



ارتعاش آزاد ورق ساندویچی با هسته آگزیٹیک در تماس با سیال با تئوری تک لایه معادل

کوروش خورشیدی^{1*}، علیرضا پاکرویان²، پیمان یوسفی³، علی پورمهدی⁴

1- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه اراک، اراک

2- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه آزاد اراک، اراک

3- دکتری، مهندسی مکانیک، دانشگاه آزاد اراک، اراک

4- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه اراک، اراک

* اراک، صندوق پستی 38156-88439، k-khorshidi@araku.ac.ir

چکیده

اطلاعات مقاله:

در این مقاله، به بررسی مشخصه‌های ارتعاش آزاد یک ورق ساندویچی مستطیلی با هسته لانه‌زنبوری آگزیٹیک مستقر در دیواره یک مخزن سیال پرداخته شده است. ورق ساندویچی شامل دو رویه آلومینیومی و یک هسته لانه‌زنبوری آگزیٹیک از جنس آلومینیوم می‌باشد. برای همگن‌سازی هسته لانه‌زنبوری، علاوه بر مدل مالک و گیبسون، از یکی از جدیدترین مدل‌ها (مدل تورنابن) نیز استفاده شده است. برای مدل‌سازی ورق ساندویچی سه نوع مدل تحلیلی پیشنهاد داده شده‌اند و مزایا و معایب آنها با هم مقایسه شده‌اند. از نوع مدل تحلیلی تک‌لایه معادل برای مدل‌سازی ورق ساندویچی دارای شرط مرزی ناوبر و در تماس با سیال استفاده شده‌اند. ایده‌آل (تراکم‌ناپذیر، غیر لزج و غیر چرخشی) در نظر گرفته شده است. روش‌های حل حاضر، روابط همگن‌سازی هسته لانه‌زنبوری، و چارچوب ریاضی برهم‌کنش ورق ساندویچی - سیال با استفاده از نتایج تحقیقات سایر محققان و نیز نتایج حاصل از تحلیل المان محدود سه‌بعدی صحت سنجی شده‌اند. سرانجام اثر پارامترهای مختلف مانند نسبت ابعاد مخزن به طول ورق، ارتفاع سیال از لبه پایین ورق، موقعیت ورق در دیواره مخزن و هندسه سلول لانه‌زنبوری بر روی فرکانس‌های طبیعی مرطوب مورد بررسی قرار گرفته‌اند.

دریافت: 1404/07/15

پذیرش: 1404/12/02

کلیدواژگان

ارتعاش آزاد

ورق ساندویچی

هسته آگزیٹیک

برهم‌کنش ورق و سیال

Free vibration of auxetic-core sandwich panel in fluid by equivalent single layer theory

Korosh Khorshidi^{1*}, Peyman Yousefi², Alireza Pakrouyan², Ali Pourmahdi¹

1- Department of mechanical engineering, Arak University, Arak, Iran

2- Department of mechanical engineering, Islamic Azad University, Arak, Iran

* P.O.B. 38156-88439, Arak, Iran, k-khorshidi@araku.ac.ir

Keywords

Free vibration
 Sandwich Panel
 Auxetic Core
 Fluid-Structure Interaction

Abstract

In this study, the free vibration characteristics of a rectangular sandwich panel with an auxetic honeycomb core mounted on the wall of a fluid-filled tank have been investigated. The sandwich panel consists of two aluminum face sheets and an auxetic honeycomb core made of aluminum. For the homogenization of the honeycomb core, in addition to the Gibson and Ashby model, one of the latest models (the Turna-Ban model) has been also employed. Three types of analytical models have been proposed for modeling the sandwich panel, and their advantages and disadvantages have been compared. An equivalent single-layer analytical model has been used to model the sandwich panel under Navier boundary conditions and in contact with fluid. The fluid has been considered ideal (incompressible, inviscid, and irrotational). The proposed solution methods, the homogenization relations of the honeycomb core, and the mathematical framework of the panel-fluid interaction have been validated using results from previous studies as well as three-dimensional finite element analysis. Finally, the effects of various parameters such as the tank-to-panel length ratio, fluid height from the bottom edge of the panel, the position of the panel on the tank wall, and the honeycomb cell geometry on the wet natural frequencies have been investigated.

1- مقدمه

آگزیٹیک (نسبت پواسون منفی) نسبت به مواد با نسبت پواسون مثبت مقاومت ضربه بهتر و جذب انرژی بالاتری دارند، از این رو بسیار مورد توجه محققان می‌باشند. برای تحلیل‌های استاتیکی و دینامیکی ورق‌های لانه‌زنبوری، مدل‌سازی واقعی هسته دقیق‌ترین پاسخ‌ها را به دست می‌دهد، لیکن تعداد درجات آزادی کل و به تبع آن زمان محاسباتی را به مقدار قابل

ورق‌های ساندویچی در حوزه‌های مختلف مهندسی مانند خودروسازی، هوافضا، صنایع دریایی و مهندسی عمران کاربردهای وسیعی دارند. این ورق‌ها معمولاً از دو رویه با مقاومت بالا و یک هسته سبک وزن (معمولاً از جنس فوم یا لانه‌زنبوری) تشکیل شده‌اند. ورق‌های ساندویچی با هسته لانه‌زنبوری

Please cite this article using:

برای ارجاع به مقاله از عبارت زیر استفاده کنید:

Khorshidi, K., Yousefi, P., Pakrouyan, A., Pourmahdi, A., "Free vibration of auxetic-core sandwich panel in fluid by equivalent single layer theory," In Persian, Journal of Science and Technology of Composites, Vol. 12, No. 3, pp. 2792-2809, 2026.
<https://doi.org/10.22068/jstc.2026.2073996.1939>

توجهی افزایش می‌دهد. بهترین روش برای ساده‌سازی تحلیل آن‌ها، همگن‌سازی رفتار هسته لانه‌زنبوری است به طوری که بتوان آن را بصورت یک لایه ایزوتروپیک معادل، تحلیل کرد. ورق‌های در تماس با سیال، بخش‌های اصلی بدنه کشتی‌ها، زیردریایی‌ها، سازه‌های دریایی، مخازن سوخت و بسیاری از وسایل صنعتی دیگر را تشکیل می‌دهند. رفتار ارتعاشی این ورق‌ها نسبت به حالت خشک متفاوت بوده و به دلیل اثر جرم افزوده سیال فرکانس‌های طبیعی آن‌ها کاهش می‌یابند.

ورق‌های ساندویچی لانه‌زنبوری به دلیل خواص مطلوب مانند نسبت استحکام به وزن بالا و جذب انرژی عالی، کاربردهای وسیعی در حوزه‌های مختلف مهندسی مانند هوافضا، صنایع دریایی، قطارهای سریع‌السیر و خودروسازی پیدا کرده‌اند. برای تحلیل‌های استاتیکی و دینامیکی ورق‌های لانه‌زنبوری، مدل‌سازی واقعی هسته دقیق‌ترین پاسخ‌ها را به دست می‌دهد، لیکن تعداد درجات آزادی کل و به تبع آن زمان محاسباتی را به مقدار قابل توجهی افزایش می‌دهد. بهترین روش برای ساده‌سازی تحلیل آن‌ها، همگن‌سازی رفتار هسته لانه‌زنبوری است به طوری که بتوان آن را بصورت یک لایه ایزوتروپیک معادل، تحلیل کرد. به منظور حصول پاسخ‌های نهایی قابل اعتماد، خواص مؤثر هسته لانه‌زنبوری باید تا حد امکان دقیق تعیین شوند تعیین فرکانس‌های طبیعی و شکل مودها، از مهم‌ترین پارامترها در طراحی سازه‌ها هستند. این مشخصه‌ها می‌توانند به طور مستقل مورد استفاده قرار گیرند (مثلاً فرکانس‌های طبیعی تعیین شده را می‌توان به عنوان نمادی از میزان خرابی سازه در نظر گرفت) و یا به عنوان جزئی از روند سایر تحلیل‌ها مورد توجه باشند. تحلیل ارتعاش آزاد ورق‌های ساندویچی لانه‌زنبوری از سال‌های دور مورد توجه محققان بوده است. اخیراً ترابی و همکاران [1] با استفاده از تئوری مرتبه اول تغییرشکل برشی به تحلیل ارتعاش و فلاتر ورق‌های ساندویچی لانه‌زنبوری پرداختند و بیدگلی و همکاران [2] با استفاده از آن ارتعاش آزاد پوسته‌های ساندویچی لانه‌زنبوری دو انحنایی با رویه‌های پیزوالکتریک را بررسی کردند. با استفاده از همین تئوری، پاسخ‌های دینامیکی غیرخطی ورق‌های ساندویچی لانه‌زنبوری آگرتیک با رویه‌های ایزوتروپیک توسط نگون و فام [3] و با رویه‌های ایزوتروپیک تقویت شده با سفت‌کننده‌های مشبک توسط کونگ و همکاران [4] تعیین شدند. [5] با استفاده از تئوری مرتبه سوم ردی فرکانس‌های طبیعی غیرخطی ورق‌های ساندویچی لانه‌زنبوری را تعیین کردند. آن‌ها نشان دادند که با کاهش ضخامت رویه‌ها اختلاف بین فرکانس‌های غیرخطی و خطی کاهش می‌یابد. [6] به منظور تحلیل ارتعاش آزاد و عایق‌بندی صوتی ورق‌های ساندویچی لانه‌زنبوری آگرتیک مدرج تابعی از تئوری تغییرشکل برشی تانژانت‌های پربولیک استفاده کردند. آن‌ها با استفاده از تحلیل کوپل ارتعاشی - آکوستیکی فرکانس‌های طبیعی را به دست آوردند و نشان دادند که مقادیر این فرکانس‌ها با نتایج حاصل از تحلیل ارتعاش آزاد سیستم برابر هستند. برای پوسته‌های چند لایه، هوانگ [7] به منظور اصلاح اثر شرط پیوستگی تنش‌های برشی بین لایه‌ها، با افزودن ضرایب تصحیح برشی به تئوری مرتبه سوم ردی، آن را بهبود داد. او ضرایب تصحیح برشی را از طریق مقایسه با معادلات الاستیسیته و با استفاده از یک فرآیند تکراری تعیین کرد.

روش پرکاربردتر برای تعیین نتایج دقیق ورق‌های ساندویچی نسبتاً ضخیم استفاده از تئوری‌های لایه‌ای مرتبه بالا است. فراستیک [8] به منظور استخراج معادلات حاکم بر حرکت ورق‌های ساندویچی با هسته نرم دو مدل مختلط (مدل اول) و جایجایی (مدل دوم) را پیشنهاد دادند. آن‌ها در مدل دوم برای رویه‌ها از تئوری کلاسیک استفاده کردند و برای هسته

جایجایی‌های درون‌صفحه‌ای و عرضی را به ترتیب با استفاده از چندجمله‌ای‌های درجه سوم و دوم مختصه ضخامت تقریب زدند. ورق‌های در تماس با سیال، بخش‌های اصلی بدنه کشتی‌ها، زیردریایی‌ها، سازه‌های دریایی، مخازن سوخت و بسیاری از وسایل صنعتی دیگر را تشکیل می‌دهند. رفتار ارتعاشی این ورق‌ها نسبت به حالت خشک متفاوت بوده و به دلیل اثر جرم افزوده سیال فرکانس‌های طبیعی آن‌ها کاهش می‌یابند [9-10]. در دهه اخیر مطالعات متعددی در زمینه پیش‌بینی فرکانس‌های طبیعی یک ورق در تماس با سیال انجام شده است. حسینی هاشمی و همکاران [11] با استفاده از تئوری مرتبه اول تغییرشکل برشی و روش حل ریتز اثر سیال با طول بی‌نهایت را بر روی مشخصه‌های ارتعاش آزاد ورق‌های ایزوتروپیک و چندلایه بررسی کردند. خورشیدی و فرهادی [12] و خورشیدی و بخششی [13] با استفاده از سه تئوری کلاسیک، مرتبه اول تغییرشکل برشی و مرتبه سوم تغییرشکل برشی ارتعاش آزاد ورق‌های چندلایه و مدرج تابعی در تماس با سیال محدود را بررسی کردند. خورشیدی و همکاران [14] با استفاده از دو روش تجربی آنالیز مودال ارتعاشی و آکوستیکی فرکانس‌های طبیعی ورق‌های ایزوتروپیک قائم در تماس با سیال محدود را به دست آوردند و نشان دادند که نتایج حاصل از این دو روش تقریباً برابر هستند. خورشیدی و کریمی [15] با استفاده از تئوری‌های مختلف تغییر شکل برشی و روش حل گالرکین کریمی و همکاران [16] با استفاده از تئوری مرتبه پنجم تغییر شکل برشی و روش حل ریتز فرکانس‌های طبیعی نانورق‌های پیزوالکتریک و میکروورق‌های مدرج تابعی در تماس با سیال را تعیین کردند. بخششی و مهبادی [17] اثر امواج سطح آزاد سیال را به صورت جداگانه بر روی ارتعاش آزاد میکروورق‌های مدرج تابعی در تماس با سیال محدود بررسی کردند. آن‌ها نشان دادند که حرکت نوسانی سیال باعث تقویت فرکانس‌های طبیعی می‌شود ولی اثر آن زمانی ملموس است که هم سیال خیلی سنگین باشد (مانند جیوه) و هم ورق خیلی نازک باشد. اخیراً رامیان و همکاران [18-19] به بررسی ارتعاش آزاد ورق‌های ساندویچی قائم و افقی در تماس با سیال محدود پرداختند. آن‌ها برای مدل‌سازی هسته انعطاف‌پذیر از مدل دوم فراستیک استفاده کردند. این مطالعات اثر برخی پارامترها مانند جنس لایه‌ها و نسبت ضخامت هسته به رویه‌ها را بر روی فرکانس‌های طبیعی بررسی کردند. خورشیدی و نوروزیان [20] به بررسی پایداری ورق ساندویچی با هسته آگرتیک و لایه‌های تقویت‌شده در معرض نیروی آیروالاستیک پرداختند. معادلات با تئوری برشی اصلاح‌شده و روش گالرکین حل و نتایج با مقالات معتبر مقایسه شده است. تأثیر پارامترهای هندسی، فشار آیرودینامیکی و کسر حجمی نانولوله کربنی بر پایداری تحلیل شده است. نتایج نشان می‌دهد که این پارامترها نقش مهمی در افزایش یا کاهش پایداری سازه دارند. دیلک آتیلا یولجو و همکاران [21] به تأثیر الگوی ساختار هسته آوکسیتیک و شرایط مرزی را بر رفتار ارتعاشی پانل‌های ساندویچی مورد بررسی قرار دادند. سه نوع هسته آوکسیتیک چاپ سه‌بعدی شامل تتراشیرال، آنتی‌تتراشیرال و هگزاجیرال با رویه‌های کامپوزیتی الیاف شیشه/اپوکسی تحلیل و آزمایش شدند. نتایج نشان داد که هسته‌های هگزاجیرال عملکرد دینامیکی بهتری داشته و فرکانس طبیعی بالاتری ایجاد می‌کنند. خورشیدی و همکاران [22] ارتعاشات اجباری پوسته استوانه‌ای سه‌لایه، حاوی سیال غیرلزج و تحت بار ضربه‌ای را بررسی کردند. هر سه لایه از جنس آلومینیوم و لایه مرکزی ساخته شده از ساختار آگرتیک لانه‌زنبوری درون رو لحاظ شده است. با استفاده از نظریه‌های تغییر شکل برشی مرتبه بالا و اصل همیلتون معادلات حاکم بر سیستم استخراج شده و از روش باقیمانده وزنی گالرکین حل شده‌اند. سیستم با هر

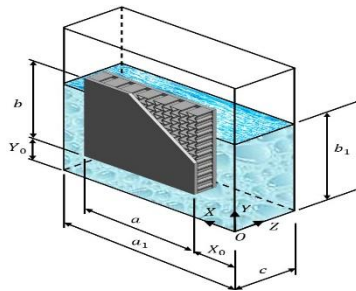


Fig. 1 Auxetic honeycomb sandwich plate with a coordinate system in contact with fluid

شکل 1 ورق ساندویچی لانه‌زنبوری آگزتیک با یک سیستم مختصات در تماس با سیال

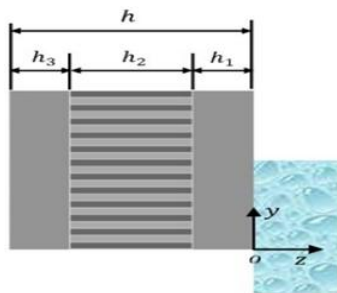


Fig. 2 Origin of the coordinate system located at the interface between the plate and the fluid

شکل 2 مبدأ سیستم مختصات به‌جایروی سطح تماس ورق و سیال

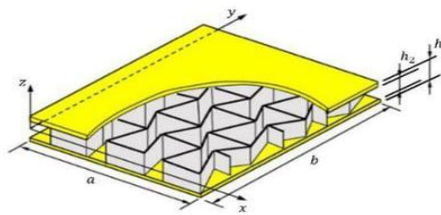


Fig. 3 Geometry-dependent auxetic honeycomb sandwich panel

شکل 3 ورق ساندویچی لانه‌زنبوری آگزتیک وابسته به هندسه

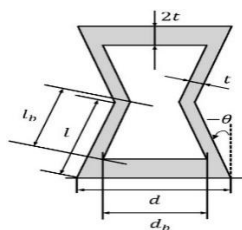


Fig. 4 Geometric properties of a commercial re-entrant honeycomb cell

شکل 4 مشخصات هندسی سلول لانه‌زنبوری درون‌رو تجاری

در شکل‌های 3 و 2 برای توصیف حرکت ورق ساندویچی از سیستم مختصات $o-xyz$ استفاده شده است، با این تفاوت که در شکل 1 مبدأ سیستم مختصات به‌جای سطح میانی ورق روی سطح تماس ورق و سیال قرار گرفته است.

1-2- میدان جابجایی

برای ورق‌های ساندویچی نشان داده شده در شکل‌های 1 و 3، ابتدا میدان جابجایی با توجه به تئوری مرتبه سوم برشی به‌صورت زیر نوشته می‌شود [20]:

دو شرایط مرزی تکیه‌گاه ساده و تکیه‌گاه گیردار بررسی کردند. فنگ و همکاران [23] یک روش طراحی معکوس مبتنی بر مدل تولیدی عمیق برای تولید سلول‌های آگزتیک سه‌بعدی با نسبت پواسون منفی توسعه یافته است. نتایج نشان می‌دهند که تیرهای ساندویچی حاصل، فرکانس طبیعی بالاتری نسبت به روش‌های متداول دارند و رفتار ارتعاشی آن‌ها تحت تأثیر عواملی چون پیکربندی هسته، نسبت ضخامت ورق به هسته، شرایط مرزی و محیط حرارتی قرار دارد. حیدری‌سروشجانی و همکاران [24] که تأثیر هسته‌های آگزتیک بر ویژگی‌های ارتعاشی پوسته‌های استوانه‌ای ساندویچی دارای بریدگی با استفاده از نظریه تغییر شکل برشی مرتبه اول و روش تحلیلی بررسی شده است. روش پیشنهادی با به‌کارگیری تکنیک دوبعدی و تقسیم‌بندی پوسته به پنل‌های مختلف، دقت بالایی در مدل‌سازی نواحی با جزئیات هندسی بالا مانند بریدگی‌ها دارد. همچنین، نتایج با سیگنال‌های لرزشی و صوتی تأیید شده و برتری روش نسبت به مدل‌سازی اجزای محدود اثبات می‌شود.

هدف مقاله حاضر بررسی مشخصه‌های ارتعاش آزاد یک ورق ساندویچی مستطیلی با هسته لانه‌زنبوری آگزتیک مستقر در دیواره یک مخزن سیال می‌باشد. ورق ساندویچی شامل دو رویه آلومینیومی و یک هسته لانه‌زنبوری آگزتیک از جنس آلومینیوم می‌باشد. برای همگن‌سازی هسته لانه‌زنبوری، علاوه بر مدل مالک و گیبسون، از یکی از جدیدترین مدل‌ها (مدل تورنابن) نیز استفاده شده است. برای مدل‌سازی ورق ساندویچی سه نوع مدل تحلیلی پیشنهاد داده شده‌اند و مزایا و معایب آن‌ها با هم مقایسه شده‌اند. از نوع مدل ناویر و در تماس با سیال استفاده شده‌اند. سیال، ایده‌آل (تراکم‌ناپذیر، غیر لزج و غیر چرخشی) در نظر گرفته شده است. روش‌های حل حاضر، روابط همگن‌سازی هسته لانه‌زنبوری، و چارچوب ریاضی برهم‌کنش ورق ساندویچی - سیال با استفاده از نتایج تحقیقات سایر محققان و نیز نتایج حاصل از تحلیل المان محدود سه‌بعدی صحت سنجی شده‌اند. سرانجام اثر پارامترهای مختلف مانند نسبت ابعاد مخزن به طول ورق، ارتفاع سیال از لبه پایین ورق، موقعیت ورق در دیواره مخزن و هندسه سلول لانه‌زنبوری بر روی فرکانس‌های طبیعی مربوط مورد بررسی قرار گرفته‌اند.

2- استخراج و حل معادلات حاکم

مطابق شکل 1 یک ورق ساندویچی آلومینیومی با تکیه‌گاه‌های ساده و رویه‌های یکسان و هسته متشکل از سلول‌های لانه‌زنبوری درون‌رو در دیواره یک مخزن سیال قرار داده شده است. طول، عرض، ضخامت و ضخامت هسته ورق ساندویچی به ترتیب a ، b ، h و h_2 هستند. طول و عرض مخزن و ارتفاع سیال به ترتیب a_1 ، c و b_1 می‌باشند. سیستم مختصات $O-XYZ$ در گوشه پایین مخزن قرار داده شده است. X_0 و Y_0 موقعیت ورق را در دیواره مشخص می‌کنند. سایر دیواره‌ها و کف مخزن صلب می‌باشند.

در شکل 3 یک ورق ساندویچی لانه‌زنبوری آگزتیک خشک با شرایط مرزی نوع لوی نشان داده شده است، به طوری که لبه‌های ورق در $x=0$ و $x=a$ دارای تکیه‌گاه ساده هستند و لبه‌های آن در $y=0$ و $y=b$ ترکیبی از شرایط مرزی گیردار، ساده و آزاد می‌باشند.

$$Q_{44}^{(i)} = \kappa_{23} G_{23}^{(i)} \quad (d-3)$$

$$Q_{55}^{(i)} = \kappa_{13} G_{13}^{(i)} \quad (e-3)$$

$$Q_{66}^{(i)} = G_{12}^{(i)} \quad (f-3)$$

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \tau_{xy} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \end{Bmatrix}^{(i)} =$$

$$\begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 & 0 & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Q_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Q_{44} \end{bmatrix}^{(i)} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \end{Bmatrix} \quad (g-3)$$

به طوری که $i = 1, 3$ نمایانگر رویه‌های ایزوتروپیک با مدول‌های یانگ و برشی E_0 و G_0 ، نسبت پواسون ν_0 و چگالی ρ_0 می‌باشند. همچنین $i = 2$ نشان‌دهنده هسته لانه‌زنبوری آگرتیک با نسبت پواسون درون صفحه‌ای منفی ($\nu_{21}^{(2)}$ و $\nu_{12}^{(2)}$) می‌باشد. به طوری که مقدار این ضرایب به مشخصه‌های هندسی سلول لانه‌زنبوری درون‌رو وابسته بوده و برای تعیین آن‌ها از مدل‌های مالک [25] و گیبسون و تورناین [26] استفاده شده است κ_{13} و κ_{23} نیز ضرایب تصحیح برشی مربوط به تئوری بهبودیافته مرتبه سوم ردی هستند

2-2-3- روابط تنش - کرنش هسته ارتوتروپیک

به طوری که κ_s بیانگر ضریب تصحیح برشی مربوط به تئوری مرتبه اول تغییرشکل برشی است و مقدار آن برابر $\pi^2/12$ در نظر گرفته شده است. همچنین روابط تنش - کرنش هسته ارتوتروپیک عبارتند از [20]:

$$\sigma^{(2)} = \{\sigma_{xx}^{(2)} \quad \sigma_{yy}^{(2)} \quad \sigma_{zz}^{(2)} \quad \tau_{xy}^{(2)}\}^T = Q_{\sigma}^{(2)} \varepsilon^{(2)} \quad (a-4)$$

$$\tau^{(2)} = \{\tau_{xz}^{(2)} \quad \tau_{yz}^{(2)}\}^T = Q_{\tau}^{(2)} \gamma^{(2)} \quad (b-4)$$

$$\varepsilon^{(2)} = \{\varepsilon_{xx}^{(2)} \quad \varepsilon_{yy}^{(2)} \quad \varepsilon_{zz}^{(2)} \quad \gamma_{xy}^{(2)}\} \quad (c-4)$$

2-2-4- انرژی‌های کرنشی الاستیک و جنبشی

به طوری که تعاریف ماتریس‌های سفتی $Q_{\sigma}^{(2)}$ و $Q_{\tau}^{(2)}$ عبارتند از [20]:

$$Q_{\tau}^{(2)} = \begin{bmatrix} Q_{55}^{(2)} & 0 \\ 0 & Q_{44}^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{13}^{(2)} & 0 \\ 0 & G_{23}^{(2)} \end{bmatrix} \quad (a-5)$$

$$Q_{\sigma}^{(2)} = \begin{bmatrix} Q_{11}^{(2)} & Q_{12}^{(2)} & Q_{13}^{(2)} & 0 \\ Q_{12}^{(2)} & Q_{22}^{(2)} & Q_{23}^{(2)} & 0 \\ Q_{13}^{(2)} & Q_{23}^{(2)} & Q_{33}^{(2)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Q_{66}^{(2)} \end{bmatrix} \quad (b-5)$$

$$\Delta^{(2)} = 1 - \nu_{12}^{(2)} \nu_{21}^{(2)} - \nu_{23}^{(2)} \nu_{32}^{(2)} - \nu_{31}^{(2)} \nu_{13}^{(2)} - 2\nu_{12}^{(2)} \nu_{23}^{(2)} \nu_{31}^{(2)} \quad (6)$$

در این مدل‌ها، انرژی‌های کرنشی الاستیک و جنبشی ورق ساندویچی به ترتیب با استفاده از معادلات (7) و (8) محاسبه می‌شوند [20]:

$$U_S = \frac{1}{2} \int_0^a \int_0^b \int_{z_i^*}^{z_i^{**}} \sum_{i=1}^3 [\sigma_{xx}^{(i)} \varepsilon_{xx} + \sigma_{yy}^{(i)} \varepsilon_{yy} + \tau_{xy}^{(i)} \gamma_{xy} + \tau_{xz}^{(i)} \gamma_{xz} + \tau_{yz}^{(i)} \gamma_{yz}] dz_i dy dx \quad (7)$$

$$u(x, y, z, t) = g \left(z + \frac{h}{2} \right) \frac{\partial w_0}{\partial x} + f \left(z + \frac{h}{2} \right) \psi_x(x, y, t) \quad (a-1)$$

$$v(x, y, z, t) = g \left(z + \frac{h}{2} \right) \frac{\partial w_0}{\partial y} + f \left(z + \frac{h}{2} \right) \psi_y(x, y, t) \quad (b-1)$$

$$w(x, y, z, t) = w_0(x, y, t) \quad (c-1)$$

$$\{g(z), f(z)\} = \left\{ -\frac{4}{3h^2} z^3, z - \frac{4}{3h^2} z^3 \right\} \quad (d-1)$$

به طوری که در تماس و عدم تماس سیال، g به ترتیب برابر 1 و 0 می‌باشد.

در معادلات 1، w_0 جابجایی عرضی سطح میانی می‌باشد و ψ_x و ψ_y به ترتیب بیانگر دوران‌های ناشی از خمش سطح میانی حول محورهای x و y هستند. دقت نتایج و سرعت محاسباتی مدل‌های لایه‌ای به نوع تئوری‌های مورد استفاده برای لایه‌ها بستگی دارد.

2-2-2- روابط تنش و کرنش

1-2-2-1- مولفه‌های کرنش خطی

با فرض کوچک بودن تغییرشکل‌ها، مولفه‌های کرنش خطی به صورت زیر محاسبه می‌شوند [20]:

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x} = g \left(z + \frac{h}{2} \right) \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} + f \left(z + \frac{h}{2} \right) \frac{\partial \psi_x}{\partial x} \quad (a-2)$$

$$\varepsilon_{yy} = \frac{\partial v}{\partial y} = g \left(z + \frac{h}{2} \right) \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} + f \left(z + \frac{h}{2} \right) \frac{\partial \psi_y}{\partial y} \quad (b-2)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = 2g \left(z + \frac{h}{2} \right) \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} + f \left(z + \frac{h}{2} \right) \left(\frac{\partial \psi_x}{\partial y} + \frac{\partial \psi_y}{\partial x} \right) \quad (c-2)$$

$$\gamma_{xz} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} = \left(1 + g' \left(z + \frac{h}{2} \right) \right) \frac{\partial w_0}{\partial x} + f' \left(z + \frac{h}{2} \right) \psi_x \quad (d-2)$$

$$\gamma_{yz} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} = \left(1 + g' \left(z + \frac{h}{2} \right) \right) \frac{\partial w_0}{\partial y} + f' \left(z + \frac{h}{2} \right) \psi_y \quad (e-2)$$

2-2-2-2- روابط تنش - کرنش

ورق ساندویچی با هسته لانه‌زنبوری آگرتیک یک ورق چند لایه ارتوتروپیک است که روابط تنش - کرنش آن به صورت زیر می‌باشد [16]:

$$Q_{11}^{(i)} = \frac{E_{11}^{(i)}}{1 - \nu_{12}^{(i)} \nu_{21}^{(i)}} \quad (a-3)$$

$$Q_{22}^{(i)} = \frac{E_{22}^{(i)}}{1 - \nu_{12}^{(i)} \nu_{21}^{(i)}} \quad (b-3)$$

$$Q_{12}^{(i)} = \frac{\nu_{21}^{(i)} E_{11}^{(i)}}{1 - \nu_{12}^{(i)} \nu_{21}^{(i)}} = \frac{\nu_{12}^{(i)} E_{22}^{(i)}}{1 - \nu_{12}^{(i)} \nu_{21}^{(i)}} \quad (c-3)$$

$$+ \left(\frac{2t}{l_b}\right)^2 \left[\frac{d}{l} + \sin \theta\right] \left[\frac{d}{l} + \sin \theta\right] \tan^2 \theta + \sin \theta \left[+ \frac{2.4 + 1.5v_0}{\frac{d_b}{l_b}} (2 + \frac{d}{l} + \sin \theta) \right]$$

$$G_{13}^{(2)} = G_0 \frac{\left(\frac{2t}{l}\right)}{\left(\frac{d}{l} + \sin \theta\right) \cos \theta} \left[\frac{l_b}{l} \sin^2 \theta + \frac{d_b}{2l} + \frac{3t}{2l} \tan \theta - \frac{t \sin^2 \theta (2 \sin \theta - 1)}{\cos \theta} \right] \quad (f-11)$$

$$G_{23}^{(2)} = G_0 \frac{\left(\frac{2t}{l}\right)}{\left(\frac{d}{l} + \sin \theta\right) \cos \theta} \left[\frac{l_b}{l} \cos^2 \theta + \frac{3t}{2l} \tan \theta - \frac{t}{l} \cos \theta (2 \sin \theta - 1) \right] \quad (g-11)$$

$$v_{12}^{(2)} = ((\sin \theta \left(\frac{d}{l} + \sin \theta\right)) / (\cos^2 \theta)) / \left((1 + \left(\frac{2t}{l_b}\right)^2 (1.4 + 1.5v_0)) / (1 + \left(\frac{2t}{l_b}\right)^2 (2.4 + 1.5v_0 + \tan^2 \theta + 2 \frac{d_b}{l_b} \sec^2 \theta)) \right) \quad (h-11)$$

$$v_{21}^{(2)} = [\cos^2 \theta / \sin \theta \left(\frac{d}{l} + \sin \theta\right)] [1 + \left(\frac{2t}{l_b}\right)^2 (1.4 + 1.5v_0)] / (1 + \left(\frac{2t}{l_b}\right)^2 (2.4 + 1.5v_0 + \cot^2 \theta)) \quad (i-11)$$

$$l_b = l - \frac{t}{\cos \theta} \quad (j-11)$$

$$d_b = d - \frac{2t(1 - \sin \theta)}{\cos \theta} \quad (k-11)$$

بر اساس مدل مالک و گیبسون، خواص مؤثر هسته لانه‌زنبوری تجاری را می‌توان به صورت زیر محاسبه نمود [25]:

$$\rho^{(2)} = \rho_0 \left[1 - \frac{l \cos \theta (d_b + l \sin \theta)}{(l \cos \theta + t)(d + l \sin \theta)} \right] \quad (a-12)$$

$$E_{11}^{(2)} = [E_0 \left(\frac{t}{l_b}\right)^3 \left(\frac{d}{l} + \sin \theta\right)] / [\cos^3 \theta (1 + \left(\frac{t}{l_b}\right)^2 (2.4 + 1.5v_0 + \tan^2 \theta + \frac{d_b}{l_b} \sec^2 \theta))] \quad (b-12)$$

$$E_{22}^{(2)} = E_0 \left(\left(\frac{t}{l_b}\right)^3 \cos \theta\right) / \left(\left(\frac{d}{l} + \sin \theta\right) \sin^2 \theta [1 + \left(\frac{t}{l_b}\right)^2 (2.4 + 1.5v_0 + \cot^2 \theta)]\right) \quad (c-12)$$

$$G_{12}^{(2)} = E_0 \frac{\left(\frac{t}{l_b}\right)^3 \left(\frac{d}{l} + \sin \theta\right)}{\left(\frac{d_b}{l_b}\right)^2 \cos \theta G_{12}^*} \quad (d-12)$$

اخیراً تورنابن و همکاران [26] مدل قبلی پیشنهادی توسط سوروهان و همکاران [27] را ارتقاء دادند. از آنجایی که در میان خواص الاستیک مؤثر، مدول برشی عرضی $G_{13}^{(2)}$ بر روی فرکانس‌های طبیعی ورق ساندویچی اثری قابل توجه می‌گذارد، تورنابن و همکاران [26]، رابطه‌ای برای محاسبه این مدول برشی عرضی پیشنهاد دادند و از

$$T_P = \frac{1}{2} \int_0^a \int_0^b \int_{z_i^*}^{z_i^{**}} \sum_{i=1}^3 \rho^{(i)} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial t}\right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial t}\right)^2 \right] dz_i dy dx \quad (8)$$

$$\{z_1^*, z_1^{**}\} = \left\{ -\frac{h}{2} \varrho + \frac{h_2}{2}; \frac{h}{2} (1 - \varrho) \right\} \quad (a-9)$$

$$\{z_2^*, z_2^{**}\} = \left\{ -\frac{h}{2} \varrho - \frac{h_2}{2}; -\frac{h}{2} \varrho + \frac{h_2}{2} \right\} \quad (b-9)$$

برای تحلیل‌های استاتیکی و دینامیکی ورق‌های لانه‌زنبوری، مدل‌سازی واقعی هسته دقیق‌ترین پاسخ‌ها را به دست می‌دهد، لیکن تعداد درجات آزادی کل و به تبع آن زمان محاسباتی را به مقدار قابل توجهی افزایش می‌دهد. بهترین روش برای ساده‌سازی تحلیل آن‌ها، همگن‌سازی رفتار هسته لانه‌زنبوری است به طوری که بتوان آن را بصورت یک لایه ارتوتروپیک معادل، تحلیل کرد. به منظور حصول پاسخ‌های نهایی قابل اعتماد، خواص مؤثر هسته لانه‌زنبوری باید تا حد امکان دقیق تعیین شوند. گیبسون و اشبی [6] با فرض غشائی بودن دیواره سلول، روابط پارامتری معادل هسته لانه‌زنبوری را ارائه دادند. روابط آن‌ها ساده بوده ولی دقت خوبی ندارند.

مالک و گیبسون [25] با در نظر گرفتن اثر نقاط موجود در محل تقاطع دیواره‌های افقی و مورب، مدل خود را ارائه دادند.

