditions

شکل 9 مقایسه تنش سیلان اندازه‌گیری و پیش بینی شده در شرایط مختلف تغییرشکل

properties of cast Al-15Mg₂Si-xGd in situ composites,” Journal of Alloys and Compounds, Vol. 700, pp. 18-28, 2017.

- [5] Nirumand, M., Vahidshad, Y., Emamy, M., Abrinia, K., “Design and manufacturing of Al-Mg₂Si cylindrical functionally graded composites using in-situ centrifugal casting,” In Persian, Journal of Science and Technology of Composites, Vol. 8, No. 4, pp. 1749-1757, 2022.
- [6] Tong, X., Zhang, D., Wang, K., Lin, J., Liu, Y., Shi, Z., Li, Y., Lin, J., Wen, C., “Microstructure and mechanical properties of high-pressure-assisted solidification of in situ Al-Mg₂Si composites,” Materials Science and Engineering: A, Vol. 733, pp. 9-15, 2018.
- [7] Xiaofeng, W., Guang’an, Z., Fufa, W., Zhe, W., “Influence of neodymium addition on microstructure, tensile properties and fracture behavior of cast Al-Mg₂Si metal matrix composite,” Journal of Rare Earths, Vol. 31, No. 3, pp. 307-313, 2013.
- [8] Bai, G., Liu, Z., Lin, J., Yu, Z., Hu, Y., Wen, C., “Effects of the addition of lanthanum and ultrasonic stirring on the microstructure and mechanical properties of the in situ Mg₂Si Al composites,” Materials and Design, Vol. 90, pp. 424-432, 2016.
- [9] Wang, D., Zhang, H., Han, X., Shao, B., Li, L., Cui, J., “The analysis of strontium modification on microstructure and mechanical properties of Al-25% Mg₂Si in situ composite,” Materials Engineering and Performance, Vol. 26, No. 9, pp. 4415-4423, 2017.
- [10] Ghandvar, H., Idris, M. H., Bakar, T. A. A., Nafari, A., Ahmad, N., “Microstructural characterization, solidification characteristics and tensile properties of Al-15% Mg₂Si-x (Gd-Sb) in-situ composite,” Materials Research and Technology, Vol. 9, No. 3, pp. 3272-3291, 2020.
- [11] Aziz, I., Ghandvar, H., Bakar, T. A. A., Yee, C. C., “Effect of praseodymium addition on wear properties of Al-15% Mg₂Si composites,” Materials Today: Proceedings, Vol. 39, pp. 1051-1055, 2021.

4- در حین تغییرشکل داغ، مکانیزم‌های کروی شدن ذرات، تجزیه حرارتی و ترمیم دینامیکی در حضور اربوم تسریع گردید و منجر به توزیع همگن‌تر ذرات، حذف گوشه‌های تیز و بهبود پیوند فصل مشترک Mg₂Si با زمینه α-Al شد.

5- متوسط انرژی فعال‌سازی تغییرشکل داغ در این پژوهش برابر 259.14 kJ·mol⁻¹ بدست آمد که این مقدار بالا نشان‌دهنده افزایش مقاومت به تغییرشکل پلاستیک و بهبود پایداری حرارتی کامپوزیت به دلیل حضور ذرات Mg₂Si می‌باشد.

6- مدل‌سازی تغییرشکل داغ نشان داد که ثوابت بنیادی وابستگی قابل توجهی به پارامترهای فرآیندی مانند کرنش و دما داشته و مدل آرنیوسی پیش‌بینی دقیقی از رفتار سیلان کامپوزیت ارائه می‌دهد.

5- مراجع

- [1] Bhoi, N. K., Singh, H., Pratap, S., “Developments in the aluminum metal matrix composites reinforced by micro/nano particles—a review,” Journal of Composite Materials, Vol. 54, No. 6, pp. 813-833, 2020.
- [2] Mirarabshahi, F., Mashreghi, A., “Fabrication and phases study in Al/(Al₂O₃+Al_xY_y+Al_nNi_b) in situ composite,” In Persian, Journal of Science and Technology of Composites, Vol. 4, No. 3, pp. 303-310, 2017.
- [3] Samadi, A., Ghayebloo, M., “Effect of Al-5Ti-B inoculant addition on the graded microstructure of centrifugally cast Al-13.8 wt.% Mg₂Si composite,” In Persian, Journal of Advanced Materials in Engineering, Vol. 34, No. 2, pp. 49-59, 2015.
- [4] Khorshidi, R., Honarbaksh-Raouf, A., Mahmudi, R., “Microstructural evolution and high temperature mechanical

