



## مطالعه آسیب در چندلایه‌های کامپوزیتی - فلزی حاوی ترک ماتریسی، جدایی بین لایه‌ای و پلاستیسیته لایه فلزی

فائزه محمدظاهری<sup>1</sup>، بیژن محمدی<sup>2\*</sup>، فتح اله طاهری بهروز<sup>3</sup>

1- دانشجوی دکترا، مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران

2- دانشیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران

3- استاد دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران

\* ایران، تهران، صندوق پستی: 36916-19689، bijan\_mohammadi@iust.ac.ir

### چکیده

### اطلاعات مقاله:

چندلایه‌های کامپوزیتی- فلزی ساختارهای ترکیبی جدیدی هستند که در آن چندین ورق فلزی نازک و لایه‌های کامپوزیت به هم متصل شده‌اند. این ساختارها دارای ویژگی‌هایی چون مقاومت خستگی بالا، مقاومت در برابر ضربه و جذب بالای انرژی بوده که باعث افزایش روزافزون کاربرد آن‌ها در صنایع مختلف شده است. FMLها مستعد بروز آسیب می‌باشند. در این مطالعه آسیب در FML تحت بار استاتیکی کششی شامل ترک‌های ماتریسی، جدایی بین لایه‌های القایی ناشی از ترک ماتریسی و پلاستیسیته لایه‌های فلزی بررسی شده است. با استفاده از مدل تحلیلی توزیع تنش و نرخ رهاسازی انرژی در FML حاوی ترک ماتریسی و جدایی بین لایه‌ای استخراج گردید. همچنین مدل سازی عددی FML حاوی آسیب‌های مذکور نیز انجام شد. نتایج توزیع تنش استخراج شده از مدل تحلیلی و عددی با هم مقایسه شد و بین نتایج انطباق خوبی مشاهده گردید. در ادامه نمونه‌های FML تحت آزمایش کشش قرار گرفتند و آسیب‌هایی که در آن‌ها رخ داده بود نمایش داده شد. با استفاده از مدل تحلیلی و محاسبه نرخ رهاسازی انرژی، اشباع ترک ماتریسی و شروع جدایی بین لایه‌ای در چگالی ترک 0.38 (فاصله دو ترک 2.7 میلی‌متر) استخراج گردید. با مشاهده نمونه‌های تجربی، این چگالی ترک در بیشتر طول نمونه مشاهده گردید، اما به علت‌های مختلفی چون نواقص ساخت، در بعضی از نواحی فاصله بین ترک‌ها بزرگ‌تر از مقدار مذکور بود.

دریافت: 1402/12/02

پذیرش: 1403/03/01

### کلیدواژگان

چندلایه‌های کامپوزیتی- فلزی،

پلاستیسیته،

جدایی بین لایه‌ای،

ترک ماتریسی

## Study of damage in fiber metal laminate including matrix cracking, delamination and plasticity of metal layer

Faezeh Mohammad Zaheri<sup>1</sup>, Bijan Mohammadi<sup>2\*</sup>, Fathollah Taheri-Behrooz<sup>3</sup>

1, 2, 3- School of Mechanical Engineering, Iran University of Science and Technology, Tehran, Iran

\* P.O.B. 36916-19689, Tehran, Iran, bijan\_mohammadi@iust.ac.ir

### Keywords

Fiber Metal Laminate,  
Plasticity,  
Delamination,  
Matrix cracking

### Abstract

Fiber Metal Laminates are new composite structures in which several thin metal sheets and composite layers are connected together. These structures have properties such as high fatigue resistance, high impact resistance and high energy absorption, which have led to a growing use of them in various industries. In this study, damage in FMLs under tensile static loading, including matrix cracking, delamination induced by matrix cracking and plasticity in metal layers, was examined. Using the analytical model, stress distribution and energy release rate were extracted in FML containing matrix cracking and delamination. Numerical modeling of FML containing such damages was also performed. The stress distribution results obtained from the analytical and numerical models were compared, and good agreement between the results was observed. Furthermore, the FML samples were subjected to tensile test and the damages that occurred in them were displayed. By using the analytical model and calculating energy release rate, the matrix crack saturation and the initiation of delamination at the crack density of 0.38 (the distance between two cracks is 2.7 mm) were extracted. By observing the experimental samples, this crack density was observed in most of the length of the sample, but due to various reasons such as manufacturing defects, in some areas the distance between the cracks was larger than the mentioned value.

Please cite this article using:

Mohammad Zaheri, F., Mohammadi, B., Taheri-Behrooz, F., "Study of Damage in Fiber Metal Laminate including Matrix Cracking, Delamination and Plasticity of Metal Layer," In Persian, Journal of Science and Technology of Composites, Vol. 10, No. 4, pp. 2377-2386, 2024.  
https://doi.org/10.22068/JSTC.2024.2023510.1877

برای ارجاع به مقاله از عبارت زیر استفاده کنید:

## 1- مقدمه

مختلف الیاف و خواص مکانیکی پایین مابین فلز و کامپوزیت [15]، خواص چسبندگی، کیفیت اتصال فلز - کامپوزیت و فرآیند ساخت باعث ایجاد جدایی بین لایه‌ای در FML تحت بار می‌شوند. از دیگر آسیب‌های مشاهده شده در FML ها پلاستیسیته و گسیختگی در لایه‌های فلزی می‌باشد [16]. قاسمی و همکاران [17] با استفاده از روش المان محدود توسعه یافته به بررسی رشد ترک خستگی ورق‌های ترک‌دار آلومینیومی، تعمیر شده توسط وصله‌های کامپوزیتی پرداختند. آن‌ها تأثیر زاویه ترک بر روی ضریب شدت تنش در ورق تعمیر شده و تأثیر لایه‌چینی وصله‌های کامپوزیتی بر روی جابه‌جایی نقاط دهانه ترک و ضریب شدت تنش را مطالعه نمودند. نتایج نشان داد که وصله‌های کامپوزیتی با ترکیب ورق/الیاف/الیاف/آلومینیوم بیشترین تأثیر را در خواص ترمیمی دارد و می‌تواند ضریب شدت تنش را تا 70 درصد کاهش دهد.

حالات آسیب در FML ها را می‌توان با استفاده از روش‌های مختلف شناسایی کرد. دیا و همکاران [18] آسیب بوجود آمده در FML آلومینیوم/کامپوزیت شیشه را تحت بار شبه استاتیکی و خستگی با استفاده از تکنیک انتشار آکوستیک<sup>1</sup> بررسی نمودند. قاجار و قدمی [19] به منظور تشخیص آسیب در لایه‌چینی شیشه/اپوکسی روش تجربی جدید معرفی نمود. این روش بر اساس میکروسکوپ نوری و حلالیت رنگ در اتانول بود. نجف‌آبادی و همکاران [20] خرابی ورق آلومینیومی ترک‌دار ترمیم شده با چندلایه فلز الیاف را با روش انتشار آکوستیک بررسی نمودند. حالات مختلف خرابی با استفاده از تصاویر میکروسکوپ الکترونی و بررسی سطوح شکست مورد مطالعه قرار گرفت. در دهه‌های گذشته معیارهای مختلفی برای آسیب و تخریب FML ارائه شده است. برخی از این معیارها شامل تئوری حداکثر کرنش، تئوری تسای-هیل، مدل کاهش سفتی و همچنین مدل مکانیک آسیب پیوسته می‌باشند [21, 22]. چن و سان [23] مدل ترکیبی پلاستیسیته و تئوری کلاسیک لایه ها را به منظور پیش‌بینی رفتار FML در آزمون کشش ارائه نمودند. کرتس و کنترل [24] از نتایج تئوری حداکثر کرنش و تئوری تسای-هیل به منظور محاسبه آسیب FML ترموپلاستیک تیتانیومی استفاده کردند. آن‌ها از معیار تسای-هیل به منظور تخمین آسیب لایه‌های کامپوزیت و از معیار حداکثر کرنش به منظور تخمین آسیب لایه‌های آلومینیوم استفاده نمودند. پولری و همکاران [25] یک مدل تخریب بر اساس کاهش تدریجی خواص سفتی لایه‌چینی بعد از عبور از معیار تسای-هیل در FML ارائه دادند. در این مدل مقادیر تسای-هیل بیانگر نرخ مقدار استحکام به تنش بدست آمده در جهت-های مشخص تنش بود. بر اساس این مدل، تخریب در لایه‌چینی زمانی اتفاق می‌افتد که توزیع ترم 1 آسیب تسای-هیل در مقایسه با دیگر ترم‌ها بیشتر باشد؛ در این حالت، آسیب تخریب الیاف در نظر گرفته می‌شود. همچنین زمانی که لایه‌چینی در دو ترم 2 و 3 تخریب گردد، جدایش در بین الیاف و ماتریس رخ می‌دهد. در این معیارها تأثیر رفتار لایه‌های فلز و کامپوزیت برهم در FML و اثر ناشی از آسیب در لایه‌ها بر ایجاد آسیب‌های جدید به صورت جامع بررسی نشده است. انکوش و همکاران [26] آسیب FML را برای هر مود آسیب با استفاده از قانون رشد آسیب نمایی تکمیل کردند. آن‌ها به منظور پیش‌بینی آسیب از معیار آسیب هشین [27] که دارای چهار مود آسیب می‌باشد، استفاده نمودند. آن‌ها برای مدل‌سازی رفتار پلاستیک لایه‌های آلومینیوم از مدل سخت‌شوندگی ایزوتروپیک<sup>2</sup> استفاده کردند. محمدظاهری و همکاران [28] روش تحلیلی مناسبی را جهت پیش‌بینی وضعیت آسیب شامل ترک ماتریسی و پلاستیسیته فلز و مشخصات مکانیکی باقیمانده ناشی از آن در FML تحت

