



## محاسبه بارکمانش کلی پوسته‌های ساندویچی مخروطی کامپوزیتی با هسته مشبک تحت بار محوری با استفاده از یک روش معادل‌سازی جدید

مهدي زارعی<sup>1</sup>، غلامحسین رحیمی<sup>2\*</sup>

1- دانشجوی دکترا، مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران

2- استاد، مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران

\* تهران، صندوق پستی 111-14115، rahimi\_gh@modares.ac.ir

### چکیده

### اطلاعات مقاله

در این مقاله، مدلی تحلیلی براساس یک تکنیک معادل‌سازی جدید جهت پیش‌بینی کمانش کلی پوسته‌های ساندویچی مخروطی با هسته مشبک تحت بار محوری ارائه شده است. سازه ساندویچی از دو پوسته مخروطی داخلی و خارجی به همراه هسته‌ای مشبک از تقویت‌کننده‌ها که ما بین این دو پوسته قرار می‌گیرند، تشکیل می‌شود. از یک روش تحلیلی-تقریبی معادل‌سازی توسعه‌یافته جهت معادل‌کردن هسته مشبک با یک پوسته کامپوزیتی استفاده می‌گردد. در ابتدا سفتی معادل هسته مشبک با استفاده از آنالیز نیرو و ممان بر روی یک سلول واحد از ساختار مشبک به دست می‌آید و سپس با استفاده از روش جمع آثار و به منظور دستیابی به سفتی کل سازه، با سفتی‌های پوسته‌ها جمع می‌شوند. معادلات حاکم بر پوسته ساندویچی بر اساس تئوری کلاسیک دائل استخراج می‌شوند. از روش گالرکین برای محاسبه بارکمانش پوسته‌های ساندویچی مخروطی استفاده می‌شود. جهت صحت‌سنجی نتایج روش تحلیلی، یک مدل اجزای محدود سه‌بعدی نیز در نرم افزار آباکوس ساخته می‌شود. مقایسه نتایج نشان داد که دو روش مذکور تطابق خوبی با هم داشته و مدل تحلیلی از دقت کافی برای پیش‌بینی رفتار کمانشی پوسته‌های مخروطی ساندویچی با هسته مشبک برخوردار است.

دریافت: 1399/01/20

پذیرش: 1399/11/10

### کلیدواژه‌ها:

کمانش کلی  
پوسته ساندویچی  
روش معادل‌سازی  
روش گالرکین  
روش اجزای محدود

## Global buckling load calculation of the of sandwich conical shells with lattice cores subjected to axial compression loading using a novel smeared method

Mehdi Zarei, Gholam Hossein Rahimi\*

Department of Mechanical Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran

\* P.O.B. 14115-111 Tehran, Iran, rahimi\_gh@modares.ac.ir

### Keywords

Global buckling,  
Sandwich conical shell,  
Smeared method,  
Galerkin method,  
FEM

### Abstract

In the present paper, an analytical model was presented according to a novel smeared stiffener approach in order to predict the global buckling load of composite sandwich conical shells with lattice core subjected to axial compression loading. The sandwich panel was made up of two skins and a lattice core. A smeared method was developed to approximate the lattice core with an equivalent composite shell. First, using the forces and moments analyses of a unit cell, the stiffness contribution due to the lattice were determined and then superimposed with those of the inner and outer skins in order to obtain the stiffness parameters of the whole panel. The governing equations were extracted according to the classical shell theory of Donnell type. Galerkin method was employed to obtain the buckling loads of the composite sandwich conical shells. A 3-D finite element model was also created using ABAQUS software in order to validate the analytical results. The comparison of the results indicated a good agreement between the two implemented methods and revealed that the proposed analytical model is accurate enough to predict the buckling behavior of sandwich conical shells with lattice core.