شکل 4 مشخصات هندسی سلول لانه‌زنبوری درون‌رو کلاسیک (ضخامت یکسان دیواره‌های افقی و مورب) را نشان می‌دهد که این مشخصه‌ها شامل زاویه سلول (θ)، طول دیواره‌های افقی (d) و مورب (l) و ضخامت آن‌ها (t) هستند. همچنین d_b و l_b به ترتیب طول قسمت‌های داخلی دیواره‌های افقی و مورب هستند که بر حسب پارامترهای سلول تعیین می‌شوند. با توجه به شکل اگر زاویه صفر باشد سلول مستطیلی بوده و اگر زاویه مثبت باشد سلول شش‌ضلعی می‌باشد. مطابق شکل، شرط لازم برای عدم تماس قسمت‌های داخلی را می‌توان به صورت زیر بیان کرد:

$$\sin(-\theta) < \frac{1}{2} \frac{d_b}{l_b} \quad (10)$$

بر اساس مدل مالک و گیبسون، خواص مؤثر هسته لانه‌زنبوری کلاسیک را می‌توان به صورت زیر محاسبه نمود [25]:

$$\rho^{(2)} = \rho_0 \left[1 - \frac{l_b (d_b + l_b \sin \theta)}{l (d + l \sin \theta)} \right] \quad (a-11)$$

$$E_{11}^{(2)} = E_0 \left(\left(\frac{2t}{l_b}\right)^2 \left(\frac{d}{l} + \sin \theta\right) / (\cos^3 \theta [1 + \left(\frac{2t}{l_b}\right)^2 (2.4 + 1.5v_0 + \tan^2 \theta + 2 \frac{d_b}{l_b} \sec^2 \theta)] \right) \quad (b-11)$$

$$E_{22}^{(2)} = E_0 \left(\left(\frac{2t}{l_b}\right)^3 \cos \theta / \left(\left(\frac{d}{l} + \sin \theta\right) \sin^2 \theta [1 + \left(\frac{2t}{l_b}\right)^2 (2.4 + 1.5v_0 + \cot^2 \theta)] \right) \right) \quad (c-11)$$

$$G_{12}^{(2)} = E_0 \frac{\left(\frac{2t}{l_b}\right)^3 \left(\frac{d}{l} + \sin \theta\right)}{\left(\frac{d_b}{l_b}\right)^2 \cos \theta G_{12}^*} \quad (d-11)$$

$$G_{12}^* = 1 + 2 \frac{d_b}{l_b} \quad (e-11)$$

$$G_{13L}^{(2)} = G_0 \frac{\frac{t}{l} \left(\frac{d}{l} + \sin \theta \right)}{\left(1 + \frac{d}{l} \right) \cos \theta} \quad (\text{b-15})$$

$$G_{13U}^{(2)} = G_0 \frac{\frac{t}{l} \left(\frac{d}{l} + \sin^2 \theta \right)}{\left(\frac{d}{l} + \sin \theta \right) \cos \theta} \quad (\text{c-15})$$

سایر خواص مؤثر هسته لانه‌زنبوری تجاری به صورت زیر محاسبه می‌شوند [27,26]:

$$E_{11}^{(2)} = [E_0 \left(\frac{t}{l_b} \right)^3 \left(\frac{d}{l} + \sin \theta \right)] / [\cos^3 \theta \left(1 + \left(\frac{t}{l_b} \right)^2 (2.4 + 1.5\nu_0 + \tan^2 \theta + 2 \frac{d}{l} \sec^2 \theta) \right)] \quad (\text{a-16})$$

$$E_{22}^{(2)} = [E_0 \left(\frac{t}{l} \right)^3 \cos \theta] / \left[\left(\frac{d}{l} + \sin \theta \right) \sin^2 \theta \left(1 + \left(\frac{t}{l} \right)^2 (2.4 + 1.5\nu_0 + \cot^2 \theta) \right) \right] \quad (\text{b-16})$$

$$E_{33}^{(2)} = E_0 \frac{\frac{t}{l} \left(\frac{d}{l} + 1 \right)}{\left(\frac{d}{l} + \sin \theta \right) \cos \theta} \quad (\text{c-16})$$

$$\rho^{(2)} = \rho_0 E_{33}^{(2)} / E_0 \quad (\text{d-16})$$

$$G_{12}^{(2)} = E_0 \frac{\left(\frac{t}{l} \right)^3 \left(\frac{d}{l} + \sin \theta \right)}{\left(\frac{d}{l} \right)^2 \left(1 + \frac{d}{4l} \right) \cos \theta} \quad (\text{e-16})$$

$$G_{23}^{(2)} = G_0 \frac{\frac{t}{l} \cos \theta}{\frac{d}{l} + \sin \theta} \quad (\text{f-16})$$

سیال داخل مخزن ایده‌آل در نظر گرفته شده است، یعنی سیال تراکم‌ناپذیر، غیر لزج و غیر چرخشی است. بعلاوه نوسانات سیال کوچک، هارمونیک و خطی فرض شده‌اند. مطابق شرط پیوستگی تابع پتانسیل سرعت باید معادله لاپلاس را ارضاء نماید [15]:

$$\nabla^2 \varphi = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial Z^2} \quad (\text{a-17})$$

$$\nabla^2 \varphi = \nabla^2 \varphi_B + \nabla^2 \varphi_S = 0 \quad (\text{b-17})$$

$$\Rightarrow \nabla^2 \varphi_B = 0, \nabla^2 \varphi_S = 0 \quad (\text{c-17})$$

به طوری که φ_B و φ_S به ترتیب توابع پتانسیل سرعت موده‌های بالچینگ (حرکت سیال ناشی در اثر ارتعاش ورق) و اسلاشینگ (امواج سطح آزاد سیال در اثر گرانش) می‌باشند.

کف مخزن ($Y = 0$) و سه دیواره قائم $X = 0, a_1$ و $Z = c$ صلب و نفوذناپذیر هستند، بنابراین برای موده‌های بالچینگ و اسلاشینگ می‌توان نوشت:

$$\left. \frac{\partial \varphi_B}{\partial X} \right|_{X=0, a_1} = 0 \quad (\text{a-18})$$

$$\left. \frac{\partial \varphi_B}{\partial Y} \right|_{Y=0} = 0 \quad (\text{b-18})$$

$$\left. \frac{\partial \varphi_B}{\partial Z} \right|_{Z=c} = 0 \quad (\text{c-18})$$

$$\left. \frac{\partial \varphi_S}{\partial X} \right|_{X=0, a_1} = 0 \quad (\text{a-19})$$

طریق مقایسه با تحلیل المان محدود سه‌بعدی - دوبعدی نشان دادند که مدلشان نسبت به مدل‌های تئوری پیشین از دقت بالاتری برخوردار است. تورنابن و همکاران [26] مدول برشی عرضی $G_{13}^{(2)}$ هسته لانه‌زنبوری کلاسیک را به صورت زیر محاسبه نمودند [26]:

$$G_{13}^{(2)} = G_{13L}^{(2)} + \frac{\frac{2}{5} \frac{h_2}{l}}{\frac{3}{4} \left(\frac{h_2}{l} \right)^2 + \frac{1}{4}} \left(G_{13U}^{(2)} - G_{13L}^{(2)} \right) \quad (\text{a-13})$$

$$G_{13L}^{(2)} = G_0 \frac{\frac{t}{l} \left(\frac{d}{l} + \sin \theta \right)}{\left(1 + 2 \frac{d}{l} \right) \cos \theta} \quad (\text{b-13})$$

$$G_{13U}^{(2)} = G_0 \frac{\frac{t}{l} \left(\frac{d}{l} + 2 \sin^2 \theta \right)}{2 \left(\frac{d}{l} + \sin \theta \right) \cos \theta} \quad (\text{c-13})$$

سایر خواص مؤثر هسته لانه‌زنبوری کلاسیک به صورت زیر محاسبه می‌شوند [27-26]:

$$E_{11}^{(2)} = [E_0 \left(\frac{t}{l} \right)^3 \left(\frac{d}{l} + \sin \theta \right)] / [\cos^3 \theta \left[1 + \left(\frac{t}{l} \right)^2 (2.4 + 1.5\nu_0 + \tan^2 \theta + 2 \frac{d}{l} \sec^2 \theta) \right]] \quad (\text{a-14})$$

$$E_{33}^{(2)} = E_0 \frac{\frac{t}{l} \left(\frac{d}{l} + 2 \right)}{2 \left(\frac{d}{l} + \sin \theta \right) \cos \theta} \quad (\text{c-14})$$

$$\rho^{(2)} = \rho_0 E_{33}^{(2)} / E_0 \quad (\text{d-14})$$

$$G_{12}^{(2)} = E_0 \frac{4 \left(\frac{t}{l} \right)^3 \left(\frac{d}{l} + \sin \theta \right)}{\left(\frac{d}{l} \right)^2 \left(4 + \frac{d}{l} \right) \cos \theta} \quad (\text{e-14})$$

$$G_{23}^{(2)} = G_0 \frac{\frac{t}{l} \cos \theta}{\frac{d}{l} + \sin \theta} \quad (\text{f-14})$$

$$v_{12}^{(2)} = \left[\left(\frac{d}{l} + \sin \theta \right) \sin \theta \left(1 + \left(\frac{t}{l} \right)^2 (1.4 + 1.5\nu_0) \right) / [\cos^2 \theta \left[1 + \left(\frac{t}{l} \right)^2 (2.4 + 1.5\nu_0 + \tan^2 \theta + 2 \frac{d}{l} \sec^2 \theta) \right]] \right] \quad (\text{g-14})$$

$$v_{21}^{(2)} = [\cos^2 \theta \left(1 + \left(\frac{t}{l} \right)^2 (1.4 + 1.5\nu_0) \right)] / \left[\left(\frac{d}{l} + \sin \theta \right) \sin \theta \left(1 + \left(\frac{t}{l} \right)^2 (2.4 + 1.5\nu_0 + \cot^2 \theta) \right) \right] \quad (\text{h-14})$$

$$v_{13}^{(2)} = v_0 \frac{E_{11}^{(2)}}{E_{33}^{(2)}} \quad (\text{i-14})$$

$$v_{23}^{(2)} = v_0 \frac{E_{22}^{(2)}}{E_{33}^{(2)}} \quad (\text{k-14})$$

$$v_{31}^{(2)} = v_{32}^{(2)} = v_0 \quad (\text{i-14})$$

تورنابن و همکاران [26] مدول برشی عرضی $G_{13}^{(2)}$ هسته لانه‌زنبوری تجاری را به صورت زیر محاسبه نمودند [26]:

$$G_{13}^{(2)} = G_{13L}^{(2)} + \frac{\frac{2}{5} \frac{h_2}{l}}{\frac{3}{4} \left(\frac{h_2}{l} \right)^2 + \frac{1}{4}} \left(G_{13U}^{(2)} - G_{13L}^{(2)} \right) \quad (\text{a-15})$$

$$\frac{1}{\hat{X}_B(X)} \frac{d^2 \hat{X}_B}{dX^2} = -\Pi_X^{B^2} \Rightarrow \frac{d^2 \hat{X}_B}{dX^2} + \Pi_X^{B^2} \cdot \hat{X}_B(X) = 0 \quad (28)$$

$$\frac{1}{\hat{Y}_B(Y)} \frac{d^2 \hat{Y}_B}{dY^2} = -\Pi_Y^{B^2} \Rightarrow \frac{d^2 \hat{Y}_B}{dY^2} + \Pi_Y^{B^2} \cdot \hat{Y}_B(Y) = 0 \quad (29)$$

$$\frac{1}{\hat{Z}_B(Z)} \frac{d^2 \hat{Z}_B}{dZ^2} = \Pi_X^{B^2} + \Pi_Y^{B^2} \Rightarrow \quad (30)$$

$$\frac{d^2 \hat{Z}_B}{dZ^2} - (\Pi_X^{B^2} + \Pi_Y^{B^2}) \hat{Z}_B(Z) = 0$$

$$\frac{1}{\hat{X}_S(X)} \frac{d^2 \hat{X}_S}{dX^2} = -\Pi_X^{S^2} \Rightarrow \frac{d^2 \hat{X}_S}{dX^2} + \Pi_X^{S^2} \cdot \hat{X}_S(X) = 0 \quad (31)$$

$$\frac{1}{\hat{Y}_S(Y)} \frac{d^2 \hat{Y}_S}{dY^2} = \Pi_X^{S^2} + \Pi_Z^{S^2} \Rightarrow \quad (32)$$

$$\frac{d^2 \hat{Y}_S}{dY^2} - (\Pi_X^{S^2} + \Pi_Z^{S^2}) \hat{Y}_S(Y) = 0$$

$$\frac{1}{\hat{Z}_S(Z)} \frac{d^2 \hat{Z}_S}{dZ^2} = -\Pi_Z^{S^2} \Rightarrow \frac{d^2 \hat{Z}_S}{dZ^2} + \Pi_Z^{S^2} \cdot \hat{Z}_S(Z) = 0 \quad (33)$$

با این فرض که Π_X^B یک عدد موهومی خالص است، از معادلات (28) و (18) نتیجه می‌شود:

$$\hat{X}_B(X) = \cos\left(\frac{k_1 \pi}{a_1} X\right); (k_1 = 0, 1, 2, \dots) \quad (34)$$

همین‌طور با این فرض که Π_Y^B یک عدد موهومی خالص است، از معادلات (29)، (18) و (22) نتیجه می‌شود:

$$\hat{Y}_B(Y) = \cos\left(\frac{(2k_2 + 1)\pi}{2b_1} Y\right); (k_2 = 0, 1, 2, \dots) \quad (35)$$

سرانجام با حل معادله دیفرانسیل (30) به‌همراه شرط مرزی (18) نتیجه می‌شود:

$$\hat{Z}_B(Z) = \cosh(p_{k_1 k_2} Z) \quad (36-a)$$

$$- \tanh(p_{k_1 k_2} c) \sinh(p_{k_1 k_2} Z) \quad (36-b)$$

$$p_{k_1 k_2} = \pi \sqrt{\left(\frac{k_1}{a_1}\right)^2 + \left(\frac{(2k_2 + 1)}{2b_1}\right)^2}$$

با جای‌گذاری معادلات (34) تا (36) در معادله (23) و اضافه نمودن ترم زمانی در قالب سری‌های فوریه، φ_B به‌دست می‌آید:

$$\varphi_B(X, Y, Z, t) = \sum_{k_1=0}^{M_B} \sum_{k_2=0}^{N_B} \hat{T}_{B k_1 k_2}(t) \hat{X}_{B k_1}(X) \hat{Y}_{B k_2}(Y) \hat{Z}_{B k_1 k_2}(Z) \quad (37)$$

با جای‌گذاری معادله (37) در (20) ضرایب وابسته به زمان مود بال‌جینگ (یعنی $\hat{T}_{B k_1 k_2}(t)$) بر حسب توابعی از جابجایی عرضی ورق ساندویچی (یعنی w_0) به‌دست می‌آیند:

$$\hat{T}_{B k_1 k_2}(t) = \frac{2(2 - \delta_{0k_1})}{-a_1 b_1 p_{k_1 k_2} \tanh(p_{k_1 k_2} c)} \quad (38)$$

$$\left. \frac{\partial \varphi_S}{\partial Y} \right|_{Y=0} = 0 \quad (b-19)$$

$$\left. \frac{\partial \varphi_S}{\partial Z} \right|_{Z=c} = 0 \quad (c-19)$$

شرایط کوپلینگ دینامیکی در دیواره قائم $Z=0$ (برای مودهای بال‌جینگ و اسلاشینگ) را می‌توان به‌صورت زیر بیان نمود:

$$\left. \frac{\partial \varphi_B}{\partial Z} \right|_{Z=0} = \begin{cases} \frac{\partial w_0}{\partial t}; & X_0 \leq X \leq X_0 + a; \quad Y_0 \leq Y \leq b_1 \\ 0; & \text{در ناحیه دیواره صلب مرطوب} \end{cases} \quad (20)$$

$$\left. \frac{\partial \varphi_S}{\partial Z} \right|_{Z=0} = 0 \quad (21)$$

فشار نسبی در سطح آزاد سیال برابر صفر است، بنابراین برای مود بال‌جینگ می‌توان نوشت:

$$-\rho_F \left. \frac{\partial \varphi_B}{\partial t} \right|_{Y=b_1} = 0 \Rightarrow \left. \frac{\partial \varphi_B}{\partial t} \right|_{Y=b_1} = 0$$

$$\xrightarrow{\text{harmonic}} \varphi_B = 0 \quad \text{at } Y = b_1 \quad (22)$$

به‌طوری‌که ρ_F چگالی سیال است. برای حل دو معادله لاپلاس موجود در معادله (17) از روش جداسازی متغیرها استفاده شده است. برای این منظور ابتدا توابع پتانسیل سرعت مودهای بال‌جینگ و اسلاشینگ به‌صورت زیر نوشته شده‌اند:

$$\varphi_B(X, Y, Z, t) = \hat{T}_B(t) \cdot \hat{X}_B(X) \cdot \hat{Y}_B(Y) \cdot \hat{Z}_B(Z) \quad (23)$$

$$\varphi_S(X, Y, Z, t) = \hat{T}_S(t) \cdot \hat{X}_S(X) \cdot \hat{Y}_S(Y) \cdot \hat{Z}_S(Z) \quad (24)$$

به‌طوری‌که $\hat{T}_B(t)$ و $\hat{T}_S(t)$ به‌ترتیب ضرایب وابسته به زمان مودهای بال‌جینگ و اسلاشینگ هستند و می‌توان آن‌ها را به‌صورت زیر بیان کرد:

$$\begin{cases} \hat{T}_B(t) \\ \hat{T}_S(t) \end{cases} = -i\omega \begin{Bmatrix} T_B \\ T_S \end{Bmatrix} \exp(-i\omega t) \quad (25)$$

به‌طوری‌که ω بیانگر فرکانس طبیعی سیستم بر حسب رادیان بر ثانیه است. با جای‌گذاری معادلات (23) و (24) در معادله (17)، معادلات زیر حاصل می‌شوند:

$$\frac{1}{\hat{X}_B(X)} \frac{d^2 \hat{X}_B}{dX^2} + \frac{1}{\hat{Y}_B(Y)} \frac{d^2 \hat{Y}_B}{dY^2} + \frac{1}{\hat{Z}_B(Z)} \frac{d^2 \hat{Z}_B}{dZ^2} = 0 \quad (26)$$

$$\frac{1}{\hat{X}_S(X)} \frac{d^2 \hat{X}_S}{dX^2} + \frac{1}{\hat{Y}_S(Y)} \frac{d^2 \hat{Y}_S}{dY^2} + \frac{1}{\hat{Z}_S(Z)} \frac{d^2 \hat{Z}_S}{dZ^2} = 0 \quad (27)$$

از هر یک از معادلات فوق، سه معادله دیفرانسیل معمولی به‌صورت زیر قابل استخراج است:

همچنین $\Delta_{F,S}$ جابجایی سطح آزاد سیال است، به طوری که رابطه زیر برای آن برقرار می‌باشد:

$$\frac{\partial \Delta_{F,S}}{\partial t} = \frac{\partial \varphi}{\partial Y} \Big|_{Y=b_1} = \frac{\partial \varphi_B}{\partial Y} \Big|_{Y=b_1} + \frac{\partial \varphi_S}{\partial Y} \Big|_{Y=b_1} \quad (45)$$

با توجه به معادلات (43) و (44) سه رابطه زیر به دست می‌آیند:

$$\frac{\partial}{\partial X} \left[\frac{\partial \varphi}{\partial t} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial \varphi}{\partial X} \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial Y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial Z} \right)^2 \right] \right] = 0$$

$$at Y = b_1 + \Delta_{F,S} \quad (46)$$

$$\frac{\partial}{\partial Y} \left[\frac{\partial \varphi}{\partial t} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial \varphi}{\partial X} \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial Y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial Z} \right)^2 \right] \right] = -g$$

$$at Y = b_1 + \Delta_{F,S} \quad (47)$$

$$\frac{\partial}{\partial Z} \left[\frac{\partial \varphi}{\partial t} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial \varphi}{\partial X} \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial Y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial Z} \right)^2 \right] \right] = 0$$

$$at Y = b_1 + \Delta_{F,S} \quad (48)$$

در معادله (47) پس از صرف نظر از ترم‌های غیرخطی و انجام عملیات انتگرال‌گیری نامعین، رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} \Big|_{Y=b_1+\Delta_{F,S}} = -gY + cte = -g\Delta_{F,S} - gb_1 + cte \quad (49)$$

سمت چپ معادله فوق را می‌توان با اعمال بسط تیلور بازنویسی نمود:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} \Big|_{Y=b_1+\Delta_{F,S}} = \frac{\partial \varphi}{\partial t} \Big|_{Y=b_1} + \Delta_{F,S} \frac{\partial}{\partial Y} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial t} \right) \Big|_{Y=b_1} + \dots$$

$$\approx \frac{\partial \varphi}{\partial t} \Big|_{Y=b_1} \quad (50)$$

با جای‌گذاری معادلات (50) در (49) و انجام مشتق‌گیری زمانی از طرفین معادله حاصله، رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} \Big|_{Y=b_1} + g \frac{\partial \Delta_{F,S}}{\partial t} = 0 \quad (51)$$

با جای‌گذاری معادلات (22) و (45) در معادله فوق، معادله زیر حاصل می‌شود:

$$\frac{\partial^2 \varphi_S}{\partial t^2} \Big|_{Y=b_1} + g \left(\frac{\partial \varphi_B}{\partial Y} \Big|_{Y=b_1} + \frac{\partial \varphi_S}{\partial Y} \Big|_{Y=b_1} \right) = 0 \quad (a-52)$$

$$\Rightarrow \int_0^{a_1} \int_0^c \left[\frac{\partial^2 \varphi_S}{\partial t^2} \Big|_{Y=b_1} + g \left(\frac{\partial \varphi_B}{\partial Y} \Big|_{Y=b_1} + \frac{\partial \varphi_S}{\partial Y} \Big|_{Y=b_1} \right) \right] \delta \varphi_S(X, b_1, Z, t) dZ dX = 0 \quad (b-52)$$

به طوری که δ عملگر تغییراتی است.

$$\int_{X_0}^{X_0+a} \int_{Y_0}^{b_1} \frac{\partial w_0}{\partial t} \hat{X}_{B_{k_1}}(X) \hat{Y}_{B_{k_2}}(Y) dY dX$$

به طریق مشابه با این فرض که Π_X^S یک عدد موهومی خالص است، از معادلات (25) و (22) نتیجه می‌شود:

$$\hat{X}_S(X) = \cos\left(\frac{k_1 \pi}{a_1} X\right); (k_1 = 0, 1, 2, \dots) \quad (39)$$

همین‌طور با این فرض که Π_Z^S یک عدد موهومی خالص است، از معادلات (33)، (19) و (21) نتیجه می‌شود:

$$\hat{Z}_S(X) = \cos\left(\frac{k_2 \pi}{c} Z\right); (k_2 = 0, 1, 2, \dots) \quad (40)$$

سرانجام با حل معادله دیفرانسیل (48) به همراه شرط مرزی (19) نتیجه می‌شود:

$$\hat{Y}_S(Y) = \cosh(q_{k_1 k_2} Y) \quad (a-41)$$

$$q_{k_1 k_2} = \pi \sqrt{\left(\frac{k_1}{a_1}\right)^2 + \left(\frac{k_2}{c}\right)^2} \quad (b-41)$$

با جای‌گذاری معادلات (39) تا (41) در معادله (24) و اضافه نمودن ترم زمانی در قالب سری‌های فوریه، φ_S به دست می‌آید:

$$\varphi_S(X, Y, Z, t) = \sum_{k_1=0}^{M_S} \sum_{k_2=0}^{N_S} \hat{T}_{S_{k_1 k_2}}(t) \hat{X}_{S_{k_1}}(X) \hat{Y}_{S_{k_1 k_2}}(Y) \hat{Z}_{S_{k_2}}(Z) \quad (42)$$

3-2- معادله اسلاشینگ خطی در سطح آزاد سیال برای تئوری تک‌لایه معادل معادله ناویر - استوکس در سطح آزاد سیال ایده‌آل به صورت زیر می‌باشد:

$$\frac{D(\vec{\nabla} \varphi)}{Dt} \Big|_{Y=b_1+\Delta_{F,S}} = \vec{g} \quad (a-43)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{D(\varphi, X)}{Dt} \Big|_{Y=b_1+\Delta_{F,S}} \\ \frac{D(\varphi, Y)}{Dt} \Big|_{Y=b_1+\Delta_{F,S}} \\ \frac{D(\varphi, Z)}{Dt} \Big|_{Y=b_1+\Delta_{F,S}} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} 0 \\ -g \\ 0 \end{array} \right\} \quad (b-43)$$

به طوری که g شتاب گرانشی است و $\frac{D}{Dt}$ نشان‌دهنده مشتق مادی به صورت زیر است:

$$\frac{D(?) }{Dt} = \frac{\partial (?) }{\partial t} + (\vec{\nabla} \varphi) \cdot (\vec{\nabla} (?)) \quad (44)$$

4-2- انرژی‌های جنبشی سیال برای تئوری تک‌لایه معادل

انرژی جنبشی که سیال به ورق وارد می‌کند، به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$T_F = \frac{1}{2} \rho_F \int_{X_0}^{X_0+a} \int_{Y_0}^{Y_0+b} \int_0^c (\nabla \varphi)(\nabla \varphi) dZ dY dX \quad (53)$$

با استفاده از قضیه دیورژانس، معادله فوق به صورت زیر ساده می‌شود:

$$T_F = -\frac{1}{2} \rho_F \int_{X_0}^{X_0+a} \int_{Y_0}^{Y_0+b} \left(\varphi \frac{\partial \varphi}{\partial Z} \right) \Big|_{Z=0} dY dX \quad (a-54)$$

$$\Rightarrow T_F = T_{FB} + T_{FS} = -\frac{1}{2} \rho_F \int_{X_0}^{X_0+a} \int_{Y_0}^{Y_0+b} (\varphi_B|_{Z=0} + \varphi_S|_{Z=0}) \frac{\partial w_0}{\partial t} dY dX \quad (b-54)$$

به طوری که T_{FB} و T_{FS} به ترتیب انرژی‌های جنبشی موده‌های بالچینگ و اسلاشینگ سیال هستند.

2-5- استخراج معادلات حاکم و شرایط مرزی برای تئوری تک‌لایه معادل

به منظور استخراج معادلات حرکت و شرایط مرزی از اصل همپلتون استفاده شده است:

$$\int_0^t \delta (T_P - U_S + \varrho (T_{FB} + T_{FS})) dt = 0 \quad (55)$$

با جای‌گذاری معادلات (7)، (8) و (54) در معادله فوق، انجام عملیات انتگرال‌گیری جزء به جزء و مساوی صفر قرار دادن ضرایب مولفه‌های جابجایی مجازی، معادلات دیفرانسیل زیر به دست می‌آیند:

$$\delta w_0 \Rightarrow \sum_{i=1}^3 \left[-\frac{\partial^2 M_{xx}^{(i)}}{\partial x^2} - 2 \frac{\partial^2 M_{xy}^{(i)}}{\partial x \partial y} - \frac{\partial^2 M_{yy}^{(i)}}{\partial y^2} + \frac{\partial T_{xz}^{(i)}}{\partial x} + \frac{\partial T_{yz}^{(i)}}{\partial y} - I_0^{(i)} \ddot{w}_0 + I_1^{(i)} \left(\frac{\partial^2 \ddot{w}_0}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \ddot{w}_0}{\partial y^2} \right) + I_3^{(i)} \left(\frac{\partial \ddot{\psi}_x}{\partial x} + \frac{\partial^2 \ddot{\psi}_y}{\partial y} \right) + \varrho \rho_F (\varphi_B(X, Y, 0, t) + \frac{1}{2} \varphi_S(X, Y, 0, t)) \right] = 0 \quad (56)$$

$$\delta \psi_x \Rightarrow \sum_{i=1}^3 \left[\frac{\partial P_{xx}^{(i)}}{\partial x} + \frac{\partial P_{xy}^{(i)}}{\partial y} - T_{xz}^{(i)} - I_2^{(i)} \ddot{\psi}_x - I_3^{(i)} \frac{\partial \ddot{w}_0}{\partial x} \right] = 0 \quad (57)$$

$$\delta \psi_y \Rightarrow \sum_{i=1}^3 \left[\frac{\partial P_{xy}^{(i)}}{\partial x} + \frac{\partial P_{yy}^{(i)}}{\partial y} - T_{yz}^{(i)} - I_2^{(i)} \ddot{\psi}_y - I_3^{(i)} \frac{\partial \ddot{w}_0}{\partial y} \right] = 0 \quad (58)$$

به طوری که در معادلات فوق، ممان‌های جرمی اینرسی و منتجه‌های تنش به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\left(I_0^{(i)}, I_1^{(i)}, I_2^{(i)}, I_3^{(i)} \right) = \int_{z_i^*}^{z_i^{**}} \left(1, g^2(z + \frac{h}{2}), f^2(z + \frac{h}{2}), g(z + \frac{h}{2}) f(z + \frac{h}{2}) \right) \rho^{(i)} dz_i \quad (59)$$

$$\left(M_{xx}^{(i)}, M_{xy}^{(i)}, M_{yy}^{(i)} \right) = \int_{z_i^*}^{z_i^{**}} \left(\sigma_{xx}^{(i)}, \tau_{xy}^{(i)}, \sigma_{yy}^{(i)} \right) g(z) + \varrho \left(\frac{h}{2} \right) dz_i \quad (a-60)$$

$$\left(P_{xx}^{(i)}, P_{xy}^{(i)}, P_{yy}^{(i)} \right) = \int_{z_i^*}^{z_i^{**}} \left(\sigma_{xx}^{(i)}, \tau_{xy}^{(i)}, \sigma_{yy}^{(i)} \right) f(z) + \varrho \left(\frac{h}{2} \right) dz_i \quad (b-60)$$

$$\left(T_{xz}^{(i)}, T_{yz}^{(i)} \right) = \int_{z_i^*}^{z_i^{**}} \left(\tau_{xz}^{(i)}, \tau_{yz}^{(i)} \right) f'(z + \frac{h}{2}) dz_i \quad (c-60)$$

همچنین با استفاده از اصل همپلتون، شرایط مرزی ضروری (یا جابجایی) و طبیعی (یا نیرو) در لبه‌های ورق ساندویچی به دست می‌آیند. در حالت تماس با سیال فرض شده است که هر چهار لبه دارای تکیه‌گاه ساده هستند (شرایط مرزی ناویر)، در حالی که در حالت عدم تماس سیال، لبه‌های $x = a$ و $x = 0$ دارای تکیه‌گاه ساده بوده و لبه‌های $y = b$ و $y = 0$ دارای ترکیب‌هایی دلخواه از شرایط مرزی گیردار، ساده و آزاد هستند (شرایط مرزی نوع لوی).

شرایط مرزی تکیه‌گاه ساده در لبه‌های $x = a$ و $x = 0$:

$$w_0 = 0 \quad (61)$$

$$\psi_y = 0 \quad (62)$$

$$\sum_{i=1}^3 M_{xx}^{(i)} = 0 \quad (63)$$

$$\sum_{i=1}^3 P_{xx}^{(i)} = 0 \quad (64)$$

شرایط مرزی گیردار در لبه‌های $y = b$ و $y = 0$:

$$w_0 = 0 \quad (65)$$

$$\frac{\partial w_0}{\partial y} = 0 \quad (66)$$

$$\psi_x = 0 \quad (67)$$

$$\psi_y = 0 \quad (68)$$

شرایط مرزی تکیه‌گاه ساده در لبه‌های $y = b$ و $y = 0$:

$$w_0 = 0 \quad (69)$$

$$\psi_x = 0 \quad (70)$$

$$\sum_{i=1}^3 M_{yy}^{(i)} = 0 \quad (71)$$

$$\sum_{i=1}^3 P_{yy}^{(i)} = 0 \quad (72)$$

شرایط مرزی آزاد در لبه‌های $y = b$ و $y = 0$:

$$L_{11} = \sum_{i=1}^3 \left[-A_1^{(i)} \frac{\partial^4}{\partial x^4} - C_1^{(i)} \frac{\partial^4}{\partial y^4} - 2(B_1^{(i)} + 2D_1^{(i)}) \frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial y^2} + (E_0^{(i)} + E_2^{(i)}) \frac{\partial^2}{\partial x^2} + (F_0^{(i)} + F_2^{(i)}) \frac{\partial^2}{\partial y^2} - I_0^{(i)} \frac{\partial^2}{\partial t^2} + I_1^{(i)} \left(\frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial t^2} + \frac{\partial^4}{\partial y^2 \partial t^2} \right) \right] \quad (82)$$

$$L_{12} = -L_{21} = \sum_{i=1}^3 \left[-A_0^{(i)} \frac{\partial^3}{\partial x^3} - (B_0^{(i)} + 2D_0^{(i)}) \frac{\partial^3}{\partial x \partial y^2} + (E_0^{(i)} + E_2^{(i)}) \frac{\partial}{\partial x} + I_3^{(i)} \frac{\partial^3}{\partial x \partial t^2} \right] \quad (83)$$

$$L_{13} = L_{31} = \sum_{i=1}^3 \left[-C_0^{(i)} \frac{\partial^3}{\partial y^3} - (B_0^{(i)} + 2D_0^{(i)}) \frac{\partial^3}{\partial x^2 \partial y} + (F_0^{(i)} + F_2^{(i)}) \frac{\partial}{\partial y} + I_3^{(i)} \frac{\partial^3}{\partial y \partial t^2} \right] \quad (84)$$

$$L_{22} = \sum_{i=1}^3 \left[A_2^{(i)} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + D_2^{(i)} \frac{\partial^2}{\partial y^2} - E_1^{(i)} - I_2^{(i)} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right] \quad (85)$$

$$L_{23} = \sum_{i=1}^3 (B_2^{(i)} + D_2^{(i)}) \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} = -L_{32} \quad (86)$$

$$L_{33} = \sum_{i=1}^3 \left[-D_2^{(i)} \frac{\partial^2}{\partial x^2} - C_2^{(i)} \frac{\partial^2}{\partial y^2} + F_1^{(i)} + I_2^{(i)} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right] \quad (87)$$

6-2- محاسبه ضرایب تصحیح برشی

در این بخش به منظور اصلاح اثر پیوستگی تنش‌های برشی عرضی بین لایه‌ها از روش توسعه داده شده توسط هوان [28] استفاده شده است. در گام نخست با استفاده از روابط زیر انرژی‌های کرنشی برشی عرضی برای ورق ساندویچی محاسبه می‌شوند [28]:

$$U_{S13} = \frac{1}{2} \int_0^a \int_0^b \sum_{i=1}^3 Q_{55}^{(i)} \int_{z_i^*}^{z_i^{**}} \gamma_{xz}^2 dz_i dy dx \quad (88)$$

$$U_{S23} = \frac{1}{2} \int_0^a \int_0^b \sum_{i=1}^3 Q_{44}^{(i)} \int_{z_i^*}^{z_i^{**}} \gamma_{yz}^2 dz_i dy dx \quad (89)$$

از طرفی مطابق معادلات الاستیسیته سه‌بعدی، تنش‌های برشی عرضی به صورت زیر می‌باشند [28]:

$$\hat{t}_{xz}^{(i)} = \int_{z_i^*}^{z_i^{**}} (\rho^{(i)} \ddot{u} - \sigma_{xx,x}^{(i)} - \tau_{xy,y}^{(i)}) dz_i + \hat{t}_{xz}^{(i-1)} \quad (90)$$

$$\hat{t}_{yz}^{(i)} = \int_{z_i^*}^{z_i^{**}} (\rho^{(i)} \ddot{v} - \tau_{xy,x}^{(i)} - \sigma_{yy,y}^{(i)}) dz_i + \hat{t}_{yz}^{(i-1)} \quad (91)$$

به طوری که علامت () بیانگر مقادیر به دست آمده از معادلات الاستیسیته سه‌بعدی است.