- [12] Shafieizad, A. H., Zarei-Hanzaki, A., Abedi, H. R., Al-Fadhalah, K. J., "The Mg₂Si phase evolution during thermomechanical processing of in-situ aluminum matrix macro-composite," *Materials Science and Engineering: A*, Vol. 644, pp. 310-317, 2015.
- [13] Zamani, R., Mirzadeh, H., Emamy, M., "Mechanical properties of a hot deformed Al-Mg₂Si in-situ composite," *Materials Science and Engineering: A*, Vol. 726, pp. 10-17, 2018.
- [14] Soltani, N., Nodooshan, H. J., Bahrami, A., Pech-Canul, M. I., Liu, W., Wu, G., "Effect of hot extrusion on wear properties of Al-15 wt.% Mg₂Si in situ metal matrix composites," *Materials & Design*, Vol. 53, pp. 774-781, 2014.
- [15] Rousta, Z., Khosravi, H., Tohidlou, E., "Effect of Er addition on the microstructural characteristics and compressive behavior of insitu Al-15 wt.% Mg₂Si composites," In Persian, *Journal of Science and Technology of Composites*, Vol. 6, No. 2, pp. 242-247, 2019.
- [16] Niazi, R., Tohidlou, E., Khosravi, H., "Microstructure-Property Relationships in an Erbium-Modified Al-Si-Mg Alloy," *Iranian Journal of Materials Science & Engineering*, Vol. 17, No. 3, pp. 40-48, 2020.
- [17] Khorshidi, R., Mahmudi, R., Honarbaksh-Raouf, A., "Compressive creep behavior of a cast Al-15Mg₂Si in situ composite," *Materials Science and Engineering: A*, Vol. 668, pp. 112-119, 2016.
- [18] Chen, L., Zhao, G., Gong, J., Chen, X., Chen, M., "Hot deformation behaviors and processing maps of 2024 aluminum alloy in as-cast and homogenized states," *Journal of Materials Engineering and Performance*, Vol. 24, No. 12, pp. 5002-5012, 2015.
- [19] He, J., Wen, J., Zhou, X., Liu, Y., "Hot deformation behavior and processing map of cast 5052 aluminum alloy," *Procedia Manufacturing*, Vol. 37, pp. 2-7, 2019.
- [20] Gangolu, S., Rao, A. G., Prabhu, N., Deshmukh, V. P., Kashyap, B. P., "Hot workability and flow characteristics of aluminum-5 wt.% B₄C composite," *Journal of materials engineering and performance*, Vol. 23, No. 4, pp. 1366-1373, 2014.



نشریه علمی پژوهشی
کامپوزیت
علوم و فناوری
<http://jstc.iust.ac.ir>



قالب پیش‌نویس مقاله برای نشریه علوم و فناوری کامپوزیت با بکارگیری امکانات استایل (سبک) در نرم‌افزار ورد (استایل عنوان)

نام و نام‌خانوادگی نگارنده اول¹، نام و نام‌خانوادگی نگارنده دوم^{2*}، نام و ... نگارنده سوم³، ... (استایل نویسندگان)

1- مرتبه علمی نگارنده، رشته تخصصی، نام سازمان، نام شهر (استایل مشخصات نویسندگان)

2- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت، تهران

3- دانشجوی دکترا، مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران

* شهر، صندوق پستی 16846-13114، پست الکترونیکی نویسنده‌دار مکاتبات (استایل مشخصات نویسندگان)

چکیده (سبک عنوان چکیده)

اطلاعات مقاله:

در این قالب (تمپلیت)، شیوه‌ی تهیه‌ی سریع ساختار مقاله با استفاده از امکانات استایل (سبک) نرم‌افزار ورد برای مجله علمی پژوهشی علوم و فناوری کامپوزیت شرح داده شده است. روش قالب‌بندی مقاله، بخش‌های مختلف آن، انواع قلم‌ها و اندازه آن‌ها، به‌طور کامل در استایل‌ها تهیه شده است و کافی است نویسندگان با کپی کردن متن مقاله و چسباندن (پیست) آن در بخش‌های مختلف و انتخاب استایل مربوط، مقاله خود را تهیه نمایند. نویسندگان محترم مقالات باید توجه داشته باشند، مجله از پذیرش مقالاتی که خارج از این قالب تهیه شده باشند، معذور است. برای آماده‌سازی مقاله از همین فایل و کمک گرفتن از نوار ابزار «استایل‌ها» (Styles) استفاده کنید. توجه شود که از نسخه ورد 2010 برای نگارش مقالات استفاده شود تا هماهنگی‌های لازم بین کاربران نظیر سردبیر، دبیر تخصصی، داور و ویراستار برقرار گردد. چکیده برای مقاله پژوهشی کامل حداقل 180 و حداکثر شامل 250 کلمه می‌باشد. چکیده باید به‌طور صریح و شفاف، موضوع و هدف پژوهش، روش‌های انجام و نتایج آن را مطرح کند. در چکیده از ذکر جزئیات کار، شکل‌ها، جدول‌ها، فرمول‌ها، مراجع و پاورقی پرهیز شود. لازم به ذکر است که حداقل 15 درصد از مراجع استفاده شده در مقاله باید از مجلات علمی-پژوهشی داخل کشور انتخاب شود.

دریافت:
پذیرش:
کلیدواژگان (استایل عنوان کلیدواژگان)
حداقل 3، حداکثر 5 واژه، با جداکننده کاما (استایل کلیدواژگان)

بخش انگلیسی مقاله شامل عنوان تا انتهای کلید واژگان است و تمامی اجزای آن مانند بخش فارسی است. قلم انگلیسی به‌کار رفته در سرتاسر مقاله فقط تایمز نیو رومن است.

A template for preparing papers in journal of science and technology of composites using styles in microsoft word (Style: English Title)

Name Surname¹, Fathollah Taheri-Behrooz^{2*}, Davoud Shahgholian³, ... (Style: Authors)

1- Name of the Department, University Name, City, Country.

2- School of Mechanical Engineering, Iran University of Science and Technology, Tehran, Iran

3- Department of Mechanical Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran

* P.O.B. 16846-13114, Tehran, Iran, email@address.ac.ir (Style: Authors' Affiliation)

Keywords (Style: Keywords Title)

Between 3 and 5 words, with separator comma (Style: Keywords), As:
Composites, Foam, Shear, Deflection

Abstract (Style: Abstract Title)

The abstract should briefly summarize the main contents of your contribution. It must be limited between 180 to 250 words for full research paper. The abstract should include a definition of the problem, assumptions, method of solution, summary of results. It should clearly state the objective, results and the conclusion of the work. Please do not insert any picture, diagram, table, references and other media material in your abstract. (Style: Abstract)

کپی و سپس چسباندن (پیست²) متن خود در این فایل، سبک³ مربوط را انتخاب نمایید. همچنین در هر قسمت از مقاله پس از پیست کردن متن می‌توانید از مسیر زیر، به‌طور مستقیم سبک مربوط را اعمال فرمایید:
Paste option → match with Destination format

1- مقدمه (سبک عنوان سطح 1)

برای آماده‌سازی مقاله خود از همین قالب (تمپلیت¹) استفاده نمایید. نوع صفحه و فواصل از اطراف، در این قالب تنظیم شده است. کافی است نویسندگان محترم، یک کپی از این فایل را در قسمتی از رایانه ذخیره نمایند. پس از آن با

³ Style

¹ Template

² Paste

Please cite this article using:

برای ارجاع به مقاله از عبارت زیر استفاده کنید:

Avand, R., Ghaderi Hamidi, A., Pourabdoli, M., "A template for preparing papers in journal of science and technology of composites using styles in Microsoft word," In Persian, Journal of Science and Technology of Composites, Vol. 12, No. 3, pp. 2869-2872, 2026. <https://doi.org/...>

...