### 1- مقدمه

استفاده از آنها شده است، به نحوی که هم اینک استفاده از این سازه‌ها اغلب محدود به سازه‌های خاص هوافضایی نظیر سازه‌های پرتابه‌های فضایی، تلسکوپ‌های فضایی و دماغه موشک‌ها شده است. این سازه‌ها متشکل از پوسته و تقویت‌کننده (به صورت تیر) می‌باشند که می‌تواند در دو طرف پوسته قرار گرفته و باعث افزایش قابل توجهی در مقاومت و سفتی سازه شود بدون اینکه افزایش قابل توجهی در وزن آن ایجاد کند. سازه‌های مشبک کامپوزیتی به طور همزمان قابلیت‌های سازه‌های کامپوزیتی ساده و سازه‌های مشبک را

پوسته‌های تقویت‌شده (مشبک) کامپوزیتی به عنوان یکی از پرکاربردترین نمونه سازه‌های مشبک، بخاطر دارا بودن فوایدی همچون استحکام ویژه بالا، سبکی و خواص مقاومت به خوردگی، امروزه بطور وسیعی در صنایع هوابیماسازی، صنایع موشکی و دریایی مورد استفاده قرار می‌گیرند. ولی دشواری تولید و قیمت تمام شده آنها باعث تحت تأثیر قرار گرفتن موارد

Please cite this article using:

برای ارجاع به این مقاله از عبارت زیر استفاده نمایید:

Zarei, M., Rahimi, G.H., "Global buckling load calculation of the of sandwich conical shells with lattice cores subjected to axial compression loading using a novel smeared method", In Persian, Journal of Science and Technology of Composites, Vol. 7, No. 4, pp. 1217-1226, 2021.

در سال 2013، رحیمی و همکاران [9]، توسط روش المان محدود و بر مبنای مدل‌سازی سه‌بعدی در نرم‌افزار انسیس، اثر تغییر سطح مقطع تقویت‌کننده‌ها را بر مقاومت کمانشی پوسته‌های استوانه‌ای تقویت شده بررسی نمودند. شی و همکاران به مطالعه و بررسی رفتار کمانش پوسته‌های مخروطی تقویت‌شده تحت فشارهای جانبی خارجی پرداختند [10]. در روش تحلیلی، آنها با در نظر گرفتن توزیع غیر یکنواخت ساختار مشبک، سفتی معادل سازه را یافته و سپس به کمک اصل حداقل انرژی پتانسیل، بارهای کمانش محلی و کلی سازه را به دست آوردند. به منظور طراحی بهینه پوسته‌های تقویت شده مخروطی و بیشینه کردن مقاومت کمانش این سازه‌ها، از یک الگوریتم ژنتیک هیبریدی بهره جسته شده است.

همت نژاد و همکاران با توسعه مدل کیدانه و در نظر گرفتن اثرات برشی خارج از صفحه و خمش، ارتعاشات آزاد استوانه تقویت‌شده کامپوزیتی را بر مبنای تئوری تنش برشی مرتبه اول مورد بررسی قرار دادند و به این نتیجه رسیدند که فرکانس ارتعاشات سازه تقویت‌شده از سازه تقویت‌نشده در ضخامت‌های پایین پوسته بیشتر است و ضخامت اثر مهمی روی فرکانس طبیعی دارد. این امر به این دلیل است که در ضخامت‌های پایین، اثر افزایش سفتی سازه در اثر وجود ساختار تقویت‌کننده بیشتر است [11]. همت نژاد و همکاران ارتعاشات آزاد پوسته استوانه‌ای تقویت‌شده را با کمک سه روش تحلیلی، تجربی و عددی مورد مطالعه قراردادند و تغییرات ضخامت و شرایط تکیه‌گاهی مختلف را مورد بررسی قرار دادند [12]. مقایسه نتایج روش تحلیلی با نتایج روش اجزای محدود (FEM) و نیز داده‌های به دست آمده از انجام آنالیز مودال تجربی بر روی نمونه‌های ساخته شده به کمک دستگاه پیچش‌الیاف، حاکی از دقت قابل قبول این مدل بود.