با توجه به معادلات (90) و (91)، انرژی‌های کرنشی برشی عرضی به صورت زیر به دست می‌آیند [28]:

$$\sum_{i=1}^3 \left(2 \frac{\partial M_{xy}^{(i)}}{\partial x} + \frac{\partial M_{yy}^{(i)}}{\partial y} - T_{yz}^{(i)} - I_1^{(i)} \frac{\partial \ddot{w}_0}{\partial y} - I_3^{(i)} \ddot{\psi}_x \right) = 0 \quad (73)$$

$$\sum_{i=1}^3 M_{yy}^{(i)} = 0 \quad (74)$$

$$\sum_{i=1}^3 P_{xy}^{(i)} = 0 \quad (75)$$

$$\sum_{i=1}^3 P_{yy}^{(i)} = 0 \quad (76)$$

منتجه‌های تنش را می‌توان به صورت روابط زیر برحسب مولفه‌های جابجایی بیان نمود:

$$M_{xx}^{(i)} = A_1^{(i)} w_{0,xx} + B_1^{(i)} w_{0,yy} + A_0^{(i)} \psi_{x,x} + B_0^{(i)} \psi_{y,y} \quad (a-77)$$

$$M_{xy}^{(i)} = 2D_1^{(i)} w_{0,xy} + D_0^{(i)} (\psi_{x,y} + \psi_{y,x}) \quad (b-77)$$

$$M_{yy}^{(i)} = B_1^{(i)} w_{0,xx} + C_1^{(i)} w_{0,yy} + B_0^{(i)} \psi_{x,x} + C_0^{(i)} \psi_{y,y} \quad (c-77)$$

$$P_{xx}^{(i)} = A_0^{(i)} w_{0,xx} + B_0^{(i)} w_{0,yy} + A_2^{(i)} \psi_{x,x} + B_2^{(i)} \psi_{y,y} \quad (d-77)$$

$$P_{xy}^{(i)} = 2D_0^{(i)} w_{0,xy} + D_2^{(i)} (\psi_{x,y} + \psi_{y,x}) \quad (e-77)$$

$$P_{yy}^{(i)} = B_0^{(i)} w_{0,xx} + C_0^{(i)} w_{0,yy} + B_2^{(i)} \psi_{x,x} + C_2^{(i)} \psi_{y,y} \quad (f-77)$$

$$T_{xz}^{(i)} = (E_0^{(i)} + E_2^{(i)}) w_{0,x} + E_1^{(i)} \psi_x \quad (g-77)$$

$$T_{yz}^{(i)} = (F_0^{(i)} + F_2^{(i)}) w_{0,y} + F_1^{(i)} \psi_y \quad (h-77)$$

$$\begin{bmatrix} A_0 & A_1 & A_2 \\ B_0 & B_1 & B_2 \\ C_0 & C_1 & C_2 \\ D_0 & D_1 & D_2 \end{bmatrix}^{(i)} = \int_{z_i^*}^{z_i^{**}} \begin{Bmatrix} Q_{11} \\ Q_{12} \\ Q_{22} \\ Q_{66} \end{Bmatrix}^{(i)} \left\{ g \left(z + \frac{h}{2} \right) f \left(z + \frac{h}{2} \right) \quad g^2 \left(z + \frac{h}{2} \right) \quad f^2 \left(z + \frac{h}{2} \right) \right\} dz_i \quad (a-78)$$

$$\begin{bmatrix} E_0 & E_1 & E_2 \\ F_0 & F_1 & F_2 \end{bmatrix}^{(i)} = \int_{z_i^*}^{z_i^{**}} \begin{Bmatrix} Q_{55} \\ Q_{44} \end{Bmatrix}^{(i)} \left\{ f' \left(z + \frac{h}{2} \right) \quad f'^2 \left(z + \frac{h}{2} \right) \quad g' \left(z + \frac{h}{2} \right) f' \left(z + \frac{h}{2} \right) \right\} dz_i \quad (b-78)$$

با جای‌گذاری معادله (77) در معادلات (56) تا (58)، معادلات حاکم برحسب مولفه‌های جابجایی به دست می‌آیند:

$$\delta w_0 \Rightarrow L_{11} w_0(x, y, t) + L_{12} \psi_x(x, y, t) + L_{13} \psi_y(x, y, t) = 0 \quad (79)$$

$$\delta \psi_x \Rightarrow L_{21} w_0(x, y, t) + L_{22} \psi_x(x, y, t) + L_{23} \psi_y(x, y, t) = 0 \quad (80)$$

$$\delta \psi_y \Rightarrow L_{31} w_0(x, y, t) + L_{32} \psi_x(x, y, t) + L_{33} \psi_y(x, y, t) = 0 \quad (81)$$

به طوری که

$$L_{11}^{(m)} = \xi_1^{(m)} \frac{d^4}{dy^4} + \xi_2^{(m)} \frac{d^2}{dy^2} + \xi_3^{(m)} = \sum_{i=1}^3 \left[-A_1^{(i)} \left(\frac{m\pi}{a} \right)^4 - C_1^{(i)} \frac{d^4}{dy^4} + 2(B_1^{(i)} + 2D_1^{(i)}) \left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 \frac{d^2}{dy^2} - (E_0^{(i)} + E_2^{(i)}) \left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 + (F_0^{(i)} + F_2^{(i)}) \frac{d^2}{dy^2} + I_0^{(i)} \omega_m^2 + I_1^{(i)} \omega_m^2 \left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 - \frac{d^2}{dy^2} \right] \quad (102)$$

$$L_{12}^{(m)} = L_{21}^{(m)} = \xi_4^{(m)} \frac{d^2}{dy^2} + \xi_5^{(m)} = \sum_{i=1}^3 \left[-A_0^{(i)} \left(\frac{m\pi}{a} \right)^3 + (B_0^{(i)} + 2D_0^{(i)}) \frac{m\pi}{a} \frac{d^2}{dy^2} - (E_0^{(i)} + E_2^{(i)}) \frac{m\pi}{a} + I_3^{(i)} \frac{m\pi}{a} \omega_m^2 \right] \quad (103)$$

$$L_{13}^{(m)} = L_{31}^{(m)} = \xi_6^{(m)} \frac{d^3}{dy^3} + \xi_7^{(m)} \frac{d}{dy} = \sum_{i=1}^3 \left[-C_0^{(i)} \frac{d^3}{dy^3} + (B_0^{(i)} + 2D_0^{(i)}) \left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 \frac{d}{dy} + (F_0^{(i)} + F_2^{(i)}) \frac{d}{dy} - I_3^{(i)} \omega_m^2 \frac{d}{dy} \right] \quad (104)$$

$$L_{22}^{(m)} = \xi_8^{(m)} \frac{d^2}{dy^2} + \xi_9^{(m)} = \sum_{i=1}^3 \left[-A_2^{(i)} \left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 + D_2^{(i)} \frac{d^2}{dy^2} + I_2^{(i)} \omega_m^2 - E_1^{(i)} \right] \quad (105)$$

$$L_{23}^{(m)} = L_{32}^{(m)} = \sum_{i=1}^3 \left[B_2^{(i)} + D_2^{(i)} \right] \frac{m\pi}{a} \frac{d}{dy} = \xi_{10}^{(m)} \frac{d}{dy} \quad (106)$$

$$L_{33}^{(m)} = \xi_{11}^{(m)} \frac{d^2}{dy^2} + \xi_{12}^{(m)} = \sum_{i=1}^3 \left[D_2^{(i)} \left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 - C_2^{(i)} \frac{d^2}{dy^2} - I_2^{(i)} \omega_m^2 + F_1^{(i)} \right] \quad (107)$$

پس از اعمال قانون کرامر بر روی معادلات (99) و (100) می‌توان

نوشت:

$$\begin{vmatrix} L_{12}^{(m)} & L_{13}^{(m)} \\ L_{22}^{(m)} & L_{23}^{(m)} \end{vmatrix} \psi_{x_m}(y) = - \begin{vmatrix} L_{11}^{(m)} & L_{13}^{(m)} \\ L_{21}^{(m)} & L_{23}^{(m)} \end{vmatrix} W_{0_m}(y) \quad (108)$$

$$\begin{vmatrix} L_{12}^{(m)} & L_{13}^{(m)} \\ L_{22}^{(m)} & L_{23}^{(m)} \end{vmatrix} \psi_{y_m}(y) = \begin{vmatrix} L_{11}^{(m)} & L_{12}^{(m)} \\ L_{21}^{(m)} & L_{22}^{(m)} \end{vmatrix} W_{0_m}(y) \quad (109)$$

پس از جای‌گذاری معادلات فوق در معادله (101) می‌توان نوشت:

$$(L_{31}^{(m)} + L_{32}^{(m)}) \frac{- \begin{vmatrix} L_{11}^{(m)} & L_{13}^{(m)} \\ L_{21}^{(m)} & L_{23}^{(m)} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} L_{12}^{(m)} & L_{13}^{(m)} \\ L_{22}^{(m)} & L_{23}^{(m)} \end{vmatrix}} + L_{33}^{(m)} \frac{\begin{vmatrix} L_{11}^{(m)} & L_{12}^{(m)} \\ L_{21}^{(m)} & L_{22}^{(m)} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} L_{12}^{(m)} & L_{13}^{(m)} \\ L_{22}^{(m)} & L_{23}^{(m)} \end{vmatrix}} W_{0_m}(y) = 0 \Rightarrow \quad (110)$$

$$\bar{U}_{S_{13}} = \frac{1}{2} \int_0^a \int_0^b \sum_{i=1}^3 \frac{1}{Q_{55}^{(i)}} \int_{z_i^*}^{z_i^{**}} \hat{t}_{xz}^{(i)2} dz_i dy dx \quad (92)$$

$$\bar{U}_{S_{23}} = \frac{1}{2} \int_0^a \int_0^b \sum_{i=1}^3 \frac{1}{Q_{44}^{(i)}} \int_{z_i^*}^{z_i^{**}} \hat{t}_{yz}^{(i)2} dz_i dy dx \quad (93)$$

ضریب تصحیح برشی κ_{13} از طریق مقایسه معادلات (88) و (90) به‌دست می‌آید و ضریب تصحیح برشی κ_{23} نیز از طریق مقایسه معادلات (89) و (93) به‌دست می‌آید. به‌علت تأثیر قابل توجه این ضرایب بر روی فرکانس‌های طبیعی، مطابق معادلات زیر از یک فرآیند تکراری برای محاسبه آن‌ها استفاده شده است [22]:

$$\kappa_{13}^{k+1} = \frac{U_{S_{13}}^k}{\bar{U}_{S_{13}}^k} \quad (94)$$

$$\kappa_{23}^{k+1} = \frac{U_{S_{23}}^k}{\bar{U}_{S_{23}}^k} \quad (95)$$

به‌طوری‌که k شمارنده تکرار است. فرآیند فوق تا رسیدن به همگرایی مطلوب تکرار می‌شود. با جای‌گذاری معادلات فوق در معادله (13) و جای‌گذاری معادلات حاصله در اصل همیلتون، انرژی‌های کرنشی برشی عرضی سازگار با تئوری مرتبه سوم ردی جایگزین انرژی‌های کرنشی سازگار با معادلات الاستیسیته سه‌بعدی می‌شوند و در نتیجه تقیصه تئوری مرتبه سوم ردی برای ورق‌های ساندویچی از دیدگاه انرژی اصلاح می‌شود.

7-2- فرآیند حل معادلات حاکم برای تئوری تک‌لایه معادل، شرایط مرزی لوی و در حالت عدم تماس سیال

با توجه به شرایط مرزی تکیه‌گاه ساده در لبه‌های $x=0$ و $x=a$ ، مولفه‌های جابجایی را می‌توان به‌گونه‌ای ساده کرد که شرایط مرزی ضروری یعنی معادلات (61) و (62) را ارضاء نمایند.

$$w_0(x, y, t) = \sum_{m=0}^{\infty} W_{0_m}(y) \sin(\mu_m x) \exp(-i\omega_m t) \quad (96)$$

$$\psi_x(x, y, t) = \sum_{m=0}^{\infty} \Psi_{x_m}(y) \cos(\mu_m x) \exp(-i\omega_m t) \quad (97)$$

$$\psi_y(x, y, t) = \sum_{m=1}^{\infty} \Psi_{y_m}(y) \sin(\mu_m x) \exp(-i\omega_m t) \quad (98)$$

با جای‌گذاری معادلات فوق در معادلات (79) تا (81) معادلات زیر به‌دست می‌آیند:

$$L'_{11}{}^{(m)} W_{0_m}(y) + L'_{12}{}^{(m)} \Psi_{x_m}(y) + L'_{13}{}^{(m)} \Psi_{y_m}(y) = 0 \quad (99)$$

$$L'_{21}{}^{(m)} W_{0_m}(y) + L'_{22}{}^{(m)} \Psi_{x_m}(y) + L'_{23}{}^{(m)} \Psi_{y_m}(y) = 0 \quad (100)$$

$$L'_{31}{}^{(m)} W_{0_m}(y) + L'_{32}{}^{(m)} \Psi_{x_m}(y) + L'_{33}{}^{(m)} \Psi_{y_m}(y) = 0 \quad (101)$$

به‌طوری‌که

$$K_2^{(m)} = \xi_2^{(m)} \xi_9^{(m)} \xi_{12}^{(m)} + \xi_3^{(m)} \xi_8^{(m)} \xi_{12}^{(m)} + \xi_9^{(m)} \xi_{11}^{(m)} 2\xi_5^{(m)} \xi_7^{(m)} \xi_{10}^{(m)} - \xi_9^{(m)} \xi_7^{(m)} \xi_{10}^{(m)2} - \xi_3^{(m)} \xi_{10}^{(m)2} - \xi_{11}^{(m)} \xi_5^{(m)2} - 2\xi_4^{(m)} \xi_5^{(m)} \xi_{11}^{(m)} \xi_{12}^{(m)} \quad (d-114)$$

$$K_0^{(m)} = \xi_3^{(m)} \xi_9^{(m)} \xi_{12}^{(m)} - \xi_{12}^{(m)} \xi_5^{(m)2} \quad (h-114)$$

و همچنین

$$\begin{Bmatrix} g_1^{(m)} \\ g_3^{(m)} \\ g_5^{(m)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \xi_5^{(m)} \xi_{10}^{(m)} - \xi_7^{(m)} \xi_9^{(m)} \\ \xi_4^{(m)} \xi_{10}^{(m)} - \xi_6^{(m)} \xi_9^{(m)} - \xi_7^{(m)} \xi_8^{(m)} \\ -\xi_6^{(m)} \xi_8^{(m)} \end{Bmatrix} \quad (115)$$

پاسخ معادلات دیفرانسیل (11) تا (113) به صورت زیر تخمین زده می‌شوند:

$$W_{0m}(y) = \{c_1^{(m)} \dots c_8^{(m)}\} \begin{Bmatrix} \exp(\lambda_1^{(m)} y) \\ \vdots \\ \exp(\lambda_8^{(m)} y) \end{Bmatrix} \quad (116)$$

$$\psi_{xm}(y) = \{\bar{c}_1^{(m)} \dots \bar{c}_8^{(m)}\} \begin{Bmatrix} \exp(\lambda_1^{(m)} y) \\ \vdots \\ \exp(\lambda_8^{(m)} y) \end{Bmatrix} \quad (117)$$

$$\psi_{ym}(y) = \{\bar{\bar{c}}_1^{(m)} \dots \bar{\bar{c}}_8^{(m)}\} \begin{Bmatrix} \exp(\lambda_1^{(m)} y) \\ \vdots \\ \exp(\lambda_8^{(m)} y) \end{Bmatrix} \quad (118)$$

پس از جای‌گذاری معادلات فوق در معادلات (111) تا (113) معادلات زیر به دست می‌آیند:

$$\{\bar{c}_1^{(m)} \dots \bar{c}_8^{(m)}\} [G^{(m)}] = \{c_1^{(m)} \dots c_8^{(m)}\} [A^{(m)}] \quad (119)$$

$$\{\bar{\bar{c}}_1^{(m)} \dots \bar{\bar{c}}_8^{(m)}\} [\Lambda^{(m)}] [G^{(m)}] = \{c_1^{(m)} \dots c_8^{(m)}\} [B^{(m)}] \quad (120)$$

به طوری که ماتریس‌های $[G^{(m)}]$ ، $[A^{(m)}]$ و $[B^{(m)}]$ ماتریس‌های مربعی

8×8 هستند که به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$[G^{(m)}] = g_5^{(m)} [\Lambda^{(m)}]^4 + g_3^{(m)} [\Lambda^{(m)}]^2 + g_1^{(m)} [I] \quad (121)$$

$$[A^{(m)}] = \left(\xi_4^{(m)} \xi_6^{(m)} - \xi_1^{(m)} \xi_{10}^{(m)} \right) [\Lambda^{(m)}]^4 + \left(\xi_4^{(m)} \xi_7^{(m)} + \xi_5^{(m)} \xi_6^{(m)} - \xi_2^{(m)} \xi_{10}^{(m)} \right) [\Lambda^{(m)}]^2 + \left(\xi_5^{(m)} \xi_7^{(m)} - \xi_3^{(m)} \xi_{10}^{(m)} \right) [I] \quad (122)$$

$$[B^{(m)}] = \left(\xi_1^{(m)} \xi_8^{(m)} \right) [\Lambda^{(m)}]^6 + \left(\xi_1^{(m)} \xi_9^{(m)} + \xi_2^{(m)} \xi_8^{(m)} - \xi_4^{(m)2} \right) [\Lambda^{(m)}]^4 + \left(\xi_2^{(m)} \xi_9^{(m)} - \xi_3^{(m)} \xi_8^{(m)} - 2\xi_4^{(m)} \xi_5^{(m)} \right) [\Lambda^{(m)}]^2 + \left(\xi_3^{(m)} \xi_9^{(m)} - \xi_5^{(m)2} \right) [I] \quad (123)$$

به طوری که $[I]$ ماتریس همانی است. همچنین $[A^{(m)}]$ ماتریس قطری با

عناصر روی قطر $\lambda_r^{(m)}$ ($r = 1, 2, \dots, 8$) است.

به منظور تعیین فرکانس‌های طبیعی ورق ساندویچی با شرایط مرزی نوع

لوی، معادلات (113) تا (118) به صورت مجزا در هر یک از مجموعه معادلات

$$\begin{pmatrix} L_{31}^{(m)} & L_{12}^{(m)} & L_{13}^{(m)} \\ L_{22}^{(m)} & L_{23}^{(m)} & L_{23}^{(m)} \end{pmatrix} - L_{32}^{(m)} \begin{pmatrix} L_{11}^{(m)} & L_{13}^{(m)} \\ L_{21}^{(m)} & L_{23}^{(m)} \end{pmatrix} + L_{33}^{(m)} \begin{pmatrix} L_{11}^{(m)} & L_{12}^{(m)} \\ L_{21}^{(m)} & L_{22}^{(m)} \end{pmatrix} W_{0m}(y) = 0 \Rightarrow$$

$$\begin{pmatrix} L_{11}^{(m)} & L_{12}^{(m)} & L_{13}^{(m)} \\ L_{21}^{(m)} & L_{22}^{(m)} & L_{23}^{(m)} \\ L_{31}^{(m)} & L_{32}^{(m)} & L_{33}^{(m)} \end{pmatrix} W_{0m}(y) = 0$$

معادلات (108) تا (110) را می‌توان به صورت معادلات دیفرانسیل زیر

بازنویسی نمود:

$$g_5^{(m)} \frac{d^5 \psi_{xm}(y)}{dy^5} + g_3^{(m)} \frac{d^3 \psi_{xm}(y)}{dy^3} + g_1^{(m)} \frac{d \psi_{xm}(y)}{dy} = \left(\xi_4^{(m)} \xi_6^{(m)} - \xi_1^{(m)} \xi_{10}^{(m)} \right) \frac{d^5 W_{0m}(y)}{dy^5} + \left(\xi_4^{(m)} \xi_7^{(m)} + \xi_5^{(m)} \xi_6^{(m)} - \xi_2^{(m)} \xi_{10}^{(m)} \right) \frac{d^3 W_{0m}(y)}{dy^3} + \left(\xi_5^{(m)} \xi_7^{(m)} - \xi_3^{(m)} \xi_{10}^{(m)} \right) \frac{d W_{0m}(y)}{dy} \quad (111)$$

$$g_5^{(m)} \frac{d^5 \psi_{ym}(y)}{dy^5} + g_3^{(m)} \frac{d^3 \psi_{ym}(y)}{dy^3} + g_1^{(m)} \frac{d \psi_{ym}(y)}{dy} = \left(\xi_1^{(m)} \xi_8^{(m)} \right) \frac{d^6 W_{0m}(y)}{dy^6} + \left(\xi_1^{(m)} \xi_9^{(m)} + \xi_2^{(m)} \xi_8^{(m)} - \xi_4^{(m)2} \right) \frac{d^4 W_{0m}(y)}{dy^4} + \left(\xi_2^{(m)} \xi_9^{(m)} - \xi_3^{(m)} \xi_8^{(m)} - 2\xi_4^{(m)} \xi_5^{(m)} \right) \frac{d^2 W_{0m}(y)}{dy^2} + \left(\xi_3^{(m)} \xi_9^{(m)} - \xi_5^{(m)2} \right) W_{0m}(y) \quad (112)$$

به طوری که

$$K_8^{(m)} \frac{d^8 W_{0m}(y)}{dy^8} + K_6^{(m)} \frac{d^6 W_{0m}(y)}{dy^6} + K_4^{(m)} \frac{d^4 W_{0m}(y)}{dy^4} + K_2^{(m)} \frac{d^2 W_{0m}(y)}{dy^2} + K_0^{(m)} W_{0m}(y) = 0 \quad (113)$$

$$K_8^{(m)} = \xi_1^{(m)} \xi_8^{(m)} \xi_{11}^{(m)} - \xi_8^{(m)} \xi_6^{(m)2} \quad (a-114)$$

$$K_6^{(m)} = \xi_1^{(m)} \left(\xi_8^{(m)} \xi_{12}^{(m)} + \xi_9^{(m)} \xi_{11}^{(m)} \right) + \xi_2^{(m)} \xi_8^{(m)} \xi_{11}^{(m)} + 2\xi_4^{(m)} \xi_6^{(m)} \xi_{10}^{(m)} - 2\xi_6^{(m)} \xi_7^{(m)} \xi_8^{(m)} - \xi_9^{(m)} \xi_6^{(m)2} - \xi_1^{(m)} \xi_{10}^{(m)2} - \xi_{11}^{(m)} \xi_4^{(m)2} \quad (b-114)$$

$$K_4^{(m)} = \xi_1^{(m)} \xi_9^{(m)} \xi_{12}^{(m)} + \xi_2^{(m)} \left(\xi_8^{(m)} \xi_{12}^{(m)} + \xi_9^{(m)} \xi_{11}^{(m)} \right) + \xi_3^{(m)} \xi_8^{(m)} \xi_{11}^{(m)} + 2\xi_{10}^{(m)} \left(\xi_4^{(m)} \xi_7^{(m)} - \xi_5^{(m)} \xi_6^{(m)} \right) - \xi_8^{(m)} \xi_7^{(m)2} - 2\xi_6^{(m)} \xi_7^{(m)} \xi_9^{(m)} \quad (c-114)$$

جدول 1 همگرایی فرکانس‌های طبیعی (هرتز) برای ورق ساندویچی لانه‌زنبوری آگرتیک در تماس با سیال بر حسب M و N ($M_B = N_B = 10$)

مود (2 و 2)	مود (1 و 2)	مود (2 و 1)	مود (1 و 1)	$M = N$
2126.45703	1322.5616	1349.6818	610.4814	4
2126.45654	1322.561143	1349.6776	610.4802	5
2126.456508	1322.561104	1349.67736	610.48002	6
2126.4564819	1322.561099	1349.677309	610.47997	7
2126.4564811	1322.561079	1349.677265	610.47997	8

جدول 2 همگرایی فرکانس‌های طبیعی (هرتز) برای ورق ساندویچی لانه‌زنبوری آگرتیک در تماس با سیال بر حسب M_B و N_B ($M = N = 4$)

مود (2 و 2)	مود (1 و 2)	مود (2 و 1)	مود (1 و 1)	$M_B = N_B$
2139.1545	1330.5463	1354.1145	611.7894	6
2134.0951	1324.7662	1353.0529	611.2586	7
2130.7498	1324.5179	1351.1392	610.796	8
2127.3314	1322.8915	1350.1069	610.6548	9
2126.45703	1322.5616	1349.6818	610.4814	10

جدول 3 خواص هندسی ورق ساندویچی لانه‌زنبوری آگرتیک

سلول لانه‌زنبوری درون‌رو				ورق ساندویچی		
t/l	d/l	l/a	θ (°)	h/a	b/a	a (m)
0.04	2	0.05	-30	0.1	1	0.5

جدول 4 مشخصات هندسی ناحیه سیال

موقعیت قرارگیری ورق در دیواره مخزن		نسبت ابعاد مخزن به طول ورق	
Y_0/b	X_0/a_1	c/a	a_1/a
0.5	0.25	0.3	2

2-3- همگرایی نتایج برای تئوری تک‌لایه معادل، شرایط مرزی لوی و در حالت عدم تماس سیال

در روش حل مورد استفاده برای شرایط مرزی لوی، معادله مشخصه فرکانسی با توجه به شرایط مرزی لبه‌های $y=0$ و $y=b$ استخراج می‌شود و فرکانس‌های طبیعی موده‌های مختلف از طریق جستجوی ریشه‌های این معادله تعیین می‌شوند. پس همگرایی سری‌های فوریه در این مدل کاربرد ندارد.

3-3- صحت‌سنجی نتایج

3-3-1- صحت‌سنجی فرکانس‌های طبیعی ورق ایزوتروپیک بدون سیال

در تئوری تک‌لایه معادل، با مساوی صفر قرار دادن h_2 ، ورق ساندویچی به یک ورق ایزوتروپیک تبدیل می‌شود. پنج فرکانس طبیعی یک ورق مربعی ایزوتروپیک با شرایط مرزی ناوبر، با استفاده از تئوری مرتبه سوم ردی (همراه با روش‌های حل گالرکین و نوع لوی) و تئوری مرتبه اول میندلین (همراه با

(65) تا (68)، (69) تا (72) و (73) تا (76) جای‌گذاری می‌شوند. پس از مرتب‌سازی یک دستگاه معادلات خطی با 8 معادله و 8 مجهول به‌فرم زیر حاصل می‌شود.

$$\sum_{k=1}^8 R_{jk}^{(m)} c_k^{(m)} = 0; (j = 1, 2, \dots, 8) \quad (124)$$

برای این‌که دستگاه معادلات فوق، دارای جواب غیربدیهی باشد، لازم است که دترمینان ماتریس ضرایب برابر صفر قرار داده شود.

$$\det \left(\left[R_{jk}^{(m)} \right] \right) = 0; (j, k = 1, 2, \dots, 8) \quad (125)$$

3- نتایج و بحث

در این بخش به بررسی نتایج حاصل از تحلیل ارتعاش آزاد ورق ساندویچی لانه‌زنبوری آگرتیک با شرایط مرزی ناوبر در تماس با سیال تئوری‌های تک‌لایه معادل و شرایط مرزی لوی بدون سیال پرداخته شده است. در اکثر بخش‌ها به‌منظور حذف اثرات اندازه و جنس ماده اصلی، به‌جای فرکانس طبیعی، فرکانس طبیعی بی‌بعد به‌صورت زیر محاسبه شده و مورد بررسی قرار گرفته است.

$$\tilde{\omega} = \omega \frac{a^2}{h} \sqrt{\frac{12\rho_0(1-\nu_0^2)}{E_0}} \quad (126)$$

قبل از استخراج نتایج حاصل از کدهای کامپیوتری نوشته شده در نرم افزار ممتیکا، همگرایی نتایج برحسب تعداد جملات استفاده شده در سری‌های مورد استفاده در روش گالرکین بررسی شده است.

3-1- همگرایی نتایج برای تئوری تک‌لایه معادل، شرط مرزی ناوبر و در حالت تماس با سیال

مطالعات همگرایی فرکانس‌های طبیعی یک ورق ساندویچی لانه‌زنبوری آگرتیک تجاری در تماس با سیال به‌منظور تعیین درجات آزادی لازم در سری‌های فوریه به‌کار رفته در روش گالرکین برای ورق ساندویچی (یعنی M و N در معادله (90) و مود بالچینگ سیال (یعنی M_B و N_B در معادله (41)) به‌ترتیب در جداول 1 و 2 نشان داده شده‌اند. برای آلومینیوم، چگالی، مدول الاستیسیته یانگ و نسبت پواسون به‌ترتیب برابر 2700 کیلوگرم بر متر مکعب، 69 گیگاپاسکال و 0.3 می‌باشند. نسبت ضخامت هسته به ورق برابر 0.8 می‌باشد. چگالی آب نیز برابر 1000 کیلوگرم بر متر مکعب است. سایر مشخصات هندسی ورق ساندویچی و مخزن مطابق جداول 3 و 4 می‌باشند.

مطابق نتایج موجود در جداول 1 و 2 تصمیم گرفته شده است که در روش گالرکین، مقادیر M و N در معادله (90) برابر 4 و مقادیر M_B و N_B در معادله (41) برابر 10 در نظر گرفته شوند. از دلایل اختلاف نتایج موده‌های (1 و 2) و (2 و 1) در جداول فوق می‌توان به غیر ایزوتروپیک بودن ورق ساندویچی و همچنین متفاوت بودن اثر جرم افزوده سیال در جهت محورهای x و y اشاره نمود.

جدول 6 مقایسه پنج فرکانس طبیعی بی‌بعد یک ورق مربعی ایزوتروپیک نوع لوی با نسبت ضخامت به طول 0.1

Table 6 Comparison of the first five dimensionless natural frequencies of a Levy-type isotropic square plate with a thickness-to-length ratio of 0.1

شرایط مرزی	روش	مود اول	مود دوم	مود سوم	مود چهارم	مود پنجم
SSSC	مود (1و1)	مود (1و2)	مود (2و1)	مود (2و2)	مود (3و3)	مود
	روش 1	2.3124	47.066	52.998	74.046	86.190
	[28]	22.426	47.224	52.324	74.401	86.219
	[29]	22.401	47.130	52.232	74.225	85.931
	روش 1	26.466	49.014	58.899	78.68	86.849
SCSC	[28]	26.736	49.260	59.480	79.195	87.207
	[29]	26.7084	49.1756	59.4159	79.0783	86.9397
	روش 1	11.615	27.55	38.472	53.852	57.986
SFSS	[28]	11.38	21.91	38.361	53.852	55.762
	[29]	11.373	26.157	38.290	53.257	55.634
	روش 1	9.5189	16.562	36.348	36.477	43.414
SFSF	[28]	9.445	15.405	33.91	36.477	42.887
	[29]	9.441	15.391	33.91	36.348	42.800
	روش 1	12.58	31.975	38.837	56.53	65.02
SFSC	[28]	12.26	30.47	38.71	55.97	62.95
	[29]	12.25	30.43	38.64	55.85	62.84

که در جدول 6 روش 1، روش حاضر ردی می‌باشد.

جدول 7 فرکانس‌های طبیعی (هرتز) یک ورق ساندویچی لانه‌زنبوری مستطیلی با

شرایط مرزی نایبر

Table 7 Natural frequencies (Hz) of a rectangular honeycomb sandwich plate with Navier boundary conditions

روش	مود (1و1)	مود (2و1)	مود (1و2)	مود (3و1)	مود (2و2)	مود (2و3)
روش 1	23.464	45.39	71.718	80.818	93.061	128.45
روش 2	23.35	44.77	70.539	80.156	91.418	125.93
روش 3	23.46	45.44	71.717	80.817	91.06	125.45
روش 4	23.35	44.70	70.537	80.156	91.415	125.92
روش 5	23.35	44.77	70.35	80.15	91.41	125.9
روش 6	-	45	69	78	92	129
روش 7	23	45	71	80	91	126
[31]	23.29	44.47	71.15	78.78	91.75	125.1
[32]	23.41	44.46	71.5	79.26	91.92	125.94
روش 10	23.46	44.77	70.55	80.16	91.42	125
روش 11	23.26	44.61	70.77	79.97	91.78	126.5

که در جدول 7 روش 1، روش حل گالرکین - تئوری ردی و روش 2، روش حل گالرکین - تئوری بهبودیافته ردی و روش 3، روش حل نوع لوی - تئوری ردی و روش 4، روش حل نوع لوی - تئوری بهبودیافته ردی و روش 5، روش حل گالرکین و روش 6، روش تجربی از راوله و یونگ [30] و روش 7، روش تئوری از راوله و یونگ [30] و روش 10، روش تئوری تک‌لایه معادل از رانو و دسائی [33] و روش 11، روش تئوری لایه‌ای از رانو و دسائی [33] می‌باشد.

روش حل گالرکین) محاسبه شده‌اند و در جدول 5 با نتایج موجود در تحقیقات حسینی هاشمی و ارسنجانی [28] و حسینی هاشمی و همکاران [29] مقایسه شده‌اند. ورق از جنس آلومینیوم با مدول یانگ 69 گیگاپاسکال، چگالی 2700 کیلوگرم بر متر مکعب و نسبت پواسون 0.3 می‌باشد. نتایج جدول 5 حاکی از دقت بالای هر سه مدل تحلیلی استفاده شده در این تحقیق برای ورق ایزوتروپیک با شرایط مرزی نایبر است.

جدول 5 مقایسه پنج فرکانس طبیعی بی‌بعد یک ورق مربعی ایزوتروپیک نوع نایبر با نسبت ضخامت به طول 0.1

Table 5 Comparison of the first five dimensionless natural frequencies of a Navier-type isotropic square plate with a thickness-to-length ratio of 0.1

روش	مود (1و1)	مود (2و1)	مود (1و2)	مود (2و2)	مود (3و3)
روش 1	19.0653	45.4869	45.4869	69.8093	85.065
روش 2	19.0653	45.487	45.4892	69.8107	85.0846
[28]	19.084	45.5845	45.5845	70.0219	85.3654
[29]	19.0653	45.4869	45.4869	69.8093	85.0846

روش 1، روش حاضر گالرکین و روش 2، روش حاضر ردی می‌باشد

پنج فرکانس طبیعی یک ورق مربعی ایزوتروپیک با شرایط مرزی لوی با استفاده از تئوری مرتبه سوم ردی محاسبه شده‌اند و در جدول 6 با نتایج موجود در تحقیقات سایر محققان مقایسه شده‌اند. مشخصات هندسی و مادی ورق، مطابق بخش قبل می‌باشند. نتایج جدول 6 حاکی از دقت مناسب و کارایی مدل تحلیلی استفاده شده در این تحقیق برای ورق ایزوتروپیک با شرایط مرزی لوی است.

3-3-2-صحت‌سنجی فرکانس‌های طبیعی ورق ساندویچی لانه‌زنبوری بدون سیال

صحت‌سنجی فرکانس‌های طبیعی ورق ساندویچی لانه‌زنبوری بدون سیال با نتایج موجود در تحقیقات سایر محققان: در این بخش، شش فرکانس طبیعی یک ورق ساندویچی لانه‌زنبوری با شرایط مرزی نایبر با استفاده از تئوری‌های ردی و بهبودیافته ردی (همراه با روش‌های حل گالرکین و نوع لوی) و تئوری لایه‌ای (همراه با روش حل گالرکین) محاسبه شده‌اند و در جدول 7 با نتایج موجود در تحقیقات راوله و یونگ [30]، ژو و لی [31]، یوان و دیو [32] و رانو و دسائی [33] مقایسه شده‌اند. طول، عرض، ضخامت کل و ضخامت هسته ورق ساندویچی به ترتیب برابر 1.8288 متر، 1.2192 متر، 7.1628 میلی‌متر، و 6.35 میلی‌متر هستند. همچنین مدول یانگ، نسبت پواسون و چگالی آلومینیوم به ترتیب برابر 68.948 گیگاپاسکال، 0.33 و 2768 کیلوگرم بر متر مکعب هستند. علاوه بر این هسته لانه‌زنبوری مدول‌های برشی عرضی $G_{23}^{(2)}$ و $G_{13}^{(2)}$ به ترتیب برابر 134.45 مگاپاسکال و 51.71 مگاپاسکال هستند و چگالی نیز برابر 121.83 کیلوگرم بر متر مکعب است. به منظور سازگاری با مطالعه تجربی راوله و یونگ [30] مولفه‌های سفتی درون‌صفحه‌ای هسته برابر صفر در نظر گرفته شده‌اند. نتایج جدول 7 حاکی از دقت مناسب تئوری‌های بهبودیافته ردی و لایه‌ای برای ورق ساندویچی لانه‌زنبوری با شرایط مرزی نایبر است.

5-3- نتایج و بحث

5-3-1- بررسی اثر ابعاد مخزن بر روی فرکانس پایه مرطوب ورق ساندویچی لانه‌زنبوری آگرتیک نوع ناویر

شکل 6 نمودار فرکانس پایه بی‌بعد مرطوب را برحسب نسبت طول مخزن به ورق برای نسبت‌های مختلف عرض مخزن به طول ورق نشان می‌دهد. لازم بذکر است که X_0 برابر صفر در نظر گرفته شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود افزایش نسبت طول مخزن به طول ورق، فرکانس پایه را افزایش می‌دهد. علاوه بر این در یک نسبت طول مخزن به طول ورق مشخص، افزایش نسبت عرض مخزن به طول ورق، فرکانس پایه را تا رسیدن به یک مقدار مجانبی افزایش می‌دهد، زیرا با افزایش ظرفیت مخزن، سرعت سیال کاهش یافته که این امر سبب افزایش فرکانس طبیعی ورق ساندویچی می‌شود.

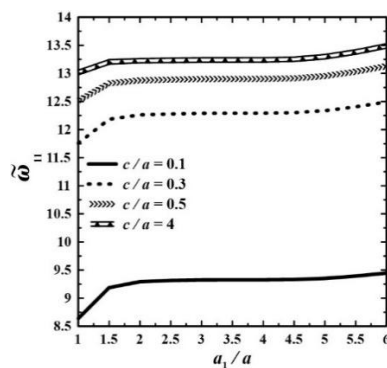


Fig. 6 Wet dimensionless fundamental frequency vs. tank-to-plate length ratio (a_1/a) for various ratios of tank width to the plate length (c/a).

شکل 6 تغییرات فرکانس پایه بی‌بعد مرطوب برحسب نسبت طول مخزن به طول ورق برای نسبت‌های مختلف عرض مخزن به طول ورق

5-3-2- بررسی اثر موقعیت ورق در دیواره مخزن بر روی فرکانس پایه مرطوب ورق ساندویچی لانه‌زنبوری آگرتیک نوع ناویر

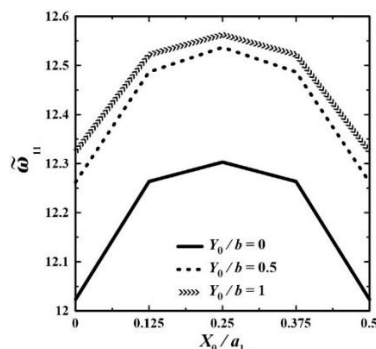


Fig. 7 Effects of horizontal (X_0/a_1) and vertical (Y_0/b) non-dimensional locations of the plate at the wall on the wet dimensionless fundamental frequency.

شکل 7 تغییرات فرکانس پایه بی‌بعد مرطوب برحسب موقعیت افقی ورق در دیواره برای مقادیر مختلف موقعیت قائم ورق در دیواره مخزن

5-3-3- بررسی اثر زاویه سلول بر روی فرکانس پایه بی‌بعد ورق ساندویچی لانه‌زنبوری آگرتیک تجاری نوع ناویر در تماس با سیال

شکل 8 تغییرات فرکانس پایه بی‌بعد مرطوب را برحسب زاویه سلول لانه‌زنبوری به‌ازاء اندازه‌های سلول مختلف (l/a) نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود که با تغییر زاویه سلول از -60 تا $+60$ درجه، فرکانس پایه ابتدا

4-3- صحت‌سنجی فرکانس‌های طبیعی ورق ساندویچی لانه‌زنبوری آگرتیک

تجاری نوع ناویر در تماس با سیال با تحلیل المان محدود

این بخش در نظر دارد که چارچوب ریاضیاتی برهم‌کنش ورق - سیال را برای یک ورق ساندویچی لانه‌زنبوری آگرتیک تجاری مرطوب با مقادیر مختلف ارتفاع بی‌بعد سیال از لبه پایینی ورق بررسی نماید. برای اطمینان از حذف خطاهای ناشی از روابط همگن‌سازی هسته‌های لانه‌زنبوری، فقط ورق‌های ساندویچی با هسته‌های معادل‌سازی شده توسط مدل تورنابن در انسیس مدل‌سازی و تحلیل شده‌اند. نسبت ضخامت هسته به ورق برابر 0.8 است و سایر خواص هندسی ورق و ناحیه سیال محدود می‌باشند. در محیط آنالیز مودال آکوستیکی در نرم افزار انسیس، ورق ساندویچی و ناحیه سیال محدود به‌ترتیب با استفاده از المان‌های سالیید 186 و فلوآید 220 مش‌بندی شده‌اند. المان فلوآید 220 یک المان آکوستیکی توپر سه‌بعدی شش وجهی و 20 گره‌ای است. ورق ساندویچی شامل 2704 المان سالیید 186 است و زمانی که ارتفاع بی‌بعد سیال از لبه پایینی ورق برابر 0.9 است، 14976 المان فلوآید 220 برای ناحیه سیال به‌کار رفته‌اند. شکل‌های 5(a) تا 5(b) چهار فرکانس طبیعی بی‌بعد به‌دست آمده از روش حل گالرکین همراه با مدل همگن‌سازی تورنابن (همراه با تئوری‌های ردی و بهبود یافته ردی (مدل A-1) و تئوری لایه‌ای (مدل B)) را با نتایج حاصل از تحلیل المان محدود سه‌بعدی مقایسه می‌کنند.

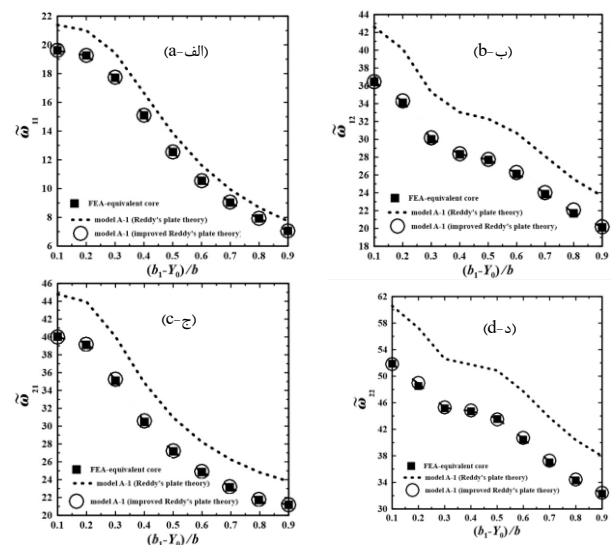


Fig. 5 Variations of the dimensionless natural frequency of the sandwich plate

شکل 5 تغییرات فرکانس طبیعی بی‌بعد مود ورق ساندویچی

از شکل‌های 5a تا 5d مشاهده می‌شود که: 1- چارچوب ریاضیاتی برهم‌کنش ورق ساندویچی - سیال برای تئوری‌های بهبود یافته ردی و لایه‌ای از دقت بالایی برخوردار است. 2- با افزایش ارتفاع سیال از لبه پایینی ورق، فرکانس‌های طبیعی کاهش می‌یابند، به‌طوری‌که مثلاً با اضافه شدن سیال تا ارتفاع نصف ورق (یعنی $(b_1 - Y_0)/b = 0.5$)، می‌توان نتیجه گرفت که فرکانس طبیعی پایه 36% کاهش می‌یابد. دلیل این امر، افزایش جرم افزوده سیال به ورق ساندویچی است.