شکل‌ها و نمودارها در هر صفحه در بالا و یا پایین هر ستون بعد از اولین ارجاع به آن جانمایی شوند. برای این منظور، پس از کلیک روی شکل از مسیر زیر محل آن را در مکان‌های ذکر شده، مشخص نمایید:

Picture Tools -> Format -> Arrange -> Position

محورهای مختصات فقط با پارامتر توصیف می‌شوند.

عناوین افقی و عمودی شکل‌ها اگر بصورت بدون بعد باشند، غیرایتالیک می‌آیند. در غیراینصورت پارامترها بصورت ایتالیک می‌آیند(توجه شود واحدها همواره در کل شکل‌ها، نمودارها و متن مقاله بصورت غیرایتالیک می‌آیند).

نوع و اندازه قلم محور شکل‌ها تایمز نیو رومن² با اندازه 9pt است و نوع و اندازه قلم متون داخل شکل‌ها تایمز نیو رومن با اندازه 8pt است.

شکل‌ها با زمینه سفید (زمینه خاکستری و یا رنگی نباشد) و بدون قاب اضافی بیرونی و بدون خطوط افقی و عمودی (گریدلاین³) رسم می‌شود. مجله به‌صورت سیاه و سفید چاپ می‌شود. بنابراین اجزای شکل‌ها و نمودارها باید به‌گونه‌ای باشند که در چاپ سیاه و سفید قابل تفکیک باشند. به‌خصوص در شکل‌هایی که کانتور رنگی دارند، طیف رنگ استفاده شده باید در چاپ سیاه و سفید قابل تفکیک باشد.

استفاده از کلمات فارسی در شکل‌ها قابل قبول نمی‌باشد و کلیه توضیحات، ارقام، ارجاع‌ها و غیره بایستی با استفاده از کلمات و ارقام انگلیسی صورت گیرند. این کلمات و ارقام بایستی با استاندارد یکسان و مناسب در کل شکل‌های هر مقاله ارائه گردند.

در کلیه‌ی محورهای شکل‌ها باید درجه‌بندی آن‌ها روبه داخل باشد.

از نویسندگان محترم درخواست می‌گردد تا هر شکل و نموداری را به صورت یک مجموعه واحد در مقاله وارد نمایند تا از به هم‌ریختگی شکل و توضیحات آن اجتناب شود.

شکل 1، نمونه شکل با کیفیت و مورد تایید مجله را نشان می‌دهد.

برای توضیحات تکمیلی‌تر در مورد تهیه شکل‌ها و نمودارها مورد تأیید مجله، به فایل راهنمای تهیه شکل‌ها و نمودارها مراجعه کنید.

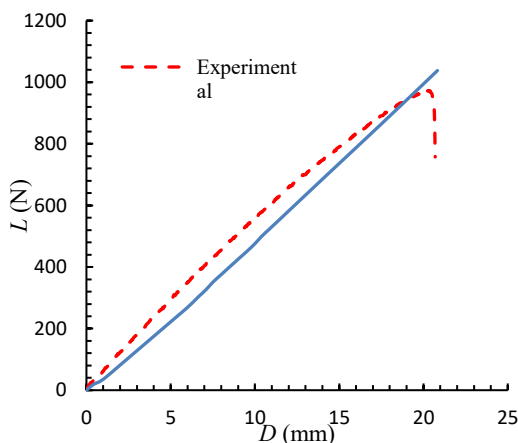


Fig. 1 Results of three-point bending test for composite plate

شکل 1 نتایج آزمون خمش سه نقطه ورق کامپوزیتی

پاراگراف‌های دوم به بعد در هر عنوان با فرورفتگی به اندازه‌ی 5 میلی‌متر از شروع سطر و بدون فاصله پس یا پیش از پاراگراف است.

موقع استفاده از علائمی نظیر ، : ، ؛ و غیره، به خاطر داشته باشید که کلیه‌ی این علائم بدون فاصله از حرف قبلی و با یک فاصله از حرف بعدی نوشته می‌شوند.

