



## تحلیل ارتعاش آزاد ورق‌های ساندویچی با هسته سیال هوشمند مگنتورئولوژیکال با استفاده از تئوری تغییر شکل برشی اصلاح شده

کوروش خورشیدی<sup>1\*</sup>، یاسین شعبانی<sup>2</sup>

1- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه اراک، اراک

2- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه اراک، اراک

\* اراک، صندوق پستی 38156-88349، k-khorshidi@araku.ac.ir

### چکیده

### اطلاعات مقاله:

دریافت: 1401/02/10

پذیرش: 1401/04/05

### کلیدواژگان

ورق‌های ساندویچی،

سیال مگنتورئولوژیکال،

تئوری اصلاح شده مرتبه بالا،

ارتعاش‌های هوشمند،

مواد هوشمند

در مقاله حاضر، ارتعاش آزاد ساندویچ ورق‌های مستطیلی حاوی سیال مگنتورئولوژیکال در هسته به عنوان یک سازه هوشمند با استفاده از تئوری تغییر شکل برشی اصلاح شده مثلثاتی مورد بررسی و تحلیل قرار گرفته است. به دلیل قابلیت تغییرات سریع ویسکوزیته سیال موجود در هسته، این سازه می‌تواند در کنترل ارتعاشات و مستهلک کردن انرژی مورد استفاده قرار گیرد. معادلات حاکم بر سازه به کمک اصل همپلتون و بدست آمده و با کمک روش باقی‌مانده وزنی گلرکین در شرایط مرزی چهارلبه ساده حل شده‌اند. تاثیرپذیری فرکانس و ضریب استهلاک مودال به عنوان دو پارامتر اصلی در تحلیل رفتار ارتعاشی این سازه، تحت عوامل مختلفی نظیر شدت میدان مغناطیسی و ضخامت سیال در هسته همراه با تأثیر پارامترهای هندسی مورد بررسی قرار گرفته‌اند. برای نشان دادن دقت روابط حاصل شده، نتایج بدست آمده را با مقالات معتبر مقایسه و اعتبارسنجی شده است. نتایج حاکی از آن است که افزایش شدت میدان مغناطیسی باعث افزایش فرکانس و ضریب استهلاک نظیر هر مود می‌شود. همچنین افزایش ضخامت سیال تأثیر مستقیمی بر افزایش ضریب استهلاک و کاهش فرکانس دارد. باتوجه به کاربردهای روزافزون سازه های هوشمند امید است یافته‌های این پژوهش در کارآمدتر شدن کاربردهای مهندسی آن موثر باشد.

## Free vibration analysis of sandwich plates with magnetorheological smart fluid core by Using modified shear deformation theory

Korosh Khorshidi<sup>1\*</sup>, Yasin Shabani<sup>1</sup>

1- Department of Mechanical Engineering, Arak University, Arak, Iran.

\* P.O.B. 38156-88349, Arak, Iran, k-khorshidi@araku.ac.ir

### Keywords

Sandwich plates, Magnetoreological fluid, High-order modified theory, Vibration of smart structures, Smart materials

### Abstract

In this paper, the free vibrations of a three-layer sandwich plate with magneto-rheological fluid (MR) core as a smart structure using Trigonometric Shear Deformation Theory (TSDPT) are investigated. The equations of motion are obtained using the Hamilton principle and solved using the Galerkin residual weight method. The complex shear modulus of the MR material in the pre-yield region was described by complex modulus approach as a function of magnetic field intensity. Primary attention is focused on the effects of magnetic field magnitude, geometric aspect ratio, and MR core layer thickness on the dynamic characteristics of the sandwich plate. When an electric field is applied, the damping of the system is more effective. After validation of the present study with the available results in the literature, the effects of the natural frequencies and loss factors on the dynamic behavior of the sandwich plate are examined and discussed. The results show that increasing the intensity of the magnetic field increases the frequency and depreciation coefficient of each mode. Furthermore, increasing the thickness of the fluid has a direct effect on increasing the depreciation coefficient and decreasing the frequency. With the increasing use of smart structures, it is hoped that the findings of this study will make engineering applications more effective.

### 1- مقدمه

یک سیال شبه نیوتونی تبدیل به یک جامد ویسکوالاستیک می‌شود. در سال‌های اخیر مطالعات زیادی بر روی مدل‌سازی و کنترل رفتار دینامیکی تیرها و ورق‌های ساندویچی کامپوزیتی صورت گرفته است از جمله این تحقیقات می‌توان به تحقیقات چن و یه [1, 2] اشاره کرد، آن‌ها به بررسی ارتعاشات یک

سیالات مگنتورئولوژیکال بخش مهمی از مواد هوشمند را تشکیل می‌دهند که خواص آن با تحریک خارجی قابل کنترل است. با اعمال میدان مغناطیسی به این سیالات در کسری از ثانیه رفتار رئولوژیکال آن تغییر می‌کند و در نهایت از

Please cite this article using:

Khorshidi, K., Shabani, Y., "Free vibration analysis of sandwich plates with magnetorheological smart fluid core by using modified shear deformation theory," In Persian, Journal of Science and Technology of Composites, Vol. 8, No. 4, pp. 1826-1835, 2022.

https://doi.org/10.22068/JSTC.2022.552957.1782

برای ارجاع به مقاله از عبارت زیر استفاده کنید:

دارای چهار ضریب مجهول بوده در صورتی که تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول شامل پنج ضریب مجهول می‌باشد. ایوب و نور [19] در این مقاله به مطالعه عددی و تجربی رفتار دینامیکی صفحات ساندویچ که متشکل از دو پوسته آلومینیومی و یک الاستومر مغناطیسی (سیال مغناطیسی) در هسته، از بارهای مختلف ذرات فرومغناطیسی با اندازه میکرون اختصاص یافته است که تحت میدان مغناطیسی می‌باشد. نایاک و همکاران [20] پایداری دینامیکی تیر ساندویچ سه لایه با هسته سیال مغناطیسی بر روی نیروهای متناوب محوری مورد بررسی قرار دادند. هان و همکاران [21] در این مقاله به بررسی ساختارهای مختلف زنجیره پرکننده می‌پردازند، و به دنبال شناسایی منشاء تقویت کننده میدان در سیال مغناطیسی هستند.

در این پژوهش برای اولین بار تأثیرپذیری فرکانس و ضریب استهلاک مودال ورق ساندویچی سه لایه با هسته سیال مگنتورئولوژیکال با استفاده از تئوری تغییر شکل برشی اصلاح شده مثلثاتی مورد مطالعه قرار گرفته است. در تحقیق حاضر با بدست آوردن انرژی‌های جنبشی و پتانسیل ورق و سیال مغناطیسی، معادلات حاکم بر رفتار ارتعاشی سازه بدست آمده و با استفاده از روش تقریبی باقیمانده وزنی گالرکین، مقادیر فرکانسی و تأثیرات پارامترهای مختلف از جمله میدان مغناطیسی، نسبت طول به عرض، نسبت ضخامت و اثر میرایی بررسی شده‌اند.

## 2- تعریف مسئله و استخراج معادلات

هندسه ورق ساندویچی مورد مطالعه با طول (b) و عرض (a) نمایش داده شده است. دستگاه مختصات  $O(x,y,z)$  از نوع دکارتی و در گوشه ورق مستطیلی در صفحه میانی ضخامت در نظر گرفته شده است.  $h_i$  ( $i = 1,2,3$ ) بترتیب نمایانگر ضخامت لایه فوقانی، هسته مگنتورئولوژیکال و لایه تحتانی می‌باشد.

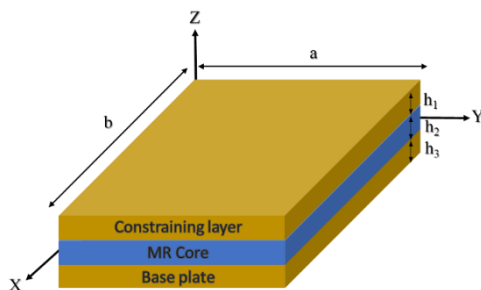


Fig. 1 Geometry of the sandwich plate with magneto-rheological fluid smart core

شکل 1 هندسه ورق مستطیلی ساندویچی با هسته سیال هوشمند مگنتورئولوژیکال

### 1-2- روابط ساختاری و کرنش-جابجایی

لایه میانی ورق ساندویچی مورد بررسی از جنس سیال مگنتورئولوژیکال می‌باشد، که این سیال در ناحیه قبل از تنش تسلیم خاصیت مواد ویسکوالاستیک را دارد، لذا مدول برشی بصورت مختلط و به شدت میدان مغناطیسی وابسته می‌باشد. برای ارتباط مدول برشی مختلط سیال مغناطیسی و شدت میدان مغناطیسی از رابطه (1) کمک می‌گیریم.

$$\tau = G^* \gamma \quad (1)$$

در رابطه (1)  $\tau$  تنش برشی و  $\gamma$  کرنش برشی و  $G^*$  ضریب برشی مختلط سیال مغناطیسی می‌باشد. مدول برشی مختلط برای سیال مغناطیسی به صورت رابطه (2) می‌باشد. که  $G'$  مدول برشی ذخیره و  $G''$  مدول برشی اتلاف می‌باشد [22].