ضریب تصحیح برشی K_{23} برای لانه‌زنبوری‌های تجاری و لانه‌زنبوری‌های کلاسیک تقریباً یکسان است. این امر به این دلیل است که بر اساس مدل مالک و گیسیون، سفتی برشی عرضی $G_{23}^{(2)}$ در لانه‌زنبوری‌های تجاری و کلاسیک تقریباً برابر است. تغییرات ضریب تصحیح برشی K_{13} بر حسب نسبت ضخامت هسته به ورق با در نظر گرفتن مدل تورنابن برای هسته لانه‌زنبوری در شکل 10 (c) نشان داده شده است. از مقایسه شکل 10 (c) با شکل 10 (a) مشاهده می‌شود که درصد تغییرات ضریب تصحیح برشی K_{13} بر حسب نسبت ضخامت هسته به ورق، در مدل تورنابن نسبت به مدل مالک و گیسیون بیشتر است. تغییرات ضریب تصحیح برشی K_{23} بر حسب نسبت ضخامت هسته به ورق با در نظر گرفتن مدل تورنابن برای هسته لانه‌زنبوری در شکل 10 (b) نشان داده شده است. از مقایسه این شکل با شکل 10 (d) مشاهده می‌شود که درصد تغییرات ضریب تصحیح برشی K_{23} بر حسب نسبت ضخامت هسته به ورق، در مدل‌های تورنابن و مالک و گیسیون تقریباً برابر است.

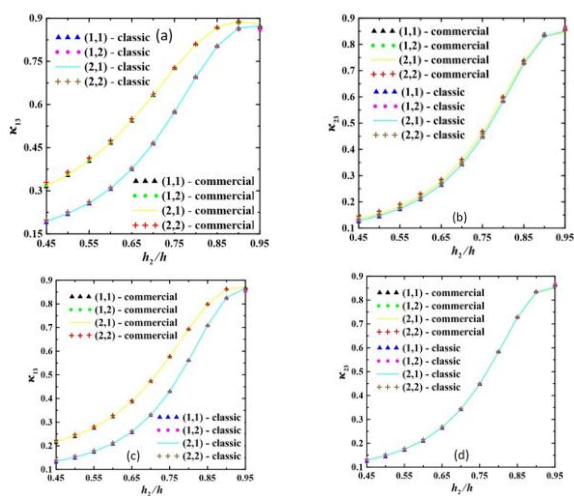


Fig. 10 Variations of the shear correction factor versus the ratio of core thickness to plate thickness.

شکل 10 تغییرات ضریب تصحیح برشی بر حسب نسبت ضخامت هسته به ورق

4- جمع بندی و نتیجه گیری

در این تحقیق، به بررسی مشخصه‌های ارتعاش آزاد یک ورق ساندویچی مستطیلی با هسته لانه‌زنبوری آگرتیک مستقر در دیواره یک مخزن سیال پرداخته شده است. ورق ساندویچی شامل دو رویه آلومینیومی و یک هسته لانه‌زنبوری آگرتیک از جنس آلومینیوم رویه‌ها است. برای همگن‌سازی هسته لانه‌زنبوری، علاوه بر مدل مالک و گیسیون، از یکی از جدیدترین مدل‌ها (مدل تورنابن) نیز استفاده شده است. برای مدل‌سازی ورق ساندویچی سه نوع مدل تحلیلی پیشنهاد داده شده‌اند و مزایا و معایب آنها با هم مقایسه شده‌اند. از نوع مدل تحلیلی تک‌لایه معادل برای مدل‌سازی ورق ساندویچی دارای شرط مرزی ناویر و در تماس با سیال استفاده شده‌اند. سیال، ایده‌آل (تراکم‌ناپذیر، غیر لزج و غیر چرخشی) در نظر گرفته شده است. روش‌های حل حاضر، روابط همگن‌سازی هسته لانه‌زنبوری، و چارچوب ریاضی برهم‌کنش ورق ساندویچی - سیال با استفاده از نتایج تحقیقات سایر محققان و نیز نتایج حاصل از تحلیل المان محدود سه‌بعدی صحت سنجی شده‌اند. سرانجام اثر پارامترهای مختلف مانند نسبت ابعاد مخزن به طول ورق، ارتفاع سیال از لبه پایین ورق، موقعیت ورق در دیواره مخزن و هندسه سلول لانه‌زنبوری بر روی فرکانس‌های طبیعی مرطوب مورد بررسی قرار گرفته‌اند

افزایش و سپس کاهش می‌یابد. علاوه بر این مشاهده می‌شود که در یک زاویه سلول مشخص، افزایش l/a باعث افزایش فرکانس پایه می‌شود، به طوری که این اثر افزایشی، در سلول‌های لانه‌زنبوری درون‌رو مشهودتر است.

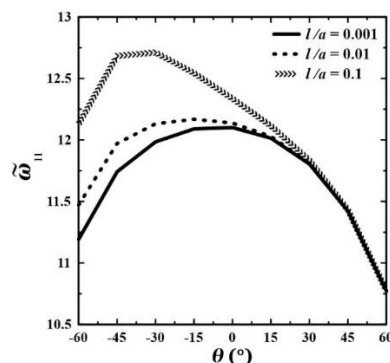


Fig. 8 Wet dimensionless fundamental frequency vs. cell angle (θ) for different cell sizes (l/a).

شکل 8 تغییرات فرکانس پایه بی‌بعد مرطوب بر حسب زاویه سلول برای نسبت‌های مختلف l/a

3-5-4- بررسی اثر نسبت ضخامت به طول جداره سلول بر روی فرکانس پایه بی‌بعد ورق ساندویچی لانه‌زنبوری آگرتیک تجاری نوع ناویر در تماس با سیال

شکل 9 تغییرات فرکانس پایه بی‌بعد مرطوب را بر حسب نسبت ضخامت به طول جداره مورب سلول لانه‌زنبوری (t_l/l) به‌ازاء نسبت‌های مختلف ابعاد سلول (d/l) نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود که با افزایش ضخامت جداره، فرکانس پایه افزایش می‌یابد. علاوه بر این مشاهده می‌شود که با افزایش نسبت طول جداره افقی به جداره مورب سلول (d/l) فرکانس کاهش می‌یابد.

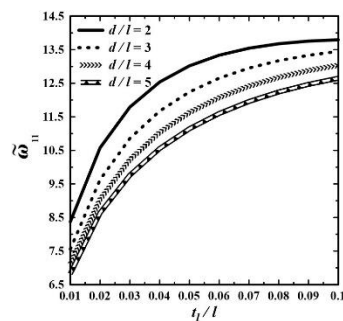


Fig. 9 Dimensionless changes of the wet fundamental frequency with respect to the cell angle for different ratios (l/a).

شکل 9 تغییرات فرکانس پایه بی‌بعد مرطوب بر حسب زاویه سلول برای نسبت‌های مختلف l/a

3-6- بررسی اثر نسبت ضخامت هسته به ورق بر روی ضرایب تصحیح برشی در تئوری بهبود یافته ردی

که از شکل (a) 10: 1- با نازک شدن رویه‌ها، ضریب تصحیح برشی افزایش می‌یابد، که این امر به معنای افزایش دقت تئوری ردی برای ورق‌های ساندویچی با رویه‌های نازک است. 2- ضریب تصحیح برشی K_{13} برای لانه‌زنبوری‌های تجاری بیشتر از لانه‌زنبوری‌های کلاسیک است. این امر به این دلیل است که بر اساس مدل مالک و گیسیون، سفتی برشی عرضی $G_{13}^{(2)}$ در لانه‌زنبوری‌های تجاری بیشتر از لانه‌زنبوری‌های کلاسیک است. 3- شماره مود اثر چندانی بر روی ضریب تصحیح برشی ندارد. از شکل 10 (b): که

(15) برای ورق ساندویچی لانه‌زنبوری آگرتیک تجاری، در حالت بدون سیال، اثر افزایش نسبت ضخامت به طول جداره مورب سلول، بر روی ورق‌های دارای شرایط مرزی مقیدتر مشهودتر است. به‌طوری‌که بیشترین و کمترین اثر آن به ترتیب مربوط به شرایط مرزی SCSC و SFSS می‌باشد.

5-مراجع

- [1] Torabi, K., Afshari, H. And Aboutalebi, F. H., "Vibration And Flutter Analyses Of Cantilever Trapezoidal Honeycomb Sandwich Plates," J. Sandw. Struct. & Mater., Vol. 21, No. 8, Pp. 2887–2920, 2019.
- [2] Bidgoli, E. M.R., Arefi, M., Mohammadimehr, M., "Free Vibration Analysis Of Honeycomb Doubly Curved Shell Integrated With CNT-Reinforced Piezoelectric Layers," Mech. Based Des. Struct. Mach., Pp. 1–32, 2020.
- [3] Nguyen, D. D., Pham, C. H., "Nonlinear Dynamic Response And Vibration Of Sandwich Composite Plates With Negative Poisson's Ratio In Auxetic Honeycombs," J. Sandw. Struct. & Mater., Vol. 20, No. 6, Pp. 692–717, 2018.
- [4] Cong, P. H., Quyet, P. K., Duc, N. D., "Effects Of Lattice Stiffeners And Blast Load On Nonlinear Dynamic Response And Vibration Of Auxetic Honeycomb Plates," Proc. Inst. Mech. Eng. Part C J. Mech. Eng. Sci., P. 0954406221992797, 2021.
- [5] Li, Y., Yao, W., Zhang, Y., "Nonlinear Dynamic Characteristics Of Symmetric Rectangular Honeycomb Sandwich Thin Panel," J. Sandw. Struct. & Mater., Vol. 23, No. 7, Pp. 3390–3413, 2021.
- [6] Li, F., Yuan, W., Zhang, C., "Free Vibration And Sound Insulation Of Functionally Graded Honeycomb Sandwich Plates," J. Sandw. Struct. & Mater., Vol. 24, No. 1, Pp. 565–600, 2022.
- [7] Huang, N., "Influence Of Shear Correction Factors In The Higher Order Shear Deformation Laminated Shell Theory," Int. J. Solids Struct., Vol. 31, No. 9, Pp. 1263–1277, 1994.
- [8] Frostig, Y., Thomsen, O. T., "High-Order Free Vibration Of Sandwich Panels With A Flexible Core," Int. J. Solids Struct., Vol. 41, No. 5–6, Pp. 1697–1724, 2004.
- [9] Omiddezyani, S., Jafari, R. A., Talookolaei, M., Afrasiab, H., "The Size-Dependent Free Vibration Analysis Of A Rectangular Mindlin Microplate Coupled With Fluid," Ocean Eng., Vol. 163, Pp. 617–629, 2018.
- [10] Thinh, T. I., Tu, T. M., Vanlong, N., "Free Vibration Of A Horizontal Functionally Graded Rectangular Plate Submerged In Fluid Medium," Ocean Eng., Vol. 216, P. 107593, 2020.
- [11] Hashemi, S. H. H., Karimi, M., Taher, H. R. D., "Vibration Analysis Of Rectangular Mindlin Plates On Elastic Foundations And Vertically In Contact With Stationary Fluid By The Ritz Method," Ocean Eng., Vol. 37, No. 2–3, Pp. 174–185, 2010.
- [12] Khorshid, K., Farhadi, S., "Free Vibration Analysis Of A Laminated Composite Rectangular Plate In Contact With A Bounded Fluid," Compos. Struct., Vol. 104, Pp. 176–186, 2013.
- [13] Khorshidi, K., Bakhsheshy, A., "Free Vibration Analysis Of A Functionally Graded Rectangular Plate In Contact With A Bounded Fluid," Acta Mech., Vol. 226, No. 10, Pp. 3401–3423, 2015.
- [14] Khorshidi, K., Akbari, F., Ghadirian, H., "Experimental And Analytical Modal Studies Of Vibrating Rectangular Plates In Contact With A Bounded Fluid," Ocean Eng., Vol. 140, Pp. 146–154, 2017.
- [15] Khorshidi, K., Karimi, M., "Analytical Modeling For Vibrating Piezoelectric Nanoplates In Interaction With Inviscid Fluid Using Various Modified Plate Theories," Ocean Eng., Vol. 181, Pp. 267–280, 2019.
- [16] Karimi, M., Khorshidi, K., Dimitri, R., Tornabene, F., "Size-Dependent Hydroelastic Vibration Of FG Microplates Partially In Contact With A Fluid," Compos. Struct., Vol. 244, P. 112320, 2020.
- [17] Bakhsheshy, A., Mahbadi, H., "The Effect Of Fluid Surface Waves On Free Vibration Of Functionally Graded Microplates In

(1) در ورق‌های ساندویچی، تئوری مرتبه سوم ردی برای تنش برشی عرضی در راستای ضخامت یک توزیع پیوسته تکه‌ای را در نظر می‌گیرد، به‌همین دلیل این تئوری برای ورق‌های ساندویچی قادر به ارائه نتایج دقیق نیست. این نقیصه از طریق محاسبه ضرایب تصحیح برشی در تئوری بهبودیافته مرتبه سوم ردی از دیدگاه انرژی اصلاح می‌شود.

(2) در تئوری بهبودیافته مرتبه سوم ردی، با نازک شدن رویه‌ها ضرایب تصحیح برشی افزایش یافته و به مقدار 1 نزدیک می‌شوند، که این امر به معنای افزایش دقت تئوری مرتبه سوم ردی در ورق‌های ساندویچی با رویه‌های نازک است.

(3) درصد خطای تئوری بهبودیافته مرتبه سوم ردی نسبت به تحلیل المان محدود کمتر از 3٪ است، در حالی که درصد خطای تئوری لایه‌ای نسبت به تحلیل المان محدود کمتر از 0.1٪ می‌باشد.

(4) تعداد درجات آزادی برای تئوری بهبودیافته ردی برابر $3 \times m \times n$

و برای تئوری لایه‌ای برابر $15 \times m \times n$ هستند.

(5) روش حل تحلیلی مورد استفاده در این تحقیق برای شرایط مرزی نوع لوی شامل جستجوی ریشه‌های معادله مشخصه فرکانسی با استفاده از روش‌های عددی مانند نیوتن - رافسون، سکانت و ... است که فرآیندی زمان‌بر است. از طرفی از آنجا که اساس این روش حل بر عملیات جبری روی اپراتورهای دیفرانسیلی استوار است، این روش در حالت برهم‌کنش ورق - سیال کاربرد ندارد.

(6) در ورق ساندویچی لانه‌زنبوری آگرتیک تجاری در تماس با سیال، افزایش نسبت ضخامت به طول ورق از 0.01 تا 0.04 باعث افزایش چشم‌گیر فرکانس پایه می‌شود.

(7) برای ورق ساندویچی لانه‌زنبوری آگرتیک تجاری، در حالت بدون سیال، فرکانس پایه در نسبت ضخامت هسته به ورق برابر 0.85 به ماکزیمم خود می‌رسد، در حالی که در حالت تماس با سیال، با افزایش این نسبت از 0.45 تا 0.95، فرکانس پایه کاهش می‌یابد.

(8) در ورق ساندویچی لانه‌زنبوری تجاری در تماس با سیال، وقتی که اندازه سلول خیلی کوچک است، فرکانس پایه به‌ازاء سلول‌های مستطیلی (یعنی زاویه سلول صفر درجه) بیشینه می‌باشد. با افزایش اندازه سلول، ماکزیمم فرکانس پایه به سمت سلول‌های درون‌رو (زوایای سلول منفی) میل می‌کند.

(9) در ورق‌های ساندویچی لانه‌زنبوری تجاری در تماس با سیال، با افزایش اندازه سلول فرکانس پایه افزایش می‌یابد، به‌طوری‌که افزایش فرکانس در سلول‌های درون‌رو مشهودتر است.

(10) در ورق‌های ساندویچی لانه‌زنبوری تجاری در تماس با سیال، با افزایش نسبت ابعاد سلول از 1/5 تا 5 فرکانس پایه کاهش می‌یابد.

(11) در ورق‌های ساندویچی لانه‌زنبوری آگرتیک تجاری در تماس با سیال، با ضخیم شدن دیواره‌های سلول درون‌رو فرکانس پایه افزایش می‌یابد.

(12) با افزایش ارتفاع سیال از لبه پایینی ورق، فرکانس پایه به مقدار زیادی کاهش می‌یابد، به‌طوری‌که مثلاً با اضافه شدن سیال تا ارتفاع نصف ارتفاع ورق، فرکانس پایه 36٪ کاهش می‌یابد.

(13) با افزایش ظرفیت مخزن، فرکانس پایه به‌صورت مجانبی افزایش می‌یابد.

(14) وقتی که ورق ساندویچی در مرکز دیواره سلول قرار دارد، فرکانس پایه بیشینه است.

- Interaction With Bounded Fluid,” *Ocean Eng.*, Vol. 194, P. 106646, 2019.
- [18] Ramian, A., Jafari, Talookolaei, R. A., Valvo, P. S., Abedi, M., “Free Vibration Analysis Of Sandwich Plates With Compressible Core In Contact With Fluid,” *Thin-Walled Struct.*, Vol. 157, P. 107088, 2020.
- [19] Ramian, A., Jafari, Talookolaei, R. A., Valvo, P. S., Abedi, M., “Free Vibration Analysis Of A Laminated Composite Sandwich Plate With Compressible Core Placed At The Bottom Of A Tank Filled With Fluid,” *In Structures*, Vol. 29, Pp. 1259–1273, 2021.
- [20] Khorshidi, K., Norowzian, H., “Stability Analysis Of A Sandwich Plate With An Auxetic Core Reinforced With Carbon Nanotubes Under Aeroelastic Forces,” *JSTC Journal*, Vol. 14, No. 4, Pp. 2597-2610, 2024.
- [21] Yolcu, D. A., Ozturk, B., Sari, G., Okutanbaba, B., “Free Vibration Response Of Sandwich Composites With Auxetic Chiral Core,” *European Journal Of Mechanics - A/Solids*, Vol. 113, Pp. Article ID: 105700, 2025
- [22] Khorshidi, K., Savvafi, S., Zobeid, Z., “Investigation Of Free Vibration In Fluid-Loaded Cylindrical Shells With A Three-Layer Sandwich Wall And An Auxetic Central Layer,” *Macs Journal*, Vol. 12, No. 24, Pp. 53-72, 2025
- [23] Fang, X., Shen, H., Wang, H., “Nonlinear Free Vibration Of Sandwich Beam With Data-Driven Inverse Designed Auxetic Core Based On Deep Learning,” *European Journal Of Mechanics - A/Solids*, Vol. 102, Article Id: 105276, 2025
- [24] Heidarisoureshjani, A., Kalantari, A., Hesari, E., Talebitooti, R., Talebitooti, M., “Cutout Effects On The Vibration Of Sandwich Auxetic Cylindrical Shells With An Experimental Validation,” *Journal Of Sound And Vibration*, Vol. 592, Article Id: 118624, 2024.
- [25] Malek, S., Gibson, L., “Effective elastic properties of periodic hexagonal honeycombs,” *Mech. Mater.*, vol. 91, pp. 226–240, 2015.
- [26] Tornabene, F., Viscoti M., Dimitri ,R., Aiello, M. A., “Higher Order Formulations For Doubly-Curved Shell Structures With A Honeycomb Core,” *Thin-Walled Struct.*, Vol. 164, P. 107789, 2021.
- [27] Sorohan, S., Sandu , M., Constantinescu, D. M., Sandu, A. G., “On The Evaluation Of Mechanical Properties Of Honeycombs By Using Finite Element Analyses,” *INCAS Bull.*, Vol. 7, No. 3, P. 135, 2015.
- [28] Hashemi, S. H., Arsanjani, M., “Exact Characteristic Equations For Some Of Classical Boundary Conditions Of Vibrating Moderately Thick Rectangular Plates,” *Int. J. Solids Struct.*, Vol. 42, No. 3–4, Pp. 819–853, 2005.
- [29] Hosseinihashemi, S., Fadaee, M., Taher, H. R. D., “Exact Solutions For Free Flexural Vibration Of Lévy-Type Rectangular Thick Plates Via Third-Order Shear Deformation Plate Theory,” *Appl. Math. Model.*, Vol. 35, No. 2, Pp. 708–727, 2011.
- [30] Raville, M. E., Ueng, C. E. S., “Determination Of Natural Frequencies Of Vibration Of A Sandwich Plate,” *Exp. Mech.*, Vol. 7, No. 11, Pp. 490–493, 1967
- [31] Zhou, H. B., Li, G. Y., “Free Vibration Analysis Of Sandwich Plates With Laminated Faces Using Spline Finite Point Method,” *Comput. & Struct.*, Vol. 59, No. 2, Pp. 257–263, 1996.
- [32] Yuan W. X., Dawe, D. J., “Free Vibration Of Sandwich Plates With Laminated Faces,” *Int. J. Numer. Methods Eng.*, Vol. 54, No. 2, Pp. 195–217, 2002.
- [33] Rao, M. K., Desai, Y. M., “Analytical Solutions For Vibrations Of Laminated And Sandwich Plates Using Mixed Theory,” *Compos. Struct.*, Vol. 63, No. 3–4, Pp. 361–373, 2004.



مقایسه رفتار خزشی در کامپوزیت‌های پایه پلیمری ترموست بر اساس دو مدل ویسکوالاستیک انتگرال یگانه شپری و چهار پارامتری برگر

محمدحسین قپانی‌فرد کاشانی¹، احمدرضا قاسمی^{2*}

1- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه کاشان، کاشان

2- استاد، مهندسی مکانیک، دانشگاه کاشان، کاشان

* کاشان، صندوق پستی 8731753153، ghasemi@kashanu.ac.ir

چکیده

اطلاعات مقاله:

دریافت: 1404/04/08

پذیرش: 1405/01/30

کلیدواژگان

خزش،

مدل ویسکوالاستیک شپری،

مدل چهار پارامتری ویسکوالاستیک

برگر،

رفتار بلند مدت خزشی،

چندلایه‌های کامپوزیتی

در این تحقیق دو مدل تحلیلی ویسکوالاستیک چهار پارامتری برگر و انتگرال یگانه شپری برای پیش‌بینی رفتار خزشی بلند مدت چندلایه‌های کامپوزیتی شیشه/ وینیل استر مقایسه، تحلیل و ارزیابی شده است. برای مشخصه‌سازی پارامترهای معادله ویسکوالاستیک برگر از نتایج آزمایش‌های تجربی موجود، استفاده شد. از آنجا که استفاده از پارامترهای مشخصه‌سازی شده در مرحله خزش برای جایگذاری در معادله مربوط به ریکاوری، خطای زیادی را بین نتایج آزمون‌های تجربی و مدل تحلیلی ویسکوالاستیک برگر ایجاد کرد، پارامترهای مدل برگر در مرحله خزش و ریکاوری بصورت جداگانه مشخصه‌سازی شدند. نتایج بدست آمده از مدل ویسکوالاستیک برگر نسبت به مدل ویسکوالاستیک شپری برای چندلایه‌های کامپوزیتی شیشه/ وینیل استر، از انطباق بسیار خوبی با نتایج بدست آمده از آزمون‌های تجربی بخصوص در سطوح دمایی و تنش بالا، برخوردار بود. این انطباق در هر دو مرحله خزش و ریکاوری بخوبی مشاهده گردید. همچنین اثر دما و تنش بر روی تغییرات پارامترهای معادله برگر بررسی شد و مشاهده گردید که مقادیر این پارامترها با تغییر سطوح دما و تنش تغییر می‌کند. در ادامه معادلات حاکم بر تغییرات این پارامترها نسبت به دما و تنش استخراج گردید. سپس پارامترهای نرمی خزشی، مدول خزشی، فاکتور تخریب و نرخ کرنش خزشی در هر مرحله محاسبه شد. نتایج نشان می‌دهد که با افزایش سطح دما و تنش، نرمی خزشی، فاکتور تخریب، و نرخ کرنش خزشی افزایش و مدول خزشی برای چندلایه‌های کامپوزیتی شیشه/ وینیل استر کاهش می‌یابد.

Creep behaviour comparison in thermoset polymer matrix composites based on single integral schapery and four parameter burgers models

Mohammad Hossein Ghappani-Fard Kashani¹, Ahmad Reza Ghasemi^{1*}

1- Department of Mechanical Engineering, University of Kashan, Kashan, Iran.

* P.O.B. 8731753153, Kashan, Iran, ghasemi@kashanu.ac.ir

Keywords

Creep, Schapery viscoelastic model, Burgers four-parameter viscoelastic model, Long-term creep behavior, Composite multi-layers

Abstract

In this study two viscoelastic analytical models -the four-parameter Burgers model and the single-integral Schapery model- were compared, analyzed, and evaluated for predicting the long-term creep behavior of glass/vinylester composite laminates. The parameters of the Burgers viscoelastic model were characterized using available experimental data. Since using the same set of characterized parameters from the creep stage in the recovery stage resulted in significant discrepancies between experimental results and the Burgers analytical model, the model parameters for the creep and recovery stages were characterized separately. The results obtained from the Burgers model showed significantly better agreement with experimental data for glass/ vinylester composite laminates, especially at high temperature and stress levels, compared to the Schapery model. This agreement was observed clearly in both the creep and recovery stages. Furthermore, the effects of temperature and stress on the variations of the Burgers model parameters were investigated, revealing that these parameters change with varying temperature and stress levels. Subsequently, the governing equations describing the variation of these parameters with respect to temperature and stress were derived. Finally, the creep compliance, creep modulus, damage factor, and creep strain rate were calculated at each stage. The results for glass/ vinylester composite laminates indicate that with increasing temperature and stress levels, the creep compliance, damage factor, and creep strain rate increase, while the creep modulus decreases.

Please cite this article using:

Ghappani-Fard Kashani, M. H., Ghasemi, A. R., "Creep behaviour comparison in thermoset polymer matrix composites based on single integral schapery and four parameter burgers models," In Persian, Journal of Science and Technology of Composites, Vol. 12, No. 3, pp. 2810-2822, 2026. <https://doi.org/10.22068/jstc.2025.2064251.1924>

برای ارجاع به مقاله از عبارت زیر استفاده کنید:

1- مقدمه

خزش از جمله رفتار وابسته به زمان است که در کامپوزیت‌ها بسیار مورد توجه است. از آنجایی که ماتریس‌های پلیمری در مواد کامپوزیتی پاسخ خزشی قابل توجهی از خود نشان می‌دهند، خزش در دماهای کاری مانند دمای محیط یا اندکی بالاتر از آن برای کامپوزیت‌ها اهمیت پیدا می‌کند. خزش پدیده‌ای است که در آن مواد تحت تأثیر یک بار مکانیکی ثابت در دما و رطوبت ثابت تغییر شکل دائم را در طول زمان از خود نشان می‌دهند. در واقع خزش تغییر شکل آهسته و پیوسته یک ماده تحت تنش ثابت است [1]. خزش پدیده‌ای منحصر به فرد است، زیرا باعث می‌شود مواد حتی بدون رسیدن به تنش تسلیم، دچار کرنش پلاستیک شوند [2]. دمایی که در آن خزش اتفاق می‌افتد به جنس ماده بستگی دارد. این دما به نقطه T_m (دمای ذوب) ماده تحت خزش بستگی داشته و معمولاً در نسبت دما به دمای ذوب 0.5 و بیش از آن اتفاق می‌افتد. در کامپوزیت‌ها دمای T_g (دمای گذر شیشه‌ای که در آن جامد ترد به نرم تبدیل می‌شود) مدنظر قرار می‌گیرد [3]. محققین زیادی از معادلات ساختاری خزشی با رویکرد ویسکوالاستیک خطی و غیرخطی برای توصیف رفتار خزشی کامپوزیت‌های پایه پلیمری تحت بارهای مکانیکی و دمایی استفاده کرده‌اند [4,5]. یکی از روش‌هایی که می‌تواند پاسخ خزشی مواد را پیش‌بینی کند، روش مشخصه‌سازی شتابدار می‌باشد که برای تعیین رفتار خزشی بلند مدت کامپوزیت‌ها در گذشته استفاده شده است [6]. در هر لحظه کرنش کل مواد را می‌توان به مجموع یک کرنش الاستیک آبی (ϵ_0) و یک کرنش خزشی افزایشی (ϵ_{cr}) نشان داد [7]. مولیان و همکاران [8] با انجام آزمون‌های تجربی خزشی کوتاه مدت به مشخصه‌سازی رفتار ویسکوالاستیک چندلایه‌های کامپوزیتی تک جهته تقویت شده با الیاف کربنی شیشه وینیل استر و شیشه پلی‌استر پرداخته و با استفاده از معادلات غیرخطی انتگرال یگانه شپری به تعیین رفتار بلند مدت آن‌ها مبادرت نمودند. همچنین با استفاده از روش (TTSP)¹ با جابجایی منحنی‌های خزشی کوتاه مدت، به بررسی رفتار بلند مدت خزشی و مقایسه نتایج با مدل‌های ریاضی پرداختند، که از دقت خوبی برخوردار بودند. موهان و آدامز [9] آزمایش‌های تجربی خزشی و ریکواری تحت کشش و فشار را بر روی چندلایه‌های کامپوزیتی گرافیت اپوکسی و شیشه اپوکسی انجام دادند و با استفاده از مدل ویسکوالاستیک انتگرال یگانه شپری برای پاسخ‌های خزشی و ریکواری، نشان دادند که رطوبت و دما بر روی پارامترهای معادله مؤثر است. مولیان و همکاران [10] آزمایش‌های تجربی خزش را بر روی کامپوزیت‌های چندلایه شیشه پلی‌استر انجام دادند و از روی نمودارهای خزشی نشان دادند که پاسخ‌ها در نمودارهای هم‌زمانی تنش-کرنش با افزایش دما و زمان به سمت غیرخطی شدن پیش می‌رود، در حالیکه در دماهای پایین رفتار خطی از خود نشان می‌دادند. کاتوزیان و همکاران [11] آزمون‌های تجربی خزشی را به مدت 10 ساعت بر روی چندلایه‌های کامپوزیتی کربن اپوکسی تحت سطوح مختلف دمایی (23 و 100 و 140 درجه سانتی‌گراد) و تنشی انجام دادند و از مدل ویسکوالاستیک انتگرال یگانه شپری برای مشخصه‌سازی پارامترهای غیرخطی ویسکوالاستیک آن قطعه‌ها استفاده کردند. مولیان و همکاران [12] با انجام آزمایش‌های تجربی خزش و با بکار بردن معادلات ساختاری توانی خزش و مقایسه با نتایج تجربی، به بررسی پاسخ ماکروسکوپی چندلایه‌های کامپوزیتی پلی‌آمید پرداختند. مولیان و همکاران [13] یک مدل چندگانه ویسکوالاستیک را برای تحلیل رفتارهای وابسته به تنش و دمای چندلایه‌های کامپوزیتی گرافیت اپوکسی توسعه دادند و با نتایج آزمون‌های تجربی خزشی انجام شده

توسط هیل و همکاران [14] مقایسه کردند. ویولت و شپری [15] اثر دما و زمان را بر روی کامپوزیت‌های تک جهته کربن اپوکسی تحت فشار را بررسی کردند. آن‌ها نشان دادند که رابطه میان تنش شکست نمونه‌های کامپوزیتی و زمان از یک معادله توانی پیروی می‌کند. جین و همکاران [16] اثرات محیط بر روی رفتار خزشی چندلایه‌های کامپوزیتی شیشه پلی‌استر (FRP) را بررسی کردند. پیکن و همکاران [17] از معادله برگر گسترش یافته برای مدل کردن رفتار خزشی نانوکامپوزیت‌های ترموست خاک رس در سطوح دمایی و تنشی مختلف استفاده کردند و نشان دادند که معادله ساختاری خزشی برگر نسبت به معادله توانی فایندلی در پیش‌بینی رفتار بلند مدت خزشی نانوکامپوزیت‌ها بهتر می‌باشد. همچنین این مدل بخوبی توانست رفتار خزشی این کامپوزیت‌ها را نشان دهد. آن‌ها نشان دادند که دینامیک سیستم بین لایه‌های کامپوزیت‌های تقویت شده با پرکننده‌ها، مستقل از مقدار پرکننده است و عمدتاً توسط ماتریس کنترل می‌شود. کلمنت و همکاران [18] از مدل ویسکوالاستیک چهار پارامتری برگر برای پیش‌بینی رفتار بلند مدت خزشی کامپوزیت‌های کربن اپوکسی بکار رفته در صنایع دریایی را با بررسی اثر تماس آب در رفتار ویسکوالاستیک، استفاده کردند و نشان دادند که این مدل تطابق بسیار خوبی با داده‌های تجربی دارد. آلمیدا و همکاران [19] از چهار مدل ساختاری خزشی وایبول، فایندلی، ایرینگ و برگر برای پیش‌بینی رفتار بلند مدت خزشی رفتار چندلایه‌های کامپوزیتی کربن اپوکسی استفاده کردند و نشان دادند که دو مدل وایبول و ایرینگ همخوانی بهتری با داده‌های بدست آمده با روش (TTSP) دارند. چانگ و ویلیامسون [6] آزمایش‌های شتابدار خزشی بر روی کامپوزیت با الیاف تک جهته SMC-C50 با 50 درصد وزنی الیاف پلی‌استر انجام دادند. همچنین آزمون‌های کوتاه مدت خزشی را در سطوح مختلف دمایی و تنشی انجام دادند و نتایج آزمون‌های تجربی را با معادله ساختاری فایندلی مدل کردند که از دقت خوبی برخوردار بود. ژانگ و همکاران [20] از مدل برگر برای نشان دادن مکانیزم خزش در کامپوزیت‌های پلی‌پروپیلن/MWCNT استفاده کردند. موزیویکی و مارکوویچ [21] رفتار خزشی نانوکامپوزیت‌های پلیمری بدست آمده از پودر چوب و روغن بذر کتان را مورد بررسی قرار دادند و نشان دادند که تغییر شکل خزشی با اضافه کردن پودر چوب به ماتریس بواسطه برهم کنش بسیار خوب الیاف و ماتریس کاهش پیدا می‌کند. کانگ یو و همکاران [22] رفتار خزشی کامپوزیت‌های پلیمری را تحت رطوبت محیطی مطالعه کردند و از یک مدل ساختاری غیرخطی خزش ارتوتروپیک سه پارامتری که اثر رطوبت را در نظر می‌گیرد، استفاده کردند. پاپانیوکولا و همکاران [23] اثر خستگی حرارتی را بر روی رفتار خزشی و ریکواری کامپوزیت‌های ماتریس پلیمری تقویت شده با الیاف بافته شده شیشه را بررسی کردند. آن‌ها به منظور درک بهتر از رفتار نمونه‌های کامپوزیتی از یک مدل ویسکوالاستیک چهار پارامتری برگر استفاده کردند و نشان دادند که ارتباط تغییرات چهار پارامتر با تعداد سیکل‌های اعمالی دید بهتری را نسبت به رفتار خزشی مشاهده شده، ارائه می‌نماید. پرلا و همکاران [24] آزمون‌های تجربی خزش را بر روی نمونه‌های کامپوزیتی با چیدمان تک جهته کامپوزیت‌های پلیمری تقویت شده با الیاف شیشه در سطوح مختلف تنشی انجام دادند و از مدل‌های خزشی فایندلی و برگر برای مدل کردن رفتار بلند مدت خزشی نمونه‌های کامپوزیتی استفاده کردند، و به این نتیجه رسیدند که مدل برگر توانایی بهتری نسبت به سایر مدل‌ها در پیش‌بینی رفتار بلند مدت خزشی دارد. براونر و همکاران [25] با

¹ Time – temperature superposition principle

در اینجا D_0 و ΔD مدول‌های نرمی الاستیک آبی و نرمی گذرا می‌باشند، که مستقل از دما و تنش فرض می‌شوند. مولیانا و همکاران [8] براساس روش بکار رفته توسط هارپر و ویتسمن [35] همچنین لو و شیری [36] به مشخصه‌سازی پارامترهای معادله ساختاری ویسکوالاستیک شیری پرداختند. پارامترهای g_0, g_1, g_2 و a وابسته به دما و تنش هستند. پارامتر ψ زمان کاهش یافته می‌باشد و بصورت زیر تعریف می‌شود:

$$\psi^t \equiv \Psi(t) = \int_0^t \frac{d\xi}{a\sigma^\xi aT^\xi} \quad (2)$$

پارامتر g_0 نرمی الاستیک آبی است و کاهش یا افزایش در چقرمگی را اندازه‌گیری می‌کند و تابعی از تنش و دما می‌باشد. پارامتر g_1 مربوط به خزش گذرا می‌باشد و اثر غیرخطی را در نرمی گذرا اندازه‌گیری می‌کند. پارامتر g_2 اثر نرخ بارگذاری بر روی پاسخ خزشی را محاسبه می‌کند. پارامترهای T_{ref} به ترتیب دمای جاری و دمای مرجع (محیط) را مشخص می‌نمایند. پارامتر α ضریب انبساط حرارتی وابسته به ماده می‌باشد که در طول بازه دمایی آزمون‌های خزش که به اندازه کافی در زیر دمای عبور گذر شیشه‌ای (T_g) است ثابت فرض می‌گردد. در شرایط محیطی مرجع پارامترهای غیرخطی وابسته به تنش هستند (یعنی همه پارامترهای وابسته به دما a^{T^t} و $g_j^{T^t}$ ($j = 0, 1, 2$) مساوی با یک در نظر گرفته می‌شود). پارامترهای a^{σ^t} و a^{T^t} بصورت ترم‌هایی از تنش و دمای غیر مرجع فاکتورهای جایابی زمان هستند. پارامتر نرمی گذرا اغلب با بکار بردن معادله قانون توانی و یا معادله نمایی سری پرونی بدست می‌آید:

$$\Delta D \psi^t = C(\psi^t)^n \quad (3)$$

$$\Delta D \psi^t = \sum_{n=1}^N D_n(1 - \exp[-\lambda_n \psi^t]) \quad (4)$$

پارامترهای C و n در مدل قانون توانی ثابت ماده و مستقل از دما و تنش هستند و در شرایط مرجع یعنی دمای اتاق اندازه‌گیری می‌شوند. متغیر D_n ، n^{th} ضریب از سری پرونی و λ_n ، n^{th} تقابل از تأخیر زمانی که مستقل از دما و تنش می‌باشد. با استفاده از قانون مدل توانی برای نرمی گذرا، معادله کرنش مکانیکی در معادله (1) بصورت زیر بیان می‌شود:

$$\varepsilon^t = \varepsilon(t) = g_0^{\sigma^t} g_0^{T^t} D_0 \sigma^t + g_1^{\sigma^t} g_1^{T^t} C \int_0^t (\psi^t - \psi^\tau)^n \frac{d(g_2^{\sigma^\tau} g_2^{T^\tau} \sigma^\tau)}{d\tau} d\tau \quad (5)$$

آزمون‌های خزش و ریکاوری هم‌دما اغلب برای مشخصه‌سازی پارامترهای وابسته به دما، تنش و زمان مواد انجام می‌شود.

$$\sigma^t = \sigma_0 [H(t) - H(t - t_1)] \quad (6)$$

بطوریکه تابع $H(t)$ تابع هوی ساید می‌باشد. بنابراین نرخ بارگذاری در معادله (5) بصورت زیر بیان می‌شود:

$$\frac{d(g_2^{\sigma_0} g_2^{T\sigma})}{dt} = g_2^{\sigma_0} g_2^{T\sigma} [\delta(t) - \delta(t - t_1)] \quad (7)$$

با جایگذاری معادله (7) در معادله (5) کرنش‌های خزش و ریکاوری بصورت زیر بیان می‌شود:

$$\varepsilon_c^t = \left[g_0^{\sigma_0} g_0^{T\sigma} D_0 + g_1^{\sigma_0} g_1^{T\sigma} g_2^{\sigma_0} g_2^{T\sigma} \left(\frac{t}{a\sigma_0 aT} \right)^n \right] \sigma_0 \quad 0 < t \leq t_1 \quad (8)$$

انجام آزمون‌های تجربی خزش به بررسی رفتار خزشی نمونه‌های کامپوزیتی پلی‌پروپیلن تقویت شده با الیاف شیشه در سطوح مختلف دمایی و تنشی پرداختند. آن‌ها از مدل چهار پارامتری ویسکوالاستیک برگر برای پیش‌بینی رفتار بلند مدت خزشی نمونه‌های کامپوزیتی استفاده کردند. ژانو و همکاران [26] آزمون‌های تجربی کششی و فشاری خزش را به مدت 24 ساعت بر روی کامپوزیت‌های چوب-پلاستیک تحت سطوح تنشی 15%، 30%، 45% و 60% و به این نتیجه رسیدند که سطوح تنشی 15% و 30% سطوح تنشی پایین در آزمون‌های کششی و فشاری خزش محسوب می‌شوند. لینگ و همکاران [27] با انجام آزمون‌های تجربی به مقایسه رفتار خزشی کامپوزیت‌های تقویت شده با الیاف طبیعی بگاس و چندین کامپوزیت پلیمری دیگر در سطح تنشی یکسان با افزایش سطح دما پرداختند. کونتو و همکاران [28] رفتار خزشی کوتاه مدت کامپوزیت‌های پلیمری زیست تخریب را مورد مطالعه قرار دادند. بی و همکاران [29، 30] و بی [31] از روابط انتگرال یگانه شیری همراه با تحلیل المان محدود برای بررسی پاسخ ویسکوالاستیک چندلایه‌های کامپوزیتی در معرض بارگذاری‌های مکانیکی و حرارتی استفاده کردند. اسکات و زوریک [32] آزمون‌های خزشی فشاری را بر روی نمونه‌های کامپوزیتی شیشه/وینیل استر انجام دادند. قاسمی و حسین‌پور [33] اثرات تغییرات دما و فشار داخلی را بر روی استوانه‌های کامپوزیتی چندلایه بررسی کردند. آن‌ها از معادله ویسکوالاستیک غیرخطی شیری و معادلات پرنتل روس و تقریب مندلسون برای بیان رفتار خزشی استفاده کردند. آن‌ها تاریخچه کرنش‌های خزشی محیطی، شعاعی و محوری استوانه‌های کامپوزیتی چندلایه شیشه وینیل استر را مورد بررسی قرار دادند. هدف اصلی این تحقیق، مشخصه‌سازی دقیق پارامترهای معادله ویسکوالاستیک برگر و تحلیل اثر تغییرات دما و تنش بر روی این پارامترها است. این تحقیق بر مبنای داده‌های تجربی حاصل از آزمون‌های تجربی انجام‌شده توسط دیگر محققان [8]، به ارزیابی دقیق رفتار خزشی بلندمدت کامپوزیت‌های تقویت‌شده با الیاف شیشه‌ای در ماتریس وینیل استر پرداخته است. در این راستا، علاوه بر مشخصه‌سازی معادله برگر، تلاش شده است با تغییر پارامترهای آن در شرایط دمایی و تنشی مختلف، معادلات حاکم به‌طور دقیق بررسی و مدل‌سازی شوند. همچنین، این تحقیق به مقایسه و تحلیل معادله ویسکوالاستیک برگر با معادله انتگرال یگانه شیری پرداخته تا میزان انطباق هرکدام از این مدل‌ها با داده‌های تجربی و پیش‌بینی رفتار بلندمدت خزشی کامپوزیت‌های شیشه وینیل استر را ارزیابی کند. به‌ویژه، در این مطالعه، تأثیر سطوح مختلف دما و تنش بر روی رفتار خزشی، عملکرد مدل‌ها و قابلیت پیش‌بینی آن‌ها در شرایط عملی مختلف مورد توجه قرار گرفته است.