حداکثر صفحات پیش‌نویس مقاله 15 صفحه (با رعایت قالب فعلی) است. (استایل متن اصلی)

1-1- اشاره به مراجع (استایل عنوان سطح 2 و 3)

اشاره به مراجع با علامت [1] در متن مقاله شروع می‌شود و بقیه مراجع نیز به ترتیب ادامه می‌یابند. مراجع باید به ترتیب ارجاع در متن شماره‌گذاری شوند و نمی‌توان به مرجع شماره 4 زودتر از مرجع شماره 3 اشاره کرد. در اشاره به چند منبع پشت سر هم، به جای ذکر تک تک آن‌ها می‌توان یک‌جا اشاره کرد [3-6] و برای اشاره به دو یا چند منبع غیرمتوالی در داخل براکت از جداکننده کاما استفاده می‌شود [3,7,5].

از ارجاع به مراجع به صورت: "در این موضوع محققان بسیاری تحقیق نموده‌اند [2-15]" خودداری شود. در مقاله‌های پژوهشی ارجاع باید به طور عمده در بخش‌های اصلی مقاله صورت گیرد. مراجعی که فقط در مقدمه آورده شده‌اند در واقع مرجع پژوهش نیستند و تعداد آن‌ها باید اندک باشد.

1-2- اعداد و کلمات انگلیسی (استایل عنوان سطح 2 و 3)

در مقاله‌ی فارسی استفاده از کلمات انگلیسی¹ مجاز نیست و حتماً باید معادل فارسی آن‌ها را در متن مقاله به کار برد. در صورت لزوم، اصل انگلیسی کلمات به‌صورت زیرنویس اشاره شود.

در راستای نمایه شدن مجله در پایگاه‌های معتبر استنادی بین‌المللی، بایستی تمامی اعداد مقاله به صورت انگلیسی تایپ شوند و از به کار بردن ممیز فارسی خودداری شود. به طور مثال 1.2 صحیح و 1/2 غلط می‌باشد.

اشاره به زیرنویس در هر صفحه از مقاله با عدد 1 شروع می‌شود. باید توجه کرد که از زیرنویس وقتی استفاده می‌شود که اولین بار آن کلمه در متن مقاله استفاده می‌شود و در دفعات بعدی نیازی به تکرار زیرنویس نیست.

2- شکل‌ها، نمودارها و جدول‌ها (استایل عنوان سطح 1)

شکل‌ها، جدول‌ها و نمودارها نیز با فرمت دست‌نویس در مقاله درج می‌شوند. در صورتی که نتوان آن‌ها را در اندازه یک ستون رسم نمود، و شکل مطلوب بیش از عرض یک ستون را اشغال کند، در بالا یا پایین صفحه و بعد از محل ارجاع درج می‌شوند. (استایل متن اصلی)

1-2- شکل‌ها و نمودارها (استایل عنوان سطح 2 و 3)

نکات کلی که باید در ترسیم شکل‌ها به آن دقت شود، عبارت است از:

- در راستای نمایه شدن مجله در پایگاه‌های معتبر استنادی بین‌المللی، شکل‌ها و نمودارها باید دارای هر دو عنوان فارسی و انگلیسی باشند. عنوان شکل‌ها در زیر شکل قرار می‌گیرند (عنوان شکل به صورت انگلیسی در زیر شکل و سپس عنوان فارسی در زیر عنوان انگلیسی قرار می‌گیرد).
- عنوان فارسی شکل بایستی به صورت راست‌چین و عنوان انگلیسی شکل بایستی به صورت چپ‌چین باشد.
- به همه‌ی شکل‌ها و نمودارها در مقاله باید اشاره کرد. اشاره به شکل‌ها در متن، با ذکر شماره شکل و همان سائز متن مقاله و بدون پرانتز است. مگر در پایان جمله که در این حالت در داخل پرانتز اشاره می‌شود.

³ Gridlines

¹ English (Style: Sub Title)

² Times New Roman

2-2- جدول‌ها (استایل عنوان سطح 2 و 3)

نکات کلی که باید در ترسیم جدول‌ها به آن دقت شود، عبارت است از:

- جدول‌ها باید دارای هر دو عنوان فارسی و انگلیسی باشند که در بالای جدول قرار می‌گیرند (عنوان جدول به صورت فارسی بالاتر از عنوان انگلیسی قرار دارد).
 - عنوان فارسی جدول بایستی به صورت راست‌چین و عنوان انگلیسی جدول بایستی به صورت چپ‌چین باشد.
 - جدول‌ها حتی‌الامکان فقط با سه خط افقی اصلی و بدون خطوط عمودی تنظیم می‌شوند.
 - به همگی جدول‌ها در مقاله باید اشاره کرد. اشاره به جدول‌ها در متن، با ذکر شماره جدول و همان سایز متن مقاله و بدون پرانتز است. مگر در پایان جمله که در این حالت در داخل پرانتز اشاره می‌شود.
 - جدول‌ها در هر صفحه در بالا و یا پایین هر ستون بعد از اولین ارجاع به آن جانمایی شوند.
 - استفاده از اعداد فارسی در جدول‌ها قابل قبول نمی‌باشد.
 - در صورتی که از جدول‌های سایر منابع استفاده شود، ذکر شماره مرجع در هر دو عنوان فارسی و انگلیسی جدول ضروری می‌باشد.
 - متون داخل جدول‌ها باید به زبان فارسی و با قلم بی‌نازنین در اندازه 9pt تهیه شوند. استفاده از پارامترهای تعریف شده در جداول بخصوص سرستون‌ها بلامانع است. اندازه قلم برای پارامترهای انگلیسی و لاتین، 7pt با نوع قلم تایمز نیو رومن می‌باشد.
 - جدول‌ها را به صورت زمینه سفید تهیه نمایید. از زمینه‌های رنگی و خاکستری در تهیه جدول‌ها پرهیز نمایید.
- جدول 1 نمونه صحیح جدول مورد تایید مجله را نشان می‌دهد.
برای توضیحات تکمیلی‌تر در مورد تهیه جدول‌ها مورد تأیید مجله، به فایل راهنمای تهیه شکل‌ها و نمودارها مراجعه کنید.

جدول 1 اندازه فونت‌ها (استایل: عنوان جدول)**Table 1** Fonts sizes (Style: Table Title)

زبان متن	فارسی	لاتین
نوع قلم	بی‌نازنین	تایمز نیو رومن
اندازه قلم	10	9
عناوین بخش‌های سطح 1	10	9
عناوین بخش‌های سطح 2	9	8
متن اصلی مقاله	10	9
عنوان شکل‌ها و جدول‌ها	9	8
متن داخل شکل‌ها	---	8
پاورقی و پی‌نوشت	8	7
متن در جدول‌ها	9	8
فرمول‌ها ⁽⁹⁾	9	9
شماره روابط	---	9
مراجع	---	8

⁽⁹⁾فونت فرمول لاتین می‌تواند کامبریا مَث نیز باشد.

3- روابط و فرمول‌های ریاضی (استایل عنوان سطح 1)

روابط و فرمول‌های ریاضی با استفاده از ابزار معادله¹ موجود در نرم‌افزار آفیس با قلم کامبریا مَث² 9pt و از سمت چپ تایپ می‌شوند و با شماره‌گذاری از یک

مشخص شده و برای اشاره به آن‌ها از شماره فرمول در داخل پرانتز استفاده می‌شود. یادآور می‌شود در نسخه‌های 2007 به بعد نرم‌افزار آفیس، فونت کامبریا مَث به‌طور پیش‌فرض برای نوشتن روابط و فرمول‌ها بکار رفته و کافی است اندازه آن در ابزار معادله تغییر کند. حتی‌المقدور برای تایپ فرمول‌ها از نرم‌افزار مَث‌تایپ³ استفاده نشود.

در نوشتن فرمول‌ها رعایت نکات زیر الزامی است:

- 1- در فرمول نویسی پارامترها و متغیرها به صورت ایتالیک می‌آیند، ولی اعداد، کلمات، توابع مشخص و واحدها به صورت غیرایتالیک می‌آیند.
- 2- در صورتی که فرمول طولانی باشد و طول آن از یک سطر تجاوز کند، باید در جای مناسب شکسته شده و ادامه فرمول در سطر بعدی آورده شود و از فشرده کردن آن پرهیز شود.
- 3- وقتی ادامه فرمول در سطری بعدی آورده می‌شود، باید از سطر دوم به بعد از سمت چپ فرورفتگی داشته باشد.
- 4- شماره هر فرمول در گوشه سمت راست آخرین سطر فرمول درج می‌شود و در صورتی که در سطر آخر برای نوشتن شماره فرمول جا نباشد، در گوشه سمت راست سطر بعد نوشته می‌شود.
- 5- دقت شود از نقطه ممیز یا همان نقطه پایان جمله $(a.b)$ به جای نقطه ضرب $(a \cdot b)$ استفاده نشود.