کاربرد فلزات و کامپوزیت‌ها به طور جداگانه دارای نقاط ضعف می‌باشند. در فلزی مثل آلومینیوم نقاط ضعف شامل مقاومت خستگی و خوردگی پایین و چگالی بالا بوده و در کامپوزیت‌ها مقاومت ضربه پایین و رفتار غیر پلاستیک جزء معایب هستند. در دهه هفتاد ایده استفاده از دو ماده به صورت ترکیبی برای غلبه بر بسیاری از معایب هر دو ماده بیان شد [1]. با وجود کاربردهای فراوان FML در صنایع مختلف، این ساختارها مستعد وجود خرابی‌هایی هستند. خرابی در FML شامل آسیب در کامپوزیت، آسیب در فلز به کار برده شده در آن و همچنین جدایی میان لایه‌ای می‌باشد. در FML بسته به بارگذاری و نوع FML مکانیزم‌های مختلف آسیب می‌تواند اتفاق بیافتد. تحقیقات گسترده‌ای در مورد مدهای آسیب FML انجام شده است. ملک زاده و همکاران [2] به بررسی پاسخ ضربه سرعت پایین ورق ساندویچی با رویه الیاف-فلز توسط ضربه‌زننده صلب پرداختند. آن‌ها بیشینه نیروی برخورد را با کمک مدل جرم و فنر دو درجه آزادی در یک فرایند تکرار استخراج نمودند. نتایج تجربی و تحلیلی نشان داد که چیدمان لایه‌ها، جرم و سرعت ضربه‌زننده در سطح انرژی ثابت و ابعاد سازه هدف، عوامل تأثیرگذار در پاسخ دینامیکی ورق ساندویچی با رویه فلز-الیاف می‌باشند. داور و همکاران [3] به صورت پارامتری ضربه بر روی پوسته‌های استوانه‌ای ساندویچی با رویه FML و هسته مدرج تابعی را تحلیل نمودند. آن‌ها با استفاده از یک تئوری پوسته جدید به پیش‌گویی تاریخچه نیروی تماس ناشی از برخورد عرضی شبه استاتیکی توسط ضربه‌زننده الاستیک و ایزوتروپیک پرداختند.

مطالعات بنیاس [4] در رابطه با آسیب‌های ایجاد شده در آزمایش‌های ضربه بر FML نشان داد که در انرژی‌های ضربه پایین تعدادی ترک ماتریسی در لایه‌های کامپوزیت ایجاد می‌شود. همچنین با افزایش انرژی ضربه، جدایی بین لایه‌ای در ناحیه‌های میانی بین لایه‌های کامپوزیت و یا بین لایه‌های کامپوزیت-فلز رخ می‌دهد. او نشان داد با افزودن مجدد انرژی ضربه، تغییر شکل در FML در ناحیه ضربه اتفاق می‌افتاد. اولین مود آسیب مشاهده شده در اثر ضربه ترک ماتریسی بوده و این مود آسیب منجر به جدایی بین لایه‌ای می‌گردد. همچنین در آزمایش‌ها تغییر شکل پلاستیک آلومینیوم نیز مشاهده گردید.

یکی از مکانیزم‌های مهم آسیب در FML تورق میان لایه‌ها ناشی از جدایی چسبنده بین آن‌ها می‌باشد [3]. این فرم از آسیب به طور قابل ملاحظه‌ای خطرناک می‌باشد زیرا تشخیص آن بین لایه‌های داخلی به علت وجود لایه‌های آلومینیومی امکان‌پذیر نیست. تورق میان لایه‌ها به طور همزمان باعث کاهش سفتی و کاهش ظرفیت تحمل بار تحت بارگذاری فشاری می‌شود [6,7,8]. مسئله جدایی بین لایه‌های FML به طور گسترده در تحقیقات بررسی شده است. برخی مطالعات [9,10,11,12] بر تشخیص پدیده تورق و خواص شکست پرداخته‌اند. ردی [13] نیز فرآیند تورق را تحت تأثیر انواع بارگذاری بررسی نمود. وی به این نتیجه رسید که تورق معمولاً در بارگذاری خستگی و یا تنش-های برشی بزرگ میان لایه‌های رخ می‌دهد اما می‌تواند تحت تأثیر پلاستیسیته فلز نیز باشد. آبریت [14] بیان کرد که عموماً جدایی بین لایه‌های ناشی از وجود ترک‌های ماتریسی و تنش برشی میان لایه‌ای می‌باشد و ناسازگاری سفتی میان لایه‌های مجاور در دسته‌ای از لایه‌ها منجر به تغییر شکل لایه‌چینی می‌شود. عواملی مانند تفاوت در سفتی میان لایه‌های کامپوزیت با جهت‌گیری‌های

1 Acoustic Emission technique

2 Isotropic hardening

بارگذاری استاتیکی ارائه نمودند. آن‌ها با ارائه این مدل اثر پلاستیسیته در لایه‌های فلزی و ترک ماتریسی در لایه‌های کامپوزیت برهم را به شکل تئوری پیش‌بینی کردند. نتایج آن‌ها نشان داد با افزایش نسبت ضخامت فلز به کامپوزیت 90 درجه و افزایش فاصله بین ترک‌ها احتمال بروز پلاستیسیته در لایه فلزی کاهش می‌یابد. محمدی و پاکدل [29,30] میدان تنش را برای لایه-چینی  $[\theta_m^{(0)}/\theta_n^{(i)}]_s$  با فرض بروز ترک‌های ماتریسی میانی یا متقارن بیرونی یا زیگزاگی بیرونی، حاوی یا فاقد جدایی بین‌لایه‌ای تحت بارگذاری دلخواه داخل صفحه بررسی کردند. آن‌ها با معرفی المان حجمی برای هر یک از انواع وضعیت آسیب محتمل و با استفاده از معادلات پیوستگی تنش و شرایط مرزی برای ترک‌های میانی و ماتریسی بیرونی حاوی جدایی بین‌لایه‌ای القایی میدان تنش و متناظر با آن افت خواص مکانیکی را استخراج نمودند. محمدی و همکاران [31] رشد آسیب در کامپوزیت‌های متعامد تحت بار کششی را بررسی کردند. آن‌ها با استفاده از معیار نرخ رهاسازی انرژی شروع و رشد ترک‌های ماتریسی، جدایی بین‌لایه‌ای القایی و همچنین وضعیت اشباع ترک‌های ماتریسی را پیش‌بینی نمودند.

تاکنون مطالعات گسترده‌ای در خصوص بررسی و پیش‌بینی آسیب در FML ها انجام شده اما مدل کاملی در این خصوص ارائه نشده است. در این مطالعه با توسعه مدل تحلیلی ارائه شده برای FML ها [28]، علاوه بر بررسی ترک ماتریسی و پلاستیسیته FML جدایی بین‌لایه‌ای القایی ناشی از ترک ماتریسی نیز تحلیل گردیده است. همچنین نمونه FML تحت بار کششی قرار گرفته و آسیب در آن به ثبت رسیده است. نتایج استخراج شده از مدل تحلیلی با نتایج عددی و تجربی مقایسه شده که انطباق قابل قبولی بین نتایج وجود دارد.

تاکنون مطالعات گسترده‌ای در خصوص بررسی و پیش‌بینی آسیب در FML ها انجام شده اما مدل کاملی در این خصوص ارائه نشده است. در این مطالعه با توسعه مدل تحلیلی ارائه شده برای FML ها [28]، علاوه بر بررسی ترک ماتریسی و پلاستیسیته FML جدایی بین‌لایه‌ای القایی ناشی از ترک ماتریسی نیز تحلیل گردیده است. همچنین نمونه FML تحت بار کششی قرار گرفته و آسیب در آن به ثبت رسیده است. نتایج استخراج شده از مدل تحلیلی با نتایج عددی و تجربی مقایسه شده که انطباق قابل قبولی بین نتایج وجود دارد.

## 2- مدل تحلیلی

در مدل توسعه‌یافته در این پژوهش فرض می‌شود که آسیب به طور یکنواخت در امتداد هر لایه عرضی توزیع گردد و بر اساس روش حساب تغییرات هشین [29]، یک المان حجمی می‌تواند نماینده کل لایه‌چینی در نظر گرفته شود. آسیب‌های مورد بررسی در این پژوهش علاوه بر ترک‌های ماتریسی و پلاستیسیته، جدایی بین‌لایه‌ای نیز می‌باشند. بارگذاری از نوع بار ثابت، استاتیکی و بصورت کششی و تک‌محوره است. در این مدل ابتدا تنش بحرانی تعریف شده است. تنش بحرانی کمترین تنش است که اگر به FML اعمال شود، بدون در نظر گرفتن هیچ آسیب دیگری، لایه‌های فلزی وارد محدوده پلاستیک می‌شوند. اگر تنش اعمال شده به FML کمتر از تنش بحرانی باشد، رفتار در لایه‌های فلزی الاستیک بوده و در لایه‌های کامپوزیت در صورتی که شرایط مهیا باشد ترک ماتریسی تشکیل می‌شود. ایجاد ترک ماتریسی منجر به تغییر توزیع تنش اولیه و ایجاد تنش‌های اغتشاشی در لایه‌چینی می‌شود. این تنش‌های اغتشاشی باعث افزایش تنش در لایه‌های فلزی می‌گردند. ممکن است افزایش تنش در لایه فلز منجر به پلاستیسیته در آن شود. بنابراین با ادامه بارگذاری امکان ایجاد دو نوع از آسیب وجود دارد: اول ترک ماتریسی جدید در لایه‌های کامپوزیتی و دوم ورود فلز به ناحیه پلاستیک. در صورتی که تنش در لایه فلزی همچنان کمتر از تنش تسلیم باشد با ادامه بارگذاری امکان ایجاد ترک ماتریسی جدید وجود دارد و ایجاد هر ترک ماتریسی جدید، شرایط قبل را تکرار می‌کند. به این معنی که توزیع تنش به هم خورده و تنش در لایه مجاور افزایش می‌یابد و پلاستیسیته در فلز محتمل می‌شود. ایجاد ترک

1-2- محاسبه میدان تنش در المان حجمی FML حاوی ترک ماتریسی و جدایی بین‌لایه‌ای

در حالتی که المان حجمی علاوه بر ترک ماتریسی، حاوی جدایی بین‌لایه‌ای نیز باشد لازم است مطابق شکل 1 المان حجمی را به دو ناحیه تقسیم کرده و برای هر ناحیه توابع تنش و شرایط مرزی مجزا تعریف شود. دو ناحیه شامل ناحیه حاوی جدایی بین‌لایه‌ای و بدون جدایی بین‌لایه‌ای است که به ترتیب با بالانویس‌های d و c نشان داده شده است.