2- مدل‌های خزشی ویسکوالاستیک

2-1- مدل انتگرال یگانه شیری:

معادله انتگرال شیری برای نشان دادن رفتارهای وابسته به زمان مواد ویسکوالاستیک با رفتارهای غیرخطی ترمومکانیکی در تحقیقات زیادی بکار رفته است [34]، که برای بارگذاری‌های تک محور و هم‌دما بصورت زیر بیان می‌شود:

$$\varepsilon^t = \varepsilon(t) = g_0^{\sigma^t} g_0^{T^t} D_0 \sigma^t + g_1^{\sigma^t} g_1^{T^t} \int_0^t \Delta D(\psi^t - \psi^\tau) \frac{d(g_2^{\sigma^\tau} g_2^{T^\tau} \sigma^\tau)}{d\tau} d\tau + \alpha(T^t - T_{ref}) \quad (1)$$

$$\varepsilon_3 = \left(\frac{\sigma}{\eta_3}\right) t \quad (14)$$

$$\frac{d\varepsilon_3}{dt} = \left(\frac{\sigma}{\eta_3}\right) \quad (15)$$

در معادله‌های فوق پنج متغیر مجهول $\sigma, \varepsilon, \varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ وجود دارد، در حالیکه σ, ε متغیرهای بیرونی هستند و $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ متغیرهای درونی هستند. با جایگذاری و به کمک تبدیل لاپلاس معکوس رفتار خزشی برگر طبق معادله زیر بدست می‌آید:

$$\varepsilon(t) = \sigma_0 \left[\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2} \left[1 - \exp\left(\frac{-E_2 t}{\eta_2}\right) \right] + \frac{t}{\eta_3} \right] \quad (16)$$

رفتار خزشی برگر در واقع جمع رفتار خزشی مدل‌های ماکسول و کلونین می‌باشد [38]. اگر تنش σ_0 در زمان t_1 برداشته شود رفتار ریکواری مدل برگر می‌تولند از معادله (16) و بکار بردن اصل جمع آثار و در نظر گرفتن اینکه در زمان $t = t_1$ تنش $\sigma = -\sigma_0$ نیز اضافه شود بدست آید.

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma_0}{\eta_3} t_1 + \frac{\sigma_0}{E_2} \left[\exp\left(\frac{E_2 t_1}{\eta_2}\right) - 1 \right] \exp\left(\frac{-E_2 t}{\eta_2}\right) \quad t > t_1 \quad (17)$$

نرمی خزشی قطعات نیز از تقسیم کردن معادله 16 بر تنش استاتیکی σ_0 بدست می‌آید:

$$j(t) = \frac{\varepsilon(t)}{\sigma_0} = \left(\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2} \left[1 - \exp\left(\frac{-E_2 t}{\eta_2}\right) \right] + \frac{t}{\eta_3} \right) \quad (18)$$

مدول خزشی قطعات بصورت زیر بیان می‌شود:

$$E(t) = \frac{1}{j(t)} \quad (19)$$

همچنین فاکتور تخریب قطعات نیز بصورت زیر می‌باشد:

$$D(t) = 1 - \frac{E(t)}{E_0} \quad (20)$$

3- استخراج و مشخصه‌سازی پارامترهای مدل برگر و پیش‌بینی رفتار بلند مدت خزشی:

در این تحقیق از نتایج آزمون‌های تجربی انجام شده توسط مولیانا و همکاران [8] بر روی پنج لایه کامپوزیتی شیشه وینیل استر استفاده شده است. تنش تسلیم فشاری مربوط به پنج لایه کامپوزیتی شیشه وینیل استر با زاویه الیاف 45° برابر با 165 MPa می‌باشد، که از نتایج آزمون‌های تجربی مربوط به آن نمونه استفاده می‌شود. برای برازش منحنی توسط نرم‌افزار متلب بر روی نقاط بدست آمده از آزمون‌های تجربی و انجام محاسبات ریاضی از تابع نمایی زیر استفاده می‌کنیم:

$$f(x) = a \cdot \exp(b \cdot x) + c \cdot \exp(d \cdot x) \quad (21)$$

برای مشخصه‌سازی پارامترهای مدل برگر از روش انجام شده توسط پاپانیوکولا و همکاران [37] استفاده شده است. نتایج آزمون‌های تجربی تساوی مقادیر مربوط به این پارامترها را در مرحله خزش و ریکواری تأیید نمی‌کند. به همین دلیل پارامترهای معادلات ساختاری خزش و ریکواری می‌بایست بصورت جداگانه مشخصه‌سازی شوند. شکل 2 تغییرات پارامترهای E_1, E_2, η_2, η_3 مدل برگر در مرحله خزش را بر حسب تغییرات تنش استاتیکی در دمای 75°F در چندلایه کامپوزیتی شیشه وینیل استر نمایش می‌دهد و همانطور که

با استفاده از اصل جمع آثار بولتزمان معادله ساختاری مربوط به کرنش وابسته به زمان در مرحله ریکواری بصورت معادله (9) بیان می‌شود.

$$\varepsilon_r^t = g_1^T g_2^{\sigma_0} g_2^T C \left[\left(\frac{t_1}{a \sigma_0 a^T} + \frac{t-t_1}{a^T} \right)^n - \left(\frac{t-t_1}{a^T} \right)^n \right] \sigma_0 \quad (9)$$

پارامترهای مربوط به مواد می‌تولند با استفاده از برازش معادلات (8) و (9) بر روی پاسخ‌های خطی و غیرخطی بدست آمده از آزمون‌های خزش و ریکواری در سطوح مختلف دمایی و تنش‌ی مشخصه‌سازی شود.

2-2 مدل چهار پارامتری برگر:

از میان مدل‌های رئولوژیک، مدل چهار پارامتری معروف به برگر توانایی پیش‌بینی رفتار خزشی بلند مدت کامپوزیت‌های کربن اپوکسی را دارد. مدل برگر شامل یک المان ماکسول و یک المان کلونین می‌باشد که بصورت سری به یکدیگر متصل شده‌اند [37]، که در شکل 1 قابل مشاهده می‌باشد. لازم به ذکر است که مدل سه پارامتری جامد معروف به *SLS* هم توانایی پیش‌بینی رفتار خزشی این نوع از کامپوزیت‌ها را دارد ولی بخاطر نداشتن دمپر در المان ماکسول در هنگام ریکواری نمی‌تواند کرنش‌های پسماند را در مواد پلیمری ترموست (اپوکسی‌ها) پیش‌بینی نماید.

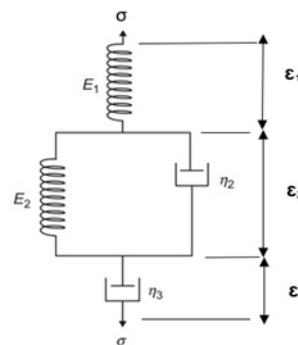


Fig. 1 Schematic of the four-parameter Burgers model [1]

شکل 1 شماتیک مدل چهار پارامتری برگر [1]

برای تعیین معادله ساختاری برگر و تعیین پارامترهای E_1, E_2, η_2, η_3 موارد زیر باید در نظر گرفته شود. کرنش کل برابر است با:

$$\varepsilon_t = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 \quad (10)$$

در حالیکه ε_1 نشان دهنده تغییر شکل الاستیک خالص فنر در المان ماکسول است و ε_2 نشان دهنده تغییر شکل الاستیک تأخیری المان کلونین می‌باشد و ε_3 نشان دهنده تغییر شکل ویسکوز دمپر در المان ماکسول می‌باشد. تغییر شکل الاستیک فنر در المان ماکسول برابر است با:

$$\varepsilon_1 = \frac{\sigma}{E_1} \quad (11)$$

تغییر شکل الاستیک تأخیری ناشی از المان کلونین برابر است با:

$$\frac{d\varepsilon_2}{dt} + \frac{E_2}{\eta_2} \varepsilon_2 = \frac{\sigma}{\eta_2} \quad (12)$$

$$\varepsilon_2 = \left(\frac{\sigma}{E_2} \right) \left[1 - \exp\left(\frac{-t}{\tau_2}\right) \right], \quad \tau_2 = \frac{\eta_2}{E_2} \quad (13)$$

تغییر شکل ویسکوز ناشی از دمپر المان ماکسول برابر است با:

مشاهده می‌شود این پارامترها در دمای ثابت تابع تنش می‌باشند. با افزایش سطح تنش روند کاهش در مقادیر این پارامترها دیده می‌شود. معادلات برازش شده بر روی پارامترهای مدل چهار پارامتری برگر در دمای 75°F و سطوح تنشی مختلف براساس نتایج آزمون‌های تجربی خزشی کوتاه مدت انجام شده در جدول 1 بیان شده است. شکل 3 مقایسه بین پاسخ خزشی مدل‌های برگر و شپری و نتایج آزمون‌های تجربی را بر روی نمونه‌های کامپوزیتی شیشه وینیل استر با زاویه الیاف 45° نسبت به محور افقی تحت دمای 75°F و در سه سطح تنشی ارائه می‌دهد. از نتایج آزمون‌های تجربی برای کالیبره کردن و مشخصه‌سازی پارامترهای مدل برگر استفاده شده است. هر دو مدل در پیش‌بینی رفتار خزشی از دقت بسیار خوبی برخوردار می‌باشند. در سطوح تنشی پایین (0.2, 0.4σ_{ult}) هر دو مدل از دقت تقریباً یکسانی در پیش‌بینی رفتار خزشی بلند مدت نمونه‌های کامپوزیتی برخوردار هستند، در حالیکه در سطح تنش بالا (0.6σ_{ult}) مدل برگر از دقت بهتری نسبت به مدل شپری برخوردار می‌باشد. همانطور که ملاحظه می‌شود هر چه سطح اعمال تنش استاتیکی بالاتر باشد مقدار کرنش الاستیک آنی و کرنش خزشی بالاتر می‌باشد. پارامترهای مربوط به معادله ریکواری مدل برگر به غیر از پارامتر η₂ بطور مستقل از مرحله خزش مشخصه‌سازی شده است.

شکل 4 تغییرات پارامترهای E₁, E₂, η₂, η₃ مدل برگر در مرحله ریکواری را برحسب تغییرات تنش استاتیکی در دمای 75°F در چندلایه کامپوزیتی شیشه وینیل استر نشان می‌دهد. تفاوت بین پارامتر η₃ در مرحله خزش و ریکواری در این شکل کاملاً مشهود می‌باشد. کرنش باقیمانده در پایان زمان ریکواری ناشی از وجود پارامتر η₃ المان ماکسول در معادله ساختاری محاسبه شده است.

شکل 2 تغییرات پارامترهای E₁, E₂, η₂, η₃ مدل برگر در مرحله خزشی در دمای 75°F در چندلایه کامپوزیتی شیشه وینیل استر نشان می‌دهد. تفاوت بین پارامتر η₃ در مرحله خزش و ریکواری در این شکل کاملاً مشهود می‌باشد. کرنش باقیمانده در پایان زمان ریکواری ناشی از وجود پارامتر η₃ المان ماکسول در معادله ساختاری

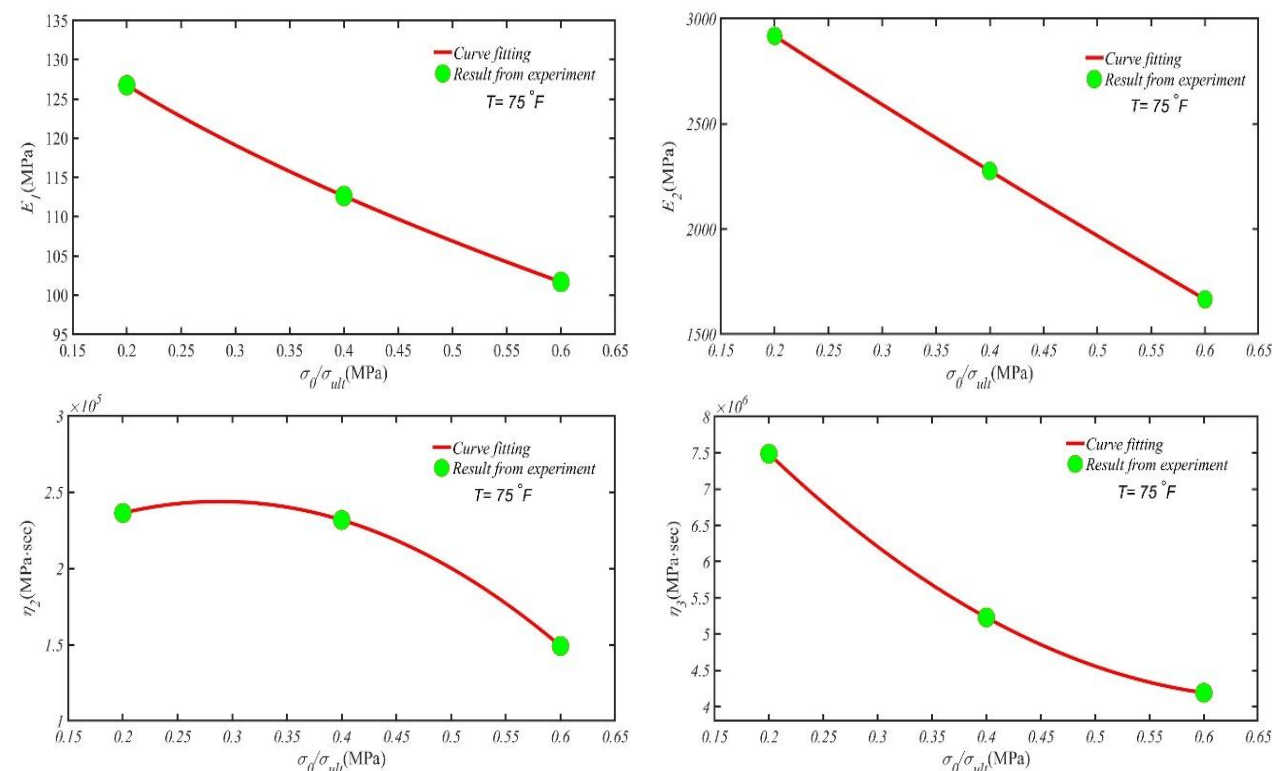


Fig. 2 Variations of the burgers model parameters E₁, E₂, η₂, η₃ during the creep stage as a function of static stress at 75°F

شکل 2 تغییرات پارامترهای E₁, E₂, η₂, η₃ مدل برگر در مرحله خزش بر حسب تغییرات تنش استاتیکی در دمای 75°F

جدول 1 معادلات برازش شده بر روی پارامترهای مدل برگر در مرحله خزش در دمای 75°F

R^2	c	b	a	Function	Parameter
1	159.1	0.5221	-74.97	$f(x) = a\sigma_0^b + c$	E_1
1	3655	0.9041	-3157	$f(x) = a\sigma_0^b + c$	E_2
1	1.62E+05	5.62E+05	-9.7E+05	$f(x) = a\sigma_0^2 + b\sigma_0 + c$	η_2
1	1.09E+07	-2.043+07	1.52E+07	$f(x) = a\sigma_0^2 + b\sigma_0 + c$	η_3

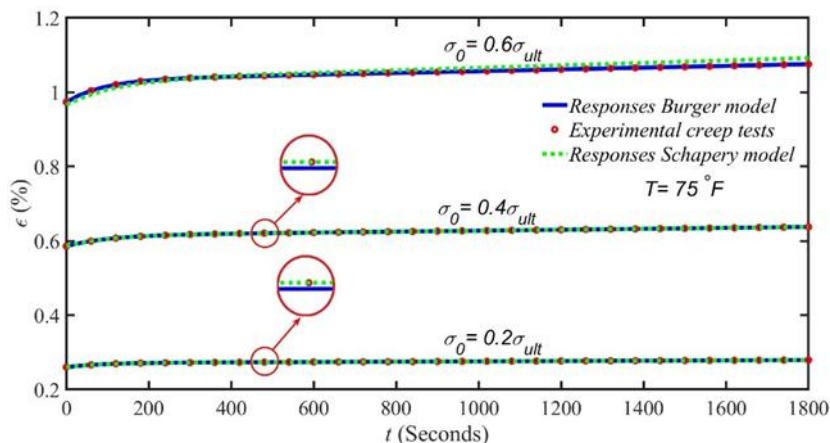


Fig. 3 Comparison between the creep response of schapery and bergers models and experimental tests performed at different stress levels and temperature 75°F

شکل 3 مقایسه بین پاسخ خزشی مدل‌های شپری و برگر و آزمون‌های تجربی انجام شده در سطوح تنش‌های مختلف در دمای 75°F

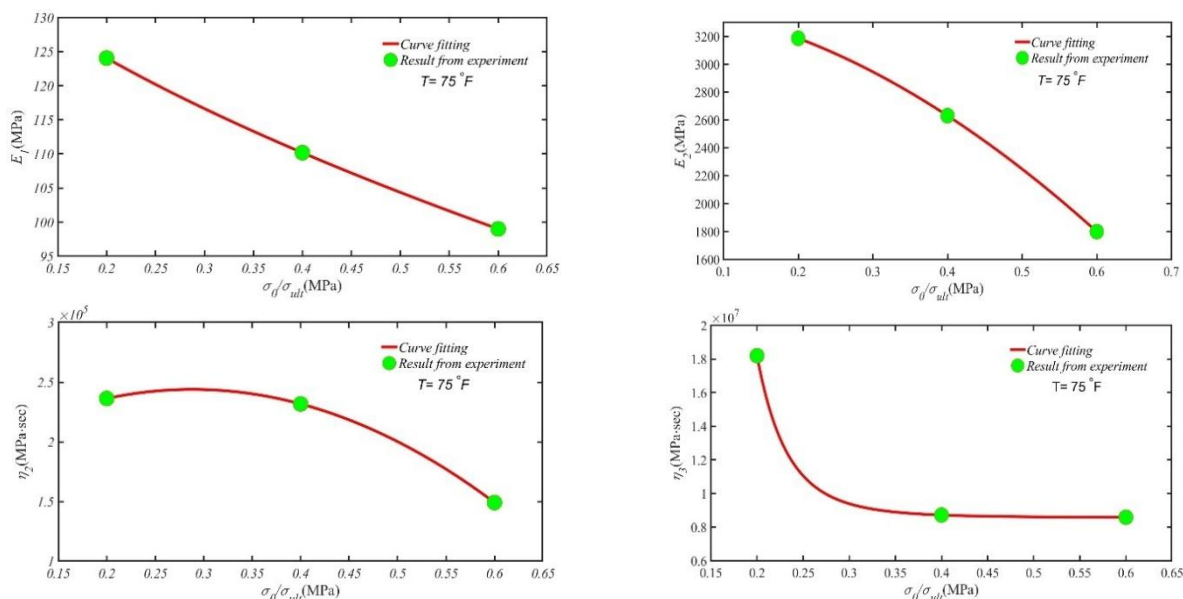


Fig. 4 Variations of the burgers model parameters E_1, E_2, η_2, η_3 during the recovery stage as a function of static stress at 75°F

شکل 4 تغییرات پارامترهای E_1, E_2, η_2, η_3 مدل برگر در مرحله ریکاوری بر حسب تغییرات تنش استاتیکی در دمای 75°F

جدول 2 معادلات برازش شده بر روی پارامترهای مدل برگر در مرحله خزش در دمای 75°F

R^2	c	b	a	Function	Parameter
1	151.5	0.5907	-70.98	$f(x) = a\sigma_0^b + c$	E_1
1	3412	1.788	-4019	$f(x) = a\sigma_0^b + c$	E_2
1	1.63E+05	5.62E+05	-9.7E+05	$f(x) = a\sigma_0^2 + b\sigma_0 + c$	η_2
1	8.58E+06	-6.082	539.9	$f(x) = a\sigma_0^b + c$	η_3

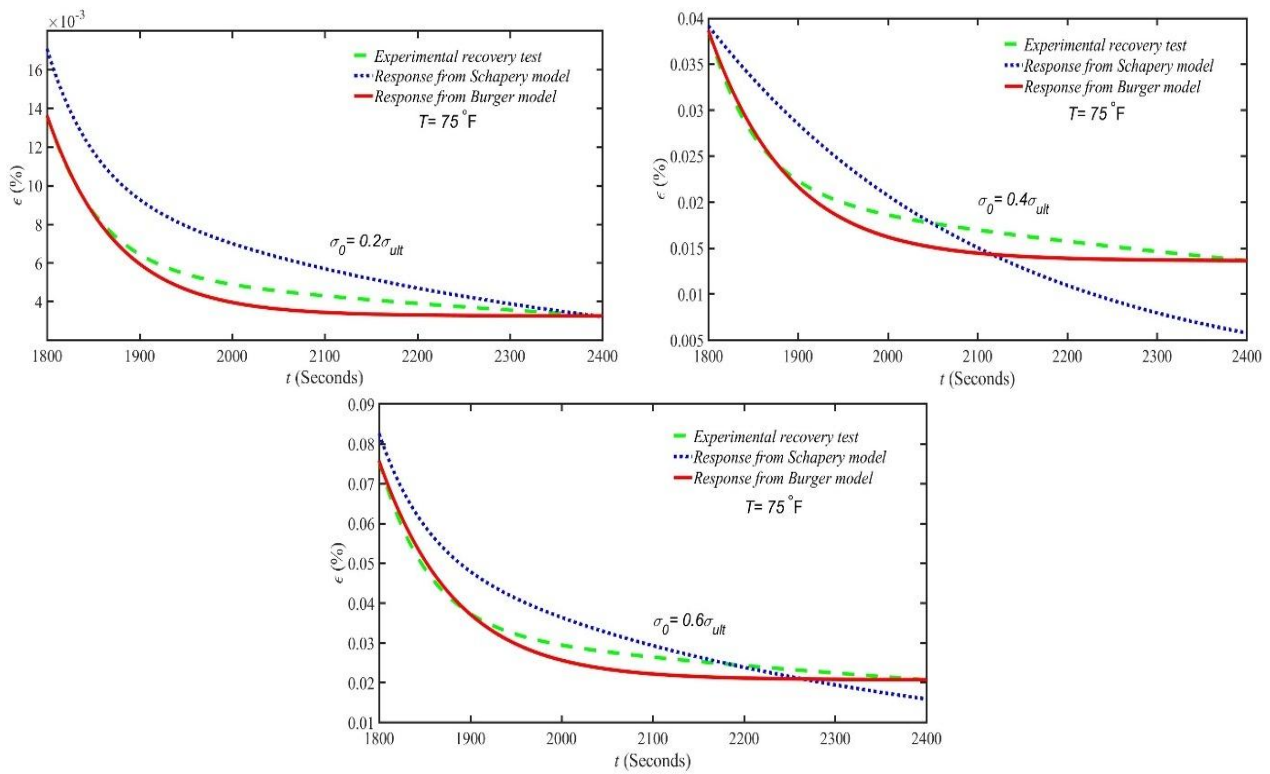


Fig. 5 Comparison between the recovery response of schapery and bergers models and experimental tests performed at different stress levels and temperature 75°F

شکل 5 مقایسه بین پاسخ ریکاوری مدل‌های شپری و برگر و آزمون‌های تجربی انجام شده در سطوح مختلف تنش و در دمای 75°F

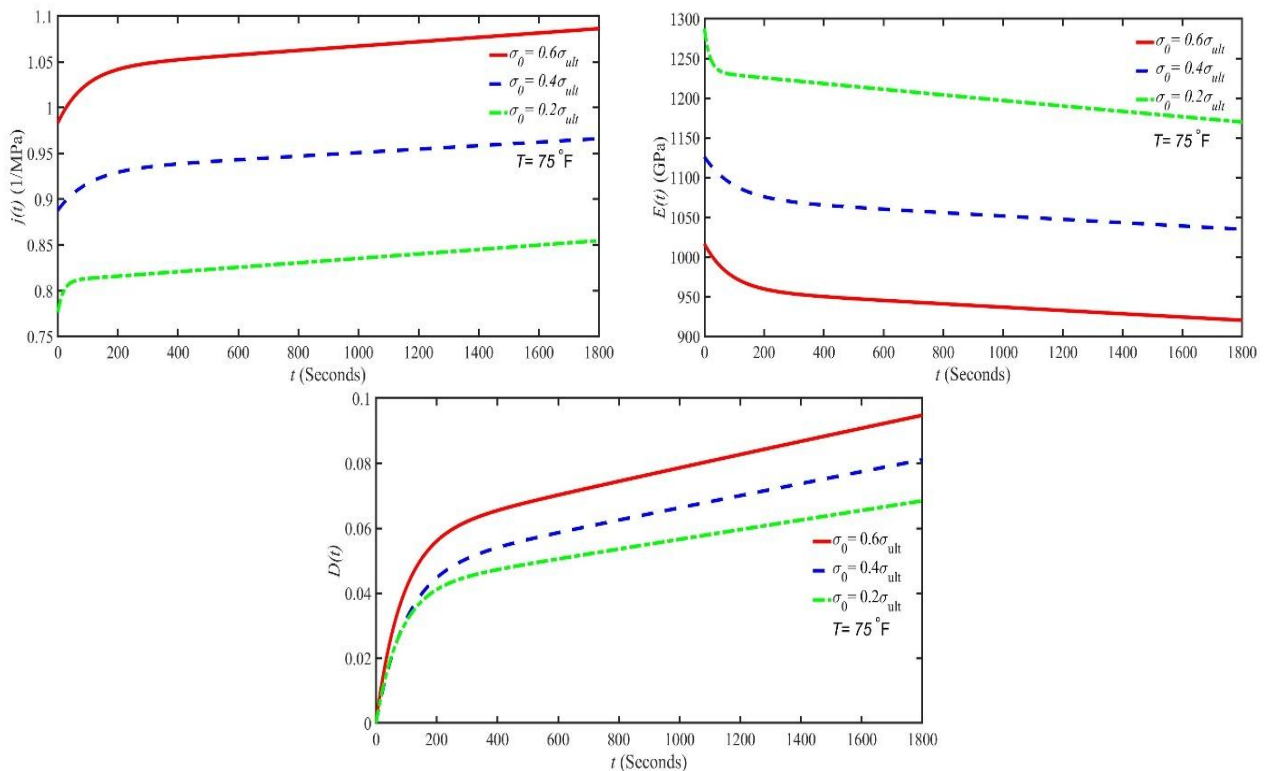


Fig. 6 Creep compliance, creep modulus, and damage factor as a function of time under various stress levels at 75°F

شکل 6 نرمی خزشی، مدول خزشی، فاکتور تخریب بر حسب گذر زمان در سطوح مختلف تنش و در دمای 75°F

جدول 3 معادله برازش شده بر روی تغییرات نرخ کرنش خزشی حالت پایدار در دمای 75°F

Table 3 Fitted equation for the variations of steady-state creep strain rate at temperature 75°F

R^2	c	b	a	Function
1	-1.81E-06	2.34E-05	3.18E-05	$f(x) = a\sigma_0^2 + b\sigma_0 + c$

هر دو مدل در پیش‌بینی رفتار خزشی از دقت بسیار خوبی برخوردار می‌باشند. همانطور که ملاحظه می‌شود هر چه سطح اعمال دما بر روی نمونه بالاتر باشد مقدار کرنش الاستیک آنی و کرنش خزشی بالاتر می‌باشد. همچنین در سطوح دمایی و تنش‌های بالا مدل برگر از انطباق بهتری بر روی نتایج آزمون‌های تجربی برخوردار می‌باشد. انطباق بین مدل ویسکوالاستیک برگر و نتایج آزمون‌های تجربی در سطوح تنش‌های 0.4 و 0.6 تنش نهایی قطعه کامپوزیتی به‌وضوح دیده می‌شود. شکل‌های 9، 10 و 11 تغییرات پارامترهای E_1, E_2, η_2, η_3 مدل برگر در مرحله خزش را بر حسب تغییرات دما در سطوح تنش الاستیکی $\sigma_0 = 0.2 - 0.6\sigma_{ult}$ در چندلایه کامپوزیتی شیشه وینیل استر نمایش می‌دهد.

معادله حاکم بر تغییرات نرخ کرنش خزشی حالت پایدار بر حسب تنش الاستیکی اعمال شده در انتهای زمان خزش ناشی از نتایج آزمون‌های تجربی انجام شده در دمای 75°F در جدول شماره 3 آورده شده است. شکل 8 مقایسه بین پاسخ خزشی مدل‌های برگر و شپری و نتایج آزمون‌های تجربی را بر روی نمونه‌های کامپوزیتی شیشه وینیل استر با زاویه الیاف 45° نسبت به محور افقی تحت تنش الاستیکی $\sigma_0 = 0.2 - 0.6\sigma_{ult}$ و در چهار سطح دمایی ارائه می‌دهد. از نتایج آزمون‌های تجربی برای کالیبره کردن و مشخصه‌سازی پارامترهای مدل برگر استفاده شده است.

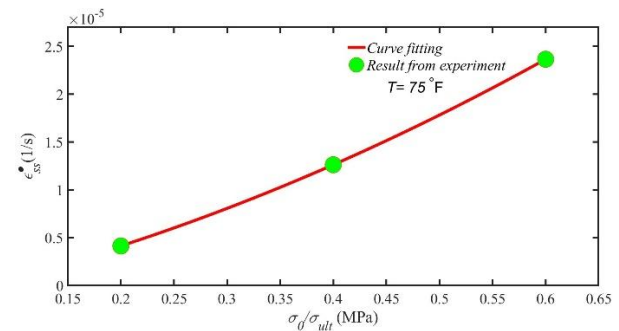


Fig. 7 Variation of creep strain rate as a function of static stress changes at 75°F

شکل 7 تغییر نرخ کرنش خزشی بر حسب تغییرات تنش الاستیکی تحت دمای 75°F

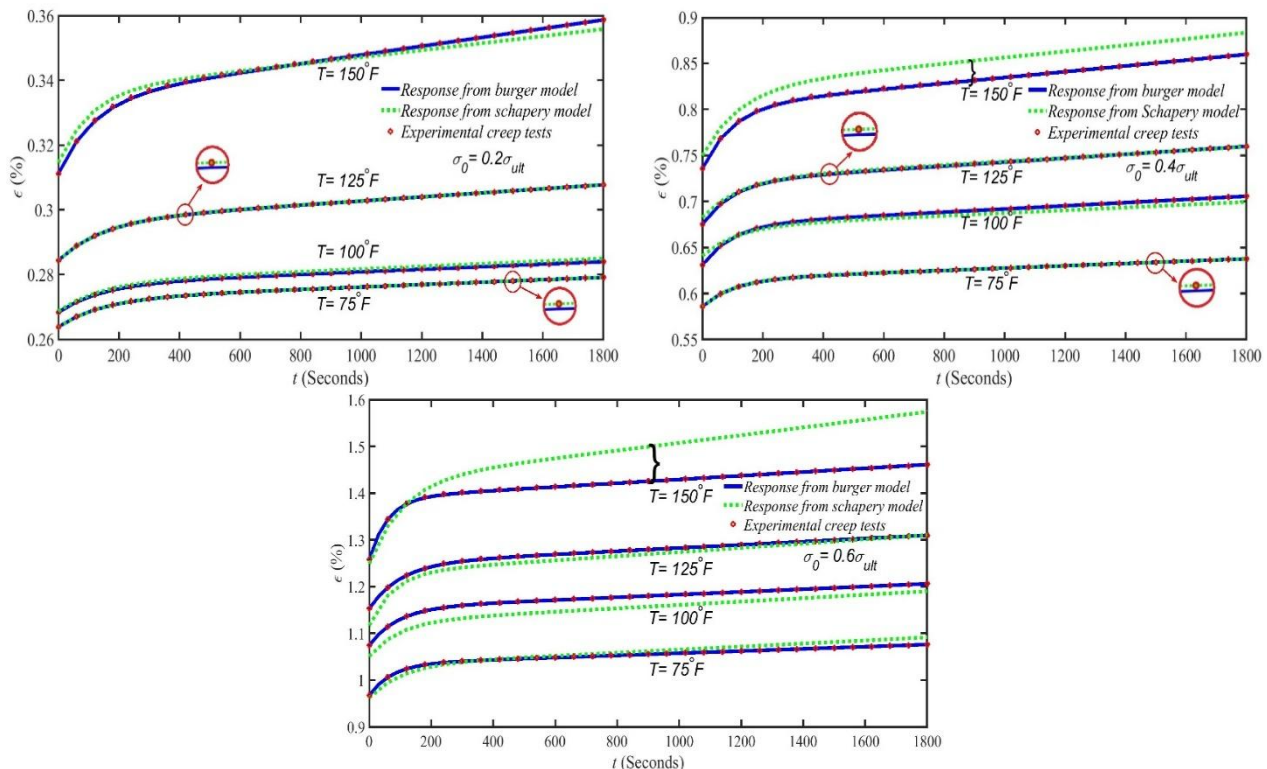


Fig. 8 Comparison between the creep responses of the Schapery and Burgers models and experimental tests conducted under various temperature and stress levels

شکل 8 مقایسه بین پاسخ خزشی مدل‌های شپری و برگر و آزمون‌های تجربی انجام شده در سطوح دمایی و تنش‌های مختلف

ارائه شده است. با استفاده از این معادلات می‌توان در دمایی غیر از سطوح دمایی مورد مطالعه رفتار خزشی قطعه را در همان بازه تنش (0.2-0.6) σ_{ult} که آزمون‌های تجربی صورت پذیرفته را معین نمود.