$$\overline{Q_{11}^K} = Q_{11}^K \cos^4 \theta^k + 2(Q_{12}^K + Q_{66}^K) \sin^2 \theta^k \cos^2 \theta^k + Q_{22}^K \sin^4 \theta^k \quad (1)$$

$$\Pi = \int_{t_0}^{t_1} \sum_{i=1}^{N_0} (T_i - U_i + W_i) dt \quad (2)$$

$$\varepsilon_{xy}^0 = \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \quad (a-3)$$

4- قواعد نوشتاری (استایل عنوان سطح 1)

تلاش شود در متن مقاله از جملات رسا، گویا و کوتاه استفاده شود و از نوشتن جملات تودرتو پرهیز شود. جداسازی اجزای مختلف یک جمله نیز نقش زیادی در فهم آسان آن دارد. درستی نوشتار بر پایه‌ی املا‌ی زبان پارسی ضروری است. در این بخش، برخی از موارد اشتباه متداول یادآوری می‌شود.

در افعال حال و گذشته استمراری باید دقت شود که «می» از جزء بعدی فعل جدا نماند. برای این منظور از «فاصله‌ی متصل» استفاده کنید. برای نوشتن فاصله‌ی متصل از «کلید Ctrl» به همراه «کلید -» استفاده کنید. همچنین دقت کنید که جزء «می» و جزء بعدی فعل را به‌صورت یکپارچه ننویسید. بنابراین «می‌شود» و «میشود» اشتباه، و درست آن «می‌شود» است.

در مورد «ها» جمع نیز دقت کنید که از کلمه‌ی جمع بسته شده جدا نوشته شود. برای جدانویسی نیز از فاصله‌ی متصل استفاده کنید. مثلاً «شکل‌ها» را به‌صورت «شکل‌ها» بنویسید. جمع بستن کلمات پارسی یا لاتین با قواعد زبان عربی اشتباه است. بنابراین، «پیشنهادهات» و «اساتید» اشتباه و درست آن‌ها «پیشنهاده‌ها» و «استادان» است.

1-4- علائم، نشانه‌ها و ارقام (استایل عنوان سطح 2 و 3)

از علائم و نشانه‌های متداول در زبان فارسی و همچنین از علائم و نشانه‌های بکار رفته در متون مهندسی مکانیک می‌توان استفاده نمود. استفاده از ممیز

³ Math Type

¹ Insert -> Symbols -> Equation

² Cambria Math

تذکره: برای نوشتن مراجع می‌توانید از فایل استایل مخصوص نشریه علوم و فناوری کامپوزیت¹ در نرم‌افزار اندنوت² استفاده کنید. این فایل از طریق وب-سایت مجله در دسترس است و برای استفاده از آن کافی است به پوشه استایل، در محل نصب نرم‌افزار انتقال یابد. این پوشه معمولاً در مسیر زیر در دسترس است:

Program Files → EndNote X# → Styles

برای مراجع فارسی در این نرم‌افزار کافی است در قسمت زبان³ مرجع، عبارت (In Persian) درج شود.

مقالات در بخش مراجع به ترتیب زیر آورده می‌شوند:

نام خانوادگی، نام، عنوان، نام مجله، شماره جلد، صفحات ابتدایی و انتهایی و سال انتشار.

(توجه شود حروف اول در عناوین مقالات بخش مراجع همه بزرگ باشند)

مثال:

- [1] Switzky, H. and Cary, J. W., "Minimum Weight Design of Cylindrical Structures," AIAA Journal, Vol. 1, No. 10, pp. 2330-2337, 1963.

مراجع فارسی زبان باید به صورت معادل انگلیسی آن‌ها درج شده و از عبارت In Persian استفاده شود مانند:

- [2] Safarabadi, M., "More Accurate Evaluation of Curing Residual Stress Field Considering Interphase Characteristics," In Persian, Journal of Science and Technology of Composites, Vol. 1, No. 1, pp. 3-12, 2014.