ورق ساندویچی با هسته سیال مغناطیسی در حوزه ضریب استهلاک و فرکانس طبیعی پرداختند و فاکتور استهلاک در ورق ساندویچی با هسته سیال مغناطیسی را بررسی نمودند. وانگ و ژوو [3] با بررسی هدف خواص مکانیکی مانند سختی ظاهری مدول برشی سیال مغناطیسی و برخی خواص مکانیکی دیگر، به بررسی تیر ساندویچی با لایه‌های مقیدکننده رسانا و هسته انعطاف‌پذیر پرداختند. هسته ورق ساندویچی مورد مطالعه آن‌ها، شامل دو قسمت غیر مگنتورئولوژیکال در اطراف لایه هسته و مگنتورئولوژیکال در مرکز هسته است. دوپودی و همکاران [4] با استفاده از روش گلرکین به بررسی ارتعاشات آزاد تیر با هسته الاستومر سیال مغناطیسی پرداختند. هاشمی نژاد و ملکی [5] با استفاده از تئوری کلاسیک ورق‌ها پاسخ تحت نیروی هارمونیک را مورد مطالعه قرار دادند. نایاک و همکاران [6] به مطالعه مقایسه تحلیلی ارتعاشات آزاد یک تیر ساندویچی با هسته سیال مغناطیسی و لایه‌های کامپوزیتی با استفاده از تئوری مرتبه بالای برشی، تئوری کلاسیک و روش اجزای محدود پرداختند، نایاک و همکاران [7] با جاسازی سیال مغناطیسی در وسط لایه هسته از جنس ماده ویسکوالاستیک در یک تیر ساندویچی، به بررسی فرکانس طبیعی با روش اجزای محدود و آزمون آزمایشگاهی پرداختند. فتاحی و همکاران [8] به بررسی ارتعاشات صفحه کامپوزیتی پر شده با مواد اثرپذیر مغناطیسی پرداختند. آن‌ها با استفاده از مثال‌های عددی، دقت و کارایی اثر افزودن سیال مغناطیسی بر ارتعاشات یک صفحه کامپوزیت را نشان دادند. مانوهاران و همکاران [9] با استفاده از روش المان محدود رفتار دینامیکی ورق ساندویچی با لایه‌های کامپوزیت لایه‌ای و هسته سیال مغناطیسی را بررسی کردند. علاوه بر این آن‌ها به بررسی تأثیر نحوه چیدمان لایه‌های کامپوزیتی لایه‌ها، بر روی فرکانس طبیعی و ضریب استهلاک پرداختند.

مانتاری و همکاران [10] تئوری تغییر شکل برشی مثلثاتی را برای تحلیل ورق‌های کامپوزیتی و ساندویچی ارائه کردند. آن‌ها در تحقیقشان از روش حل دقیق ناوبر برای تحلیل خمش این ورق‌ها تحت بارگذاری سینوسی و یکنواخت استفاده کردند. فریرا و همکاران [11] به تحلیل ورق‌های کامپوزیتی با استفاده از تئوری تغییر شکل برشی مثلثاتی پرداختند. رانو و همکاران [12] تحلیل ارتعاش آزاد ورق‌های ترکیبی لایه‌های ساندویچی را بررسی کردند. آن‌ها در این تحقیق از تئوری‌های مرتبه بالا استفاده کرده و روش حل آن‌ها روش اجزاء محدود بوده است. قنایاتی و همکاران [13] روش اجزاء محدود را برای بررسی ارتعاش ورق‌ها توسعه داد. بسیاری از محققان دیگر نیز از این روش حل در کارهای خود بهره برده‌اند. فرزاد ابراهیمی و سپهر صدیقی [14] به مطالعه انتشار موج در یک صفحه ساندویچی مستطیلی از جنس کامپوزیت با هسته قابل کنترل مغناطیسی پرداختند. جلیل ناجی و ابوالقاسم ذبیح الله [15] از تئوری لایه‌ای برای بدست آوردن نتایج دقیق‌تر در مورد خصوصیات دینامیکی سازه‌ها با لایه‌های سیال مغناطیسی استفاده کردند و معادلات را با استفاده از روش عنصر نهایی حل کرده‌اند. آن‌ها یک مدل آزمایشی را برای تأیید اعتبار سنجی این روش ارائه دادند. ملک‌زاده و غلامی و رشادی [16] رفتار مکانیکی ساندویچ صفحه استوانه‌ای با هسته سیال مغناطیسی مورد بحث قرار دادند. آن‌ها نتایج خود را با نرم‌افزار آباکوس تأیید کردند. آرانو و مراغی [17] برای بررسی رفتار ارتعاشی از یک صفحه مغناطیسی استفاده کردند آن‌ها به این نتیجه رسیدند که مواد مغناطیسی ارتعاش این ساختار را کنترل می‌کند و کنترل ارتعاش صفحه‌ی مغناطیسی توسط تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول ارائه داده شد. مانتاری و آره [18] تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول ساده شده را برای مطالعه‌ی ورق‌های کامپوزیتی لایه‌ای و ورق‌های ساندویچی ارائه کرده‌اند. بر اساس این تئوری میدان جابجایی به‌گونه‌ای تعریف شده است که

$$\begin{aligned}\varepsilon_{xy}^{(i)} &= \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial y} + \frac{\partial v_i}{\partial x} \right) - z \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + \frac{1}{2} f(z) \left( \frac{\partial \zeta_i}{\partial y} + \frac{\partial \psi_i}{\partial x} \right) \\ \varepsilon_{xz}^{(i)} &= \frac{1}{2} \zeta_i \frac{df(z)}{dz} \\ \varepsilon_{yz}^{(i)} &= \frac{1}{2} \psi_i \frac{df(z)}{dz}\end{aligned}$$

و کرنش‌های لایه (MR) مطابق رابطه (8) به صورت زیر می‌باشد:

$$\begin{aligned}\gamma_{xz}^{(2)} &= \frac{d}{h_2} \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{(u_1 - u_3)}{h_2} \\ \gamma_{yz}^{(2)} &= \frac{d}{h_2} \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{(v_1 - v_3)}{h_2}\end{aligned} \quad (8)$$

## 2-2- استخراج معادلات حاکم

برای به دست آوردن معادلات دیفرانسیلی حاکم بر رفتار ورق‌های مستطیلی ساندویچی با هسته سیال مغناطیسی، ابتدا تغییرات انرژی کرنشی، جنبشی و کار نیروهای خارجی به دست می‌آوریم و برای این منظور از اصل همیلتون مطابق رابطه (9) کمک می‌گیریم [27].

$$\int_0^t (\delta T + \delta W - \delta U) dt = 0 \quad (9)$$

در رابطه (9)  $\delta T$  و  $\delta U$  به ترتیب بیانگر تغییرات انرژی پتانسیل کرنشی و جنبشی می‌باشند.  $\delta W$  نیز کار ناشی از نیروهای خارجی است که باتوجه به رابطه اصل همیلتون از سه پارامتر مذکور بر روی زمان ( $t$ ) انتگرال می‌گیریم [28]. انرژی پتانسیل کرنشی و جنبشی برای ورق مورد بررسی مطابق روابط (10) و (11) بدست می‌آیند:

$$\begin{aligned}\delta U &= \int_A - \frac{\partial N_{xx}^{(1)}}{\partial x} \delta u_1 - \frac{\partial N_{xx}^{(3)}}{\partial x} \delta u_3 - \frac{\partial^2 M_{xx}^{(1)}}{\partial x^2} \delta w \\ &- \frac{\partial^2 M_{xx}^{(3)}}{\partial x^2} \delta w - \frac{\partial R_{xx}^{(1)}}{\partial x} \delta \zeta_1 - \frac{\partial N_{yy}^{(1)}}{\partial y} \delta v_1 \\ &- \frac{\partial N_{yy}^{(3)}}{\partial y} \delta v_3 - \frac{\partial^2 M_{yy}^{(1)}}{\partial y^2} \delta w - \frac{\partial R_{yy}^{(1)}}{\partial y} \delta \psi_1 \\ &- \frac{\partial R_{yy}^{(3)}}{\partial y} \delta \psi_3 - \frac{\partial^2 M_{yy}^{(3)}}{\partial y^2} \delta w - \frac{\partial N_{xy}^{(1)}}{\partial y} \delta u_1 \\ &- \frac{\partial N_{xy}^{(3)}}{\partial y} \delta u_3 - \frac{\partial N_{xy}^{(1)}}{\partial x} \delta v_1 - \frac{\partial N_{xy}^{(3)}}{\partial x} \delta v_3 \\ &- 2 \frac{\partial^2 M_{xy}^{(1)}}{\partial x \partial y} \delta w - 2 \frac{\partial^2 M_{xy}^{(3)}}{\partial x \partial y} \delta w - \frac{\partial R_{xy}^{(1)}}{\partial y} \delta \zeta_1 \\ &- \frac{\partial R_{xy}^{(3)}}{\partial y} \delta \zeta_3 - \frac{\partial R_{xy}^{(1)}}{\partial x} \delta \psi_1 - \frac{\partial R_{xy}^{(3)}}{\partial x} \delta \psi_3 + P_x^{(1)} \delta \zeta_1 \\ &+ P_x^{(3)} \delta \zeta_3 + P_y^{(1)} \delta \psi_1 + P_y^{(3)} \delta \psi_3 dA \\ &+ \int_A - \frac{\partial Q_x^{(2)}}{\partial x} \frac{d}{h_2} \delta w + \frac{Q_x^{(2)}}{h_2} (\delta u_1 - \delta u_3) \\ &- \frac{\partial Q_y^{(2)}}{\partial y} \frac{d}{h_2} \delta w + \frac{Q_y^{(2)}}{h_2} (\delta v_1 - \delta v_3) dA\end{aligned} \quad (10)$$

$$G^* = G' + i\dot{G}$$

$$G' = -3.3691B^2 + 4.9775 \times 10^3 B + 0.873 \times 10^6$$

$$\dot{G} = 0.9B^2 + 0.8124 \times 10^3 B + 0.1855 \times 10^6 \quad (2)$$

در نهایت رابطه تنش‌ها و کرنش‌های عرضی هسته مطابق معادله (3) می‌باشد.