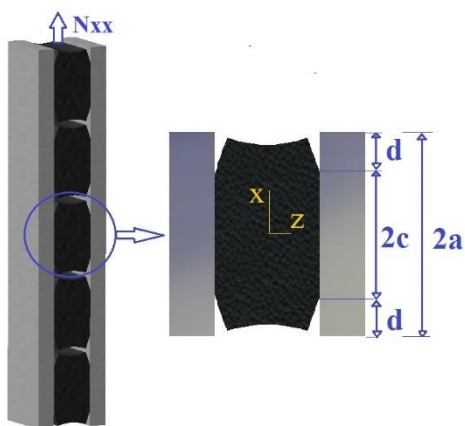


Fig. 1 Schematic of FML RVE<sup>1</sup> containing matrix cracks in composite layers and delamination between metal and composite layers

شکل 1 شماتیک المان حجمی FML حاوی ترک ماتریسی میانی در لایه‌های کامپوزیتی و جدایی بین لایه‌های فلز و کامپوزیت

به منظور استخراج توزیع تنش پس از بروز ترک و جدایی بین‌لایه‌ای روالی مطابق روال گفته شده در مقاله [25] ارائه شده است، با این تفاوت که در المان حجمی دو ناحیه با توزیع تنش‌های متفاوت وجود دارد. بنابراین تنش در زمان وجود آسیب در هر ناحیه به صورت مجموع دو تنش در نظر گرفته می‌شود؛ این دو تنش عبارت‌اند از تنش اولیه قبل از بروز آسیب که در هر دو ناحیه c و d یکسان است  $(\sigma_{jk}^{(i)0})$  و با استفاده از روابط تئوری کلاسیک لایه‌ها استخراج می‌شود و تنش اغتشاشی ناشی از ایجاد آسیب که به ترتیب در دو ناحیه c و d  $(\sigma_{jk}^{(i)c})$  و  $(\sigma_{jk}^{(i)d})$  می‌باشد (معادله 1). فرض‌های ارائه شده در خصوص مستقل بودن تنش‌های اغتشاشی داخل صفحه در راستای ضخامت (راستای Z) و راستای عرضی (راستای Y) نیز پابرجا می‌باشند. تکنیک تقسیم‌بندی لایه‌ها در این حالت تأثیر بسزایی دارد. زیرا در صورتی که لایه‌ها به زیر تعداد لایه‌های مشخص تقسیم نشوند میدان تنش در ناحیه حاوی جدایی بین‌لایه‌ای صفر می‌گردد. بنابراین در این حالت می‌توان کل المان حجمی حاوی جدایی بین‌لایه‌ای و ترک ماتریسی با طول 2a را با المان حجمی حاوی ترک ماتریسی با طول  $2(a-d)$  جایگزین کرد. به منظور دستیابی به یک میدان تنش اغتشاشی حائز شرایط مذکور، تنش‌های اغتشاشی درون صفحه‌ای در دو ناحیه c و d  $(\sigma_{xx}^{(i)d})$  و  $(\sigma_{xx}^{(i)c})$  در زیر لایه‌های (i) به صورت توابعی ناشناخته از توابع

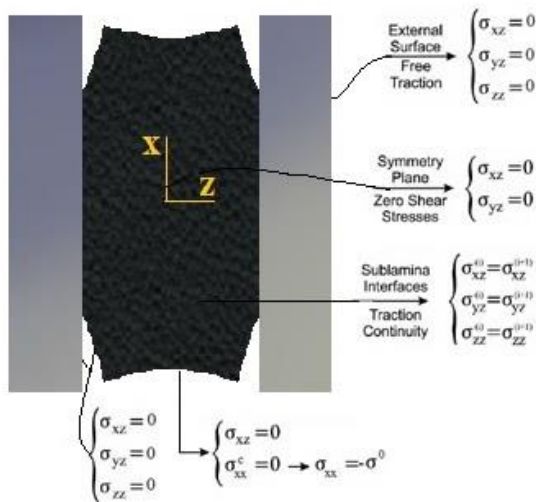
<sup>1</sup> Representative Volume Element

XY هستند. تنش‌های برشی خارج صفحه بر روی صفحات تقارن XY می‌بایست برابر با صفر در نظر گرفته شود:

$$\text{at } z = 0 \quad \begin{cases} \sigma_{xz}^{L(1)c} = \sigma_{xz}^{L(1)d} = 0 \\ \sigma_{yz}^{L(1)c} = \sigma_{yz}^{L(1)d} = 0 \end{cases} \quad (6)$$

پیوستگی تنش: در استخراج میدان تنش قابل قبول، گرچه تنش‌های داخل صفحه در زیرلایه‌های مجاور متفاوت هستند، ولیکن شرط پیوستگی تنش‌ها ایجاب می‌کند تا تنش‌های خارج صفحه در مرز هر دو زیرلایه مجاور در هر دو ناحیه c و d مطابق رابطه (7) برابر باشند.

$$\text{at } z = z_i \quad \begin{cases} \sigma_{xz}^{L(i)c} = \sigma_{xz}^{L(i+1)c} \\ \sigma_{yz}^{L(i)c} = \sigma_{yz}^{L(i+1)c} \\ \sigma_{zz}^{L(i)c} = \sigma_{zz}^{L(i+1)c} \\ \sigma_{xz}^{L(i)d} = \sigma_{xz}^{L(i+1)d} \\ \sigma_{yz}^{L(i)d} = \sigma_{yz}^{L(i+1)d} \\ \sigma_{zz}^{L(i)d} = \sigma_{zz}^{L(i+1)d} \end{cases} \quad i = 1 \dots m - 1 \quad (7)$$



**Fig. 2** Boundary conditions and continuity of stresses along the thickness of the FML RVE with the middle 90-degree layers containing matrix cracking and delamination between the metal and composite layers.

شکل 2 شرایط مرزی و پیوستگی تنش‌ها در راستای ضخامت المان حجمی FML دارای لایه‌چینی‌های 90 درجه میانی حاوی ترک ماتریسی و جدایی بین لایه‌های فلز و کامپوزیت

علاوه بر شرایط مرزی ذکر شده، با اعمال شرایط تعادل نیرویی رابطه (8) برای توابع مجهول نیز استخراج می‌گردد.

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^m \varphi_i^d(x) = 0 \\ \sum_{i=1}^m \varphi_i^c(x) = 0 \end{cases} \quad (8)$$

با استفاده از شرایط مرزی و تعادلی گفته شده توابع نامعلوم f و g برحسب توابع  $\varphi_i^d(x)$  و  $\varphi_i^c(x)$  استخراج می‌گردد. همانطور که پیش از این اشاره شد به منظور استخراج توابع مجهول  $\varphi_i^c(x)$  و  $\varphi_i^d(x)$  لازم است انرژی مکمل المان حجمی (معادله (9)) مینیمم شود.

مجهول  $\varphi_i^c(x)$  و  $\varphi_i^d(x)$  (معادله 2) در نظر گرفته می‌شوند. در اینجا نیز باید شرایط تعادل (معادله 3)، شرایط مرزی و پیوستگی تنش برآورده شود.

$$\begin{aligned} \sigma_{jk}^{L(i)c} &= \sigma_{jk(0)}^{(i)} + \sigma_{jk}^{(i)c} \quad (j, k) = (x, y, z) \\ i &= 1..m \\ \sigma_{jk}^{L(i)d} &= \sigma_{jk(0)}^{(i)} + \sigma_{jk}^{(i)d} \quad (j, k) = (x, y, z) \\ i &= 1..m \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{xx}^{(i)c} &= -\frac{\varphi_i^c(x)}{t_i} \quad i = 1..m \\ \sigma_{xx}^{(i)d} &= -\frac{\varphi_i^d(x)}{t_i} \quad i = 1..m \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_{xx}^{(i)c}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xz}^{(i)c}}{\partial z} &= 0 \quad i = 1..m \\ \frac{\partial \sigma_{xz}^{(i)c}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{zz}^{(i)c}}{\partial z} &= 0 \quad i = 1..m \\ \frac{\partial \sigma_{xx}^{(i)d}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xz}^{(i)d}}{\partial z} &= 0 \quad i = 1..m \\ \frac{\partial \sigma_{xz}^{(i)d}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{zz}^{(i)d}}{\partial z} &= 0 \quad i = 1..m \end{aligned} \quad (3)$$