کتاب‌ها در بخش مراجع به ترتیب زیر آورده می‌شوند:

نام خانوادگی و نام نویسنده، عنوان کتاب و ناشر آن، محل نشر، نوبت چاپ، شماره صفحه و سال انتشار.

مثال:

- [3] Timoshenko, S., "Strength of Materials, Part II, Advanced Theory and Problems," Third ed., Krieger Publishing Company, Florida, pp. 121-132, 1976.

پایان نامه‌ها:

- [4] Carlson, W. R., "Dialectic and Rhetoric in Pierre Bayle," MSc Thesis, Yale University, USA, 1977.

ثبت اختراع:

- [5] Chin D.A. and Irvin D.J., "Actuator Device Utilizing a Conductive Polymer Gel," US Pat. 6, 685, 442, 2004.

پایگاه‌های الکترونیکی:

- [6] Mauritz K., "Sol-gel Chemistry," <http://www.psrc.usm.edu/mauritz/solgel.htm>, available in 13, February 2005.

استانداردها:

- [7] Standard Test Method for Solidification Point of BPA, Annual Book of ASTM Standard, 06.04, D 4493-94, 2000.

فارسی خطر به هم ریختگی اعداد را دارد و استفاده از آن به هیچ وجه مجاز نیست. اندازه و قلم‌علایم در داخل فرمول و در داخل متن و در لیست‌علایم باید دقیقاً یکسان باشد.

در صورت نیاز، لیست‌علایم و نشانه‌ها، در انتهای مقاله و پیش از مراجع درج می‌شود. این لیست به صورت جدول دوستونی و ترتیب الفبایی تنظیم شده و هر سطر به ترتیب شامل نماد و شرح (و ابعاد) آن است. مثال:

5- فهرست علائم (استایل عنوان سطح 1)

E مدول یانگ (Nm^{-2})

P نیرو (Nm^{-2})

T دما (K)

علایم یونانی

σ تنش (Nm^{-2})

ϵ کرنش

بالانویس‌ها

k تعداد لایه

زیرنویس‌ها

cr بحرانی

Ave مقدار متوسط

6- تقدیر و تشکر و پیوست‌ها (استایل عنوان سطح 1)

در صورت وجود تقدیر و تشکر و پیوست در مقاله، به ترتیب در انتهای مقاله و پس از لیست‌علایم و نشانه‌ها آورده می‌شود. باید به پیوست‌ها در متن مقاله اشاره و ارجاع شده باشد.

7- مراجع (استایل عنوان سطح 1)

تمامی مراجع با قلم‌تایمز نیو رومن 8 نوشته می‌شوند. شماره مرجع داخل کروه و با ایجاد بیرون‌زدگی 5 میلی‌متر از خط دوم هر مرجع، نوشته می‌شود. نکات زیر را در مرجع‌نویسی و استفاده از مراجع رعایت نمایید:

- ✓ لازم به ذکر است که حداقل 15 درصد از مراجع استفاده شده در مقاله باید از مجلات علمی-پژوهشی داخل کشور انتخاب شود.
- ✓ نقطه، فاصله، کاما، ساده بودن فونت‌ها در مرجع‌نویسی باید با همان دقتی که در نمونه‌ها به آن اشاره شده است، رعایت شود.
- ✓ مجدداً تأکید می‌شود از ارجاع گروهی به مراجع به صورت: "در این موضوع محققان بسیاری تحقیق نموده‌اند [2-10]" خودداری شود.
- ✓ مراجع استفاده شده در مقاله باید قابل دسترس و قابل استفاده برای خوانندگان باشد.
- ✓ از ارجاع به مدارک قدیمی، بی‌ارتباط با اهداف اصلی مقاله و مطالبی که به صورت توضیحات و قوانین آشکار و آشنا برای مهندسان است، خودداری نمایید. به عنوان مثال، "قانون دوم نیوتن بصورت زیر است [5]". این نوع ارجاع نادرست است و کمکی به خواننده در درک مطلب نخواهد داشت.
- ✓ از ارجاع به پایان‌نامه‌های کارشناسی خودداری نمایید.
- ✓ نام مجله‌ها و نظایر آن به‌طور کامل و بدون اختصار آورده شود.

³ Language

¹ JSTC.ens (EndNote Style)

² EndNote