$$\begin{aligned}\tau_{xy}^{(2)} &= G^* \gamma_{xy}^{(2)} \\ \tau_{yz}^{(2)} &= G^* \gamma_{yz}^{(2)}\end{aligned} \quad (3)$$

میدان تنش برای لایه فوقانی و تحتانی نیز به صورت رابطه (4) تعریف می‌شود.

$$\begin{aligned}\sigma_{xx}^{(i)} &= Q_{11}^{(i)} \varepsilon_{xx}^{(i)} + Q_{12}^{(i)} \varepsilon_{yy}^{(i)} \\ \sigma_{yy}^{(i)} &= Q_{12}^{(i)} \varepsilon_{xx}^{(i)} + Q_{22}^{(i)} \varepsilon_{yy}^{(i)} \\ \sigma_{xz}^{(i)} &= Q_{55}^{(i)} \varepsilon_{xz}^{(i)} \\ \sigma_{yz}^{(i)} &= Q_{44}^{(i)} \varepsilon_{yz}^{(i)} \\ \sigma_{xy}^{(i)} &= Q_{66}^{(i)} \varepsilon_{xy}^{(i)}\end{aligned} \quad (4)$$

در رابطه (4)،  $i$  برابر یک و سه نشان دهنده لایه فوقانی و تحتانی می‌باشد. ثوابت  $Q$  در این رابطه به صورت زیر تعریف می‌شوند [23, 24].

$$\begin{aligned}Q_{11} &= \frac{E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} \\ Q_{12} &= \frac{\nu_{12}E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} \\ Q_{22} &= \frac{E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} \\ Q_{66} &= G_{12} \\ Q_{55} &= G_{13} \\ Q_{44} &= G_{23}\end{aligned} \quad (5)$$

که  $\nu_{21}$  در برابر  $\nu_{12} \frac{E_2}{E_1}$  می‌باشد میدان جابه‌جایی برای لایه‌های الاستیک ورق ساندویچی مطابق رابطه (6) در نظر گرفته شده است [25]:

$$\begin{aligned}U_i(x,y,z,t) &= u_i(x,y,t) - z \frac{\partial w(x,y,t)}{\partial x} + f(z) \zeta_i(x,y,t) \\ V_i(x,y,z,t) &= v_i(x,y,t) - z \frac{\partial w(x,y,t)}{\partial y} + f(z) \psi_i(x,y,t) \\ W_i(x,y,z,t) &= w(x,y,t)\end{aligned} \quad (6)$$

که در رابطه (6)  $t$  بیانگر زمان و  $i$  می‌تواند مقادیر 1 و 3 را اختیار کند.  $u, v$  به ترتیب جابه‌جایی ورق در راستای محورهای  $x$  و  $y$  هستند و  $w$  جابه‌جایی عرضی ورق در راستای محور  $z$  است. همچنین  $\zeta_i$  و  $\psi_i$  اینرسی‌های دورانی حول محورهای  $x$  و  $y$  می‌باشند.  $f(z)$  نیز برای تئوری اصلاح شده مثلثاتی برابر  $\frac{h}{\pi} \sin\left(\frac{\pi z}{h}\right)$  می‌باشد. میدان کرنش خطی فرض شده و با در نظر گرفتن تئوری تغییر شکل برشی اصلاح شده به صورت رابطه (7) حاصل می‌شود [26]:

$$\begin{aligned}\varepsilon_{xx}^{(i)} &= \frac{\partial u_i}{\partial x} - z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + f(z) \frac{\partial \zeta_i}{\partial x} \\ \varepsilon_{yy}^{(i)} &= \frac{\partial v_i}{\partial y} - z \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + f(z) \frac{\partial \psi_i}{\partial y}\end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \delta u_3: & \frac{\partial N_{xy}^{(3)}}{\partial x} + \frac{\partial N_{xy}^{(3)}}{\partial y} - \frac{Q_x^{(2)}}{h_2} = I_1^{(3)} \ddot{u}_3 - I_2^{(3)} \frac{\partial \ddot{w}}{\partial x} \\ & + I_4^{(3)} \ddot{\zeta}_3 - I^{(2)} \frac{d}{h_2^2} \frac{\partial \ddot{w}}{\partial x} + \frac{I^{(2)}}{h_2^2} (\ddot{u}_1 - \ddot{u}_3) \\ \delta v_1: & \frac{\partial N_{yy}^{(1)}}{\partial y} + \frac{\partial N_{xy}^{(1)}}{\partial x} - \frac{Q_y^{(2)}}{h_2} = I_1^{(1)} \ddot{v}_1 - I_2^{(1)} \frac{\partial \ddot{w}}{\partial y} \\ & + I_4^{(1)} \ddot{\psi}_1 + I^{(2)} \frac{d}{h_2^2} \frac{\partial \ddot{w}}{\partial y} + \frac{I^{(2)}}{h_2^2} (\ddot{v}_1 - \ddot{v}_3) \\ \delta v_3: & \frac{\partial N_{yy}^{(3)}}{\partial y} + \frac{\partial N_{xy}^{(3)}}{\partial x} - \frac{Q_y^{(2)}}{h_2} = I_1^{(3)} \ddot{v}_3 - I_2^{(3)} \frac{\partial \ddot{w}}{\partial y} \\ & + I_4^{(3)} \ddot{\psi}_3 - I^{(2)} \frac{d}{h_2^2} \frac{\partial \ddot{w}}{\partial y} + \frac{I^{(2)}}{h_2^2} (\ddot{v}_1 - \ddot{v}_3) \\ \delta \zeta_1: & \frac{\partial R_{xx}^{(1)}}{\partial x} + \frac{\partial R_{xy}^{(1)}}{\partial y} - p_x^{(1)} = I_4^{(1)} \ddot{u}_1 - I_5^{(1)} \frac{\partial \ddot{w}}{\partial x} + I_6^{(1)} \ddot{\zeta}_1 \\ \delta \zeta_3: & \frac{\partial R_{xx}^{(3)}}{\partial x} + \frac{\partial R_{xy}^{(3)}}{\partial y} - p_x^{(3)} = I_4^{(3)} \ddot{u}_3 - I_5^{(3)} \frac{\partial \ddot{w}}{\partial x} + I_6^{(3)} \ddot{\zeta}_3 \\ \delta \psi_1: & \frac{\partial R_{yy}^{(1)}}{\partial y} + \frac{\partial R_{xy}^{(1)}}{\partial x} - p_y^{(1)} = I_4^{(1)} \ddot{v}_1 - I_5^{(1)} \frac{\partial \ddot{w}}{\partial y} + I_6^{(1)} \ddot{\psi}_1 \\ \delta \psi_3: & \frac{\partial R_{yy}^{(3)}}{\partial y} + \frac{\partial R_{xy}^{(3)}}{\partial x} - p_y^{(3)} = I_4^{(3)} \ddot{v}_3 - I_5^{(3)} \frac{\partial \ddot{w}}{\partial x} + I_6^{(3)} \ddot{\psi}_3 \\ \delta w: & \frac{\partial^2 M_{xy}^{(1)}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 M_{xx}^{(3)}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 M_{yy}^{(1)}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 M_{yy}^{(3)}}{\partial y^2} \\ & + 2 \frac{\partial^2 M_{xy}^{(1)}}{\partial x \partial y} + 2 \frac{\partial^2 M_{xy}^{(3)}}{\partial x \partial y} + \frac{d}{h_2} \left( \frac{\partial Q_x^{(2)}}{\partial x} + \frac{\partial Q_y^{(2)}}{\partial y} \right) \\ & = I_2^{(1)} \frac{\partial \ddot{u}_1}{\partial x} - I_3^{(1)} \frac{\partial^2 \ddot{w}}{\partial x^2} + I_5^{(1)} \frac{\partial \ddot{\zeta}_1}{\partial x} + I_2^{(1)} \frac{\partial \ddot{v}_1}{\partial y} \\ & - I_3^{(1)} \frac{\partial^2 \ddot{w}}{\partial y^2} + I_5^{(1)} \frac{\partial \ddot{\psi}_1}{\partial y} + I_3^{(3)} \frac{\partial \ddot{u}_3}{\partial x} - I_3^{(3)} \frac{\partial^2 \ddot{w}}{\partial x^2} \\ & I_5^{(3)} \frac{\partial \ddot{\zeta}_3}{\partial x} + I_2^{(3)} \frac{\partial \ddot{v}_3}{\partial y} - I_3^{(3)} \frac{\partial^2 \ddot{w}}{\partial y^2} + I_5^{(3)} \frac{\partial \ddot{\psi}_3}{\partial y} - I_1^{(1)} \ddot{w} \\ & + I_1^{(3)} \ddot{w} + \rho_2 h_2 \ddot{w} - I^2 \frac{d^2}{h_2^2} \frac{\partial^2 \ddot{w}}{\partial x^2} - I^{(2)} \frac{d}{h_2^2} \frac{\partial \ddot{u}_1}{\partial x} + \\ & I^{(2)} \frac{d}{h_2^2} \frac{\partial \ddot{u}_3}{\partial x} - I^{(2)} \frac{d^2}{h_2^2} \frac{\partial^2 \ddot{w}}{\partial y^2} - I^{(2)} \frac{d}{h_2^2} \frac{\partial \ddot{v}_1}{\partial y} + I^{(2)} \frac{d}{h_2^2} \frac{\partial \ddot{v}_3}{\partial y} \end{aligned}$$