با اینکه مقالات زیادی در زمینه پوسته‌های استوانه‌ای وجود دارد، مطالعات کمتری به سازه‌های مخروطی پرداخته‌اند و در بیشتر آنها پوسته و ریب‌ها از مواد مدرج تابعی (FGM) تشکیل شده و یا تقویت‌کننده‌ها به صورت طولی و محیطی می‌باشند. قاسمی و همکاران پارامترهای موثر بر رفتار کمانشی پوسته مخروطی مشبک را بر مبنای تئوری تنش برشی مرتبه اول مورد بررسی قرار دادند [13]. نادری و همکاران اثر زاویه الیاف را بر روی کمانش پوسته‌های مخروطی بررسی کردند [14]. زارعی و رحیمی ارتعاشات مخروط کامپوزیتی مشبک را مورد مطالعه قرار داده و اثر پارامترهای مهم طراحی را با مطالعه پارامتری بررسی نمودند [15]. با افزودن یک پوسته به پوسته تقویت‌شده به طوری که تقویت‌کننده‌ها ما بین این پوسته قرار گیرند پوسته ساندویچی ایجاد می‌شود که نسبت سفتی به وزن بیشتری دارد. روش‌هایی جهت استخراج سفتی به منظور بررسی رفتار کمانشی و ارتعاشی این گونه سازه‌ها ارائه شده است [16].

در این تحقیق، مدلی تحلیلی جهت تحلیل رفتار کمانشی پوسته‌های مخروطی ساندویچی حاوی هسته مشبک ارائه شده است. این مدل تحلیلی از یک روش معادل‌سازی توسعه‌یافته به منظور استخراج ماتریس‌های سفتی تقویت‌کننده‌ها و در نتیجه کل سازه بهره جسته است. در این روش، نیروها و ممان‌های تقویت‌کننده‌ها بر اساس آنالیز نیرویی و گشتاوری یک سلول واحد محاسبه شده‌اند. برخلاف روش‌های معادل‌سازی قبلی که سازه مشبک را با یک پوسته معادل ایزوتروپیک تقریب می‌زدند، در تکنیک حاضر تقویت‌کننده‌ها با یک پوسته کامپوزیتی معادل‌سازی شده‌اند. در نتیجه، سفتی کل سازه ساندویچی با کمک روش جمع آثار و با اضافه کردن سفتی پوسته‌های درونی و بیرونی به هسته مشبک به دست می‌آیند. فرمول‌بندی مساله براساس تئوری پوسته دانل و به کمک روش گالرکین استخراج شده است.

دارند. یکی از ویژگی‌های اصلی سازه‌های مشبک کامپوزیتی، رخداد حالت‌های مختلف کمانش در آنها می‌باشد. کمانش پوسته‌های تقویت شده به سه نوع تقسیم می‌شود: ۱- کمانش پوسته، ۲- کمانش تقویت‌کننده‌های مورب (ریب-ها) و ۳- کمانش ریب و پوسته که کمانش کلی سازه نامیده می‌شود. اکثر تحقیقات انجام شده بر روی رفتار مکانیکی پوسته‌های تقویت‌شده محدود به تقویت‌کننده‌های متعامد بوده و تحقیقات کمتری به سازه‌های تقویت‌شده با تقویت‌کننده‌های مورب اختصاص یافته‌اند. واسیلیو و همکاران [1] تحقیقی در زمینه روش‌های ساخت، کاربردها و آنالیز کمانشی سازه‌های مشبک کامپوزیتی ساخته شده از روش پیچش الیاف کربن و آرامید-پوکسی، ارائه نمودند. سلچنکو و همکاران [2]، روشی را برای آنالیز پوسته‌های شبکه-ای مدور بر مبنای روش معادل‌سازی ارائه نمودند. در بررسی ایشان، معادلات سازگاری و تانسورهای تنش و کرنش برای انواع مختلفی از شبکه‌های پوسته-های مدور ارائه گردید. کیدانه و همکاران با ارائه یک مدل تحلیلی بار کمانش پوسته‌های استوانه‌ای مشبک با تقویت‌کننده‌های مورب را به دست آوردند و نتایج حاصل از تحلیل را با نتایج تجربی و عددی مقایسه کردند [3]. برخلاف روش معادل‌سازی ارائه شده توسط جانکی [4]، در این روش معادلات بر مبنای صفحه میانی پوسته استوانه‌ای نوشته شده و بار کمانشی پوسته معادل با استفاده از کمینه کردن انرژی پتانسیل کل محاسبه گردید. در تکمیل این تحقیق، وُدسنبت و همکاران [5]، یک مطالعه پارامتریک را بر روی کمانش پوسته‌های استوانه‌ای کامپوزیت تقویت‌شده ایزوگرید با کمک سه روش تجربی، عددی و تحلیلی به انجام رساندند. نتایج آن‌ها نشان داد که روش تحلیلی بر مبنای روش توسعه‌یافته معادل‌سازی بسیار کارآمد بوده و به منظور پیش بینی بار کمانش عمومی سازه، از دقت بسیار خوبی برخوردار می‌باشد. هدف از این مطالعه پارامتریک، نتیجه‌گیری کلی در راستای تعیین ترکیب-های بهینه از پارامترهای طراحی مهم سازه‌های مشبک بود. لازم به ذکر است که فرمول‌بندی مسأله در دو تحقیق اخیر بر اساس تئوری کلاسیک پوسته جدار نازک می‌باشد. همچنین فرض شده بود که تقویت‌کننده‌ها تنها قادر به تحمل بار محوری بوده و بار از طریق نیروهای برشی در فصل مشترک پوسته و تقویت‌کننده‌ها منتقل می‌شود.