با حل معادلات تعادل (معادله 3) توزیع تنش در زیرلایه‌های FML بر حسب توابع مجهول  $f(x)$  و  $g(x)$  استخراج می‌گردد. این توابع مجهول با استفاده از حل معادلات حاصل از شرایط مرزی در راستای محور Z و پیوستگی تنش‌ها برای هر زیرلایه قابل محاسبه است. شرایط مرزی المان حجمی حاوی ترک ماتریسی و جدایی بین لایه‌های برای FML حاوی ترک ماتریسی میانی در لایه-های کامپوزیتی و جدایی بین لایه‌های فلز و کامپوزیت در شکل 2 نشان داده شده است. مجموع شرایط مرزی در راستای محور Z و پیوستگی تنش‌ها در این حالت به سه دسته عمده تقسیم می‌شود:

- سطوح آزاد: در حالت وجود جدایی بین لایه‌های، سطوح آزاد در راستای محور Z علاوه بر صفحات فوقانی و تحتانی المان حجمی، روی سطوح جدایی بین لایه‌های را نیز شامل می‌شود. تنش مطابق روابط (4) و (5) بر روی سطوح آزاد صفر است. در رابطه (5)، i مربوط به لایه‌های حاوی جدایی بین لایه‌های است.

$$\text{at } z = h \quad \begin{cases} \sigma_{xz}^{L(m)c} = \sigma_{xz}^{L(m)d} = 0 \\ \sigma_{yz}^{L(m)c} = \sigma_{yz}^{L(m)d} = 0 \\ \sigma_{zz}^{L(m)c} = \sigma_{zz}^{L(m)d} = 0 \\ \sigma_{xz}^{L(i)d} = 0 \end{cases} \quad (4)$$

$$\text{at } z = \pm z^d \quad \begin{cases} \sigma_{yz}^{L(i)d} = 0 \\ \sigma_{zz}^{L(i)d} = 0 \end{cases} \quad (5)$$

که  $z^d$  مختصات صفحات حاوی جدایی بین لایه‌های در راستای محور Z در المان حجمی می‌باشد.

- صفحات تقارن: المان حجمی کامپوزیت لایه‌های حاوی ترک‌های ماتریسی و جدایی بین لایه‌های دارای تقارن هندسی و بارگذاری نسبت به صفحه

- در لایه‌های حاوی ترک ماتریسی که در ناحیه  $d$  نیز قرار می‌گیرد تنش در سطوح ترک صفر است (مطابق معادله (15) که در آن  $i$  بیانگر لایه‌های حاوی ترک ماتریسی است).

$$\begin{aligned} \sigma^{L(i)d}_{xx} &= 0 \\ \sigma^{L(i)d}_{xy} &= 0 \\ \sigma^{L(i)d}_{xz} &= 0 \end{aligned} \quad (15) \quad \text{at } x = \pm a$$

- در راستای محور  $x$  به جز سطح ترک‌ها تنش‌ها دارای پیوستگی هستند:

$$\begin{aligned} \sigma^{L(i)d}_{xx} &= \sigma^{L(i)c}_{xx} \\ \sigma^{L(i)d}_{xy} &= \sigma^{L(i)c}_{xy} \\ \sigma^{L(i)d}_{xz} &= \sigma^{L(i)c}_{xz} \end{aligned} \quad (16) \quad \text{at } x = a - d$$

- المان حجمی حول محور  $Z$  تقارن چرخشی دارد. به این معنا که هندسه و بارگذاری المان حجمی با چرخش 180 درجه حول محور  $Z$  در سرتاسر المان حجمی برقرار است.
- با توجه به اینکه المان حجمی در واقع نماینده FML در طول است و میدان تنش آن به کل نمونه قابل تعمیم است، لذا می‌بایست پیوستگی تنش‌ها در طرفین المان حجمی نیز برقرار باشد.

$$\begin{aligned} \sigma^{L(i)c}_{xx}(\text{at } x = a - d) &= \sigma^{L(i)c}_{xx}(\text{at } x = d - a) \\ \sigma^{L(i)c}_{xy}(\text{at } x = a - d) &= \sigma^{L(i)c}_{xy}(\text{at } x = d - a) \\ \sigma^{L(i)c}_{xz}(\text{at } x = a - d) &= -\sigma^{L(i)c}_{xz}(\text{at } x = d - a) \\ \sigma^{L(i)d}_{xz}(\text{at } x = a) &= -\sigma^{L(i)d}_{xz}(\text{at } x = -a) \\ \sigma^{L(i)d}_{xz}(\text{at } x = a) &= \sigma^{L(i)d}_{xz}(\text{at } x = -a) \end{aligned} \quad (17)$$

در این مطالعه رفتار لایه‌های فلزی الاستیک - پلاستیک کامل فرض می‌شود. به منظور اعمال رفتار الاستیک- پلاستیک کامل برای لایه‌های فلزی موجود در FML حاوی ترک ماتریسی و جدایی بین لایه‌های لازم است انرژی کرنشی به نحوی مینیمم شود که تنش در لایه‌های فلزی در هر دو ناحیه  $c$  و  $d$  از تنش تسلیم تجاوز نکنند. بنابراین قیدهای  $G^c_j$  و  $G^d_j$  برابر تنش در زیرلایه‌های فلزی 1 تا  $nn$  در دو ناحیه  $c$  و  $d$  تعریف می‌شوند. با تعریف قیود مذکور، تابع تنش به‌گونه‌ای استخراج می‌شود که تنش‌های بدست آمده در لایه‌ها نه تنها معادلات تعادل، شرایط مرزی و تعادل نیرو، بلکه رفتار الاستیک- پلاستیک کامل فلز را نیز برآورده کند. همانطور که گفته شد به دلیل تکینگی تنش در نوک ترک، تنش مجاور نوک ترک در لایه‌های فلزی افزایش یافته و این امر اجتناب‌ناپذیر است.

توابعی  $T^c$  و  $T^d$  به عنوان تابعی بر حسب توابع مجهول  $b_j^c(x)$  و  $b_j^d(x)$  و تابعی  $F^c$  و  $F^d$  که در روابط (19) نشان داده شده است، تعریف می‌شوند. در این حالت با اعمال عملگر حساب تغییرات به توابعی  $T^c$  و  $T^d$  (معادلات (20)) دستگاه معادلاتی تشکیل شده (21) که با اعمال شرایط مرزی ذکر شده در معادلات (15) تا (17) و (22) توابع مجهول  $\varphi_i^c$  و  $\varphi_i^d$  بر اساس  $b_j^c(x)$  و  $b_j^d(x)$  استخراج می‌شوند. به منظور محاسبه  $b_j^c(x)$  و  $b_j^d(x)$ ، توابع تنش بدست آمده در قید اولیه جایگزین شده و با تنش تسلیم فلز برابر قرار داده می‌شوند. نهایتاً توابع تنش و توزیع تنش در لایه‌های FML در هر دو ناحیه  $c$  و  $d$  استخراج می‌گردند.

$$\begin{aligned} G^c_j &= \sigma^{L(j)c}_{xx} \quad j=1..nn \\ G^d_j &= \sigma^{L(j)d}_{xx} \quad j=1..nn \end{aligned} \quad (18)$$

$$U'_c = 2 \int_{a-d}^{a-d} \left\{ \sum_{i=1}^m \int_{z_{i-1}}^{z_i} w_i^c dz \right\} dx + 4 \int_{a-d}^a \left\{ \sum_{i=1}^m \int_{z_{i-1}}^{z_i} w_i^d dz \right\} dx \quad (9)$$

که در این رابطه  $w_i^c$  و  $w_i^d$  بر حسب تنش‌های اغتشاشی نواحی  $c$  و  $d$  و ماتریس نرمی محلی  $S_i$  استخراج می‌شود.

$$\begin{aligned} w_i^d &= \frac{1}{2} \sigma_i^{dT} \cdot S_i \cdot \sigma_i^d \quad i=1..m \\ w_i^c &= \frac{1}{2} \sigma_i^{cT} \cdot S_i \cdot \sigma_i^c \quad i=1..m \end{aligned} \quad (10)$$

انرژی مکمل را می‌توان به صورت تابعی از توابع مجهول  $\varphi_i^c(x)$  و مشتقات آن نسبت به  $x$ ، به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$U'_c = \int_{d-a}^{a-d} F^c(\varphi_i^{c''}(x), \varphi_i^{c'}(x), \varphi_i^c(x)) dx + 2 \int_{a-d}^a F^d(\varphi_i^{d''}(x), \varphi_i^{d'}(x), \varphi_i^d(x)) dx \quad i=1..m \quad (11)$$

مینیمم سازی انرژی مکمل و استخراج توابع مجهول با اعمال اپراتور حساب تغییرات به تابعی‌های  $F^c$  و  $F^d$  و برابر قرار دادن آن با صفر مطابق معادله (12) انجام می‌شود.

$$\int_{d-a}^{a-d} \delta F^c \cdot dx + 2 \int_{a-d}^a \delta F^d \cdot dx = 0 \quad i = 1..m \quad (12)$$

با اعمال اپراتور حساب تغییرات مطابق آنچه که گفته شد روابط زیر حاصل می‌گردد:

$$\begin{aligned} \frac{d^2}{dx^2} \left( \frac{\partial F^d}{\partial \varphi_i^{d''}} \right) - \frac{d}{dx} \left( \frac{\partial F^d}{\partial \varphi_i^{d'}} \right) + \frac{\partial F^d}{\partial \varphi_i^d} &= 0 \\ \frac{d^2}{dx^2} \left( \frac{\partial F^c}{\partial \varphi_i^{c''}} \right) - \frac{d}{dx} \left( \frac{\partial F^c}{\partial \varphi_i^{c'}} \right) + \frac{\partial F^c}{\partial \varphi_i^c} &= 0 \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^m \left[ \left\{ \frac{\partial F^c}{\partial \varphi_i^{c'}} - \frac{d}{dx} \left( \frac{\partial F^c}{\partial \varphi_i^{c''}} \right) \right\} \delta \varphi_i^c \right]_{x=d-a}^{x=a-d} \\ + \sum_{i=1}^m \left[ \left( \frac{\partial F^c}{\partial \varphi_i^{c''}} \right) \delta \varphi_i^{c'} \right]_{x=d-a}^{x=a-d} \\ + \sum_{i=1}^m \left[ \left\{ \frac{\partial F^d}{\partial \varphi_i^{d'}} - \frac{d}{dx} \left( \frac{\partial F^d}{\partial \varphi_i^{d''}} \right) \right\} \delta \varphi_i^d \right]_{x=a-d}^{x=a} \\ + \sum_{i=1}^m \left[ \left( \frac{\partial F^d}{\partial \varphi_i^{d''}} \right) \delta \varphi_i^{d'} \right]_{x=a-d}^{x=a} \\ = 0 \end{aligned} \quad (14)$$