که در آن‌ها منته‌های تنش و ممان‌های اینرسی جرمی به شکل رابطه (13) تعریف شده‌اند.

$$\begin{aligned} (N_{xx}^{(i)} \cdot N_{yy}^{(i)} \cdot N_{xy}^{(i)}) &= \int_{-h_i/2}^{h_i/2} (\sigma_{xx}^{(i)} \cdot \sigma_{yy}^{(i)} \cdot \sigma_{xy}^{(i)}) dz \\ (M_{xx}^{(i)} \cdot M_{yy}^{(i)} \cdot M_{xy}^{(i)}) &= \int_{-h_i/2}^{h_i/2} (\sigma_{xx}^{(i)} \cdot \sigma_{yy}^{(i)} \cdot \sigma_{xy}^{(i)}) z dz \\ (R_{xx}^{(i)} \cdot R_{yy}^{(i)} \cdot R_{xy}^{(i)}) &= \int_{-h_i/2}^{h_i/2} (\sigma_{xx}^{(i)} \cdot \sigma_{yy}^{(i)} \cdot \sigma_{xy}^{(i)}) f(z) dz \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \delta T &= \int_{V_i} I_1^{(1)} (\ddot{u}_1 \delta u_1 - I_2^{(1)} \frac{\partial \ddot{u}_1}{\partial x} \delta w - I_4^{(1)} \ddot{u}_1 \delta \zeta_1 \\ &+ I_2^{(1)} \frac{\partial \ddot{w}}{\partial x} \delta u_1 + I_3^{(1)} \frac{\partial^2 \ddot{w}}{\partial x^2} \delta w + I_5^{(1)} \frac{\partial \ddot{w}}{\partial x} \delta \zeta_1 \\ &- I_4^{(1)} \ddot{\zeta}_1 \delta u_1 - I_5^{(1)} \frac{\partial \ddot{\zeta}_1}{\partial x} \delta w - I_6^{(1)} \ddot{\zeta}_1 \delta \zeta_1 - I_1^{(1)} \ddot{v}_1 \delta v_1 \\ &- I_2^{(1)} \frac{\partial \ddot{v}_1}{\partial y} \delta w - I_4^{(1)} \ddot{v}_1 \delta \psi_1 + I_2^{(1)} \frac{\partial \ddot{w}}{\partial y} \delta v_1 \\ &+ I_3^{(1)} \frac{\partial^2 \ddot{w}}{\partial y^2} \delta w + I_5^{(1)} \frac{\partial \ddot{w}}{\partial y} \delta \psi_1 - I_4^{(1)} \ddot{\psi}_1 \delta v_1 \\ &- I_5^{(1)} \frac{\partial \ddot{\psi}_1}{\partial y} \delta w - I_6^{(1)} \ddot{\psi}_1 \delta \psi_1 - I_1^{(3)} \ddot{u}_3 \delta u_3 \\ &- I_2^{(3)} \frac{\partial \ddot{u}_3}{\partial x} \delta w - I_4^{(3)} \ddot{u}_3 \delta \zeta_3 + I_2^{(3)} \frac{\partial \ddot{w}}{\partial x} \delta u_3 \\ &+ I_3^{(3)} \frac{\partial^2 \ddot{w}}{\partial x^2} \delta w + I_5^{(3)} \frac{\partial \ddot{w}}{\partial x} \delta \zeta_3 - I_4^{(3)} \ddot{\zeta}_3 \delta u_3 - I_4^{(3)} \ddot{v}_1 \delta \psi_3 \\ &+ I_2^{(3)} \frac{\partial \ddot{w}}{\partial y} \delta v_3 + I_3^{(3)} \frac{\partial^2 \ddot{w}}{\partial y^2} \delta w + I_5^{(3)} \frac{\partial \ddot{w}}{\partial y} \delta \psi_3 \\ &- I_4^{(3)} \ddot{\psi}_3 \delta v_3 - I_5^{(3)} \frac{\partial \ddot{\psi}_3}{\partial y} \delta w - I_6^{(3)} \ddot{\psi}_3 \delta \psi_3 - I_1^{(1)} \ddot{w} \delta w \\ &- I_1^{(3)} \ddot{w} \delta w dA + \int_A -\rho_2 h_2 \ddot{w} \delta w dA \\ &+ \int_A I^{(2)} \frac{d^{(2)}}{h_2^2} \frac{\partial^2 \ddot{w}}{\partial x^2} \delta w - I^{(2)} \frac{d^2}{h_2^2} \frac{\partial \ddot{w}}{\partial x} \delta u_1 \\ &+ I^{(2)} \frac{d}{h_2^2} \frac{\partial \ddot{w}}{\partial x} \delta u_3 + I^{(2)} \frac{d}{h_2^2} \frac{\partial \ddot{u}_1}{\partial x} \delta w \\ &- I^{(2)} \frac{d}{h_2^2} \frac{\partial \ddot{w}}{\partial x} \delta u_3 + I^{(2)} \frac{d}{h_2^2} \frac{\partial \ddot{u}_1}{\partial x} \delta w \\ &- I^{(2)} \frac{d}{h_2^2} \frac{\partial \ddot{u}_2}{\partial x} \delta w - \frac{I^{(2)}}{h_2^2} (\ddot{u}_1 - \ddot{u}_3) \delta u_1 \frac{I^{(2)}}{h_2^2} \\ &(\ddot{u}_1 - \ddot{u}_3) \delta u_3 + I^{(2)} \frac{d^{(2)}}{h_2^2} \frac{\partial^2 \ddot{w}}{\partial y^2} \delta w \\ &- I^{(2)} \frac{d}{h_2^2} \frac{\partial \ddot{w}}{\partial y} \delta v_1 + I^{(2)} \frac{d}{h_2^2} \frac{\partial \ddot{w}}{\partial y} \delta v_3 + I^{(2)} \frac{d}{h_2^2} \frac{\partial \ddot{v}_1}{\partial y} \delta w \\ &- I^{(2)} \frac{d}{h_2^2} \frac{\partial \ddot{v}_3}{\partial y} \delta w - \frac{I^{(2)}}{h_2^2} (\ddot{v}_1 - \ddot{v}_3) \delta v_1 \\ &+ \frac{I^{(2)}}{h_2^2} (\ddot{v}_1 - \ddot{v}_3) \delta v_1 + \frac{I^{(2)}}{h_2^2} (\ddot{v}_1 - \ddot{v}_3) \delta v_3 dA \end{aligned} \quad (11)$$

حال با جایگذاری روابط (10) و (11) در اصل همیلتون معادلات حاکم به صورت رابطه (12) استخراج می‌شوند.

$$\begin{aligned} \delta u_1: & \frac{\partial N_{xy}^{(1)}}{\partial x} + \frac{\partial N_{xy}^{(1)}}{\partial y} - \frac{Q_x^{(2)}}{h_2} = I_1^{(1)} \ddot{u}_1 - I_2^{(1)} \frac{\partial \ddot{w}}{\partial x} \\ & + I_4^{(1)} \ddot{\zeta}_1 + I^{(2)} \frac{d}{h_2^2} \frac{\partial \ddot{w}}{\partial x} + \frac{I^{(2)}}{h_2^2} (\ddot{u}_1 - \ddot{u}_3) \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned}\varphi_5(x, y) &= \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \\ \varphi_6(x, y) &= \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \\ \varphi_7(x, y) &= \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \\ \varphi_8(x, y) &= \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \\ \varphi_9(x, y) &= \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right)\end{aligned}$$

بر اساس روش گلرکین برای به دست آوردن فرکانس‌های طبیعی سیستم از حاصل ضرب معادلات حاکم در توابع جابه‌جایی بر روی سطح انتگرال گرفت. این موضوع را به صورت رابطه (16) زیر نشان داده شده‌است.

$$\begin{aligned}\int_0^b \int_0^a \Gamma_1(u_1, u_3, v_1, v_3, \zeta_1, \zeta_3, \psi_1, \psi_3, w) u_1(x, y) dx dy &= 0 \\ \int_0^b \int_0^a \Gamma_2(u_1, u_3, v_1, v_3, \zeta_1, \zeta_3, \psi_1, \psi_3, w) u_3(x, y) dx dy &= 0 \\ \int_0^b \int_0^a \Gamma_3(u_1, u_3, v_1, v_3, \zeta_1, \zeta_3, \psi_1, \psi_3, w) v_1(x, y) dx dy &= 0 \\ \int_0^b \int_0^a \Gamma_4(u_1, u_3, v_1, v_3, \zeta_1, \zeta_3, \psi_1, \psi_3, w) v_3(x, y) dx dy &= 0 \\ \int_0^b \int_0^a \Gamma_5(u_1, u_3, v_1, v_3, \zeta_1, \zeta_3, \psi_1, \psi_3, w) \zeta_1(x, y) dx dy &= 0 \\ \int_0^b \int_0^a \Gamma_6(u_1, u_3, v_1, v_3, \zeta_1, \zeta_3, \psi_1, \psi_3, w) \zeta_3(x, y) dx dy &= 0 \\ \int_0^b \int_0^a \Gamma_7(u_1, u_3, v_1, v_3, \zeta_1, \zeta_3, \psi_1, \psi_3, w) \psi_1(x, y) dx dy &= 0 \\ \int_0^b \int_0^a \Gamma_8(u_1, u_3, v_1, v_3, \zeta_1, \zeta_3, \psi_1, \psi_3, w) \psi_3(x, y) dx dy &= 0 \\ \int_0^b \int_0^a \Gamma_9(u_1, u_3, v_1, v_3, \zeta_1, \zeta_3, \psi_1, \psi_3, w) w(x, y) dx dy &= 0\end{aligned}\quad (16)$$

در رابطه (16)،  $\Gamma_1$  تا  $\Gamma_9$  همان معادلات حرکت می‌باشند. که پس از حل معادلات فوق، معادله به فرم رابطه 17 حاصل می‌شود.

$$[\bar{M}]\{\ddot{U}\} + [\bar{C}]\{\dot{U}\} + [\bar{K}]\{U\} = 0 \quad (17)$$

در رابطه (17) ماتریس  $C, K, M$  به ترتیب ماتریس جرم، سختی، میرایی سیستم می‌باشند همچنین  $\{U\}$  بردار ضرایب مجهول سیستم می‌باشد با حل رابطه فوق فرکانس‌های  $\omega$  سیستم بدست می‌آیند.