یزدانی و همکاران [6] بررسی‌های تجربی را بر روی رفتار کمانشی پوسته‌های استوانه‌ای مشبک کامپوزیت انجام دادند. آنها همچنین اثرات تغییر شکل شبکه و نیز تعداد تقویت‌کننده‌ها را در نمونه‌هایی از پوسته‌های استوانه-ای تقویت‌شده‌ای که ضخامت پوسته آنها بسیار کم بود بررسی نمودند [7]. براساس نتایج این پژوهش، مشاهده گردید که در مقایسه با نمونه‌هایی که مقدار چگالی تقویت‌کننده‌ها در آنها کم بود، پوسته تقویت‌نشده عملکرد بهتری نسبت به وزن از خود بروز داد. همچنین مشخص گردید که برای استفاده بهینه از پوسته‌های تقویت‌شده نیاز به حداقل مقداری از چگالی شبکه است و از طرف دیگر پوسته‌هایی که با شبکه‌های لوزی شکل ساخته شده بودند، در بارگذاری محوری عملکرد مطلوب‌تری داشتند. در سال ۲۰۱۱، یزدانی و رحیمی یک مطالعه تجربی به منظور بررسی رفتار پوسته‌های استوانه‌ای GFRP را تحت بارگذاری و بار برداری چرخه‌ای، ارائه دادند [8]. هر نمونه در ابتدا تحت فشار محوری خالص تا اندازه‌ای قرار گرفت که اولین نشانه‌های آسیب در آن دیده شود. پس از این، بارگذاری متوقف گردید و مرحله بار برداری تا مرحله رسیدن به مقدار بار صفر ادامه یافت. بر اساس نتایج این تحقیق، به نظر می‌رسد که تحت بارگذاری و بار برداری چرخه‌ای، عملکرد پوسته‌های استوانه‌ای تقویت‌شده بهتر بوده و سرعت رشد آسیب در آنها نسبت به پوسته‌های تقویت‌نشده آهسته‌تر است.