برای حل دستگاه معادلات اوایلر-لاگرانژ و استخراج توابع ناشناخته، تعداد مشخصی شرایط مرزی مورد نیاز است. این شرایط مرزی در حالتی که المان حجمی تنها حاوی ترک ماتریسی باشد با حالتی که حاوی ترک ماتریسی و جدایی بین لایه‌ای باشد متفاوت است مجموع شرایط مرزی ذاتی مورد نیاز برای حل دستگاه معادلات اوایلر-لاگرانژ در المان حجمی حاوی ترک ماتریسی و جدایی بین لایه‌ای عبارت است از:

در روابط فوق  $G_C(Propagation)$  و  $G_d(Initiation)$  به ترتیب نرخ رهاسازی انرژی ناشی از رشد ترک ماتریسی و نرخ رهاسازی انرژی شروع جدایی بین لایه‌های می‌باشند.  $U_{(\rho,d)}^c$ ,  $U^c(2\rho)$ ,  $U^c(\rho)$  نیز به ترتیب انرژی مکمل المان حجمی حاوی ترک ماتریسی با چگالی  $\rho$ ، انرژی مکمل المان حجمی حاوی ترک ماتریسی با چگالی  $2\rho$  و انرژی مکمل المان حجمی حاوی ترک ماتریسی با چگالی  $\rho$  همراه جدایی بین لایه‌های با طول  $d$  می‌باشند.

### 3- مدل عددی

برای مدل‌سازی عددی FML لازم است طول نمونه تا حدی بلند باشد که ابتدا و انتهای نمونه که محل‌های بارگذاری و مقید شده هستند، بر توزیع تنش در المان حجمی بی‌تأثیر باشند. همانطور که گفته شد، رفتار المان حجمی بیانگر رفتار کل لایه‌چینی می‌باشد، بنابراین به منظور کاهش زمان محاسبات، یک المان حجمی با فاصله مناسب از محل‌های بارگذاری و مقید شده، شبیه‌سازی گردید. ترک‌های ماتریسی در لایه‌های 90 درجه و جدایی بین لایه‌های در محل ترک‌ها بین لایه‌های کامپوزیت و فلز با طول مشخص شبیه‌سازی شد. ضخامت لایه‌ها در شبیه‌سازی 0.2 میلی‌متر در نظر گرفته شد و هر لایه به سه زیرلایه تقسیم گردید.

FML با لایه‌چینی s[AL/90] با خواص ذکر شده در جدول 1 برای لایه‌های فلزی و کامپوزیتی مدل گردید. لازم به ذکر است رفتار برای آلومینیوم، الاستیک - پلاستیک کامل تعریف می‌گردد.

جدول 1 خواص لایه‌های FML [32]

Table 1 Properties of FML layers [32]

کربن / اپوکسی					
$E_A$	$E_T$	$G_A$	$G_T$	$\nu_A$	$\nu_T$
208 GPa	6.5 GPa	1.65 GPa	2.3 GPa	0.25	0.41
آلومینیوم					
$E_m$	$G_m$	$\nu_m$	$\sigma_y$		
GPa 73	GPa 27	0.35	MPa 300		

مطابق مدل تحلیلی ارائه شده، بارگذاری به صورت بار کششی تک‌محوری استاتیکی می‌باشد. لازم است در شبیه‌سازی، قطعه به صورت مناسب مقید گردد. بدین منظور به سطح انتهایی FML تنش کششی در راستای  $x$  اعمال شده و در یک نقطه در راستای  $y$  مقید می‌گردد (مطابق شکل 3-a). سطح ابتدایی FML نیز در راستای  $x$  مقید می‌شود (شکل 3-b). همچنین به علت تقارن در بارگذاری و مدل، خط تقارن FML در مسیر  $x$  در راستای  $z$  مقید می‌گردد (شکل 3-c). در خصوص شبکه‌بندی مدل، نکته مهم توجه به نحوه شبکه‌بندی مدل در نزدیک محل‌های ترک و بین لایه‌ها است. همچنین در شبیه‌سازی بر پایه روش اجزای محدود، با پذیرفتن صحت روند شبیه‌سازی، برای اثبات صحت نتایج استخراجی لازم است همگرایی نتایج از نظر ابعاد دانه‌بندی نیز بررسی شود. اجزای به کار رفته در شبیه‌سازی FML از نوع خطی جزء C3D8R و تعداد 126000 المان می‌باشد.

$$T^c = F^c + \sum_{j=1}^{nn} G^c_j b^c_j$$

$$T^d = F^d + \sum_{j=1}^{nn} G^d_j b^d_j \quad (19)$$

$$\int_{a-d}^{a-d} \delta T^c \cdot dx + 2 \int_{a-d}^a \delta T^d \cdot dx = 0$$

$$i = 1..m \quad (20)$$

$$\frac{d^2}{dx^2} \left( \frac{\partial T^d}{\partial \varphi^{d''}_i} \right) - \frac{d}{dx} \left( \frac{\partial T^d}{\partial \varphi^{d'}_i} \right) + \frac{\partial T^d}{\partial \varphi^d_i} = 0$$

$$\frac{d^2}{dx^2} \left( \frac{\partial T^c}{\partial \varphi^{c''}_i} \right) - \frac{d}{dx} \left( \frac{\partial T^c}{\partial \varphi^{c'}_i} \right) + \frac{\partial T^c}{\partial \varphi^c_i} = 0 \quad (21)$$

$$\sum_{i=1}^m \left[ \left\{ \frac{\partial T^c}{\partial \varphi^{c'}_i} - \frac{d}{dx} \left( \frac{\partial T^c}{\partial \varphi^{c''}_i} \right) \right\} \delta \varphi^c_i \right]_{x=a-d}^{x=a-d}$$

$$+ \sum_{i=1}^m \left[ \left( \frac{\partial T^c}{\partial \varphi^{c''}_i} \right) \delta \varphi^{c'}_i \right]_{x=d-a}^{x=a-d}$$

$$+ \sum_{i=1}^m \left[ \left\{ \frac{\partial T^d}{\partial \varphi^{d'}_i} - \frac{d}{dx} \left( \frac{\partial T^d}{\partial \varphi^{d''}_i} \right) \right\} \delta \varphi^d_i \right]_{x=a-d}^{x=a-d}$$

$$+ \sum_{i=1}^m \left[ \left( \frac{\partial T^d}{\partial \varphi^{d''}_i} \right) \delta \varphi^{d'}_i \right]_{x=a-d}^{x=a-d} = 0 \quad (22)$$

### 2-1- محاسبه نرخ رهاسازی انرژی

حین فرآیند ایجاد ترک، میزان مشخصی انرژی تحت عنوان نرخ بحرانی رهاسازی انرژی آزاد می‌گردد. با شروع بارگذاری در صورت اینکه نرخ رهاسازی انرژی ترک ماتریسی با نرخ بحرانی رهاسازی انرژی برابر شود ترک ماتریسی در نمونه ایجاد می‌شود. با ادامه بارگذاری بر تعداد ترک‌های ماتریسی افزوده می‌شود و نرخ رشد چگالی ترک‌های ماتریسی کاهش می‌یابد. طوری که در ابتدا تعداد ترک‌های ماتریسی در زمان کمتری ایجاد شده و با ادامه بارگذاری ترک‌ها با سرعت کمتری ایجاد می‌شوند. در نتیجه به تدریج الگوی توزیع نسبتاً یکنواختی از ترک‌های ماتریسی در طول نمونه مشاهده می‌گردد و رشد ترک‌های ماتریسی در چگالی خاصی متوقف شده و دیگر ترک ماتریسی جدیدی ایجاد نمی‌شود. در این لحظه مود آسیب تغییر کرده و جدایی بین لایه‌های از محل ترک‌های ماتریسی ایجاد می‌شود. در این حالت نرخ رهاسازی شروع جدایی بین لایه‌های از نرخ رهاسازی رشد ترک ماتریسی بیشتر شده است. نقطه شروع جدایی بین لایه‌های و توقف رشد ترک‌های ماتریسی تحت عنوان وضعیت آسیب ویژه که مستقل از بارگذاری است نام‌گذاری می‌گردد [30]. در این مقاله آسیب ویژه در FML تحت بار استاتیکی و بار ثابت به طور تحلیلی بررسی شده است و با نتایج تجربی مقایسه شده است. به این منظور ابتدا نرخ رهاسازی انرژی ناشی از رشد ترک‌های ماتریسی با استفاده از رابطه (23) با داشتن انرژی مکمل المان حجمی حاوی ترک ماتریسی استخراج می‌گردد. سپس نرخ رهاسازی انرژی شروع جدایی بین لایه‌های با در نظر گرفتن طول جدایی نزدیک به صفر مطابق رابطه (24) استخراج می‌گردد. کافی است نتایج نرخ رهاسازی انرژی رشد ترک ماتریسی با نرخ رهاسازی انرژی جدایی بین لایه‌های در چگالی‌های مختلف ترک مقایسه شود.