### 2-3- بحث و بررسی نتایج عددی

در این بخش علاوه بر صحت‌گذاری نتایج به‌دست‌آمده به بررسی اثر پارامترهای مختلف رفتار ارتعاشی ورق ساندویچی متشکل از هسته سیال مغناطیسی به روش باقی‌مانده وزنی و شرط مرزی چهار طرف تکیه‌گاه ساده با استفاده تئوری‌های تغییر شکل برشی اصلاح شده می‌پردازیم. همگرایی سه فرکانس اول سازه، با هسته مغناطیسی و  $\eta = 1.5, \bar{H} = 0.5, \bar{h} = 0.3$  در جدول 1 نشان داده شده است.

برای اطمینان از صحت روابط به‌دست‌آمده و روش حل، نتایج عددی برای ارتعاش ورق مسطح ساندویچی با سیال مغناطیسی با نتایج ارائه شده در مراجع معتبر مقایسه می‌کنیم (جدول ۲). در این اعتبار سنجی مقادیر فرکانس اصلی

$$\begin{aligned}(p_x^{(i)} \cdot p_y^{(i)}) &= \int_{-h_i/2}^{h_i/2} (\sigma_{xz}^{(i)} \cdot \sigma_{yz}^{(i)}) \frac{df(z)}{dz} dz \\ Q_x^{(2)} \cdot Q_y^{(2)} &= \int_{-h_2/2}^{h_2/2} (\sigma_{xz}^{(2)} \cdot \sigma_{yz}^{(2)}) dz \\ (I_1^{(i)} \cdot I_2^{(i)} \cdot I_3^{(i)} \cdot I_4^{(i)} \cdot I_5^{(i)} \cdot I_6^{(i)}) & \\ &= \int_{-h_i/2}^{h_i/2} \rho_i (1 \cdot z \cdot z^2 \cdot f(z) \cdot zf(z) \cdot f^2(z)) dz\end{aligned}$$

### 3- حل مسئله

#### 1-1- روش حل

برای محاسبه ارتعاش آزاد ورق ساندویچی در این پژوهش از روش گلرکین بهره می‌بریم. فرم سری فوریه شکل توابع حدس جابه‌جایی به‌صورت رابطه (14) می‌باشد [29].

$$\begin{aligned}u_1(x, y, t) &= \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M u_{1m,n} \varphi_1(x, y) e^{i\omega t} \\ u_3(x, y, t) &= \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M u_{3m,n} \varphi_2(x, y) e^{i\omega t} \\ v_1(x, y, t) &= \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M v_{1m,n} \varphi_1(x, y) e^{i\omega t} \\ v_3(x, y, t) &= \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M v_{3m,n} \varphi_3(x, y) e^{i\omega t} \\ \zeta_1(x, y, t) &= \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M \zeta_{1m,n} \varphi_1(x, y) e^{i\omega t} \\ \zeta_3(x, y, t) &= \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M \zeta_{3m,n} \varphi_3(x, y) e^{i\omega t} \\ \psi_1(x, y, t) &= \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M \psi_{1m,n} \varphi_1(x, y) e^{i\omega t} \\ \psi_3(x, y, t) &= \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M \psi_{3m,n} \varphi_3(x, y) e^{i\omega t} \\ w(x, y, t) &= \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M w_{m,n} \varphi_1(x, y) e^{i\omega t}\end{aligned}\quad (14)$$

توابع وزن‌دار در رابطه (14) برای ارضا نمودن شرایط مرزی چهار طرف تکیه‌گاه ساده به صورت رابطه (15) تعریف می‌شوند.

$$\begin{aligned}\varphi_1(x, y) &= \cos\left(\frac{n\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{m\pi y}{b}\right) \\ \varphi_2(x, y) &= \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \\ \varphi_3(x, y) &= \sin\left(\frac{n\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{m\pi y}{b}\right) \\ \varphi_4(x, y) &= \sin\left(\frac{n\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{m\pi y}{b}\right)\end{aligned}\quad (15)$$

تغییرات فرکانس‌های طبیعی و ضریب استهلاک ورق ساندویچی حاوی سیال مغناطیسی به ازای میدان‌های مغناطیسی مختلف برای مدهای اول تا چهارم در شکل‌های 4 و 5 نشان داده شده است. برای استخراج نتایج این نمودارها  $h=0.3$  و  $H=0.5$  فرض شده است. مشاهده می‌شود که افزایش میدان مغناطیسی منجر به افزایش فرکانس‌های سیستم می‌گردد. این تغییرات در ابتدا با نرخ بالاتری فرکانس‌های سیستم را زیاد می‌کنند. نکته برجسته در نمودار ضریب استهلاک این است که مقادیر آن ابتدا تا مقدار مشخصی افزایش و سپس کاهش می‌یابد. این رفتار که برای تمامی موده‌های ارتعاشاتی دیده می‌شود حاکی از این است که به ازای میدان مغناطیسی مشخصی بیشترین اثر میرایی را از سازه می‌توان دریافت کرد. از سوی دیگر دیده می‌شود که با افزایش شماره مود، فرکانس‌های طبیعی زیاد و ضریب استهلاک کم می‌شود. کاهش ضریب استهلاک به گونه‌ای است که در موده‌های پایین نمایان‌تر هستند و می‌توان پیشبینی نمود که افزایش شماره مود در موده‌های خیلی بالا تأثیری بر روی میرایی سیستم نداشته باشد.

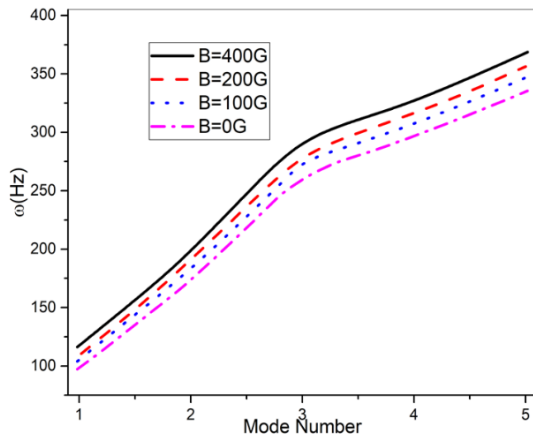


Fig. 2 The effect of variation in the magnetic field intensity on the first to fifth frequency of sandwich plate with MR core

شکل 2 اثر میدان‌های مغناطیسی مختلف بر فرکانس‌های اول تا پنجم ورق ساندویچی حاوی سیال مغناطیسی

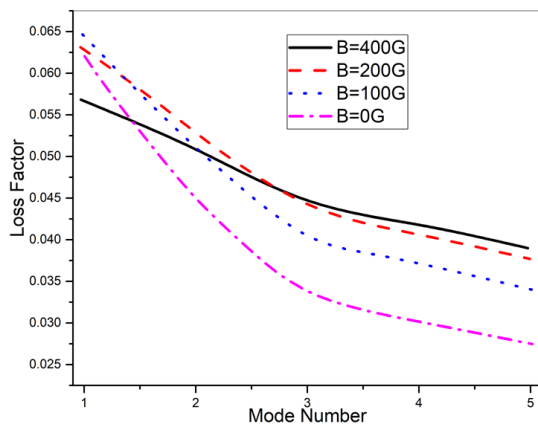


Fig. 3 The effect of variation in the magnetic field intensity on the first to fifth modes loss factor of sandwich plate with MR core

شکل 3 تغییرات ضریب استهلاک ورق ساندویچی حاوی سیال مغناطیسی به ازای میدان‌های مغناطیسی مختلف

ورق ساندویچی شامل هسته مغناطیسی با مقادیر ارائه شده حاصل از تئوری کلاسیک مقایسه شده است.