پارامترهای مذکور به طور جداگانه در هر سطح دمایی مشخصه‌سازی شده و تغییرات آن بر روی نمودار به تصویر کشیده شده است. همچنین معادلات برازش شده و ضرایب آن بر روی این نمودارها در جدول‌های شماره 4، 5 و 6

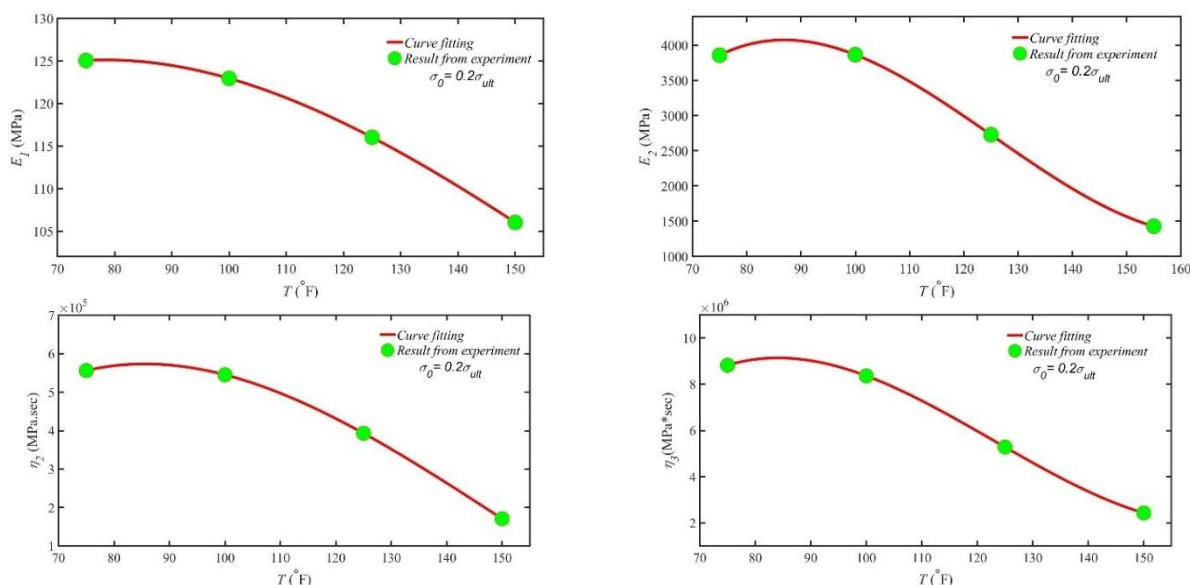


Fig. 9 Variations of the burgers model parameters E_1, E_2, η_2, η_3 during the creep stage as a function of temperature under static stress $\sigma_0 = 0.2\sigma_{ult}$

شکل 9 تغییرات پارامترهای E_1, E_2, η_2, η_3 مدل برگر در مرحله خزش بر حسب تغییرات دما در تنش استاتیکی $\sigma_0 = 0.2\sigma_{ult}$

جدول 4 معادلات برازش شده بر روی پارامترهای E_1, E_2, η_2, η_3 مدل برگر در مرحله خزش در تنش استاتیکی $\sigma_0 = 0.2\sigma_{ult}$

Table 4 Fitted equations for the burgers model parameters E_1, E_2, η_2, η_3 during the creep stage under static stress $\sigma_0 = 0.2\sigma_{ult}$

R^2	d	c	b	a	Function	Parameter
1	84.72	1.146	-95.18E-04	1.885E-05	$f(x) = aT^3 + bT^2 + cT + d$	E_1
1	-1.42E+04	510.4	-4.489	0.01192	$f(x) = aT^3 + bT^2 + cT + d$	E_2
1	-9.69E+05	4.14E+04	-340.5	0.7587	$f(x) = aT^3 + bT^2 + cT + d$	η_2
1	-3.402E+07	1.241E+06	-1.122E+04	30.4	$f(x) = aT^3 + bT^2 + cT + d$	η_3

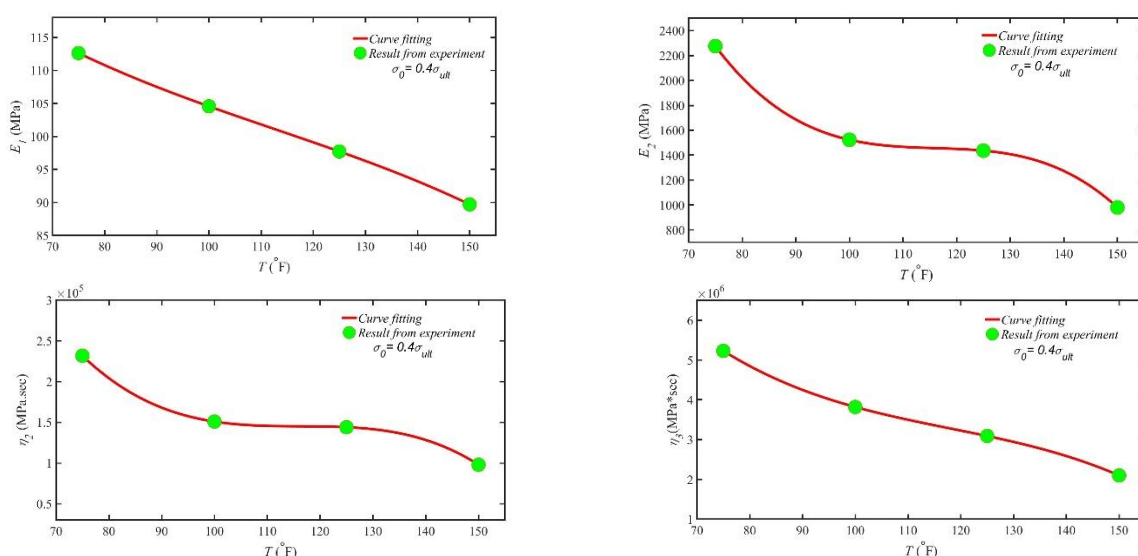


Fig. 10 Variations of the burgers model parameters E_1, E_2, η_2, η_3 during the creep stage as a function of temperature under static stress $\sigma_0 = 0.4\sigma_{ult}$

شکل 10 تغییرات پارامترهای E_1, E_2, η_2, η_3 مدل برگر در مرحله خزش را بر حسب تغییرات دما در تنش استاتیکی $\sigma_0 = 0.4\sigma_{ult}$

جدول 5 معادلات برازش شده بر روی پارامترهای E_1, E_2, η_2, η_3 مدل برگر در مرحله خزش در تنش استاتیکی $\sigma_0 = 0.4\sigma_{ult}$

Table 5 Fitted equations for the burgers model parameters E_1, E_2, η_2, η_3 during the creep stage under static stress $\sigma_0 = 0.4\sigma_{ult}$

R^2	d	c	b	a	Function	Parameter
1	168.2	-1.246	0.008663	-2.562E-05	$f(x) = aT^3 + bT^2 + cT + d$	E_1
1	1.888E+04	-447.8	3.847	-0.01105	$f(x) = aT^3 + bT^2 + cT + d$	E_2
1	2.049E+06	-4.904E+04	421.2	-1.207	$f(x) = aT^3 + bT^2 + cT + d$	η_2
1	2.294E+07	-4.461E+05	3552	-10.03	$f(x) = aT^3 + bT^2 + cT + d$	η_3

شکل 12 نرمی خزشی و مدول خزشی نمونه‌های کامپوزیتی را در سطوح مختلف تنشی $(0.2 - 0.6\sigma_{ult})$ و دمایی $(75 - 150^\circ\text{F})$ نشان می‌دهد. هرچه سطح اعمال دما در تنش ثابت و یا سطح اعمال تنش در دمای ثابت بر روی نمونه کامپوزیتی بالاتر باشد، نرمی خزشی بیشتر می‌شود و هر چه سطح اعمال دما به نمونه کامپوزیتی در مرحله خزش بیشتر باشد مدول خزشی نمونه کامپوزیتی بیشتر کاهش می‌یابد. همچنین در هر سطح دمایی با گذر زمان کاهش مدول خزشی را مشاهده می‌کنیم که حاکی از رشد تخریب میکرو ساختارها در نمونه‌ها می‌باشد که خود را در کاهش مدول خزشی نشان می‌دهد. شکل 13 فاکتور تخریب را در سطوح مختلف تنش $(0.2 - 0.6\sigma_{ult})$ و دمایی $(75 - 150^\circ\text{F})$ نشان می‌دهد. در واقع هر چه سطح دمای اعمال شده به نمونه کامپوزیتی بالاتر باشد تخریب در نمونه بالاتر باشد میزان رشد

تخریب در میکرو ساختارهای آن بالاتر می‌باشد. همچنین هر چه مقدار فاکتور تخریب در نمونه بالاتر باشد نرمی خزشی آن بیشتر می‌شود که از مقایسه دو شکل 12 و 13 به‌وضوح دیده می‌شود. با افزایش مقدار نرمی خزش و فاکتور تخریب در نمونه‌های کامپوزیتی، نرخ کرنش خزشی در نمونه‌های تحت آزمایش با افزایش سطح دما و تنش زیاد می‌شود که این موضوع در شکل 13 دیده می‌شود. در این شکل مقادیر نرخ کرنش در انتهای زمان خزش محاسبه شده است. معادله حاکم بر تغییرات نرخ کرنش خزشی حالت پایدار بر حسب دما در انتهای زمان خزش ناشی از نتایج آزمون‌های تجربی انجام شده در سطوح مختلف تنش $(0.2 - 0.6\sigma_{ult})$ و دمایی $(75 - 150^\circ\text{F})$ در جدول شماره 7 آورده شده است.

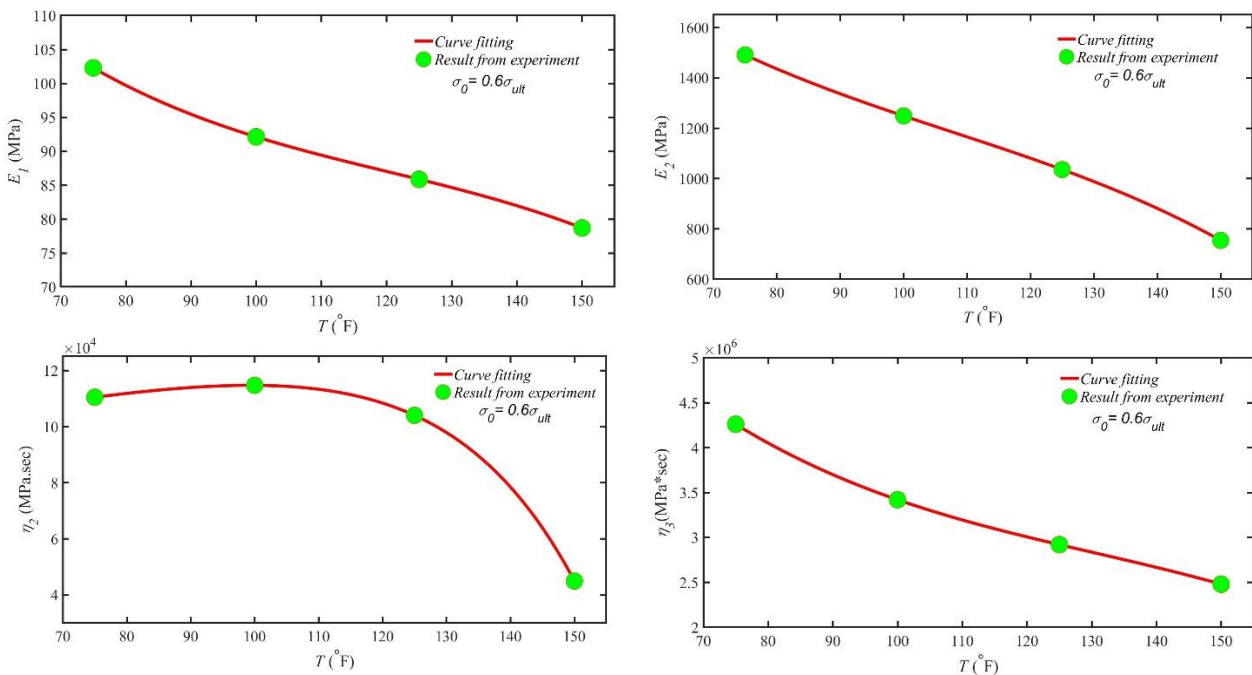


Fig. 11 Variations of the burgers model parameters E_1, E_2, η_2, η_3 during the creep stage as a function of temperature under static stress $\sigma_0 = 0.6\sigma_{ult}$

شکل 11 تغییرات پارامترهای E_1, E_2, η_2, η_3 مدل برگر در مرحله خزش را بر حسب تغییرات دما در سطح تنش استاتیکی $\sigma_0 = 0.6\sigma_{ult}$

جدول 6 معادلات برازش شده بر روی پارامترهای E_1, E_2, η_2, η_3 مدل برگر در مرحله خزش در تنش استاتیکی $\sigma_0 = 0.6\sigma_{ult}$

Table 6 Fitted equations for the burgers model parameters E_1, E_2, η_2, η_3 during the creep stage under static stress $\sigma_0 = 0.6\sigma_{ult}$

R^2	d	c	b	a	Function	Parameter
1	204.1	-2.455	0.01847	-5.118E-05	$f(x) = aT^3 + bT^2 + cT + d$	E_1
1	3373	-44.46	0.3365	-0.001043	$f(x) = aT^3 + bT^2 + cT + d$	E_2
1	0.00403	8.446E+04	0.04482	-131.9	$f(x) = a \cdot \exp(b \cdot T) + c \cdot \exp(d \cdot T)$	η_2
1	1.162E+07	-1.689E+05	1168	-2.987	$f(x) = aT^3 + bT^2 + cT + d$	η_3

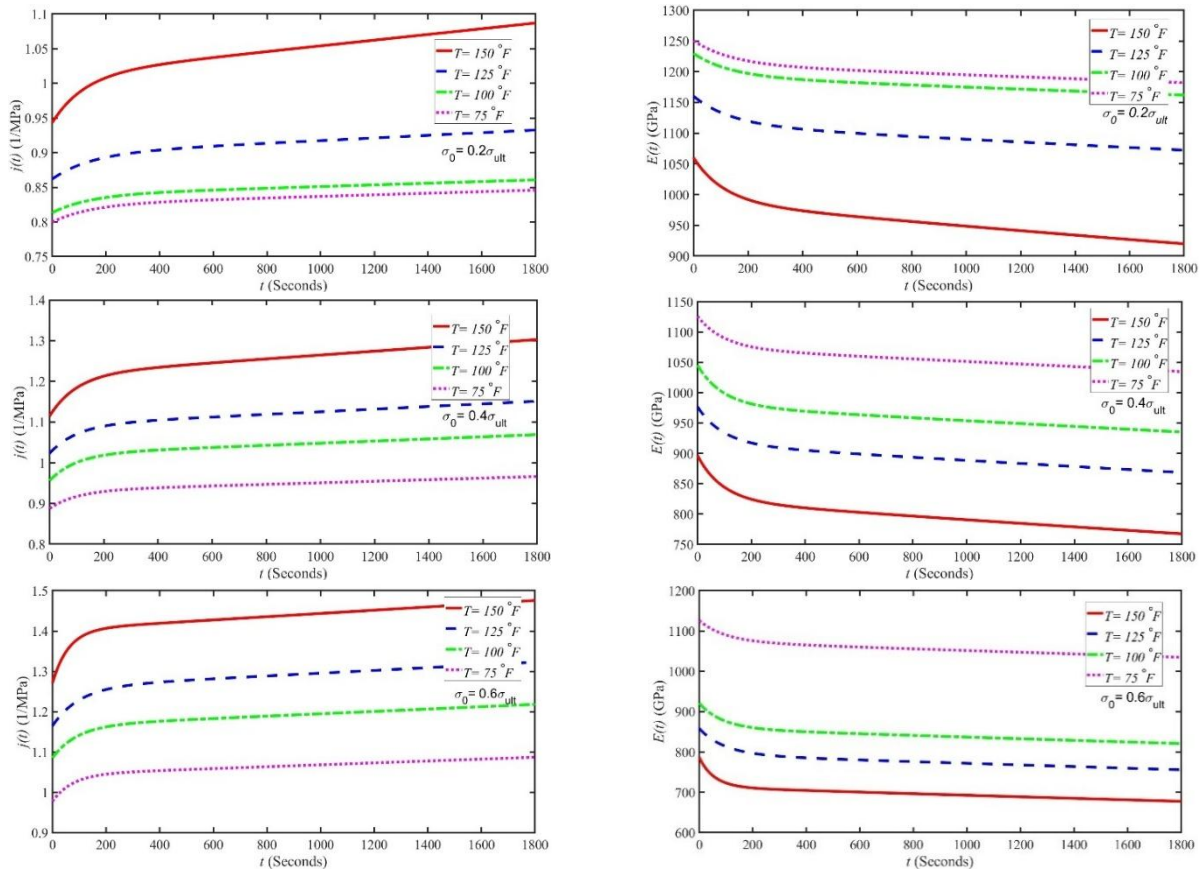


Fig. 12 Creep compliance and creep modulus as a function of time under various stress levels ($0.2 - 0.6\sigma_{ult}$) and temperatures ($75-150^{\circ}F$)

شکل 12 نرمی خزشی و مدول خزشی بر حسب گذر زمان تحت سطوح مختلف تنش ($0.2 - 0.6\sigma_{ult}$) و دمایی ($75 - 150^{\circ}F$)

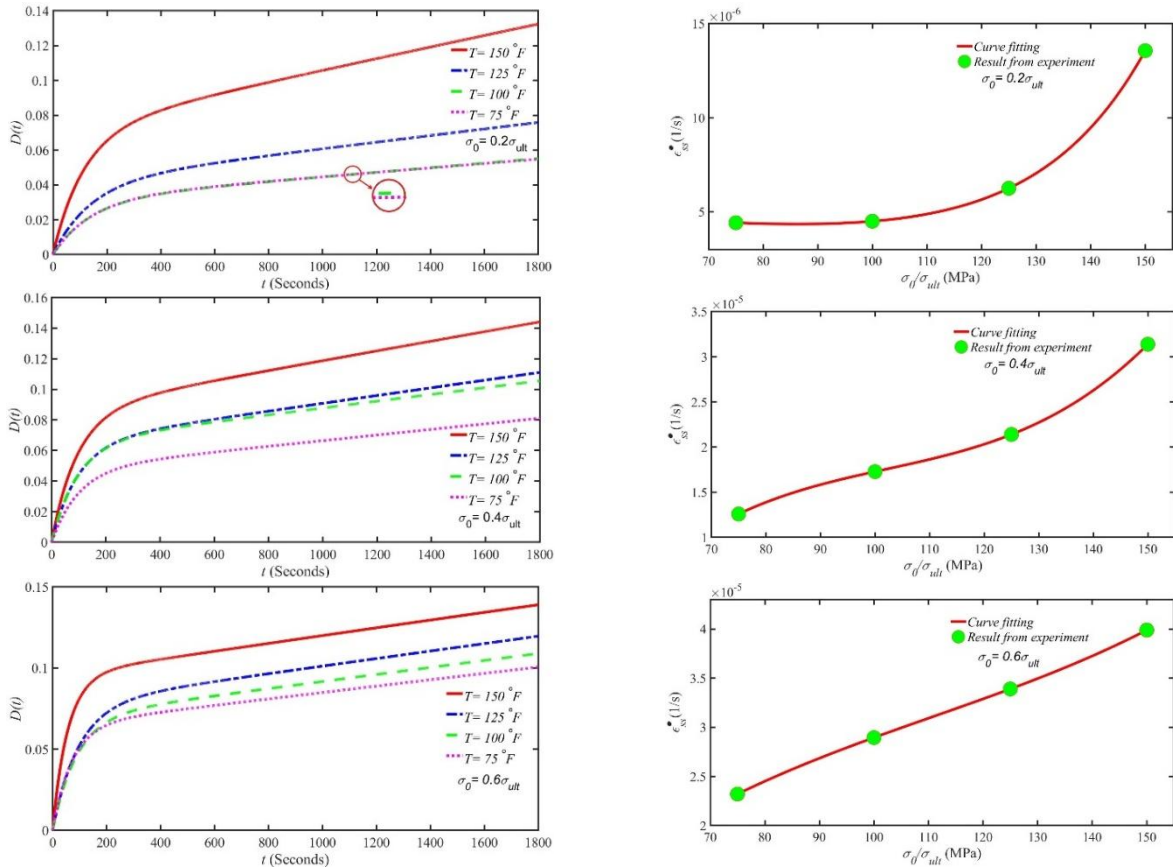


Fig. 13 Damage factor and variation of creep strain rate as a function of time under different stress levels ($0.2 - 0.6\sigma_{ult}$) and temperature ($75-150^{\circ}F$)

شکل 13 فاکتور تخریب و تغییر نرخ کرنش خزشی بر حسب گذر زمان تحت سطوح مختلف تنش ($0.2 - 0.6\sigma_{ult}$) و دمایی ($75 - 150^{\circ}F$)

جدول 7 معادله برازش شده بر روی نرخ کرنش خزشی در انتهای زمان خزش ناشی در سطوح مختلف تنشی ($0.2 - 0.6 \sigma_{ult}$) و دمایی ($75 - 150^\circ F$)

Table 7 Fitted equation on the creep strain rate at the end of the creep duration induced under various stress levels ($0.2-0.6\sigma_{ult}$) and temperatures ($75-150^\circ F$)

R^2	d	c	b	a	Function	Level stress
1	0.04953	6.461E-09	-0.0059	6.48E-06	$f(x) = a \cdot \exp(b \cdot T) + c \cdot \exp(d \cdot T)$	$0.2 \sigma_{ult}$
1	-6.93E-05	2.287E-06	-2.108E-08	6.87E-11	$f(x) = aT^3 + bT^2 + cT + d$	$0.4 \sigma_{ult}$
1	-1.69E-05	9.1E-07	-6.451E-09	1.94E-11	$f(x) = aT^3 + bT^2 + cT + d$	$0.6 \sigma_{ult}$

6- مراجع

- [1] Papanicolaou, G., Zaoutsos, S., "Viscoelastic Constitutive Modeling Of Creep And Stress Relaxation In Polymers And Polymer Matrix Composites," In Creep And Fatigue In Polymer Matrix Composites, Second ed., Woodhead Publishing, Cambridge, UK, pp. 3–59, 2019.
- [2] Harrison, W. J., Evans, W. J., "Application Of The Theta Projection Method To Creep Modelling Using Abaqus," Abaqus Regional Users Conference, Swansea University, Swansea, UK. 2007.
- [3] Zabulionis, D., Gailius, A., "Numerical Modelling Of Creep Functions Of Laminated Composites," Mechanika, Vol. 65, No. 3, pp. 5–11, 2007.
- [4] Chen, D.-L., Yang, P.-F., Lai, Y.-S., "A Review Of Three-Dimensional Viscoelastic Models With An Application To Viscoelasticity Characterization Using Nanoindentation," Elsevier, Vol. 52, No. 3, pp. 541–558, 2012.
- [5] Guedes, R. M., "Creep And Fatigue In Polymer Matrix Composites," Woodhead Publishing, Cambridge, UK, 2019.
- [6] Yen, S.-C., Williamson, F.L., "Accelerated Characterization Of Creep Response An Off-Axis Composite Material," Composites Science And Technology, Vol. 38, No. 2, pp. 103–118, 1990.
- [7] Guede, R., "Creep And Fatigue Lifetime Prediction Of Polymer Matrix Composites Based On Simple Cumulative Damage Laws," Composites Part A: Applied Science And Manufacturing, Vol. 39, No. 11, pp. 1716–1725, 2008.
- [8] Muliana, A., Nair, A., Khan, K. A., Wagner, S., "Characterization Of Thermo-Mechanical And Long-Term Behaviors Of Multi-Layered Composite Materials," Composites Science And Technology, Vol. 66, No. 15, pp. 2907–2924, 2006.
- [9] Mohan, M., Adams, DF., "Nonlinear Creep-Recovery Response Of Polymer Matrix And Its Composites," Experimental Mechanics, Vol. 25 pp. 262–271, 1985.
- [10] Muddasani, M., Sawant, S., Muliana, A., "Thermo-Viscoelastic Responses Of Multilayered Polymer Composites: Experimental And Numerical Studies," Composite Structures, Vol. 92, No. 11, pp. 2641–2652, 2010.
- [11] Katouzian, M., Bruller, O. S., Horoschenkoff, A., "On The Effect Of Temperature On The Creep Behavior Of Neat And Carbon Fiber Reinforced PEEK And Epoxy Resin," J Compos Mater, Vol. 29, no. 3, pp. 372–87, 1995.
- [12] Song, R., Muliana, A. H., Palazotto, A., "An Empirical Approach To Evaluate Creep Responses In Polymers And Polymeric Composites And Determination Of Design Stresses," Composite Structures, Vol. 148, pp. 207–223, 2016.
- [13] Muliana A., Haj-Ali, R., "Multiscale Modeling For The Long-Term Behavior Of Laminated Composite Structures," AIAA journal, Vol. 43, No. 8, pp. 1815–1822, 2005.
- [14] Hiel, C. C., Brinson, H. F., Cardon, A. H., "The Nonlinear Viscoelastic Response Of Resin Matrix Composites," Applied Science, Vol. 2, pp. 271–281, 1983.
- [15] Violette, M. G., Schapery, R., "Time-Dependent Compressive Strength Of Unidirectional Viscoelastic Composite Materials," Mechanics of Time-Dependent Materials, Vol. 6, pp. 133–145, 2002.

4- نتیجه گیری

در این تحقیق به مقایسه دو مدل تحلیلی ویسکوالاستیک چهار پارامتری برگر و انتگرال یگانه شپری در پیش‌بینی رفتار خزشی بلند مدت یک چندلایه کامپوزیتی شیشه / وینیل استر پرداخته شده است. در ابتدا به معرفی دو مدل ساختاری خزشی پرداخته شده است. مدل‌سازی رفتار خزشی نمونه‌های کامپوزیتی ابتدا در سطح دمایی $75^\circ F$ و سطوح تنشی ($0.2 - 0.6 \sigma_{ult}$) انجام گرفت. در سطوح تنشی ($0.4 - 0.6 \sigma_{ult}$) مدل برگر از انطباق بسیار بهتری نسبت به مدل شپری در پیش‌بینی رفتار خزشی بلند مدت نمونه‌ها برخوردار است. در مدل‌سازی مرحله ریکاوری نمونه‌ها نیز مدل برگر از دقت بسیار بهتری نسبت به مدل شپری برخوردار می‌باشد. همچنین مدل برگر در پیش‌بینی کرنش پس‌ماند خزشی از مدل ویسکوالاستیک شپری کاملاً دقت بیشتری دارد. در مجموع می‌توان بیان داشت که مدل شپری با افزایش زمان محور افقی زمان را قطع نموده و مقدار کرنش صفر را نشان می‌دهد، در حالی‌که در واقعیت این گونه نیست. بنابراین به نظر می‌رسد مدل شپری مناسب تحلیل خزش در کامپوزیت‌های ترموست نمی‌باشد. در ادامه به ترتیب تحت سطوح تنشی ($0.2 - 0.6 \sigma_{ult}$) و سطوح دمایی ($75 - 150^\circ F$) مدل‌سازی رفتار خزشی نمونه‌ها صورت پذیرفت و مشاهده گردید مدل چهار پارامتری برگر از دقت بسیار بیشتری نسبت به مدل ویسکوالاستیک شپری در پیش‌بینی رفتار بلند مدت خزشی کامپوزیت‌های ترموست شیشه / وینیل استر برخوردار می‌باشد و هرچه سطح تنش و دما بالاتر باشد این دقت بیشتر نمایان می‌شود. همچنین مشخص گردید که با افزایش سطوح دما تحت تنش ثابت به ترتیب نرمی خزشی و فاکتور تخریب و نرخ خزشی افزایش و مدول خزشی قطعات کاهش می‌یابد. همچنین مشخص گردید که پارامترهای مدل چهار پارامتری برگر با تغییر سطح تنش یا دما دچار تغییر می‌شود، که معادلات حاکم بر این تغییرات در هر مرحله بطور جداگانه برای کامپوزیت شیشه / وینیل استر محاسبه و ارائه شد.

5- فهرست علائم

ضریب فنر المان ماکسول (MPa)	E_1
ضریب فنر المان کلوین (MPa)	E_2
زمان (seconds)	t
دما ($^\circ F$)	T
ضریب ویسکوز المان کلوین ($MPa \cdot sec$)	η_2
ضریب ویسکوز المان ماکسول ($MPa \cdot sec$)	η_3
تنش (MPa)	σ
کرنش	ϵ
زیرنویس‌ها	
نهایی	ult
خزش	cr

علائم یونانی

- And Twisting Loadings,” *International Journal For Numerical Methods In Engineering*, Vol. 40, No. 22, pp. 4225–4238, 1997.
- [32] Scott, D. W., Zureick, A.-H., “Compression Creep Of a Pultruded E-Glass/Vinylester Composite,” *Composites Science and Technology*, Vol. 58, No. 8, pp. 1361–1369, 1998.
- [33] Hosseinpour, K., Ghasemi, A. R., “Thermal Variations Of Thermo-Mechanical Loading Effects On Creep Stress And Strain Distribution In Multi-layered Composite Cylinder,” *Mechanics Of Advanced Composite Structures*, Vol. 9, No. 1, pp. 115–123, 2022.
- [34] Zhang, S. Y., Xiang, X. Y., “Creep Characterization Of a Fiber Reinforced Plastic Material,” *Journal of Reinforced Plastics And Composites*, Vol. 11, No. 10, pp. 1187–1194, 1992.
- [35] Harper, B., Weitsman, Y., “Characterization Method For a Class Of Thermorheologically Complex Materials,” *Journal of Rheology*, Vol. 29, No. 1, pp. 49–66, 1985.
- [36] Lou, Y., Schapery, R. A., “Viscoelastic Characterization Of a Nonlinear Fiber-Reinforced Plastic,” *Journal of Composite Materials*, Vol. 5, No. 2, pp. 208–234, 1971.
- [37] Papanicolaou, G. C., Xepapadaki, A., Abirama, G., Jiga, G., “Viscoelastic Characterization Of a Glass-Epoxy Composite,” *Materiale Plastice*, Vol. 45, No. 3, pp. 221–227, 2008.
- [38] Findley, W. N., Davis, F. A., “Creep And Relaxation Of Nonlinear Viscoelastic Materials,” Courier Corporation, New York, 2013.
- [16] Jain, R., Goswamy, S., Asthana, K., “A Study Of The Effect Of Natural Weathering On The Creep Behaviour Of Glass Fibre-Reinforced Polyester Laminates,” *Polymer Composites*, Vol. 10, No. 1, pp. 39–43, 1979.
- [17] Faraz, M., Besseling, N., Korobko, A., Picken, S., “Characterization And Modeling Of Creep Behavior Of a Thermoset Nanocomposite,” *Polymer Composites*, Vol. 36, No. 2, pp. 322–329, 2015.
- [18] Dezulier, Q., Clement, A., Davies, P., Jacquemin, F. J., Arhant, M., Flageul, B., “Characterization And Modelling Of The Hygro-Viscoelastic Behaviour Of Polymer-Based Composites Used In Marine Environment,” *Philosophical Transactions Of The Royal Society A*, Vol. 381, No. 2240, p.p 20210221, 2023.
- [19] Ornaghi, H. L., Almeida, J. H. S., Monticeli, F. M., Neves, R. M., Cioffi, M. O. H., “Time-Temperature Behavior Of Carbon/Epoxy Laminates Under Creep Loading,” *Mechanics Of Time-Dependent Materials*, Vol. 25, pp. 601–615, 2021.
- [20] Jia, Y., Jiang, Z. M., Gong, X. L., Zhang, Z., “Creep Of Thermoplastic Polyurethane Reinforced With Ozone Functionalized Carbon Nanotubes,” *Express Polymer Letters*, Vol. 6, No. 9, p.p 750–758, 2012.
- [21] Mosiewicki, M. A., Marcovich, N. E., Aranguren, M. I., “Creep Behavior Of Wood Flour Composites Made From Linseed Oil-Based Polyester Thermosets,” *Journal Of Applied Polymer Science*, Vol. 121, No. 5, pp. 2626–2633, 2011.
- [22] Sun, T., Yu, C., Yang, W., Zhong, J., Xu, Q., “Experimental And Numerical Research On The Nonlinear Creep Response Of Polymeric Composites Under Humid Environments,” *Composite Structures*, Vol. 251, pp. 112673, 2020.
- [23] Papanicolaou, G., Xepapadaki, A., Tagaris, G., “Effect Of Thermal Shock Cycling On The Creep Behavior Of Glass-Epoxy Composites,” *Composite Structures*, Vol. 88, No. 3, pp. 436–442, 2009.
- [24] Berardi, V. P., Perrella, M., Armentani, E., Cricri, G., “Experimental Investigation And Numerical Modeling Of Creep Response Of Glass Fiber Reinforced Polymer Composites,” *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, Vol. 44, No. 4, pp. 1085–1095, 2021.
- [25] Brauner, C., Herrmann, A. S., Niemeier, P. M., Schubert, K., “Analysis Of The Non-Linear Load And Temperature-Dependent Creep Behaviour Of Thermoplastic Composite Materials,” *Journal Of Thermoplastic Composite Materials*, Vol. 30, No. 3, pp. 302–317, 2017.
- [26] Zhao, L., Wei, Y., Zhang, G. W., Xi, F., “Short-Term Creep Properties And Creep Model Of Wood-Plastic Composites,” *Polymer Composites*, Vol. 43, No. 2, pp. 924–933, 2022.
- [27] Xu, Y., Wu, Q., Lei, Y., Yao, F., “Creep Behavior Of Bagasse Fiber Reinforced Polymer Composites,” *Bioresource Technology*, Vol. 101, No. 9, pp. 3280–3286, 2010.
- [28] Georgiopoulos, P., Kontou, E., Christopoulos, A., “Short-Term Creep Behavior Of a Biodegradable Polymer Reinforced With Wood-Fibers,” *Composites Part B: Engineering*, Vol. 80, pp. 134–144, 2015.
- [29] Yi, S., Hilton, H. H., Ahmad, M. F., “Nonlinear Thermo-Viscoelastic Analysis Of Interlaminar Stresses In Laminated Composites,” *Journal Of Applied Mechanics*, Vol. 63, No. 1, pp. 218–224, 1996.
- [30] Yi, S., Ahmad, M. F., Hilton, H. H. “Nonlinear Viscoelastic Stress Singularities Near Free Edges Of Unsymmetrically Laminated Composites,” *International Journal Of Solids And Structures*, Vol. 35, No. 24, pp. 3221–3237, 1998.
- [31] Yi, S., “Finite Element Analysis Of Free Edge Stresses In Non-Linear Viscoelastic Composites Under Uniaxial Extension, Bending



بررسی خواص مکانیکی و متالورژیکی نمونه‌های کامپوزیت فلزی Al6061/SiC حاصل از ریخته‌گری فراصوتی

امیرحسین مقیمی¹، رضوان عابدینی^{2*}

1- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران

2- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت، تهران

* تهران، صندوق پستی 16846-13114، rezvanabedini@iust.ac.ir

چکیده

اطلاعات مقاله:

با رشد روز افزون استفاده از کامپوزیت‌های پایه فلزی در صنایع پیشرفته، روش‌های مختلف ساخت قطعات از جنس این کامپوزیت‌ها بیش از پیش مورد توجه قرار گرفته است. یکی از این روش‌ها استفاده از فناوری فراصوت توان بالا در فرایند ریخته‌گری می‌باشد. بدین منظور در پژوهش حاضر اثر اعمال ارتعاشات فراصوتی بر ریخته‌گری آلیاژ آلومینیوم 6061 (Al6061) و کامپوزیت فلزی پایه آلومینیوم 6061 تقویت شده با میکروذرات کاربید سیلیسیوم (Al6061/SiC) مورد بررسی قرار گرفته است. فرایند ریخته‌گری در دو حالت با و بدون اعمال ارتعاشات فراصوتی برای دو ماده ذکر شده انجام و اثر زمان اعمال ارتعاشات فراصوتی (1 و 2 دقیقه) بر پارامترهای خروجی فرایند شامل سختی و استحکام فشاری و اندازه دانه و توزیع اندازه ذرات تقویتی SiC ارزیابی شد. در عین حال در آزمون‌های مختلف اثر ذرات تقویت کننده (SiC) و اعمال ارتعاشات فراصوتی به طور مستقل نیز مورد توجه قرار گرفت. نتایج نشان داد در هر دو نمونه آلومینیوم پایه و کامپوزیت آلومینیوم-کاربید سیلیسیوم اعمال ارتعاشات فراصوتی موجب ایجاد ساختار ریزدانه در ریخته‌گری شده (تا 57.8 درصد کاهش اندازه دانه) و در نتیجه سختی (تا 37.7 درصد) و استحکام فشاری (تا 12.8 درصد) نمونه افزایش یافته است. همچنین در نمونه‌های کامپوزیت (Al6061/SiC) اعمال ارتعاشات فراصوتی موجب توزیع ریزتر و یکنواخت تر ذرات SiC در ماده پایه آلومینیوم شده است. این پدیده‌ها به اثر کاویتاسیون و جریان فراصوتی در مذاب نسبت داده شدند.

دریافت: 1404/05/27

پذیرش: 1405/01/29

کلیدواژگان

ریخته‌گری فراصوتی، کاویتاسیون، کامپوزیت زمینه فلزی، Al6061/SiC، استحکام فشاری

Investigation of mechanical and metallurgical properties of Al6061/sic metal matrix composite obtained by ultrasonic casting

Amir Hosain Moghimi¹, Rezvan Abedini^{1*}

1- School of Mechanical Engineering, Iran University of Science and Technology, Tehran, Iran

* P.O.B. 16846-13114, Tehran, Iran, rezvanabedini@iust.ac.ir

Keywords

Ultrasonic casting,
Cavitation,
Al6061/SiC,
Metal Matrix Composite (MMC),
Compressive strength

Abstract

As Metal Matrix Composites (MMC) are increasingly used in advanced industries, various manufacturing methods for parts made from these materials have attracted growing attention. One such method is the use of high-power ultrasound during the casting process. This study investigates the effect of ultrasonic vibrations during the casting of aluminum alloy 6061 (Al6061) and Al6061/SiC metal matrix composites. Casting was performed in two modes (with and without ultrasonic vibrations) for both materials, and the effect of ultrasonic time (1 and 2 minutes) on output parameters—including hardness, compressive strength, grain size, and the size distribution of SiC reinforcing particles—was evaluated. Additionally, the independent effects of the SiC reinforcement and ultrasonic vibrations were examined in separate tests. Results show that for both Al6061 and Al6061/SiC composite, applying ultrasonic vibrations produced a finer-grained structure in the casting, with grain-size reductions of up to 57.8%. Consequently, hardness increased by up to 37.7% and compressive strength by up to 12.8%. Moreover, in the composites, ultrasonic vibrations yielded a finer and more uniform distribution of SiC particles within the aluminum matrix. These effects are attributed to cavitation and ultrasonic streaming in the metal melt.