$$G_C(Propagation) = \frac{U_{(2\rho)}^c - U^c(\rho)}{\Delta d} \quad (23)$$

$$G_d(Initiation) = \frac{U_{(\rho,d)}^c - U^c(\rho)}{\Delta d} \quad \Delta d \rightarrow 0 \quad (24)$$

تهیه تصاویر مناسب از لبه نمونه‌ها که امکان تشخیص ترک‌های ماتریسی یا جدایی بین‌لایه‌ای را فراهم نماید مستلزم صیقلی و عاری بودن لبه نمونه از ناصافی است. برای این منظور لازم است لبه نمونه با استفاده از سنباده مناسب پرداخت شود. عملیات پرداخت نمونه‌ها می‌بایست با خنک کاری و شستشو از طریق پاشش آب انجام شود. نمونه‌ها برای انجام آزمایش کشش مطابق شکل 4 در ابعاد مطابق استاندارد ASTM D3039 برش داده شده و تب گذاری شدند. به منظور ثبت آسیب از دوربین Basler acA2440-35um با رزولوشن 2048Px × 2448px استفاده شد. آزمایش کشش برای پنج نمونه از FML لایه‌چینی [AL/90<sub>3</sub>s] توسط دستگاه سنتام (SANTAM-STM150) با ظرفیت بار 15 تن تحت بار استاتیکی با کنترل جابجایی و با نرخ افزایش جابجایی 0.5 میلی‌متر بر دقیقه انجام شد و آسیب ایجاد شده در نمونه‌ها ثبت گردید.

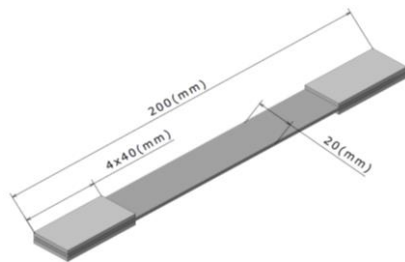


Fig. 4 FML tensile test sample dimensions according to ASTM D3039 standard

شکل 4 ابعاد نمونه آزمایش کشش FML مطابق با استاندارد ASTM D3039

#### 5- تحلیل نتایج

در این بند ابتدا توزیع تنش در FML حاوی ترک ماتریسی و جدایی بین‌لایه‌ای با در نظر گرفتن قید پلاستیسیته لایه فلزی به صورت تحلیلی و عددی استخراج شده و با هم مقایسه شده است. سپس نرخ راهسازی انرژی ناشی از رشد ترک ماتریسی و شروع جدایی بین‌لایه‌ای از مدل تحلیلی استخراج گردیده و با آسیب به دست آمده از آزمایش تجربی مقایسه شده است.

#### 5-1- مقایسه نتایج عددی و تحلیلی توزیع تنش در FML حاوی ترک ماتریسی

##### و جدایی بین‌لایه‌ای

نمونه FML با لایه‌چینی [AL/90<sub>3</sub>s] با خواص ذکر شده در جدول 1 با فاصله بین دو ترک (2a) برابر 4 میلی‌متر و طول جدایی بین‌لایه‌ای (d) 0.3 میلی‌متر شبیه‌سازی گردید و تحت تنش 150 مگاپاسکال قرار گرفت. کانتور تنش استخراج شده مطابق شکل 5 می‌باشد. همان‌طور که مشاهده می‌شود در لایه‌های کامپوزیتی در ناحیه حاوی جدایی بین‌لایه‌ای تنش ناچیز بوده و تنش به لایه‌های آلومینیوم اطراف منتقل شده است و تنش در لایه فلزی به تنش تسلیم (300 مگاپاسکال) رسیده است و در نتیجه در این ناحیه لایه‌های آلومینیومی وارد ناحیه پلاستیک شده‌اند.

توزیع تنش نیز برای المان حجمی FML با شرایط مذکور با استفاده از مدل تحلیلی و مدل عددی در لایه کامپوزیتی 90 درجه مطابق شکل 6 استخراج و مقایسه شده است. تنش  $\sigma_{xx}$  در راستای محوری که از وسط نمونه عبور کرده است و بین دو ترک قرار دارد استخراج شده است. تنش  $\sigma_{zz}$  نیز در مرز میان لایه‌های فلز و کامپوزیت در حد فاصل بین دو ترک بدست آمده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود تنش برشی  $\sigma_{xz}$  در ناحیه نوک جدایی بین‌لایه‌ای به مقدار

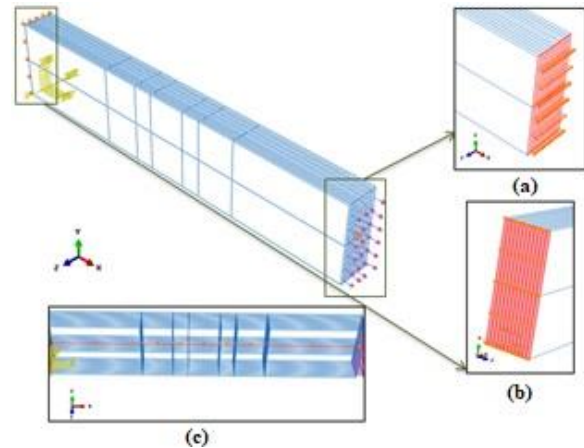


Fig. 3 Boundary conditions and loading in FML finite element simulation

شکل 3 شرایط مرزی و بارگذاری در شبیه‌سازی المان محدود FML

#### 4- آزمایش تجربی

در این پژوهش از کارال<sup>1</sup> برای انجام آزمایش‌های کشش استفاده شده است. کارال ترکیبی از لایه‌های آلومینیوم و الیاف کربن است. به منظور ساخت نمونه های FML از پارچه تک‌جهته کربن T-300 با وزن سطحی 200 گرم بر مترمربع و رزین اپوکسی LR-385 استفاده شد. برای ساخت نمونه‌ها، از ترکیب رزین با هاردنر HY-385 به نسبت وزنی 100 به 35 که مورد پیشنهاد و تأیید شرکت سازنده رزین است استفاده شد. لایه‌های فلزی نیز از جنس آلومینیوم 6061 با ضخامت 0.6 میلی‌متر می‌باشند. خواص مکانیکی کامپوزیت کربن/اپوکسی با انجام آزمایش‌های کشش مطابق استاندارد ASTM D-3039 و آزمایش برش مطابق استاندارد ASTM D-5379 استخراج گردید و در جدول 2 بیان شده است. مطابق نتایج بدست آمده از آزمایش کشش مطابق استاندارد ASTM E8، مدول الاستیسیته و تنش تسلیم در ورق آلومینیوم به ترتیب 65 گیگاپاسکال و 165 مگاپاسکال استخراج گردید.

جدول 2 مشخصات مکانیکی کامپوزیت کربن/اپوکسی

Table 2 Mechanical properties of Carbon /epoxy composite

مقدار	مشخصه مکانیکی
90	مدول کششی طولی $E_A$ (GPa)
6.7	مدول کششی عرضی $E_T$ (GPa)
3.5	مدول برشی طولی $G_A$ (GPa)
2.5	مدول برشی عرضی $G_T$ (GPa)
0.3	ضریب پواسون طولی $\nu_A$
0.5	ضریب پواسون عرضی $\nu_T$

در این پژوهش به منظور بهبود چسبندگی بین لایه‌های فلز و کامپوزیت، در ابتدا سطوح آلومینیوم با ذرات سیلیس سندبلاست شدند. سپس اسید شویی سدیم هیدروکسید (NaOH) نیز انجام گردید. در نهایت آلومینیوم با آب مقطر شسته شد و با قرارگیری در کوره با دمای 50 درجه به مدت یک ساعت خشک گردید. برای ساخت نمونه‌های FML، لایه‌های الیافی و فلزی با روش لایه‌گذاری دستی با آغشته کردن به رزین و هاردنر و با عمل‌آوری در فشار کیسه خلأ ساخته شدند.

<sup>1</sup> Carbon-fiber-reinforced aluminum laminates (CARALL)





Fig. 7 Damaged sample of FML with [AL/90<sub>3</sub>]s laminate in a tensile test  
شکل 7 نمونه گسیخته شده FML با لایه‌چینی [AL/90<sub>3</sub>]s در آزمایش کشش

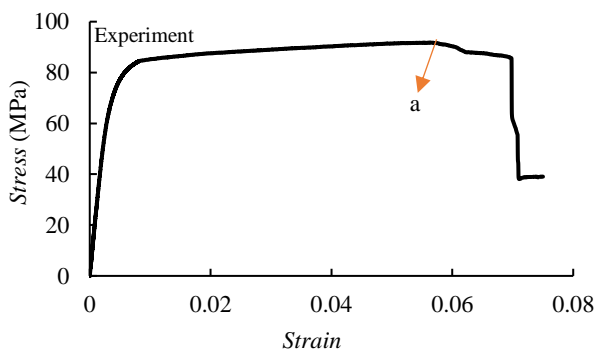


Fig. 8 Tensile Stress- Strain curve of FML with [AL/90<sub>3</sub>]s laminate  
شکل 8 منحنی تنش-کرنش استخراج شده از آزمون کشش FML با لایه‌چینی [AL/90<sub>3</sub>]s