جدول 1 همگرایی نتایج فرکانس طبیعی

Table 1 Convergence of natural frequency results

M×N	$\omega_1$	$\omega_2$	$\omega_3$
2	286.217	190.449	110.356
3	285.928	190.216	110.354
4	285.714	190.172	110.351
5	285.345	190.169	110.349
6	285.334	190.167	110.345
7	285.331	190.166	110.345
8	285.329	190.166	110.345

جدول 2 مقایسه فرکانس ورق ساندویچی با هسته مغناطیسی با نتایج منابع معتبر

Table 2 Comparison of results with other research

Magnetic Field	Mode 1	Mode 2
0	تحقیق حاضر	59.65
	مرجع [18]	59.0754
100	تحقیق حاضر	68.72
	مرجع [18]	65.6539
200	تحقیق حاضر	75.36
	مرجع [18]	70.1508

برای استخراج این نتایج مدول یانگ لایه‌های بالایی و پایینی 70 GPa و چگالی آن‌ها  $2700 \text{ Kg/m}^3$  در نظر گرفته شده است. با مقایسه نتایج حاصل از تحقیق حاضر با نتایج بدست آمده از مراجع مختلف مشاهده می‌شود که نتایج حاصله از فرکانس ارتعاشات ورق چه در حضور سیال مغناطیسی و چه در غیاب آن از دقت بالایی برخوردار می‌باشد.

در ادامه به منظور ساده‌سازی در تفسیر نمودارها و جداول پارامترهای  $\underline{h}$  به عنوان نسبت طول اول  $\underline{h}$  به  $\underline{H}$ ،  $(\frac{h_1}{h_3})$  به عنوان نسبت طول دوم  $\delta$  به  $\underline{h}$ ،  $(\frac{h_2}{h_3})$  به عنوان نسبت ضخامت  $D$  به  $(h/a)$ ،  $(\frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)})$  به عنوان  $\eta$ ،  $(\frac{a}{b})$  به عنوان نسبت طول به عرض  $\bar{\omega}$  پارامتر فرکانس  $(\sqrt{Re(\omega)})$  و  $\zeta$  پارامتر میرایی  $(\frac{Im(\omega)}{Re(\omega)})$  استفاده شده است. همچنین خواص رویه‌ها برابر  $E_1 = E_2 = 2700 (\frac{\text{Kg}}{\text{m}^3})$ ،  $G_{12} = G_{2312} = 26.92 \text{ (GPa)}$ ،  $E_2 = 70 \text{ (GPa)}$  و  $\nu = 0.3$  در نظر گرفته شده است.

تأثیر تغییرات میدان‌های مغناطیسی مختلف بر فرکانس‌های طبیعی و ضریب استهلاک ورق ساندویچی حاوی سیال مغناطیسی در شکل‌های 2 و 3 نشان داده شده است. برای استخراج نتایج این نمودارها  $h=0.3$  و  $H=0.5$  در نظر گرفته شده. همانطور که مشاهده می‌شود با افزایش میدان مغناطیسی تمامی فرکانس‌های سازه زیاد می‌شوند. به این ترتیب که اثرات افزایش فرکانس ناشی از میدان مغناطیسی در موده‌های بالاتر، برجسته‌تر نمود می‌کند. در واقع می‌توان اینگونه بیان کرد که با افزایش میدان مغناطیسی سیال رفته رفته به حالت جامد نزدیک‌تر می‌گردد و افزایش سختی حاصل از این تغییر فرکانس‌های آن را تحت تأثیر خود قرار می‌دهد. این درحالی است که فاکتور استهلاک در میدان‌های مغناطیسی بالاتر کاهش می‌یابد. چراکه در میدان‌های مغناطیسی بالا سختی سازه افزایش یافته و همین امر باعث کاهش اثر میرایی سازه ساندویچی می‌گردد. علاوه بر این می‌توان نتیجه گرفت شدت میرایی در موده‌های بالاتر کمتر است چرا که اثر آن‌ها در پاسخ ارتعاشی نیز کمتر می‌باشد.

افزایش ضخامت سیال به میدان مغناطیسی بیشتری برای رسیدن به بیشینه میرائی سیستم نیاز می‌باشد. به طور کلی می‌توان نتیجه گرفت که با افزایش حجم سیال مغناطیسی محصور در ورق ساندویچی فرکانس‌های طبیعی و ضریب استهلاک سیستم به ترتیب کاهش و افزایش می‌یابند. این بدین دلیل است که افزایش مقدار سیال مغناطیسی سختی سازه را کاهش و میرائی آن را افزایش می‌دهد.

تغییرات فرکانس‌ها و ضریب استهلاک مود اول ورق ساندویچی حاوی سیال مغناطیسی به ازای میدان‌های مغناطیسی مختلف و تغییرات نسبت طول اول در شکل‌های 8 و 9 نشان داده شده است. برای استخراج نتایج این نمودارها  $H=0.5$  در نظر گرفته شده است. پارامتر  $h$  ضخامت لایه‌های بالایی و پایینی را کنترل می‌کند. مطابق نمودار افزایش این نسبت بی بعد باعث افزایش سختی سازه و متعاقباً فرکانس‌های آن می‌گردد. به نظر می‌رسد که شیب این افزایش به ازای مقادیر پایین میدان مغناطیسی تندتر می‌باشد و رفته رفته افزایش نسبت طول اول در میدان‌های مغناطیسی بالا تأثیر کمتری روی مشخصات ارتعاشی سازه می‌گذارد. این رفتار در شدت استهلاک سازه نیز دیده می‌شود بطوریکه افزایش ضخامت لایه‌های بالایی و پایینی باعث زیاد شدن ضریب استهلاک می‌گردد.

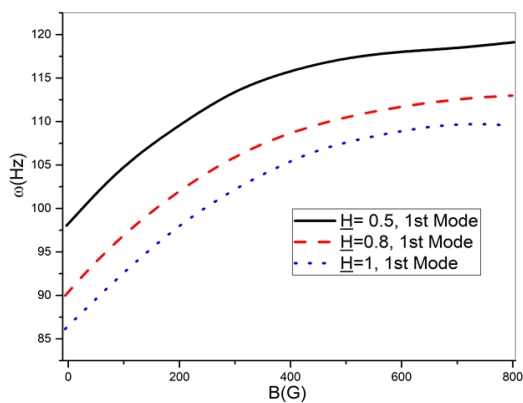


Fig. 6 The frequency changes of the sandwich plates with magnetic fluid core for different H

شکل 6 تغییرات فرکانس اصلی ورق ساندویچی حاوی سیال مغناطیسی به ازای مقادیر مختلف H

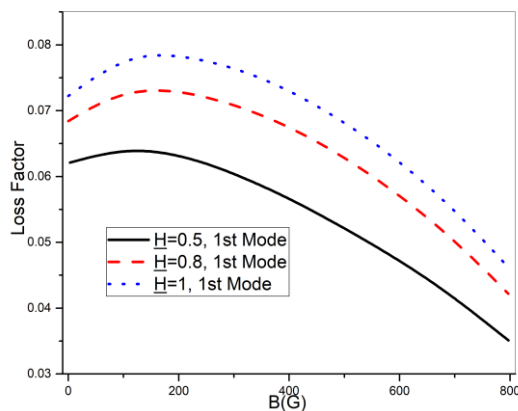


Fig. 7 The loss factor changes of the sandwich plates with magnetic fluid core for different H

شکل 7 تغییرات ضریب استهلاک فرکانس اصلی ورق ساندویچی حاوی سیال مغناطیسی به ازای مقادیر مختلف H

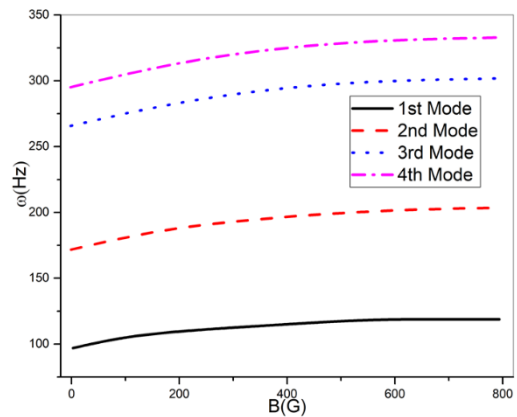


Fig. 4 First to fourth frequency of the sandwich plates with magnetic fluid core based on different magnetic fields

شکل 4 تغییرات فرکانس‌های اول تا چهارم ورق ساندویچی حاوی سیال مغناطیسی به ازای میدان‌های مغناطیسی مختلف

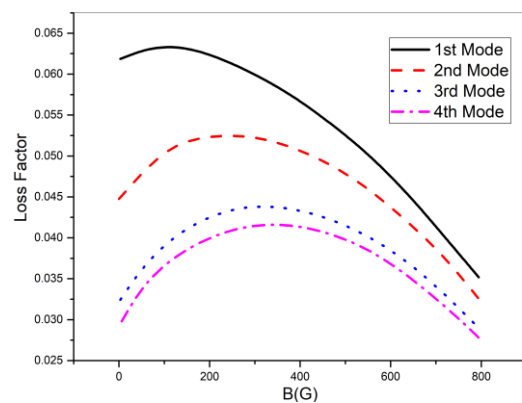


Fig. 5 The first to fourth loss factor modes of the sandwich plates with magnetic fluid core based on different magnetic fields

شکل 5 تغییرات ضریب استهلاک مدهای اول تا چهارم ورق ساندویچی حاوی سیال مغناطیسی به ازای میدان‌های مغناطیسی مختلف

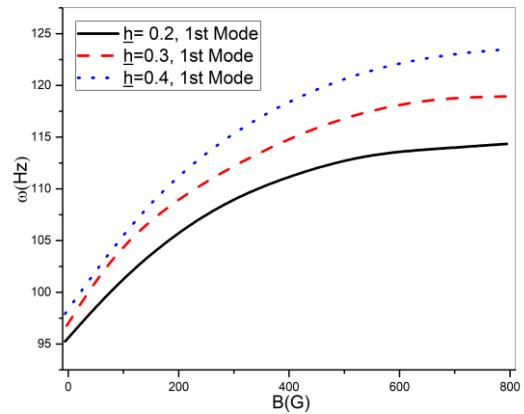
تغییرات فرکانس‌ها و ضریب استهلاک مربوط به مود اول ورق ساندویچی حاوی سیال مغناطیسی به ازای میدان‌های مغناطیسی مختلف و تغییرات نسبت طول دوم در شکل‌های 6 و 7 نشان داده شده است. برای استخراج نتایج این نمودارها  $h=0.3$  در نظر گرفته شده است. این نمودارها به خوبی تأثیر ضخامت لایه سیال مغناطیسی را بر مشخصات ارتعاشی سازه ساندویچی شامل فرکانس‌های طبیعی و ضریب میرائی مودها نشان می‌دهد.