1- مقدمه

ساخت بسیاری از قطعات در صنایع پیشرفته امروز بدل نموده است. با این وجود نواقصی در روش‌های ریخته‌گری وجود دارد که با وجود ابزارهای مختلف راهکار جامعی برای رفع آن‌ها وجود ندارد. مهمترین این معایب ایجاد تخلخل

ریخته‌گری یکی از قدیمی‌ترین فرایندهای ساخت و تولید در زندگی بشر می‌باشد. اما مزایای این فرایند در ساخت قطعات پیچیده، آن را به گزینه اصلی

Please cite this article using:

برای ارجاع به مقاله از عبارت زیر استفاده کنید:

Moghimi, A. H., Abedini, R., "Investigation of mechanical and metallurgical properties of Al6061/SiC metal matrix composite obtained by ultrasonic casting," In Persian, Journal of Science and Technology of Composites, Vol. 12, No. 3, pp. 2823-2830, 2026.
https://doi.org/10.22068/jstc.2025.2067571.1932

و توزیع بهتر ذرات تقویتی در اثر اعمال ارتعاشات فراصوتی نسبت داده شده است [16]. بایپای و همکاران [17] پدیده‌های کاویتاسیون و جریان فراصوتی را دو عامل مهم شکستن دسته‌های نانوذره SiC در ریخته‌گری فراصوتی آلیاژ Al7075 معرفی کردند. این عامل موجب بهبود استحکام کششی نمونه حاصل از عملیات ریخته‌گری فراصوتی شده است.

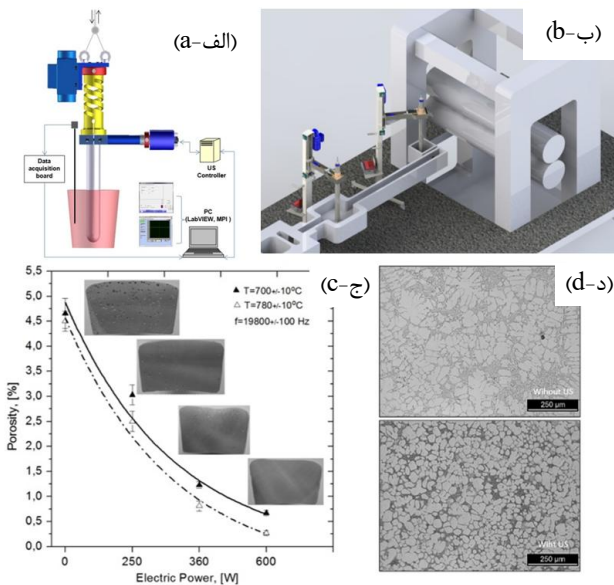


Fig. 1 a) Laboratory setup for vibratory and ultrasonic melt processing, b) Industrial conceptual design of continuous ultrasonic casting, c) Effect of ultrasonic power on porosity content in aluminum casting, and d) Dendritic structure (without ultrasound) and spherical fine grain structure (resulting from ultrasound processing)

شکل 1 الف) چیدمان آزمایشگاهی اعمال ارتعاشات فراصوتی و مکانیکی به طور همزمان، ب) طرح مفهومی صنعتی فرایند ریخته‌گری فراصوتی پیوسته، ج) اثر توان فراصوت بر درصد تخلخل در ریخته‌گری آلومینیوم و د) ساختار دندریتی (بدون فراصوت) و ساختار ریزدانه کروی (حاصل از فراصوت)

یکی از مسائل مهم در ریخته‌گری فراصوتی ایجاد نواحی گره و شکم ارتعاشی در حجم مذاب است، این باعث می‌شود در مواردی بخشی از مایع بیشتر و بخشی دیگر کمتر تحت پردازش فراصوتی قرار گیرند و اثر فراصوتی در موقعیت‌های مختلف قطعات بزرگ یکنواخت نباشد. در این موارد از روش استفاده از چند مود ارتعاشی و یا تغییر فرکانس (حول فرکانس رزونانس) استفاده شده است. پوگا و همکاران از فناوری جدید ارتعاشات چند فرکانس، چند مود و مدوله شده⁶ در فرایند ریخته‌گری استفاده نمودند (شکل 1-الف). نتایج آن‌ها نشان داد اعمال فراصوت تشکیل دانه‌های کروی کوچک Al- α را گسترش، اندازه و مورفولوژی ترکیبات بین فلزی را تغییر داده و آن‌ها را به‌طور یکنواخت در سراسر قطعات ریخته‌گری توزیع کرد [18]. آن‌ها همچنین اثر دمای مذاب بر تاثیرگذاری فراصوت را در ریخته‌گری کامپوزیت Al-Mg-Mn/Al-5Ti-1B مورد بررسی قرار دادند. نتایج نشان داد افزایش دمای مذاب تحت پردازش از 670 به 700 درجه سانتیگراد، موجب کاهش تاثیرگذاری فراصوت با هدف ریزدانه کردن میکروساختار حاصل شده است [19]. پراگاتی و همکاران نیز ریزدانه شدن Al- α را در ریخته‌گری

در ساختار قطعات، ایجاد ساختار درشت دانه و دندریتی و استحکام پایینتر قطعات حاصل از ریخته‌گری نسبت به فرایندهایی نظیر فورج می‌باشد. برای رفع این مشکلات فرایندهای ریخته‌گری با فناوری‌های نوین ترکیب شده‌اند. روش‌های مختلفی برای گاززدایی در فرایند ریخته‌گری از قبیل تزریق گاز خنثی و یا اعمال ارتعاشات فراصوتی توان بالا (مکانیکی)، استفاده از نمک‌های گاززدا (شیمیایی) و کاهش فشار و انجام ریخته‌گری در خلا (فیزیکی) و [1] و [2].

راهکار دیگر در جهت ارتقای کیفیت و عملکرد قطعات، تولید کامپوزیت‌های پایه پلیمری و فلزی¹ با قابلیت‌های استحکام و عمر بالا می‌باشد [3]. برای تولید کامپوزیت‌های پایه فلزی از روش‌های مختلفی مانند ریخته‌گری [4]، ساخت افزایشی [5] و آلیاژسازی اصطکاکی اغتشاشی² (FSA) [6] استفاده می‌شود. در سال‌های اخیر ساخت افزودنی کامپوزیت‌های پایه فلزی و پلیمری مورد توجه قرار گرفته است. در ساخت افزایشی کامپوزیت پایه پلیمری با اضافه کردن ذرات مس به پلیمر پایه PP در عملیات لایه نشانی مایع³ (LDM) می‌توان به خواص استحکامی بالاتری دست یافت [5].

استفاده از فناوری فراصوت توان بالا امروزه در بسیاری از حوزه‌های ساخت و تولید اعم از شکل‌دهی [7] و [8] ماشینکاری [9] و اتصال‌دهی [10] گسترش یافته است. در سال‌های اخیر از این فناوری برای پخش کردن ذرات با اهداف خاص در انواع کامپوزیت‌های پایه پلیمری [11] و پایه فلزی [12] استفاده شده است. اعمال ارتعاشات توان بالای فراصوتی در فرایند ریخته‌گری آلیاژها و کامپوزیت‌های پایه فلزی به ریخته‌گری فراصوتی⁴ معروف است. در عملیات ریخته‌گری فراصوتی اعمال ارتعاشات مکانیکی فرکانس بالا موجب ایجاد پدیده کاویتاسیون⁵ و جریان فراصوتی⁶ شده که به هم پیوستن گازهای محلول در مذاب و بالا آمدن آنها حین فرایند انجماد را در پی دارد [13]. دو پدیده مهم یاد شده موجب اثرات فیزیکی و شیمیایی در محیط مایعات شده و در عملیات ریخته‌گری نیز هرکدام نتایج بهبوددهنده شامل کاهش تخلخل و افزایش چگالی، ریزدانه شدن، شکست ساختار دندریتی و توزیع یکنواخت ذرات تقویتی را در پی دارند. در ادامه به نتایج تحقیقات محققان در این باره اشاره شده است. ژیان و همکاران اثر فراصوت را در ریخته‌گری آلیاژ A356 مورد بررسی قرار دادند. نتایج نشان داد اعمال ارتعاشات فراصوتی موجب شکست ساختار دندریتی متداول و دستیابی به ساختار با دانه‌های کروی ریز شده است. در عین حال هسته‌زایی ناهمگن⁷ ناشی از کاویتاسیون، نقش مهم‌تری نسبت به تکه‌تکه شدن دندریت در تشکیل دانه‌های کروی ایفا می‌کند [14]. کومار و همکاران کامپوزیت Al6061 با ذرات تقویتی نانو SiC، BN و گرافن را به دو روش هم‌زدن معمولی و ترکیب فراصوت و هم‌زدن انجام دادند. نتایج نشان داده است اعمال ارتعاشات فراصوتی موجب پراکندگی یکنواخت تر ذرات تقویتی شده است. این مساله موجب افزایش زیاد استحکام نهایی (تا 143 درصد افزایش)، استحکام خمشی (تا 116 درصد افزایش) و سختی (تا 105 درصد افزایش) نسبت به نمونه با هم‌زدن معمولی شده است [15]. ادیسی و مراد استفاده از میکروذرات تقویتی SiC (متوسط اندازه 40 میکرومتر) را در ریخته‌گری آلومینیوم به روش متداول و فراصوتی با درصد وزنی 3، 5، 8 و 10 برای ذرات تقویتی انجام دادند. افزایش درصد وزنی ذرات تقویتی موجب افزایش سختی و استحکام نمونه شده است. اعمال ارتعاشات فراصوتی مستقل از مقدار درصد‌های وزنی موجب افزایش سختی و استحکام شده است. این نتیجه به کاهش تخلخل

⁵ Cavitation

⁶ Acoustic Streaming

⁷ Cavitations-induced heterogeneous nucleation

⁸ Multifrequency, Multimode, Modulated Sonic & Ultrasonic Vibrations (MMM)

¹ Metal Matrix Composites (MMC)

² Friction Stir Alloying (FSA)

³ Liquid Deposition Modeling (LDM)

⁴ Ultrasonic Casting

فرکانس رزونانس مجموعه ارتعاشی بیش از 1 کیلوهرتز افت می‌نماید، مجموعه فراصوتی در دمای محیط دارای فرکانس نزدیک به 21 کیلوهرتز داشته است و با ورود هورن به درون مذاب و همدم شدن مجموعه، فرکانس رزونانس به حدود 19800 هرتز کاهش می‌یابد. با توجه به فرسایش هورن، در طول آزمون، سطح روی هورن و کف هورن ماشینکاری شد تا اثرات آلومینیوم و ذرات تیتانیوم با اتصال ضعیف از روی سطح هورن زدوده شوند.

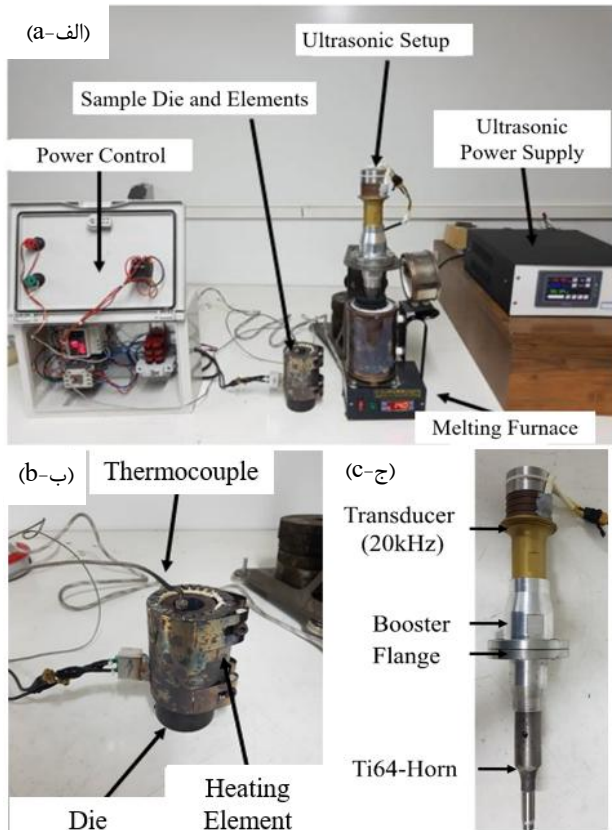


Fig. 2 a) Ultrasonic setup, power supply, casting mold and element, melting furnace, mold temperature control panel, b) Molding Die, and c) Ultrasonic system: transducer, booster, and horn.

شکل 2 الف) چیدمان فراصوت، منبع تغذیه، قالب ریخته‌گری و المنت قالب، کوره ذوب، تابلو برق کنترل دمای قالب، ب) قالب ریخته‌گری و ج) مجموعه ارتعاشی فراصوت شامل ترانسدیوسر، بوستر و هورن

جدول 1 پارامترهای فرایند ریخته‌گری فراصوتی کامپوزیت Al6061/SiC

Table 1 Ultrasonic casting process parameters of Al6061/SiC composite

واحد	مقدار	پارامتر
درجه سانتیگراد	950	بیشینه دمای کاری کوره
درجه سانتیگراد	300	دمای ذوب‌ریزی (پیش گرم قالب)
درجه سانتیگراد	650	دمای ذوب آلومینیوم 6061
درصد وزنی	2	مقدار پودر SiC
دقیقه	1	زمان هم زدن مذاب با SiC
دقیقه	1 و 2	زمان اعمال فراصوت (نمونه‌های با فراصوت)
کیلوهرتز	19-21	فرکانس دستگاه فراصوت
میکرومتر	50	دامنه ارتعاش دستگاه فراصوت
میلی‌متر در دقیقه	1	سرعت فک دستگاه آزمون فشار

فراصوتی Al-SiC گزارش کردند که منجر به افزایش در حدود 65 درصدی سختی و استحکام شده است [20]. این فناوری یک نوآوری مهم در تحقیقات ریخته‌گری ایجاد نمود و به کاربرد صنعتی ریخته‌گری فراصوتی منجر شده است. شکل 1-ب طرح مفهومی صنعتی فرایند ریخته‌گری فراصوتی پیوسته را نشان داده است. مجموعه فراصوتی اول برای گاززدایی و مجموعه فراصوتی دوم برای ریزدانه نمودن مذاب قبل از انجماد استفاده شده است [21]. شکل 1-ج نشان داده است با افزایش توان ارتعاشات فراصوتی در فرکانس 20kHz و دماهای 700 و 780 درجه سانتیگراد در ریخته‌گری آلیاژ آلومینیوم، مقدار تخلخل کاهش یافته است. در عین حال اعمال ارتعاشات فراصوتی در همین آلیاژ موجب تغییر ساختار دندریتی به ساختار دانه‌های کروی ریز شده است (شکل 1-د).

با توجه به نتایج تحقیقات بیان شده در پژوهش حاضر اثر دو عامل مهم شامل ذرات تقویت کننده از جنس SiC و اعمال ارتعاشات فراصوتی بر خصوصیات مکانیکی و متالورژیکی قطعات حاصل از ریخته‌گری مورد بررسی قرار خواهد گرفت. بدین منظور چیدمان ریخته‌گری فراصوتی شامل مجموعه ارتعاشی فراصوتی 20 کیلوهرتز و کوره و قالب ریخته‌گری آماده سازی شده است. آزمون‌ها در دو حالت بدون و با اعمال ارتعاشات فراصوتی انجام می‌شوند. همچنین اثر زمان اعمال ارتعاشات فراصوت (1 و 2 دقیقه) نیز بر بهبود خواص مورد توجه قرار گرفته است. برای ارزیابی مکانیکی آزمون سختی سنجی ویکرز و آزمون فشار و برای ارزیابی میکروساختاری نمونه‌های حاصل آزمون تصویربرداری نوری و تصویربرداری الکترونی مد نظر قرار گرفته است. در تصویربرداری نوری اندازه دانه در حالت‌های مختلف با هم مقایسه شده اند. همچنین در تصویربرداری میکروسکوپ الکترونی، اندازه و توزیع ذرات تقویتی SiC مورد بررسی قرار گرفته است.

2- روش تحقیق

2-1- عملیات ریخته‌گری فراصوتی و ساخت نمونه

عملیات ریخته‌گری به کمک ارتعاشات توان بالای فراصوتی بر روی دو ماده آلومینیوم پایه Al6061 و کامپوزیت فلزی Al6061/SiC انجام گرفت. برای تولید کامپوزیت فلزی از پودر SiC با متوسط اندازه ذرات 10 میکرون به مقدار 2 درصد وزنی استفاده گردید. شکل 2 چیدمان فرایند ریخته‌گری فراصوتی شامل کوره ذوب، مجموعه فراصوتی، قالب ریخته‌گری و پنل کنترل دما را نشان داده است. در عملیات ریخته‌گری ابتدا ماده خام آلومینیوم در کوره ذوب قرار گرفت، با افزایش دما نمونه ذوب شده و آماده اعمال ارتعاشات توان بالای فراصوتی شد. در نمونه‌های کامپوزیت، در کنار ماده خام آلومینیوم پودر نیز درون کوره ذوب ریخته شد. برای اطمینان از عدم به هم چسبیدن ذرات پودر، توسط یک میله گرافیتی در حدود 1 دقیقه ذوب به هم زده شد. پس از اجرای عملیات ماده مذاب در قالب ریخته‌گری از جنس فولاد ریخته شد تا قطعه نهایی را ایجاد نماید (شکل 2-ب). برای اجتناب از سریع سرد شدن مذاب به محض ورود به قالب، از یک قلاف حرارتی سرامیکی به دور قالب فولادی استفاده شد. برای اعمال ارتعاشات توان بالای فراصوتی از مبدل فراصوتی با فرکانس 20 کیلوهرتز و توان نامی 1 کیلووات و هورن از جنس تیتانیوم گرید 5 (Ti-6Al-4V) استفاده شد (شکل 2-ج). برق شهر توسط منبع تغذیه فراصوتی به فرکانس 20 کیلو هرتز تبدیل شده و توسط مبدل ارتعاشی به ارتعاشات مکانیکی در حدود 50 میکرومتر در انتهای هورن تبدیل می‌شود. عامل افزایش دما (از 20 درجه به حدود 800 درجه سانتیگراد) تاثیر قابل ملاحظه‌ای بر خواص الاستیک و آکوستیکی هورن دارد. بدین واسطه در اثر دمای زیاد

البته افزایش زمان پردازش فراصوتی، مقدار سختی آلومینیوم پایه و کامپوزیت Al6061/SiC افزایش یافته است. برای نمونه‌های آلومینیوم آلیاژی خالص، از نتایج جدول 2 مشاهده می‌شود، اعمال فراصوت به مدت 1 دقیقه موجب افزایش 14.7٪ در میانگین سختی نسبت به نمونه آلیاژ آلومینیوم پایه شد. با افزایش زمان فراصوت به 2 دقیقه، بهبود سختی به 19.0٪ رسید. در نمونه‌های آلومینیوم کامپوزیتی Al6061/SiC به مقدار 26.3 درصد سختی بالاتری نسبت به نمونه آلیاژ آلومینیوم پایه حاصل شده است. ملاحظه می‌شود به طور مشخص حضور ذرات تقویتی SiC به طور متوسط موجب 18 درصد افزایش سختی قطعات گردیده است. با اعمال ارتعاشات فراصوتی به ترتیب در زمان 1 و 2 دقیقه در ریخته‌گری آلومینیوم کامپوزیت، به ترتیب افزایش سختی معادل 28.8 و 37.7 درصد نسبت به آلیاژ آلومینیوم پایه و افزایش سختی معادل 2 و 9 درصد نسبت به نمونه کامپوزیت آلومینیوم Al6061/SiC حاصل شده است. این بهبود مقدار سختی می‌تواند ناشی از مکانیسم‌های ریزدانه‌شدن ساختار، کاهش مقدار تخلخل و توزیع یکنواخت‌تر ذرات تقویتی باشد. بیشترین سختی در نمونه کامپوزیت Al6061/SiC با اعمال ارتعاشات فراصوتی به مدت 2 دقیقه برابر با HV 93.2 مشاهده شد.

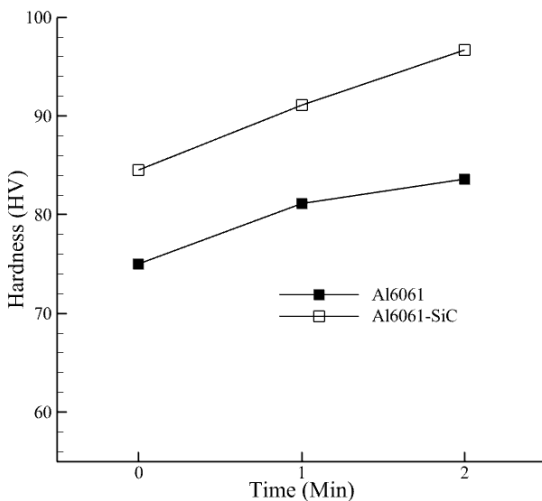


Fig. 3 Effect of ultrasonic time on the average hardness of ultrasonic melt processing samples

شکل 3 اثر زمان اعمال فراصوتی بر متوسط سختی نمونه‌های ریخته‌گری فراصوتی

2-2- اندازه دانه

براساس تصاویر مختلف در مقیاس 10 و 20 میکرومتر، متوسط اندازه در نمونه‌ها تعیین شده است. شکل 4 تصویر میکروسکوپ نوری نمونه‌های آلومینیوم پایه (Al6061) و کامپوزیت فلزی (Al6061/SiC) با مقیاس 20 میکرومتر را نشان داده است. براساس داده‌های پردازش شکل 5 نمودار تغییر اندازه دانه برحسب زمان اعمال ارتعاشات فراصوتی در نمونه آلومینیوم پایه (Al6061) و کامپوزیت آلومینیوم (Al6061/SiC) را نشان داده است. از نتایج ملاحظه می‌شود هر دو عامل اضافه نمودن ذرات تقویتی و اعمال ارتعاشات فراصوتی موجب کاهش اندازه دانه شده‌اند. در آزمون‌های بدون اعمال ارتعاشات فراصوتی، میانگین اندازه دانه در آلومینیوم تقویت شده با SiC (37 میکرومتر) کمتر از آلومینیوم پایه (45 میکرومتر) است که بیانگر تاثیر مستقل افزودن ذرات تقویت کننده SiC بر ریزدانه شدن ساختار آلومینیوم پایه AL6061 (کاهش 18 درصدی اندازه دانه) است. این امر احتمالاً به دلیل نقش ذرات SiC به عنوان مانع در برابر رشد دانه‌ها است [15 و 22].

پس از پایان فرایند ریخته‌گری، نمونه‌های حاصل از عملیات ابتدا تراشکاری شده و نمونه استوانه‌ای آزمون فشار و نمونه مناسب برای مانع و تهیه تصویربرداری نوری و میکروسکوپ الکترونی (SEM) از آن استخراج شد. جدول 1 به طور خلاصه پارامترهای فرایند ریخته‌گری فراصوتی کامپوزیت Al6061/SiC را ارائه نموده است.

2-2- ارزیابی مکانیکی و متالورژیکی نمونه‌ها

برای ارزیابی خواص مکانیکی نمونه‌های حاصل دو آزمون (1) سختی ویکرز و (2) آزمون فشار انجام گرفته است. در آزمون سختی سنجی، سختی سطح نمونه استوانه‌ای و سختی سطح نمونه مانع شده در دو مرحله اندازه‌گیری و متوسط سختی در جدول 2 ذکر شده است. در آزمون فشار نمونه استوانه‌ای به قطر 16.8 و طول 25 میلیمتر (نسبت طول به قطر 1.5) از قطعه حاصل از فرایند ریخته‌گری فراصوتی ساخته شد. برای آزمون فشار از دستگاه پرس زوئیک 25 تن با سرعت حرکت فک در حدود 1 میلیمتر بر دقیقه استفاده شد. برای اندازه‌گیری تغییرات اندازه دانه، از پردازش تصویر حاصل از میکروسکوپ نوری در دو مقیاس 20 و 50 میکرون بهره گرفته شد. اندازه‌گیری دانه براساس استاندارد ASTM E112 انجام شد. در این روش یک خط از روی تصویر نمونه رسم می‌شود و تعداد مرزهای دارای تلاقی با خط شمارش شده و در نهایت اندازه دانه براساس روابط تعیین می‌شوند. همچنین برای بررسی پراکندگی و اندازه ذرات و توزیع عناصر از دستگاه میکروسکوپ الکترون روبشی (SEM) استفاده گردید.

3- نتیجه و بحث

در بخش نتایج پارامترهای خروجی عملیات ریخته‌گری فراصوتی شامل سختی، اندازه دانه، استحکام فشاری و توزیع ذرات تقویتی SiC در فاز زمینه فلزی Al6061 مورد بررسی قرار گرفته‌اند. جدول 2 به طور خلاصه نتایج آزمون سختی و اندازه دانه و درصد افزایش/کاهش سختی و اندازه دانه را در نمونه‌های مختلف آزمون نشان داده است.

جدول 2 اثر ذرات تقویتی (SiC) و زمان اعمال فراصوت بر میانگین اندازه دانه در ریخته‌گری آلومینیوم Al6061

Table 2 Effect of SiC and ultrasonication time on the average grain size in Al6061 castings

نمونه	افزایش سختی (درصد)	کاهش اندازه دانه (درصد)
Al6061(پایه)	67.6	45
Al6061+UT1MIN	77.6	29
Al6061+UT2MIN	80.5	23.5
Al6061+SiC	85.5	37
Al6061+SiC+UT1MIN	87.2	23
Al6061+SiC+UT2MIN	93.2	19

1-1- سختی

شکل 3 اثر ذرات تقویتی، اعمال ارتعاشات فراصوتی و زمان آن را بر سختی نمونه‌های آلومینیوم پایه و کامپوزیت Al6061/SiC را نشان داده است. به طور کلی ملاحظه می‌شود اضافه نمودن ذرات SiC به طور قابل ملاحظه سختی آلومینیوم پایه را افزایش داده است. همچنین با اعمال ارتعاشات فراصوتی و

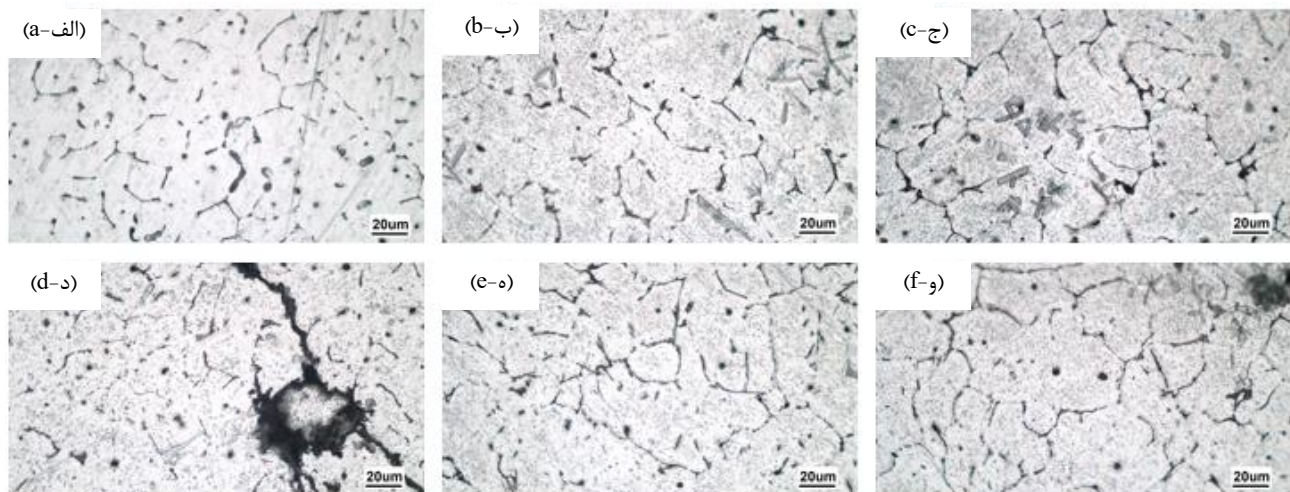


Fig. 4 Optical microscope images of samples at 20 μm scale: a) Al6061, b) Al6061+UT1min, c) Al6061+UT2min, d) Al6061/SiC, e) Al6061/SiC+UT1min, f) Al6061/SiC+UT2min

شکل 4 تصاویر میکروسکوپ نوری نمونه‌ها با مقیاس 20 میکرومتر: (الف) Al6061، (ب) Al6061+UT1min، (ج) Al6061+UT2min، (د) Al6061/SiC، (ه) Al6061/SiC+UT1min، (و) Al6061/SiC+UT2min

نوبه خود موجب افزایش استحکام قطعات گردیده است (براساس قانون هال-پیچ). شکل 7 الف و ب، به ترتیب، نمودار نتایج آزمون فشار نمونه‌های آلومینیوم پایه (Al6061) و نمونه‌های آلومینیوم با 1 و 2 دقیقه پردازش فراصوتی (Al6061-UT-1 و Al6061-UT-2) را نمایش داده‌اند. از شکل 7-الف ملاحظه می‌شود اعمال ارتعاش فراصوتی به طور متوسط موجب 8 درصد افزایش استحکام فشاری نمونه آلومینیوم پایه (Al6061) شده است. اما به نظر می‌رسد زمان تاثیر قابل توجهی بر استحکام فشاری نمونه نداشته است. شکل 7-ب نمودار نتایج آزمون فشار نمونه‌های کامپوزیت آلومینیوم Al6061-SiC و اثر پردازش فراصوتی در زمان 1 و 2 دقیقه (Al6061-SiC-UT-1 و Al6061-SiC-UT-2) را نشان داده است. در نمونه‌های کامپوزیت آلومینیوم (مشابه نمونه‌های آلومینیوم پایه) اعمال ارتعاشات فراصوتی موجب افزایش استحکام فشاری نمونه‌ها شده است. در عین حال افزایش زمان پردازش در 1 و 2 دقیقه در این نمونه‌ها به ترتیب باعث افزایش متوسط 9.7 و 12.8 درصدی استحکام فشاری نسبت به نمونه ریخته‌گری بدون فراصوت شده است. هرچند تاثیر آن از اثر اعمال یا عدم اعمال فراصوت کمتر بوده است.

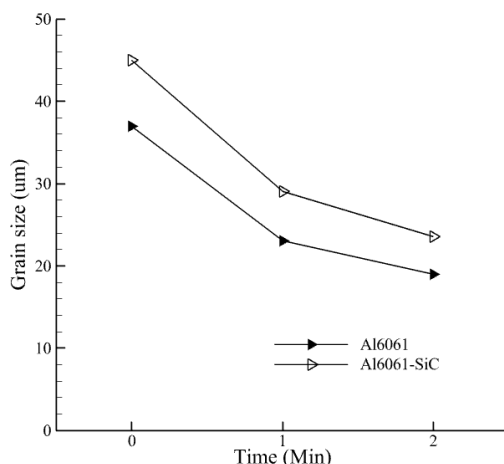


Fig. 5 Effect of ultrasonic vibration (UT) and process time (1 and 2 minutes) on the compressive strength of (a) Al6061 and (b) Al6061/SiC MMC

شکل 5 تغییر اندازه دانه برحسب زمان اعمال ارتعاشات فراصوتی در نمونه آلومینیوم (Al6061) و کامپوزیت فلزی (Al6061/SiC)

در نمونه‌های بدون ذرات تقویتی، نمونه با دو دقیقه اعمال ارتعاشات فراصوتی، میانگین 23.5 میکرومتر در مقایسه با 45 میکرومتر نمونه آلومینیوم پایه (کاهش 48 درصدی اندازه دانه) را نشان می‌دهد. همچنین، در نمونه‌های کامپوزیت آلومینیوم با ذرات تقویتی SiC، نمونه با دو دقیقه اعمال ارتعاشات فراصوتی میانگین 19 میکرومتر در مقایسه با 37 میکرومتر اندازه دانه نمونه کامپوزیت فلزی Al6061/SiC (کاهش 49 درصدی) را نشان داده است. مشاهده می‌شود در هر دو دسته نمونه آلومینیوم پایه (Al6061) و کامپوزیت فلزی (Al6061/SiC)، افزایش زمان اعمال ارتعاشات فراصوتی نیز به عنوان یک عامل تاثیرگذار موجب ریزدانه شدن بیشتر نمونه‌ها شده است. ریزدانه شدن ساختار حاصل را می‌توان به اثر پدیده کاویتاسیون و جریان مذاب حاصل از ارتعاشات فراصوتی نسبت داد [9 و 13]. براساس نتایج تحقیقات مختلف به نظر می‌رسد کاویتاسیون از سه طریق موجب ریزدانه شدن ساختار در ریخته‌گری فراصوتی می‌شود: (1) ترکیدن حباب‌های گازی در پدیده کاویتاسیون، دمای موضعی را به سرعت کاهش می‌دهد. این سرمای‌ناگهانی، شرط سرمای‌ش فوق اشباع را ایجاد کرده و هسته زایی را افزایش می‌دهد [9]. (2) از طرفی جریان آکوستیک حاصل از کاویتاسیون، نیروی برشی شدیدی ایجاد می‌کند و این باعث تکه تکه شدن شاخه‌های دندریتی در حال رشد می‌شود [10]. (3) از سوی دیگر کاویتاسیون مانع کلوخه شدن (به هم چسبیدن) ذرات تقویت کننده و هسته‌زا در فرایند ریخته‌گری می‌شود [9]. لازم به ذکر است ریزدانه شدن تنها عاملی در خصوصیات متالورژیکی مواد است که به طور همزمان استحکام و انعطاف پذیری یا چقرمگی قطعات را افزایش می‌دهد.

3-3- استحکام فشاری

شکل 6 مقایسه نتایج آزمون فشار نمونه آلومینیوم پایه و کامپوزیت فلزی Al6061/SiC را نشان داده است. ملاحظه می‌شود حضور ذرات تقویتی SiC به طور متوسط موجب 9 درصد افزایش استحکام فشاری شده است. این مساله را می‌توان به دو عامل نسبت داد: اول حضور ذرات تقویتی به عنوان یک نایجایی در تغییر شکل ماده عمل کرده و مقاومت ماده در برابر سیلان را افزایش خواهد داد. دوم همانطور که در بخش بررسی اندازه دانه ذکر شد، حضور ذرات تقویتی موجب ریزدانه شدن ساختار شده است (مطابق شکل 5) که این عامل نیز به

فراصوتی (شکل 8-الف) بیشتر و بزرگتر از نمونه‌های با اعمال ارتعاشات فراصوتی (شکل 8-ج و ه) می‌باشد. در نمونه بدون اعمال فراصوت مشاهده می‌شود (شکل 8-الف و ب)، ذرات SiC با اندازه بزرگتر به صورت یکنواخت توزیع نشده‌اند و تمایل به تجمع در مرزخانه‌ها را نشان می‌دهند. در حالی که در نمونه‌های با اعمال ارتعاشات فراصوتی در زمان 1 و 2 دقیقه (شکل 8-ج و ه)، نتایج نشان‌دهنده توزیع یکنواخت‌تر ذرات تقویت‌کننده در سراسر زمینه آلومینیومی بوده و اندازه خوشه‌های ذرات به‌طور مؤثری کاهش یافته است. ذرات مشاهده شده در (شکل 8-د و و) تیتانیوم جدا شده از هورن هستند که به داخل مذاب نفوذ کرده‌اند. این مساله نشان‌دهنده فرسایش هورن در تماس با مذاب در شرایط حضور ارتعاشات فراصوتی است. مشکل خوردگی و فرسایش هورن‌های تیتانیومی (عمدتاً گرید 5) در ریخته‌گری فراصوتی ناشی از ترکیب عوامل متعددی از جمله شوک‌های حرارتی، کاپیتاسیون شدید، خوردگی شیمیایی توسط مذاب فعال (مثل آلومینیوم)، و سایش مکانیکی است. در نتیجه در کاربردهای صنعتی لازم است تمهیداتی برای جلوگیری از خوردگی هورن مانند اعمال پوشش‌های خاص و یا استفاده از هورن‌های سرامیکی اندیشیده شود.