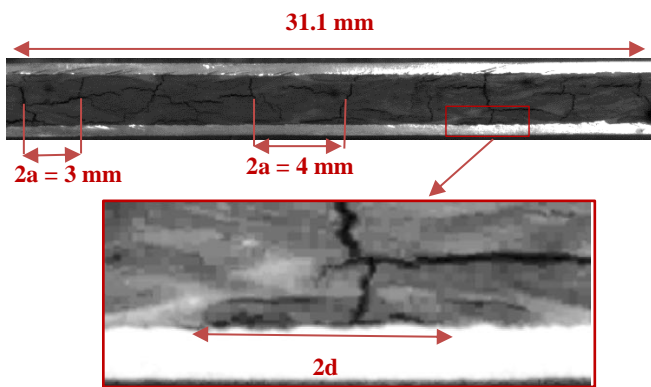


Fig. 9 FML with [AL/90<sub>3</sub>]s laminate containing matrix cracking and delamination before complete damage  
شکل 9 نمونه FML با لایه‌چینی [AL/90<sub>3</sub>]s قبل از تخریب کامل در آزمایش کشش حاوی ترک ماتریسی و جدایی بین لایه‌ای

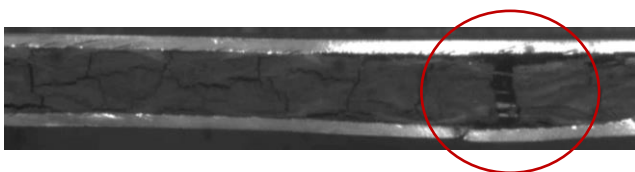


Fig. 10 Damaged FML with [AL/90<sub>3</sub>]s laminate  
شکل 10 نمونه گسیخته شده FML با لایه‌چینی [AL/90<sub>3</sub>]s

بیشینه رسیده است و با رسیدن به ترک ماتریسی به صفر میل می‌کند. تنش  $\sigma_{xx}$  نیز در میانه المان حجمی حداکثر بوده و با رسیدن به ابتدا و انتهای المان حجمی رو به صفر می‌باشد. مطابق شکل نتایج تحلیلی و عددی دارای انطباق خوبی هستند.

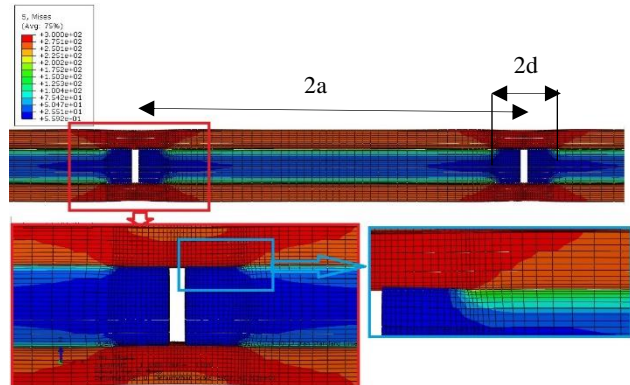


Fig. 5 The stress contour in FML under tensile loading of 150 MPa includes matrix cracking and delamination

شکل 5 کانتور تنش در FML تحت بار کششی 150 مگاپاسکال حاوی ترک ماتریسی و جدایی بین لایه‌ای

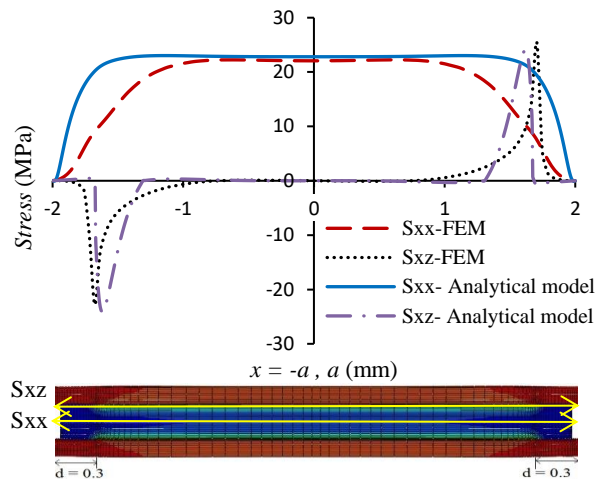


Fig. 6 Stress distribution in 90 degree layers in FML under tensile loading of 150 MPa containing matrix cracking and delamination

شکل 6 توزیع تنش در لایه 90 درجه در FML تحت بار کششی 150 مگاپاسکال حاوی ترک ماتریسی و جدایی بین لایه‌ای

### 2-5-بررسی تجربی و تحلیلی آسیب در FML

نمونه FML با لایه‌چینی [AL/90<sub>3</sub>]s با خواص ذکر شده در جدول 2 تحت بار کششی قرار گرفت و نمونه مطابق شکل 7 گسیخته شد. با استفاده از نمودار تنش - کرنش استخراج شده از آزمون کشش مطابق شکل 8 مشاهده می‌شود که نمونه FML تا تنش 91 مگاپاسکال (نقطه a) تنش تحمل نموده و سپس دچار افت سختی و نهایتاً تخریب شده است. در این تنش در ضخامت نمونه ترک ماتریسی و جدایی بین لایه‌ای مطابق شکل 9 ایجاد شده و نهایتاً پس از تخریب کامل، نمونه مطابق شکل 10 می‌باشد. همانطور که مشاهده می‌شود ترک‌های ماتریسی با فواصل تقریباً برابر از 3 میلی‌متر تا 4 میلی‌متر و جدایی بین لایه با طول‌های متفاوت 2d تا 3 میلی‌متر در نمونه ایجاد شدند. سپس یکی از ترک‌ها کاملاً باز شده و در نزدیک همان ترک طول جدایی بین لایه‌ای شدت یافته و در نهایت لایه فلزی در نزدیک همان ناحیه گسیخته شد. در همین لحظه کل نمونه FML نیز تخریب شد.



## 6- نتایج

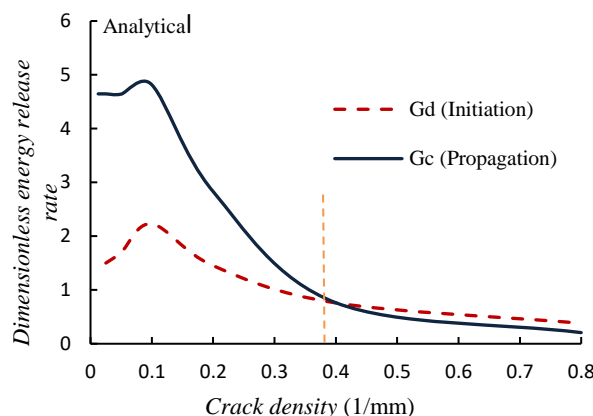
در این مطالعه مدل توسعه‌یافته برای بررسی آسیب در FML حاوی ترک ماتریسی، جدایی بین‌لایه‌ای و پلاستیسیته تحت بار کششی ارائه شد. همچنین مدل‌سازی عددی FML حاوی آسیب‌های مذکور انجام گردید. از طرفی نمونه کارال ساخته شد و تحت آزمایش کشش قرار گرفت. در نهایت نتایج زیر حاصل گردید:

- در آزمایش کشش FML، ترک‌های ماتریسی تکرار شونده با فواصل تقریباً مساوی در لایه‌های 90 درجه کامپوزیت و جدایی بین‌لایه‌ای در نزدیک ترک‌های ماتریسی مشاهده گردید. همچنین پلاستیسیته فلز در FML با داشتن منحنی تنش - کرنش استخراج شده از آزمون کشش قابل تشخیص بود.
- با استفاده از مدل تحلیلی، توزیع تنش در المان حجمی FML حاوی ترک ماتریسی و جدایی بین‌لایه‌ای استخراج و با مدل عددی مقایسه شد. نتایج دارای انطباق خوبی بود.
- توزیع تنش در لایه‌های 90 درجه در المان حجمی FML حاوی ترک ماتریسی و جدایی بین‌لایه‌ای بیان‌گر بیشینه تنش برشی در ناحیه نوک جدایی بین‌لایه‌ای بود.
- با استفاده از مدل تحلیلی و مقایسه نرخ رهاسازی انرژی رشد ترک ماتریسی و نرخ رهاسازی انرژی شروع جدایی بین‌لایه‌ای، اشباع ترک ماتریسی و شروع جدایی بین لایه در چگالی ترک 0.38 استخراج گردید. این چگالی ترک در بیشتر نواحی از نمونه آزمایش شده مشاهده گردید ولی در برخی نواحی چگالی ترک تا 0.25 نیز مشاهده شد که به علت نواقص ساخت و شروع زودرس جدایی بین‌لایه‌ای بود.

## 7- مراجع

- [1] Voegelang, L. B., Vlot, A., "Development of fibre metal laminates for advanced," Materials Processing Technology, Vol. 1, No.1, pp. 103-115, 2000.
- [2] Malekzadeh-Fard, K., Azarnia, A. H., Zolghadr, N., "Analytical modeling to predict dynamic response of Fiber-Metal Laminated Panel subjected to low velocity impact," Journal of Science and Technology of Composites, Vol. 5, pp. 331- 342, 2018.
- [3] Davar, A., Heydari Beni, M., Azarafza, R. E., skandari, J., "Parametric impact analysis on cylindrical sandwich shells with FML face and functionally graded core using a new shell theory," Journal of Science and Technology of Composites, Vol. 9, No.4, pp. 2099-2115, 2023.
- [4] Bieniaś, J., Jakubczak, P., Surowska, B., "Low-energy impact behaviour and damage characterization of carbon fibre reinforced polymer and aluminium hybrid laminates," Archives of Civil and Mechanical Engineering, Vol. 15, pp. 925-932, 2015.
- [5] Pärnänen, T., Kanerva, M., Sarlin, E., Saarela, O., "Debonding and impact damage in stainless steel fibre metal laminates prior to metal fracture", Composite Structures, Vol. 119, pp. 777-786, 2015
- [6] Barbero, E., "Finite element analysis of composite materials using ANSYS," CRC Press, 2014.
- [7] "Airoldi, A., Vesco, M., Zwaag, S., Baldi, A., Sala, G., "Damage in glare laminates under indentation loads: experimental and numerical results." In: Proceedings of the 17th International Conference on Composite Materials, Vol. 29, 2009.
- [8] Curiel Sosa, J. L., Karapurath, N., "Delamination modelling of GLARE using Extended Finite Element Method," Composites Science and Technology, Vol. 72, No. 7, pp. 788-791, 2012.
- [9] Lopes, C. S., Remmers, J. J. C., Gurdal, Z., "Influence of Porosity on the Interlaminar Shear Strength of Fibre- Metal Laminates," Key Engineering Materials, Vol. 383, pp.35-52, 2008.