همان گونه که دیده می‌شود افزایش پارامتر H باعث کاهش فرکانس‌های ورق می‌شود. این کاهش به دلیل افزایش ضخامت لایه سیال مغناطیسی با افزایش H می‌باشد. در واقع به‌ازای ضخامت ثابت ساندویچ پیل، افزایش لایه سیال مغناطیسی باعث کاهش دولایه‌ی بالایی و پایینی می‌گردد. از آنجایی که سختی رویه‌های بالایی و پایینی از هسته بیشتر است، افزایش پارامتر H باعث کاهش تمامی فرکانس‌های سیستم می‌شود. برخلاف فرکانس‌های سیستم، ضریب استهلاک با افزایش ضخامت زیاد می‌شود. در این باب می‌توان گفت سیال مغناطیسی خاصیت میرائی چشمگیرتری از خود نشان می‌دهد در مقایسه با حالتی که فقط ورق ایزوتروپیک وجود داشته باشد. نکته دیگری که در نمودارهای ضریب میرائی قابل ملاحظه است، تغییر موقعیت نقطه‌ی بیشینه میرائی با تغییر ضخامت لایه سیال است. این تغییر به اینگونه است که با



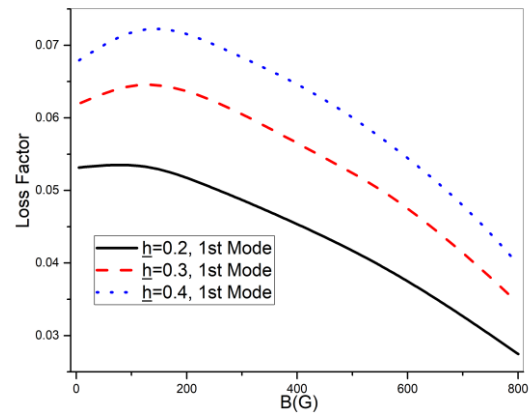
معادلات لحاظ شده است. برای صحت‌گذاری مدل حاضر، نتایج بدست آمده در این تحقیق با نتایج منتشر شده در منابع مختلف مقایسه گردیده است و در ادامه اثرات متغیرهای مختلفی مانند پارامترهای هندسی ورق، پارامترهای مربوط به سیال مغناطیسی و نوع توزیع تغییر شکل‌های برشی عرضی در راستای ضخامت بر فرکانس‌ها، شکل مودها سیستم در شرایط مرزی کلاسیکی چهارلبه ساده بررسی شده است. برخی از نتایج مهم بدست آمده در این تحقیق به شرح زیر بیان می‌شود:

- با افزایش میدان مغناطیسی تمامی فرکانس‌های سازه زیاد می‌شوند. همچنین مشاهده می‌گردد که اثرات این افزایش فرکانس ناشی از میدان مغناطیسی در مودهای بالاتر برجسته‌تر می‌باشد. در واقع می‌توان اینگونه بیان کرد که با افزایش میدان مغناطیسی سیال رفته رفته به جامد نزدیک‌تر می‌گردد و افزایش سختی حاصل از این تغییر فرکانس‌های آن را تحت تأثیر خود قرار می‌دهد.
- مشاهده می‌شود که افزایش میدان مغناطیسی منجر به افزایش فرکانس‌های سیستم می‌گردد. این تغییرات در ابتدا با نرخ بالاتری فرکانس‌های سیستم را زیاد می‌کنند. نکته جالبی که در نمودار ضریب استهلاک قابل مشاهده است این است که مقادیر آن ابتدا تا مقدار مشخصی افزایش و سپس کاهش می‌یابد.
- با افزایش شماره مود، فرکانس‌های طبیعی زیاد و ضریب استهلاک کم می‌شود. کاهش ضریب استهلاک به گونه‌ای است که در مودهای پایین نمایان‌تر هستند و می‌توان پیشبینی نمود که افزایش شماره مود در مودهای خیلی بالا تأثیری بر روی میرایی سیستم نداشته باشد.
- به ازای ضخامت ثابت ساندویچ پنل، افزایش لایه‌ی سیال مغناطیسی باعث کاهش دولایه‌ی بالایی و پایینی می‌گردد. از آنجایی که سختی رویه‌های بالایی و پایینی از هسته بیشتر است، افزایش پارامتر نسبت هسته به رویه باعث کاهش تمامی فرکانس‌های سیستم می‌شود. برخلاف فرکانس‌های سیستم، ضریب استهلاک با افزایش ضخامت زیاد می‌شود. به طور کلی می‌توان نتیجه گرفت که با افزایش حجم سیال مغناطیسی محصور در ورق ساندویچی فرکانس‌های طبیعی و ضریب استهلاک سیستم به ترتیب کاهش و افزایش می‌یابند. این بدین دلیل است که افزایش مقدار سیال مغناطیسی سختی سازه را کاهش و میرایی آن را افزایش می‌دهد.



**Fig. 8** The effect of variation in the magnetic field intensity and  $h$  on main frequency of sandwich plates with MR core

شکل 8 تغییرات فرکانس اصلی ورق ساندویچی حاوی سیال مغناطیسی به ازای مقادیر مختلف  $h$  و میدان‌های مغناطیسی مختلف



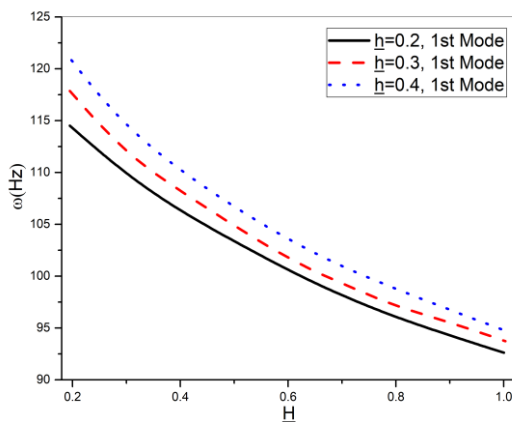
**Fig. 9** The effect of variation in the magnetic field intensity and  $h$  on main modes loss factor of sandwich plates with MR core

شکل 9 تغییرات ضریب استهلاک مود اول ورق ساندویچی حاوی سیال مغناطیسی به ازای مقادیر مختلف  $h$  و میدان‌های مغناطیسی مختلف

تغییرات فرکانس‌ها و ضریب استهلاک مربوط به مود اول ورق ساندویچی حاوی سیال مغناطیسی به ازای ضخامت‌های مختلف لایه سیال مغناطیسی و لایه بالایی در شکل‌های 10 تا 11 نشان داده شده است. مطابق شکل‌ها، با افزایش مقدار سیال مغناطیسی فرکانس‌های طبیعی کاهش و شدت استهلاک افزایش می‌یابد. علاوه بر این می‌توان نتیجه گرفت که با افزایش نسبت ضخامت رویه بالایی به پایینی، فرکانس‌های ارتعاشی و ضریب استهلاک هر دو افزایش می‌یابند.

#### 4- جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

در مقاله حاضر بررسی رفتار دینامیکی ورق مرتعش حاوی سیال مغناطیسی انجام شده است. در این تحلیل با بدست آوردن انرژی‌های جنبشی و پتانسیل ورق و سیال مغناطیسی، معادلات حاکم بر رفتار ارتعاشی سازه بدست آمده و با استفاده از روش تقریبی باقیمانده وزنی، مقادیر فرکانسی و شکل مودهای ورق بدست آمده است. لازم به ذکر است که اثرات تنش‌های برشی عرضی و اینرسی‌های دورانی با استفاده از تئوری‌های تغییر شکل برشی مرتبه بالا در



**Fig. 10** The effect of  $H$  and  $h$  on main frequency of sandwich plate with MR core

شکل 10 تغییرات فرکانس اول ورق ساندویچی حاوی سیال مغناطیسی به ازای مقادیر مختلف  $h$  و  $H$



Method“ IEEE-International Conference On Advances In Engineering, Science And Management (ICAESM -2012), pp. 172-178, 2012.

[7] Nayak, B., Dwivedy, S. K. and Murthy, K., “Vibration Analysis of a Three-Layer Magnetorheological Elastomer Embedded Sandwich Beam with Conductive Skins Using Finite Element Method“ Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science, Vol. 227, No. 4, pp. 714-729, 2013.

[8] Fattahi Masoum, Z. S. and Zabihollah, A., “Vibration of Laminated Composite Structures Integrated with Magnetorheological Fluid Segments“ In Persian, Modares Mechanical Engineering, Vol. 13, No. 12, pp. 156-160, 2014.

[9] Manoharan, R., Vasudevan, R. and Jeevanantham, A. K., “Dynamic Characterization of a Laminated Composite Magnetorheological Fluid Sandwich Plate“ Smart Material Structures, Vol. 23, pp. 025022, 2014.