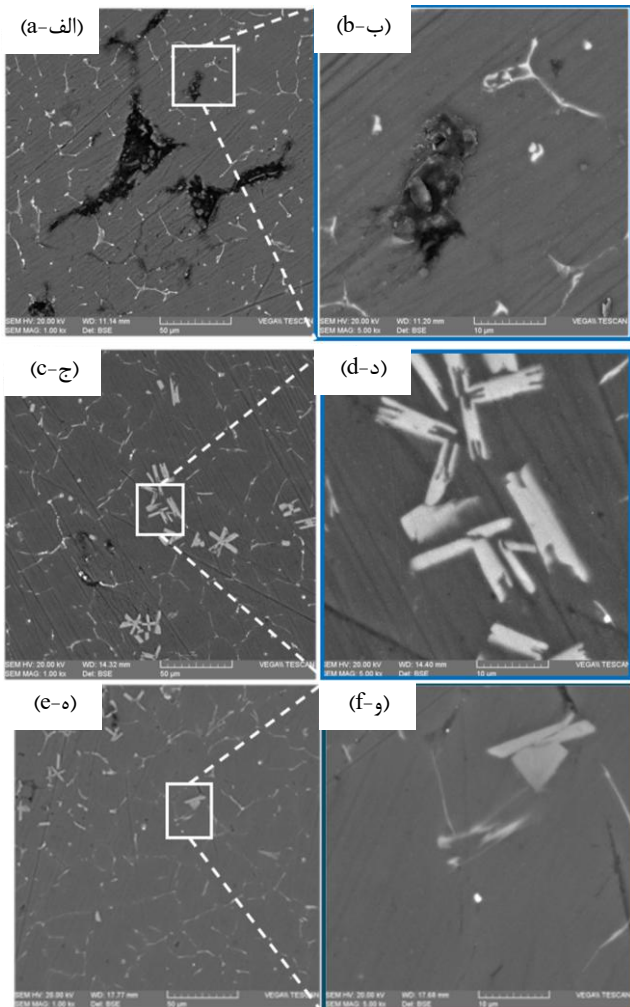


Fig. 8 Effect of ultrasonic melt processing time in Al6061/SiC MMC: (a and b) without ultrasonic treatment, (c and d) 1 min of, and (e and f) 2 min of ultrasonic treatment

شکل 8 نمودار اثر اعمال و زمان عملیات فراصوتی در ریخته‌گری کامپوزیت فلزی Al6061/SiC: (الف و ب) بدون اعمال فراصوتی، (ج و د) 1 دقیقه و (ه و و) 2 دقیقه اعمال فراصوت

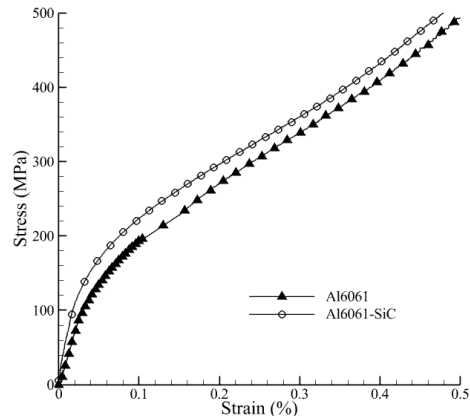


Fig. 6 Effect of SiC reinforcement particles on the compressive strength of Al6061 aluminum obtained from the casting process

شکل 6 اثر ذرات تقویتی SiC بر استحکام فشاری آلومینیوم Al6061 حاصل از فرایند ریخته‌گری

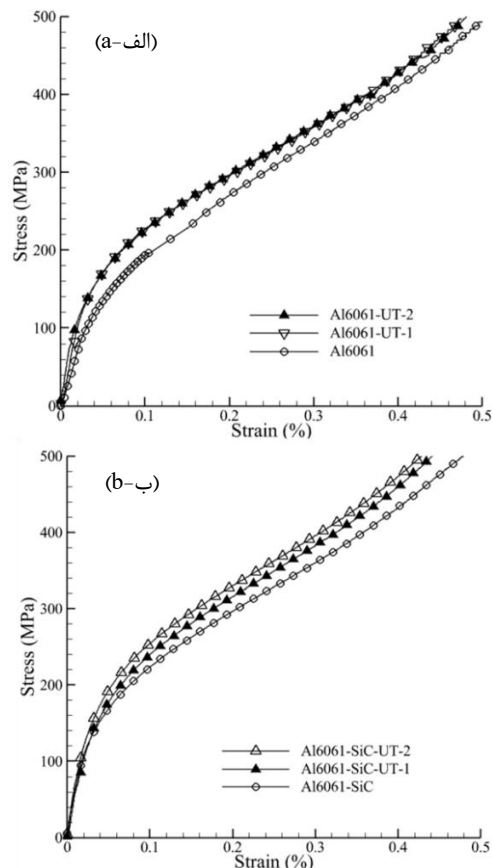


Fig. 7 Effect of ultrasonic vibration (UT) and process time (1 and 2 minutes) on the compressive strength of (a) Al6061 and (b) Al6061/SiC MMC

شکل 7 اثر اعمال ارتعاشات فراصوتی (UT) و زمان فرایند (1 و 2 دقیقه) بر استحکام فشاری (الف) آلومینیوم پایه Al6061 و (ب) کامپوزیت آلومینیوم Al6061/SiC

4-3- توزیع ذرات تقویت‌کننده

شکل 8 توزیع ذرات تقویتی SiC را در ماتریس آلومینیوم AA6061 برای نمونه‌های کامپوزیت AA6061/SiC بدون اعمال فراصوتی (الف و ب) و با اعمال فراصوت به ترتیب در زمان‌های 1 دقیقه (ج و د) و 2 دقیقه (ه و و) نشان داده است. تصاویر در دو مقیاس 50 و 10 میکرومتر ارائه شده‌اند. ناحیه تیره در این شکل بیانگر تخلخل باقیمانده در مذاب است که در نمونه بدون اعمال

5- تقدیر و تشکر

نویسندگان مقاله کمال تشکر و قدردانی خود را از شرکت فراصوت تجهیز ایرانیان برای تامین مجموعه فراصوتی تقدیم می‌دارند.

6- مراجع

[1] Campbell, J., "Complete casting handbook: metal casting processes, metallurgy, techniques and design," Butterworth-Heinemann; 2015.

[2] Viswanathan, S., Apelian, D., Donahue, R. J., DasGupta, B., Gywn, M., Jorstad, J. L., "Casting," ASM International; 2008.

[3] Gupta, M., Brabazon, D., "Introduction to Metal Matrix Composite Materials: An Introduction," Encyclopedia of Materials: Composites. Oxford: Elsevier; 2021; pp. 1-10.

[4] Alizadeh, A., Heydari Beni, M., Rezaei, A., Eskandari Jam, J., "Fabrication and mechanical properties of AA5083/TiB2 in situ Composite by stir casting process," In Persian, Journal of Science and Technology of Composites. Vol. 11, No. 3, pp. 2525-2535, 2024.

[5] Mohammadi Jazi, H., Vahdati, M., Mahdavi, A., "Modeling and optimization of variables affecting tensile properties of printed PP/Cu composite samples using LDM process," In Persian, Iranian Journal of Manufacturing Engineering. Vol. 11, No. 8, pp. 10-19, 2024.

[6] Vahdati, M., "Modelling and optimization of parameters affecting the tensile strength and ductility of aluminum-based composite produced by FSA via RSM," In Persian, Journal of Science and Technology of Composites, Vol. 7, No. 4, pp. 1207-1216, 2021.

[7] Abedini, R., Fartashvand, V., Abdullah, A., Alizadeh, Y., "Evaluation of process parameters and ultrasonic vibration in hot pressing of metal powders," Materials Science and Engineering: B., Vol. 281, 2022.

[8] Vahdati, M., Varedi-Koulaei, S. M., "Optimization of multilayer perceptron neural network structure for simulating the effect of input variables on the spring-back phenomenon in the ultrasonic vibration assisted single point incremental forming," AUT J. Mech Eng., Vol. 8, No. 4, pp. 337-350, 2024.

[9] Abdullah, A., Sotoodezadeh, M., Abedini, R., Fartashvand, V., "Experimental study on ultrasonic use in dry creep-feed up-grinding of aluminum 7075 and Steel X210Cr12," International Journal of Precision Engineering and Manufacturing, Vol. 14, No. 2, pp. 191-198, 2013.

[10] Zamani, M. A., Abedini, R., Ghorbani, H., "The effect of parameters on joint strength in continuous ultrasonic welding of polypropylene reinforced with woven glass fibers," In Persian, Iranian Journal of Manufacturing Engineering, Vol. 11, No. 10, pp. 56-65, 2024.

[11] Karimzad Ghavidel, A., Zashakoyan, M., Kiani, G., "Fabrication of Carbon Nanotubes-Based Efficient Electromagnetic Waves Shields Nanocomposites Using Electro-Mechanically Dispersion Technique," In Persian, Journal of Science and Technology of Composites, Vol. 8, No. 3, pp. 1737-1744, 2021.

[12] Li, X., Yang, Y., Cheng, X., "Ultrasonic-assisted fabrication of metal matrix nanocomposites," Journal of Materials Science, Vol. 39, No. 9, pp. 3211-3212, 2004.

[13] Eskin, D. G., Tzanakis, I., Chapter 20. "Applications to solidification and casting of metals," Gallego-Juárez, J. A., Graff, K. F., Lucas, M., editors, Power Ultrasonics (Second Edition): Woodhead Publishing, pp. 489-507, 2023.

[14] Jian, X., Xu, H., Meek, T. T., Han, Q., "Effect of power ultrasound on solidification of aluminum A356 alloy". Materials Letters, Vol. 59, No. 2, pp. 190-193, 2005.

[15] Soni, S. K., Manimaran, D., Thomas, S. B., Thomas, B., "Microstructure and mechanical characterization of Al6061 based composite and nanocomposites prepared via conventional and ultrasonic-assisted melt-stirring techniques," Materials Today Communications, Vol. 34, pp. 105222, 2023.

[16] Idrisi, A. H., Mourad, A-HI., "Conventional stir casting versus ultrasonic assisted stir casting process: Mechanical and physical characteristics of AMCs," Journal of Alloys and Compounds, Vol. 805, pp. 502-508, 2019.

در ساخت کامپوزیت‌های پایه فلزی به روش ریخته‌گری، ناهمگنی در توزیع ذرات تقویتی در نمونه (بدون فراصوت) می‌تواند تأثیر قابل‌توجهی بر خواص مکانیکی نهایی کامپوزیت داشته باشد، چرا که مناطق با تراکم بالای ذرات ممکن است به عنوان نقاط تمرکز تنش عمل کنند و رفتار مکانیکی ماده را تحت تأثیر قرار دهند. این پدیده به‌ویژه در بارگذاری‌های دینامیکی با شرایط کاری با تنش‌های متناوب می‌تواند حائز اهمیت باشد. در حالی که در نمونه‌های با اعمال ارتعاشات فراصوتی، بهبود توزیع ذرات تأثیر مستقیمی بر یکنواختی خواص مکانیکی ماده داشته و نقاط تمرکز تنش را به‌طور محسوسی کاهش می‌دهد. این پیشرفت‌ها به‌ویژه در کاربردهای حساس به خستگی و بارگذاری‌های دینامیکی می‌تواند مزایای قابل‌توجهی ایجاد کند.

4- نتیجه‌گیری

در پژوهش حاضر اثر ذرات تقویت کننده SiC و اعمال ارتعاشات فراصوتی و زمان اعمال ارتعاشات در ریخته‌گری آلومینیوم Al6061 و کامپوزیت فلزی Al6061/SiC مورد بررسی قرار گرفته است. به طور خلاصه نتایج ذیل حاصل شده است:

- استفاده از ذرات تقویتی در نمونه‌های آلومینیوم کامپوزیتی Al6061/SiC به مقدار 26.3 درصد سختی بالاتری نسبت به نمونه آلیاژ آلومینیوم پایه حاصل شده است. در عین حال اعمال ارتعاشات فراصوتی در نمونه‌های آلومینیوم Al6061 و کامپوزیت آلومینیوم Al6061/SiC به ترتیب برابر 16.8 و 5.5 درصد سختی نمونه‌های حاصل را افزایش داده است. این افزایش سختی به ریزدانه شدن ساختار و توزیع یکنواخت تر ذرات تقویتی با اعمال ارتعاشات فراصوتی نسبت داده شده است.
- نتایج آزمون فشار نشان داد اضافه شدن ذرات تقویتی SiC به آلومینیوم پایه (Al6061) موجب 9 درصد افزایش استحکام فشاری نمونه شده است. به علاوه اضافه شدن ارتعاشات فراصوتی نیز به نوبه خود استحکام فشاری را بهبود بخشیده است (متوسط 10 درصد). هر چند افزایش زمان (1 و 2 دقیقه) به مقدار کم موجب افزایش استحکام فشاری شده است. اگرچه در نمونه کامپوزیت آلومینیوم Al6061/SiC زمان اثر بهبود دهنده بیشتری نسبت به نمونه آلومینیوم پایه (Al6061) داشته است.
- نتایج تصویربرداری میکروسکوپ نوری و تعیین اندازه دانه نشان داد اعمال امواج فراصوت موجب کاهش اندازه دانه‌ها، ریز شدن و کاهش تخلخل در آلیاژهای مورد مطالعه شده است. اگرچه اضافه کردن ذرات تقویتی نیز باعث ریزتر شدن ساختار شده است (17 درصد). اما اعمال ارتعاشات فراصوتی در هر دو نمونه آلومینیوم (Al6061) و کامپوزیت فلزی (Al6061/SiC) موجب ریزتر شدن ساختار تا نزدیک به 50 درصد اندازه دانه نمونه بدون فراصوت شده است (در زمان اعمال 2 دقیقه). کاهش اندازه دانه به پدیده‌های حاصل از کویتاسیون و جریان فراصوتی شامل، سرمای فوق اشباع، نیروی برشی شدید و توزیع یکنواخت ذرات تقویتی نسبت داده شده است.
- نتایج تصویربرداری میکروسکوپ الکترونی (SEM) بیانگر توزیع یکنواخت تر ذرات تقویتی SiC در نمونه‌های با اعمال ارتعاشات فراصوتی نسبت به نمونه بدون فراصوت می‌باشد. در این بین افزایش زمان موجب بهبود بیشتر این یکنواختی شده است.

- [17] Bajpai, G., Tiwari, A., Purohit, R., Namdev, A., Shubham, S. K., "Development of Al 7075 alloy with nano SiC composites through ultrasonic assisted stir casting techniques and mechanical testing of properties," *Advances in Materials and Processing Technologies*, Vol. 10, No. 4, pp. 2780-2790, 2024.
- [18] Puga, H., "Influence of ultrasonic melt treatment on microstructure and mechanical properties of AlSi9Cu3 alloy," *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 211, pp. 1729-1735, 2011.
- [19] Puga, M., Prokic, N., Dongen, "Breakthrough in Ultrasonic assisted industrial continuous casting," *Aluminium International Today*, 2014.
- [20] Pragathi, P., Elansezhian, R., "Mechanical and microstructure behaviour of aluminum nanocomposite fabricated by squeeze casting and ultrasonic aided squeeze casting: A comparative study," *Journal of Alloys and Compounds*, Vol. 956, pp. 170203, 2023.
- [21] Prokic, M., "Wideband Multi-Frequency, Multimode, and Modulated (MMM) Ultrasonic Technology," Feng, H., Barbosa-Canovas, G., Weiss, J., editors, *Ultrasound Technologies for Food and Bioprocessing*. New York, NY: Springer New York, pp. 125-140, 2011.
- [22] Don-Hyun, C., Yong-Il, K., Dae-Up, K., Seung-Boo, J., "Effect of SiC particles on microstructure and mechanical property of friction stir processed AA6061-T4," *Transactions of Nonferrous Metals Society of China*, Vol. 22, pp. 614-618, 2012.



نشریه علمی پژوهشی
کامپوزیت
علوم و فناوری
<http://jstc.iust.ac.ir>



قالب پیش‌نویس مقاله برای نشریه علوم و فناوری کامپوزیت با بکارگیری امکانات استایل (سبک) در نرم‌افزار ورد (استایل عنوان)

نام و نام‌خانوادگی نگارنده اول¹، نام و نام‌خانوادگی نگارنده دوم^{2*}، نام و ... نگارنده سوم³، ... (استایل نویسندگان)

1- مرتبه علمی نگارنده، رشته تخصصی، نام سازمان، نام شهر (استایل مشخصات نویسندگان)

2- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت، تهران

3- دانشجوی دکترا، مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران

* شهر، صندوق پستی 16846-13114، پست الکترونیکی نویسنده‌دار مکاتبات (استایل مشخصات نویسندگان)

چکیده (سبک عنوان چکیده)

اطلاعات مقاله:

در این قالب (تمپلیت)، شیوه‌ی تهیه‌ی سریع ساختار مقاله با استفاده از امکانات استایل (سبک) نرم‌افزار ورد برای مجله علمی پژوهشی علوم و فناوری کامپوزیت شرح داده شده است. روش قالب‌بندی مقاله، بخش‌های مختلف آن، انواع قلم‌ها و اندازه آن‌ها، به‌طور کامل در استایل‌ها تهیه شده است و کافی است نویسندگان با کپی کردن متن مقاله و چسباندن (پیست) آن در بخش‌های مختلف و انتخاب استایل مربوط، مقاله خود را تهیه نمایند. نویسندگان محترم مقالات باید توجه داشته باشند، مجله از پذیرش مقالاتی که خارج از این قالب تهیه شده باشند، معذور است. برای آماده‌سازی مقاله از همین فایل و کمک گرفتن از نوار ابزار «استایل‌ها» (Styles) استفاده کنید. توجه شود که از نسخه ورد 2010 برای نگارش مقالات استفاده شود تا هماهنگی‌های لازم بین کاربران نظیر سردبیر، دبیر تخصصی، داور و ویراستار برقرار گردد. چکیده برای مقاله پژوهشی کامل حداقل 180 و حداکثر شامل 250 کلمه می‌باشد. چکیده باید به‌طور صریح و شفاف، موضوع و هدف پژوهش، روش‌های انجام و نتایج آن را مطرح کند. در چکیده از ذکر جزئیات کار، شکل‌ها، جدول‌ها، فرمول‌ها، مراجع و پاورقی پرهیز شود. لازم به ذکر است که حداقل 15 درصد از مراجع استفاده شده در مقاله باید از مجلات علمی-پژوهشی داخل کشور انتخاب شود.

دریافت:

پذیرش:

کلیدواژگان (استایل عنوان کلید واژگان)

حداقل 3، حداکثر 5 واژه، با جداکننده کاما (استایل کلیدواژگان)

بخش انگلیسی مقاله شامل عنوان تا انتهای کلید واژگان است و تمامی اجزای آن مانند بخش فارسی است. قلم انگلیسی به‌کار رفته در سرتاسر مقاله فقط تایمز نیو رومن است.

A template for preparing papers in journal of science and technology of composites using styles in microsoft word (Style: English Title)

Name Surname¹, Fathollah Taheri-Behrooz^{2*}, Davoud Shahgholian³, ... (Style: Authors)

1- Name of the Department, University Name, City, Country.

2- School of Mechanical Engineering, Iran University of Science and Technology, Tehran, Iran

3- Department of Mechanical Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran

* P.O.B. 16846-13114, Tehran, Iran, email@address.ac.ir (Style: Authors' Affiliation)

Keywords (Style: Keywords Title)

Between 3 and 5 words, with separator comma (Style: Keywords), As:
Composites, Foam, Shear, Deflection

Abstract (Style: Abstract Title)

The abstract should briefly summarize the main contents of your contribution. It must be limited between 180 to 250 words for full research paper. The abstract should include a definition of the problem, assumptions, method of solution, summary of results. It should clearly state the objective, results and the conclusion of the work. Please do not insert any picture, diagram, table, references and other media material in your abstract. (Style: Abstract)

کیپی و سپس چسباندن (پیست²) متن خود در این فایل، سبک³ مربوط را

انتخاب نمایید. همچنین در هر قسمت از مقاله پس از پیست کردن متن می‌توانید از مسیر زیر، به‌طور مستقیم سبک مربوط را اعمال فرمایید:

Paste option → match with Destination format

1- مقدمه (سبک عنوان سطح 1)

برای آماده‌سازی مقاله خود از همین قالب (تمپلیت¹) استفاده نمایید. نوع صفحه و فواصل از اطراف، در این قالب تنظیم شده است. کافی است نویسندگان محترم، یک کیپی از این فایل را در قسمتی از رایانه ذخیره نمایند. پس از آن با

³ Style

¹ Template

² Paste

Please cite this article using:

برای ارجاع به مقاله از عبارت زیر استفاده کنید:

Avand, R., Ghaderi Hamidi, A., Pourabdoli, M., "A template for preparing papers in journal of science and technology of composites using styles in Microsoft word," In Persian, Journal of Science and Technology of Composites, Vol. 12, No. 3, pp. 2831-2834, 2026. <https://doi.org/...>

...

شکل‌ها و نمودارها در هر صفحه در بالا و یا پایین هر ستون بعد از اولین ارجاع به آن جانمایی شوند. برای این منظور، پس از کلیک روی شکل از مسیر زیر محل آن را در مکان‌های ذکر شده، مشخص نمایید:

Picture Tools -> Format -> Arrange -> Position

محورهای مختصات فقط با پارامتر توصیف می‌شوند.

عناوین افقی و عمودی شکل‌ها اگر بصورت بدون بعد باشند، غیرایتنالیک می‌آیند. در غیراینصورت پارامترها بصورت ایتنالیک می‌آیند(توجه شود واحدها همواره در کل شکل‌ها، نمودارها و متن مقاله بصورت غیرایتنالیک می‌آیند).

نوع و اندازه قلم محور شکل‌ها تایمز نیو رومن² با اندازه 9pt است و نوع و اندازه قلم متون داخل شکل‌ها تایمز نیو رومن با اندازه 8pt است.

شکل‌ها با زمینه سفید (زمینه خاکستری و یا رنگی نباشد) و بدون قاب اضافی بیرونی و بدون خطوط افقی و عمودی (گریدلاین³) رسم می‌شود. مجله به‌صورت سیاه و سفید چاپ می‌شود. بنابراین اجزای شکل‌ها و نمودارها باید به‌گونه‌ای باشند که در چاپ سیاه و سفید قابل تفکیک باشند. به‌خصوص در شکل‌هایی که کانتور رنگی دارند، طیف رنگ استفاده شده باید در چاپ سیاه و سفید قابل تفکیک باشد.

استفاده از کلمات فارسی در شکل‌ها قابل قبول نمی‌باشد و کلیه توضیحات، ارقام، ارجاع‌ها و غیره بایستی با استفاده از کلمات و ارقام انگلیسی صورت گیرند. این کلمات و ارقام بایستی با استاندارد یکسان و مناسب در کل شکل‌های هر مقاله ارائه گردند.

در کلیه‌ی محورهای شکل‌ها باید درجه‌بندی آن‌ها روبه داخل باشد.

از نویسندگان محترم درخواست می‌گردد تا هر شکل و نموداری را به صورت یک مجموعه واحد در مقاله وارد نمایند تا از به هم‌ریختگی شکل و توضیحات آن اجتناب شود.

شکل 1، نمونه شکل با کیفیت و مورد تایید مجله را نشان می‌دهد.

برای توضیحات تکمیلی‌تر در مورد تهیه شکل‌ها و نمودارها مورد تأیید مجله، به فایل راهنمای تهیه شکل‌ها و نمودارها مراجعه کنید.

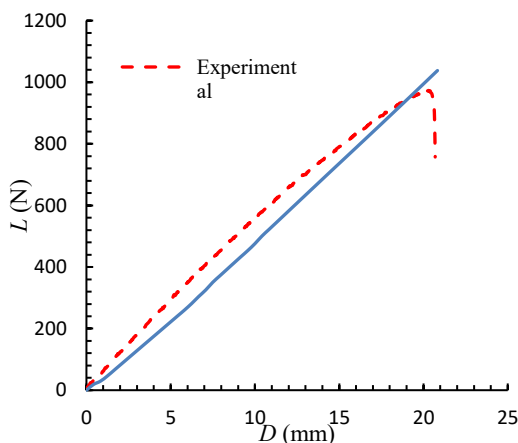


Fig. 1 Results of three-point bending test for composite plate

شکل 1 نتایج آزمون خمش سه نقطه ورق کامپوزیتی

پاراگراف‌های دوم به بعد در هر عنوان با فرورفتگی به اندازه‌ی 5 میلی‌متر از شروع سطر و بدون فاصله پس یا پیش از پاراگراف است.

موقع استفاده از علائمی نظیر ، : ، ؛ و غیره، به خاطر داشته باشید که کلیه‌ی این علائم بدون فاصله از حرف قبلی و با یک فاصله از حرف بعدی نوشته می‌شوند.

حداکثر صفحات پیش‌نویس مقاله 15 صفحه (با رعایت قالب فعلی) است. (استایل متن اصلی)

1-1- اشاره به مراجع (استایل عنوان سطح 2 و 3)

اشاره به مراجع با علامت [1] در متن مقاله شروع می‌شود و بقیه مراجع نیز به ترتیب ادامه می‌یابند. مراجع باید به ترتیب ارجاع در متن شماره‌گذاری شوند و نمی‌توان به مرجع شماره 4 زودتر از مرجع شماره 3 اشاره کرد. در اشاره به چند منبع پشت سر هم، به جای ذکر تک تک آن‌ها می‌توان یک‌جا اشاره کرد [3-6] و برای اشاره به دو یا چند منبع غیرمتوالی در داخل براکت از جداکننده کاما استفاده می‌شود [3,7,5].

از ارجاع به مراجع به صورت: "در این موضوع محققان بسیاری تحقیق نموده‌اند [2-15]" خودداری شود. در مقاله‌های پژوهشی ارجاع باید به طور عمده در بخش‌های اصلی مقاله صورت گیرد. مراجعی که فقط در مقدمه آورده شده‌اند در واقع مرجع پژوهش نیستند و تعداد آن‌ها باید اندک باشد.

1-2- اعداد و کلمات انگلیسی (استایل عنوان سطح 2 و 3)

در مقاله‌ی فارسی استفاده از کلمات انگلیسی¹ مجاز نیست و حتماً باید معادل فارسی آن‌ها را در متن مقاله به کار برد. در صورت لزوم، اصل انگلیسی کلمات به‌صورت زیرنویس اشاره شود.

در راستای نمایه شدن مجله در پایگاه‌های معتبر استنادی بین‌المللی، بایستی تمامی اعداد مقاله به صورت انگلیسی تایپ شوند و از به کار بردن ممیز فارسی خودداری شود. به طور مثال 1.2 صحیح و 1/2 غلط می‌باشد.

اشاره به زیرنویس در هر صفحه از مقاله با عدد 1 شروع می‌شود. باید توجه کرد که از زیرنویس وقتی استفاده می‌شود که اولین بار آن کلمه در متن مقاله استفاده می‌شود و در دفعات بعدی نیازی به تکرار زیرنویس نیست.

2- شکل‌ها، نمودارها و جدول‌ها (استایل عنوان سطح 1)

شکل‌ها، جدول‌ها و نمودارها نیز با فرمت دوستونی در مقاله درج می‌شوند. در صورتی که نتوان آن‌ها را در اندازه یک ستون رسم نمود، و شکل مطلوب بیش از عرض یک ستون را اشغال کند، در بالا یا پایین صفحه و بعد از محل ارجاع درج می‌شوند. (استایل متن اصلی)

1-2- شکل‌ها و نمودارها (استایل عنوان سطح 2 و 3)

نکات کلی که باید در ترسیم شکل‌ها به آن دقت شود، عبارت است از:

- در راستای نمایه شدن مجله در پایگاه‌های معتبر استنادی بین‌المللی، شکل‌ها و نمودارها باید دارای هر دو عنوان فارسی و انگلیسی باشند. عنوان شکل‌ها در زیر شکل قرار می‌گیرند (عنوان شکل به صورت انگلیسی در زیر شکل و سپس عنوان فارسی در زیر عنوان انگلیسی قرار می‌گیرد).
- عنوان فارسی شکل بایستی به صورت راست‌چین و عنوان انگلیسی شکل بایستی به صورت چپ‌چین باشد.
- به همه‌ی شکل‌ها و نمودارها در مقاله باید اشاره کرد. اشاره به شکل‌ها در متن، با ذکر شماره شکل و همان سائز متن مقاله و بدون پرانتز است. مگر در پایان جمله که در این حالت در داخل پرانتز اشاره می‌شود.

³ Gridlines

¹ English (Style: Sub Title)

² Times New Roman

2-2- جدول‌ها (استایل عنوان سطح 2 و 3)

نکات کلی که باید در ترسیم جدول‌ها به آن دقت شود، عبارت است از:

- جدول‌ها باید دارای هر دو عنوان فارسی و انگلیسی باشند که در بالای جدول قرار می‌گیرند (عنوان جدول به صورت فارسی بالاتر از عنوان انگلیسی قرار دارد).
 - عنوان فارسی جدول بایستی به صورت راست‌چین و عنوان انگلیسی جدول بایستی به صورت چپ‌چین باشد.
 - جدول‌ها حتی‌الامکان فقط با سه خط افقی اصلی و بدون خطوط عمودی تنظیم می‌شوند.
 - به همگی جدول‌ها در مقاله باید اشاره کرد. اشاره به جدول‌ها در متن، با ذکر شماره جدول و همان سایز متن مقاله و بدون پرانتز است. مگر در پایان جمله که در این حالت در داخل پرانتز اشاره می‌شود.
 - جدول‌ها در هر صفحه در بالا و یا پایین هر ستون بعد از اولین ارجاع به آن جانمایی شوند.
 - استفاده از اعداد فارسی در جدول‌ها قابل قبول نمی‌باشد.
 - در صورتی که از جدول‌های سایر منابع استفاده شود، ذکر شماره مرجع در هر دو عنوان فارسی و انگلیسی جدول ضروری می‌باشد.
 - متون داخل جدول‌ها باید به زبان فارسی و با قلم بی‌نازنین در اندازه 9pt تهیه شوند. استفاده از پارامترهای تعریف شده در جداول بخصوص سرستون‌ها بلامانع است. اندازه قلم برای پارامترهای انگلیسی و لاتین، 7pt با نوع قلم تایمز نیو رومن می‌باشد.
 - جدول‌ها را به صورت زمینه سفید تهیه نمایید. از زمینه‌های رنگی و خاکستری در تهیه جدول‌ها پرهیز نمایید.
- جدول 1 نمونه صحیح جدول مورد تایید مجله را نشان می‌دهد.
- برای توضیحات تکمیلی‌تر در مورد تهیه جدول‌ها مورد تأیید مجله، به فایل راهنمای تهیه شکل‌ها و نمودارها مراجعه کنید.

جدول 1 اندازه فونت‌ها (استایل: عنوان جدول)

Table 1 Fonts sizes (Style: Table Title)

زبان متن	فارسی	لاتین
نوع قلم	بی‌نازنین	تایمز نیو رومن
اندازه قلم	10	9
عناوین بخش‌های سطح 1	9	8
عناوین بخش‌های سطح 2	10	9
متن اصلی مقاله	9	8
عنوان شکل‌ها و جدول‌ها	---	8
متن داخل شکل‌ها	8	---
پاورقی و پی‌نوشت	8	7
متن در جدول‌ها	9	8
فرمول‌ها ⁽⁹⁾	9	9
شماره روابط	---	9
مراجع	---	8

⁽⁹⁾فونت فرمول لاتین می‌تواند کامبریا مَث نیز باشد.

3- روابط و فرمول‌های ریاضی (استایل عنوان سطح 1)

روابط و فرمول‌های ریاضی با استفاده از ابزار معادله¹ موجود در نرم‌افزار آفیس با قلم کامبریا مَث 9pt² و از سمت چپ تایپ می‌شوند و با شماره‌گذاری از یک

مشخص شده و برای اشاره به آن‌ها از شماره فرمول در داخل پرانتز استفاده می‌شود. یادآور می‌شود در نسخه‌های 2007 به بعد نرم‌افزار آفیس، فونت کامبریا مَث به‌طور پیش‌فرض برای نوشتن روابط و فرمول‌ها بکار رفته و کافی است اندازه آن در ابزار معادله تغییر کند. حتی‌المقدور برای تایپ فرمول‌ها از نرم‌افزار مَث‌تایپ³ استفاده نشود.

در نوشتن فرمول‌ها رعایت نکات زیر الزامی است:

- 1- در فرمول‌نویسی پارامترها و متغیرها به صورت ایتالیک می‌آیند، ولی اعداد، کلمات، توابع مشخص و واحدها به صورت غیرایتالیک می‌آیند.
- 2- در صورتی که فرمول طولانی باشد و طول آن از یک سطر تجاوز کند، باید در جای مناسب شکسته شده و ادامه فرمول در سطر بعدی آورده شود و از فشرده کردن آن پرهیز شود.
- 3- وقتی ادامه فرمول در سطرهای بعدی آورده می‌شود، باید از سطر دوم به بعد از سمت چپ فرورفتگی داشته باشد.
- 4- شماره هر فرمول در گوشه سمت راست آخرین سطر فرمول درج می‌شود و در صورتی که در سطر آخر برای نوشتن شماره فرمول جا نباشد، در گوشه سمت راست سطر بعد نوشته می‌شود.
- 5- دقت شود از نقطه ممیز یا همان نقطه پایان جمله $(a \cdot b)$ به جای نقطه ضرب $(a \cdot b)$ استفاده نشود.

$$\overline{Q_{11}^K} = Q_{11}^K \cos^4 \theta^k + 2(Q_{12}^K + Q_{66}^K) \sin^2 \theta^k \cos^2 \theta^k + Q_{22}^K \sin^4 \theta^k \quad (1)$$

$$\Pi = \int_{t_0}^{t_1} \sum_{i=1}^{N_0} (T_i - U_i + W_i) dt \quad (2)$$

$$\varepsilon_{xy}^0 = \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \quad (a-3)$$

4- قواعد نوشتاری (استایل عنوان سطح 1)

تلاش شود در متن مقاله از جملات رسا، گویا و کوتاه استفاده شود و از نوشتن جملات تودرتو پرهیز شود. جداسازی اجزای مختلف یک جمله نیز نقش زیادی در فهم آسان آن دارد. درستی نوشتار بر پایه‌ی املا‌ی زبان پارسی ضروری است. در این بخش، برخی از موارد اشتباه متداول یادآوری می‌شود.

در افعال حال و گذشته استمراری باید دقت شود که «می» از جزء بعدی فعل جدا نماند. برای این منظور از «فاصله‌ی متصل» استفاده کنید. برای نوشتن فاصله‌ی متصل از «کلید Ctrl» به همراه «کلید -» استفاده کنید. همچنین دقت کنید که جزء «می» و جزء بعدی فعل را به‌صورت یکپارچه ننویسید. بنابراین «می‌شود» و «میشود» اشتباه، و درست آن «می‌شود» است.

در مورد «ها» جمع نیز دقت کنید که از کلمه‌ی جمع بسته شده جدا نوشته شود. برای جدانویسی نیز از فاصله‌ی متصل استفاده کنید. مثلاً «شکل‌ها» را به‌صورت «شکل‌ها» بنویسید. جمع بستن کلمات پارسی یا لاتین با قواعد زبان عربی اشتباه است. بنابراین، «پیشنهادهات» و «اساتید» اشتباه و درست آن‌ها «پیشنهاده‌ها» و «استادان» است.

1-4- علائم، نشانه‌ها و ارقام (استایل عنوان سطح 2 و 3)

از علائم و نشانه‌های متداول در زبان فارسی و همچنین از علائم و نشانه‌های به‌کار رفته در متون مهندسی مکانیک می‌توان استفاده نمود. استفاده از ممیز

³ Math Type

¹ Insert -> Symbols -> Equation

² Cambria Math

تذکر: برای نوشتن مراجع می‌توانید از فایل استایل مخصوص نشریه علوم و فناوری کامپوزیت¹ در نرم‌افزار اندنوت² استفاده کنید. این فایل از طریق وب-سایت مجله در دسترس است و برای استفاده از آن کافی است به پوشه استایل، در محل نصب نرم‌افزار انتقال یابد. این پوشه معمولاً در مسیر زیر در دسترس است:

Program Files → EndNote X# → Styles

برای مراجع فارسی در این نرم‌افزار کافی است در قسمت زبان³ مرجع، عبارت (In Persian) درج شود.

مقالات در بخش مراجع به ترتیب زیر آورده می‌شوند:

نام خانوادگی، نام، عنوان، نام مجله، شماره جلد، صفحات ابتدایی و انتهایی و سال انتشار.

(توجه شود حروف اول در عناوین مقالات بخش مراجع همه بزرگ باشند)

مثال:

- [1] Switzky, H. and Cary, J. W., "Minimum Weight Design of Cylindrical Structures," AIAA Journal, Vol. 1, No. 10, pp. 2330-2337, 1963.

مراجع فارسی زبان باید به صورت معادل انگلیسی آن‌ها درج شده و از عبارت In Persian استفاده شود مانند:

- [2] Safarabadi, M., "More Accurate Evaluation of Curing Residual Stress Field Considering Interphase Characteristics," In Persian, Journal of Science and Technology of Composites, Vol. 1, No. 1, pp. 3-12, 2014.

کتاب‌ها در بخش مراجع به ترتیب زیر آورده می‌شوند:

نام خانوادگی و نام نویسنده، عنوان کتاب و ناشر آن، محل نشر، نوبت چاپ، شماره صفحه و سال انتشار.

مثال:

- [3] Timoshenko, S., "Strength of Materials, Part II, Advanced Theory and Problems," Third ed., Krieger Publishing Company, Florida, pp. 121-132, 1976.

پایان نامه‌ها:

- [4] Carlson, W. R., "Dialectic and Rhetoric in Pierre Bayle," MSc Thesis, Yale University, USA, 1977.

ثبت اختراع:

- [5] Chin D.A. and Irvin D.J., "Actuator Device Utilizing a Conductive Polymer Gel," US Pat. 6, 685, 442, 2004.

پایگاه‌های الکترونیکی:

- [6] Mauritz K., "Sol-gel Chemistry," <http://www.psrc.usm.edu/mauritz/solgel.htm>, available in 13, February 2005.

استانداردها:

- [7] Standard Test Method for Solidification Point of BPA, Annual Book of ASTM Standard, 06.04, D 4493-94, 2000.

فارسی خطر به هم ریختگی اعداد را دارد و استفاده از آن به هیچ وجه مجاز نیست. اندازه و قلم‌علایم در داخل فرمول و در داخل متن و در لیست‌علایم باید دقیقاً یکسان باشد.

در صورت نیاز، لیست‌علایم و نشانه‌ها، در انتهای مقاله و پیش از مراجع درج می‌شود. این لیست به صورت جدول دوستونی و ترتیب الفبایی تنظیم شده و هر سطر به ترتیب شامل نماد و شرح (و ابعاد) آن است. مثال:

5- فهرست علائم (استایل عنوان سطح 1)

E مدول یانگ (Nm^{-2})

P نیرو (Nm^{-2})

T دما (K)

علایم یونانی

σ تنش (Nm^{-2})

ϵ کرنش

بالانویس‌ها

k تعداد لایه

زیرنویس‌ها

cr بحرانی

Ave مقدار متوسط

6- تقدیر و تشکر و پیوست‌ها (استایل عنوان سطح 1)

در صورت وجود تقدیر و تشکر و پیوست در مقاله، به ترتیب در انتهای مقاله و پس از لیست‌علایم و نشانه‌ها آورده می‌شود. باید به پیوست‌ها در متن مقاله اشاره و ارجاع شده باشد.

7- مراجع (استایل عنوان سطح 1)

تمامی مراجع با قلم‌تایمز نیو رومن 8 نوشته می‌شوند. شماره مرجع داخل کروه و با ایجاد بیرون‌زدگی 5 میلی‌متر از خط دوم هر مرجع، نوشته می‌شود. نکات زیر را در مرجع‌نویسی و استفاده از مراجع رعایت نمایید:

- ✓ لازم به ذکر است که حداقل 15 درصد از مراجع استفاده شده در مقاله باید از مجلات علمی-پژوهشی داخل کشور انتخاب شود.
- ✓ نقطه، فاصله، کاما، ساده بودن فونت‌ها در مرجع‌نویسی باید با همان دقتی که در نمونه‌ها به آن اشاره شده است، رعایت شود.
- ✓ مجدداً تأکید می‌شود از ارجاع گروهی به مراجع به صورت: "در این موضوع محققان بسیاری تحقیق نموده‌اند [2-10]" خودداری شود.
- ✓ مراجع استفاده شده در مقاله باید قابل دسترس و قابل استفاده برای خوانندگان باشد.
- ✓ از ارجاع به مدارک قدیمی، بی‌ارتباط با اهداف اصلی مقاله و مطالبی که به صورت توضیحات و قوانین آشکار و آشنا برای مهندسان است، خودداری نمایید. به عنوان مثال، "قانون دوم نیوتن بصورت زیر است [5]". این نوع ارجاع نادرست است و کمکی به خواننده در درک مطلب نخواهد داشت.
- ✓ از ارجاع به پایان‌نامه‌های کارشناسی خودداری نمایید.
- ✓ نام مجله‌ها و نظایر آن به‌طور کامل و بدون اختصار آورده شود.

³ Language

¹ JSTC.ens (EndNote Style)

² EndNote