به منظور بررسی وضعیت آسیب ویژه، نرخ رهاسازی انرژی بی‌بعد شده در دو حالت برای نمونه FML با لایه‌چینی  $[AL/90_3]_s$  مطابق شکل 11 استخراج گردید. حالت اول شرایطی است که المان حجمی در ابتدا حاوی ترک ماتریسی با چگالی  $\rho$  بوده و نرخ رهاسازی انرژی از حالت ترک ماتریسی با چگالی  $\rho$  به چگالی  $2\rho$  با عنوان Gc (Propagation) در چگالی‌های مختلف ترک استخراج شده است. در حالت دوم نرخ رهاسازی انرژی در شرایطی است که المان حجمی حاوی ترک ماتریسی با چگالی  $\rho$  بوده و سپس جدایی بین‌لایه‌ای با طول d ( با طول نزدیک به صفر) ایجاد شود. در حالت دوم نرخ رهاسازی انرژی Gd (Initiation) نام‌گذاری شده است. با مقایسه دو نرخ رهاسازی انرژی مطابق شکل 11 مشاهده می‌شود که در چگالی‌های ترک کمتر از 0.38 نرخ رهاسازی انرژی ناشی از رشد ترک ماتریسی از نرخ رهاسازی انرژی ناشی از شروع جدایی بین‌لایه‌ای بیشتر بوده و بنابراین مود آسیب غالب رشد ترک ماتریسی می‌باشد. با افزایش چگالی ترک ماتریسی از 0.38 این روال برعکس شده و نرخ رهاسازی انرژی شروع جدایی بین‌لایه‌ای از نرخ رهاسازی انرژی رشد ترک ماتریسی بیشتر می‌شود. بنابراین از این نقطه ترک ماتریسی به حالت اشباع رسیده و جدایی بین‌لایه‌ای آغاز می‌گردد.



**Fig. 11** Dimensionless energy release rate for propagation of matrix cracking and initiation of delamination of FML with  $[AL/90_3]_s$  laminate  
**شکل 11** نرخ رهاسازی انرژی رشد ترک ماتریسی و شروع جدایی بین‌لایه‌ای در FML با لایه‌چینی  $[AL/90_3]_s$

با مشاهده نتایج تجربی مطابق شکل 9 با در نظر گرفتن فاصله دو ترک 3 میلی‌متر، چگالی ترک 0.34 و با در نظر گرفتن فاصله دو ترک 4 میلی‌متر، چگالی ترک ماتریسی 0.25 بر میلی‌متر حاصل شده است. در حالی که از مدل تحلیلی، چگالی ترک در حالت اشباع ترک ماتریسی 0.38 بر میلی‌متر استخراج گردید. علت اختلاف به وجود آمده در برخی از نواحی ( نواحی با فاصله ترک بیشتر از 3 میلی‌متر) را می‌توان به نواقص ساخت مربوط دانست. عدم چسبندگی مناسب بین لایه‌ها باعث می‌شود تا پس از بروز ترک ماتریسی قبل از رسیدن به حالت اشباع و در اثر ایجاد تمرکز تنش، جدایی بین‌لایه‌ای شکل بگیرد. بروز جدایی بین‌لایه‌ای زودرس نه تنها رشد ترک‌های ماتریسی را به صورت موضعی متوقف می‌سازد بلکه در رهاسازی انرژی نیز سهم دارد. حاصل آزاد شدن بخشی از انرژی در اثر بروز جدایی بین‌لایه‌ای زودرس، کاهش رشد ترک‌های ماتریسی می‌باشد.

- [30] Pakdel, H., Mohammadi, B., "Prediction of outer-ply matrix crack density at saturation in laminates under static and fatigue loading," *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 139, 43-54, 2018.
- [31] Mohammadi, B., Fallah, A., Bayat, I., "Prediction of damage propagation in cross-ply laminated composites subjected to uniaxial tensile loading," *Journal of Science and Technology of Composites*, Vol. 9, No.1, pp. 1911-1893, 2022.
- [32] Hashin, Z., Analysis of cracked laminates: A variational approach, *Mechanics of Materials*, Vol. 4, No. 2, pp. 121-136, 1985.
- [33] NAIRN, J. A., HU, S., "The Initiation and Growth of Delaminations Induced by Matrix Microcracks in Laminated Composites", *International Journal of Fracture*, Vol. 57, pp. 1-24, 1992.
- [10] Mahazeri, F., Hosseini-Toudeshky, H., Experimental "Investigations on Fracture Toughness of Sandwich Beams with Foam Core and FML face sheets," 11th International Conference on Composite Science and Technology, 2017.
- [11] Sinke, J., de Boer, H., Middendorf, P., "Testing and modeling of failure behaviour in Fibre Metal Laminates," 25th International Congress of the Aeronautical Sciences, 2006.
- [12] Huiming, N., Yuan, L., Ning, H., Masahiro, A., Naoya, T., Yaolu, L., Liangke, W., Junhua, L., Fuhao, M., "Experimental and numerical study on the improvement of interlaminar mechanical properties of Al/CFRP laminates," *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 216, pp.79-88, 2015.
- [13] Hassan, M. K., "Characterization of Face Sheet/Core Debonding Strength in Sandwiched Medium Density Fiberboard," *Materials Sciences and Applications*, No.9, pp. 673-684, 2017.
- [14] Abrate, S., "Impact on composite structures," Cambridge University Press, Cambridge, UK, pp. 135160. 1998.
- [15] Morinie`re, F. D., Alderliesten, R. C., Yarmohammad Tooski, M., Benedictus, R., "Damage evolution in GLARE fibremetal laminate under repeated low velocity impact tests," Vol. 2, *Central European Journal of Engineering*, No. 27, pp. 603-611, 2012.
- [16] Majzoobi, G. H., Morshedi, H., Farhadi, K., "The effect of aluminum and titanium sequence on ballistic limit of bi-metal 2/1 FMLs" *Thin-Walled Structures*, Vol. 122, pp.1-7, 2018.
- [17] Ashenai Ghasemi, F., Pourkamali, A., Roozbahani, A., "Using XFEM for investigating the crack growth of cracked aluminum plates repaired with fiber metal, *Modares Mechanical Engineering*," Vol. 13, pp. 15-27, 2014.
- [18] Dia, A., Dieng, L., Gaillet, L., Gning, P., "Damage detection of a hybrid composite laminate aluminum/glass under quasi-static and fatigue loadings by acoustic emission technique," Vol. 5, 2019.
- [19] Ghajar, R., Ghadaimi, M., "A novel experimental method and computational micromechanical model for in-situ damage detection and prediction of stiffness degradation in cross-ply FML, *Composite Structures*," Vol. 305, pp. 116492, 2023.
- [20] Najafabadi, M., Hosseini Toudeshky, H., Sedighi, M., "Damage monitoring of aluminum sheet repaired with fiber metal laminate patch by acoustic emission," *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No.2, pp. 1-8, 2016.
- [21] Wu, G., Yang, J. M., "Analytical modeling and numerical simulation of the nonlinear deformation of hybrid fibremetal laminates," *Modelling and Simulation in Materials Science and Engineering*, Vol. 13, pp. 413-425, 2005.
- [22] Kashfi, M., Majzoobi, G. H., Bonora, N., Lannitti, G., Ruggiero, A., Khademi, E., "A new overall nonlinear damage model for fiber metal laminates based on continuum damage mechanics. *Engineering Fracture Mechanics*," Vol. 206, pp. 21-33, 2019.
- [23] Chen, J. L., Sun, C. T., "Modeling of orthotropic elastic-plastic properties of ARALL laminates. *Composite Science and Technology*," Vol. 36, No. 4, pp. 321-37, 1989.
- [24] Cortes, P., Cantwell, W. J., "The prediction of tensile failure in titanium-based-thermoplastic fibre metal laminate," *Composite Science and Technology*, Vol. 66, No. 13, pp. 2306-2316, 2006.
- [25] Pavuluri, M.V., Subba, R., "Degradation model based on Tsai-Hill factors to model the progressive failure of fiber metal laminates", *Journal of Composite Materials*, Vol. 45, pp. 1783-1792, 2010.
- [26] Sharma, A.P., Khan, S.H., Parameswaran, V., "Experimental and numerical investigation on the uni-axial tensile response and failure of fiber metal laminates", *Composites Part B*, Vol. 125, pp. 259-274, 2017.
- [27] Hashin, Z., "Failure criteria for unidirectional fibre composites", *Applied Mechincs*, pp. 329-34, 1980.
- [28] Mohammad-Zaheri, F., Mohammadi, B., Taheri-Behrooz, F., "Prediction of stress distribution and stiffness degradation in fiber metal laminates containing matrix cracking," *Composite Structures*, Vol. 311, pp. 116820, 2023.
- [29] Mohammadi, B., Pakdel, H., "Characteristic damage state of symmetric laminates subject to uniaxial monotonic- fatigue loading, *Engineering Fracture Mechanics*," Vol. 199, 86-100, 2018.