[10] Mantari, J. L., Oktem, A. S. and Soares, C. G., “A New Trigonometric Shear Deformation Theory for Isotropic, Laminated Composite and Sandwich Plates“ International Journal of Solids and Structures, Vol. 49, No. 1, pp. 43-53, 2012.

[11] Ferreira, A. J. M., Roque, C. M. C. and Jorge, R. M. N., “Analysis of Composite Plates by Trigonometric Shear Deformation Theory and Multiquadrics“ Computers & structures, Vol. 83, No. 27, pp. 2225-2237, 2005.

[12] Rao, M. K., Scherbatyuk, K., Desai, Y. M. and Shah, A. H., “Natural Vibrations of Laminated and Sandwich Plates“ Journal of Engineering Mechanics, Vol. 130, No. 11, pp. 1268-1278, 2004.

[13] Ganapathi, M., Patel, B. P. and Makhecha, D. P., “Nonlinear Dynamic Analysis of Thick Composite/Sandwich Laminates Using an Accurate Higher-Order Theory“ Composites Part B: Engineering, Vol. 35, No. 4, pp. 345-355, 2004/01/01/, 2004.

[14] Ebrahimi, F. and Sedighi, S. B., “Wave Propagation Analysis of a Rectangular Sandwich Composite Plate with Tunable Magneto-Rheological Fluid Core“ Journal of Vibration and Control, Vol. 27, No. 11-12, pp. 1231-1239, 2020.

[15] Naji, J., Zabihollah, A. and Behzad, M., “Layerwise Theory in Modeling of Magnetorheological Laminated Beams and Identification of Magnetorheological Fluid“ Mechanics Research Communications, Vol. 77, 2016.

[16] Malekzadeh Fard, K., Gholami, M., Reshadi, F. and Livani, M., “Free Vibration and Buckling Analyses of Cylindrical Sandwich Panel with Magneto Rheological Fluid Layer“ Journal of Sandwich Structures & Materials, Vol. 19, No. 4, pp. 397-423, 2015.

[17] Arani, A. G. and Maraghi, Z. K., “A Feedback Control System for Vibration of Magnetostrictive Plate Subjected to Follower Force Using Sinusoidal Shear Deformation Theory“ Ain Shams Engineering Journal, Vol. 7, pp. 361-369, 2016.

[18] Mantari, J. L. and Oré, M., “Free Vibration of Single and Sandwich Laminated Composite Plates by Using a Simplified FsdT“ Composite Structures, Vol. 132, pp. 952-959, 2015.

[19] Aguib, S., Nour, A., Zahloul, H., Bossis, G., Chevalier, Y. and Lançon, P., “Dynamic Behavior Analysis of a Magnetorheological Elastomer Sandwich Plate“ International Journal of Mechanical Sciences, Vol. 87, pp. 118-136, 2014.

[20] Nayak, B., Dwivedy, S. K. and Murthy, K. S. R. K., “Dynamic Stability of a Rotating Sandwich Beam with Magnetorheological Elastomer Core“ European Journal of Mechanics - A/Solids, Vol. 47, pp. 143-155, 2014.

[21] Han, Y., Hong, W. and Faidley, L. E., “Field-Stiffening Effect of Magneto-Rheological Elastomers“ International Journal of Solids and Structures, Vol. 50, No. 14, pp. 2281-2288, 2013.

[22] Rajamohan, V., Sedaghati, R. and Rakheja, S., “Vibration Analysis of a Multi-Layer Beam Containing Magnetorheological Fluid“ Smart Materials and Structures, Vol. 19, pp. 015013, 2009.

[23] Shabani, Y. and Khorshidi, K., “Free Vibration Analysis of Rectangular Doubly Curved Auxetic-Core Sandwich Panels Integrated with Cnt-Reinforced Composite Layers Using Galerkin Method,“ In Persian, Journal of Science and Technology of Composites, 2022.

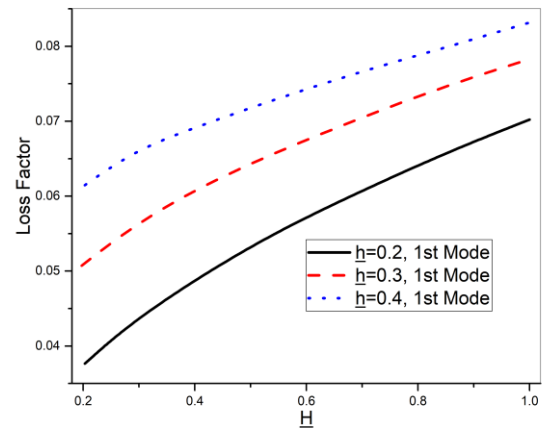


Fig. 11 The effect of H and h on main mode loss factor of sandwich plates with MR core

شکل 11 تغییرات ضریب استهلاک مود اول ورق ساندویچی حاوی سیال مغناطیسی به ازای مقادیر مختلف H و h

- افزایش نسبت بی بعد رویه‌ها باعث افزایش سختی سازه و متعاقباً فرکانس‌های آن می‌گردد. به نظر می‌رسد که شیب این افزایش به ازای مقادیر پایین میدان مغناطیسی تندتر می‌باشد و رفته رفته افزایش نسبت طول اول در میدان‌های مغناطیسی بالا تأثیر کمتری روی مشخصات ارتعاشی سازه می‌گذارد. این رفتار در شدت استهلاک سازه نیز دیده می‌شود بطوریکه افزایش ضخامت لایه‌های بالایی و پایینی باعث زیاد شدن ضریب استهلاک می‌گردد.
- با افزایش نسبت ضخامت در طول ثابت، ضخامت آن زیاد می‌شود و در نتیجه‌ی آن سفتی و استحکام سازه افزایش یابد و متعاقباً فرکانس‌های طبیعی آن زیاد می‌شود.
- با زیاد کردن نسبت طول به عرض ورق، فرکانس‌های طبیعی سیستم افزایش پیدا می‌کند. در واقع با کاهش عرض ورق در طول ثابت درجه آزادی ورق کاهش می‌یابد که این امر سبب افزایش سفتی و در نتیجه باعث افزایش فرکانس‌های طبیعی سیستم می‌باشد.

## 5- مراجع

[1] Yeh, J.-Y. and Chen, L.-W., “Vibration of a Sandwich Plate with a Constrained Layer and Electrorheological Fluid Core“ Composite Structures, Vol. 65, pp. 251-258, 2004.

[2] Yeh, J.-Y. and Chen, L.-W., “Dynamic Stability Analysis of a Rectangular Orthotropic Sandwich Plate with an Electrorheological Fluid Core“ Composite Structures - COMPOS STRUCT, Vol. 72, pp. 33-41, 2006.

[3] Zhou, G. Y. and Wang, Q., “Use of Magnetorheological Elastomer in an Adaptive Sandwich Beam with Conductive Skins. Part II: Dynamic Properties“ International Journal of Solids and Structures, Vol. 43, No. 17, pp. 5403-5420, 2006.

[4] Dwivedy, S. K., Mahendra, N. and Sahu, K. C., “Parametric Instability Regions of a Soft and Magnetorheological Elastomer Cored Sandwich Beam“ Journal of Sound Vibration, Vol. 325, pp. 686-704, 2009.

[5] Hasheminejad, S. M. and Maleki, M., “Free Vibration and Forced Harmonic Response of an Electrorheological Fluid-Filled Sandwich Plate“ Smart Materials and Structures (Print), Vol. 18, No. 5, pp. 16, 2009.

[6] Nayak, B., Bhanu Subramanya Sastri, J., Kumar Dwivedy, S. and Krishna Murthy, K. S. R., “A Comparative Study of the Classical and Higher Order Theory for Free Vibration Analysis of Mre Cored Sandwich Beam with Composite Skins Using Finite Element

- [24] Khorshid, K. and Farhadi, S., "Free Vibration Analysis of a Laminated Composite Rectangular Plate in Contact with a Bounded Fluid" Composite Structures, Vol. 104, pp. 176-186, 2013.
- [25] Khorshidi, K., Siahpush, A. and Fallah, A., "Electro-Mechanical Free Vibrations Analysis of Composite Rectangular Piezoelectric Nanoplate Using Modified Shear Deformation Theories" In Persian, Journal Of Science And Technology Of Composites, Vol. 4, No. 2, 2017.
- [26] Khorshidi, K., Fallah, A. and Siahpush, A., "Free Vibrations Analysis of Functionally Graded Composite Rectangular Nanoplate Based on Nonlocal Exponential Shear Deformation Theory in Thermal Environment" In Persian, Journal of Science and Technology of Composites, Vol. 4, No. 1, pp. 109-120, 2017.
- [27] Ghasemi, A. R. and Mohandes, M., "Free Vibration Analysis of Micro and Nano Fiber-Metal Laminates Circular Cylindrical Shells Based on Modified Couple Stress Theory" Mechanics of Advanced Materials and Structures, Vol. 27, No. 1, pp. 43-54, 2020.
- [28] Nasrollah Barati, A. H., jafari, A. A., Etemadi Haghghi, S. and Maghsoudpour, A., "The Effect of Fluid Column Pressure on the Natural Frequencies of an Annular Sector Plate Made of Functionally Graded Material" In Persian, Journal of Science and Technology of Composites, 2021.
- [29] Khorshidi, K., Taheri, M. and Ghasemi, M., "Sensitivity Analysis of Vibrating Laminated Composite Rectangular Plates in Interaction with Inviscid Fluid Using Efast Method" In Persian, Mechanics of Advanced Composite Structures, Vol. 7, No. 2, pp. 219-231, 2020.