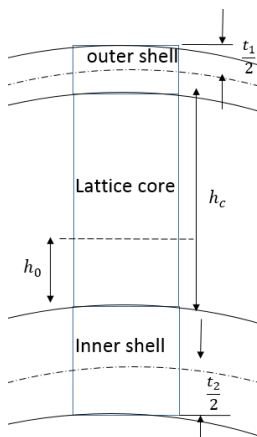


Fig. 2 Interfacing area and neutral surface

شکل 2 سطح مقطع پوسته ساندویچی و موقعیت سطح خنثی

در این تحقیق فرض می‌شود که تقویت‌کننده‌ها و پوسته‌ها دارای خواص مکانیکی مشابه می‌باشند. بنابراین رابطه 2 به صورت زیر ساده می‌شود.

$$h_0 = \frac{t_1 - t_2 + h_c}{2} = \frac{h_c - \Delta t}{2}, \quad \Delta t = t_2 - t_1 \quad (3)$$

که در آن \$t\_1\$ و \$t\_2\$ به ترتیب ضخامت پوسته‌های خارجی و داخلی می‌باشند. هنگامی که سازه ساندویچی تحت خمش خالص قرار می‌گیرند، عکس‌العمل ممان مربوط به تقویت‌کننده‌ها عبارت است از:

$$M_b = \int_{\frac{h_c - \Delta t}{2}}^{\frac{h_c + \Delta t}{2}} b_h z \sigma_l dz = \int_{\frac{h_c - \Delta t}{2}}^{\frac{h_c + \Delta t}{2}} E_c b_h z \kappa_l z dz = E_c I_c \kappa_l + E_c A_c \kappa_l \frac{\Delta t^2}{4} \quad (4)$$

که در آن \$h\_c, b\_h, A\_c\$ و \$I\_c\$ به ترتیب ارتفاع، پهنا، سطح مقطع و ممان اینرسی مرتبط به تقویت‌کننده‌ها می‌باشند. همچنین انحنای مربوط به تقویت‌کننده‌ها در راستای طولی به وسیله رابطه زیر در مختصات مخروطی بیان می‌شود [17].

$$\kappa_l = \kappa_x c^2 + \kappa_{x\theta} s c + \kappa_{\theta s} s^2 \quad (5)$$

حال فرض می‌شود که سازه ساندویچی تحت نیروی محوری (کششی یا فشاری) قرار گیرد، در این صورت ممان عکس‌العمل در تقویت‌کننده‌ها با توجه به سطح خنثی به صورت زیر محاسبه می‌شود

$$M_a = \int_{-h_0}^{h_c - h_0} b_h z \sigma_l dz = \int_{-h_0}^{h_c - h_0} E_c b_h \varepsilon_l^0 z dz = E_c A_c \varepsilon_l^0 \left( \frac{h_c}{2} - h_0 \right) \quad (6)$$

کل ممان عکس‌العمل مربوط به تقویت‌کننده‌ها برابر است با مجموع ممان‌های ناشی از خمش خالص و نیروی محوری که به صورت زیر محاسبه می‌شود

$$M = M_a + M_b = E_c I_c \kappa_l + E_c A_c \varepsilon_l^0 \frac{\Delta t}{2} + E_c A_c \kappa_l \frac{\Delta t^2}{4} \quad (7)$$

به همین ترتیب نیروی عکس‌العمل که ناشی از بارگذاری خمشی و محوری است به صورت زیر قابل محاسبه است

$$F = \int_{-h_0}^{h_c - h_0} b_h \sigma_l dz = \int_{-h_0}^{h_c - h_0} E_c b_h (\varepsilon_l^0 + z \kappa_l) dz = \quad (8)$$

دقت نتایج تحلیلی با مقایسه با نتایج عددی نرم‌افزار اجزای محدود آباکوس سنجیده می‌شود.

## 2- روش معادل سازی

### 2-1- آنالیز سطح مشترک پوسته-تقویت‌کننده

شکل 1 سیستم مختصات قرار گرفته بر روی تقویت‌کننده را نشان می‌دهد. با توجه به شکل 2 مجموعه پوسته‌ها و تقویت‌کننده برای آنالیز ممان و نیرو در نظر گرفته می‌شود. در ابتدا فرض می‌شود که سازه تحت خمش خالص قرار می‌گیرد. به منظور به دست آوردن سطح خنثی، بایستی نیروی محوری بر روی سطح تحت خمش خالص برابر صفر باشد. بنابراین با استفاده از روابط زیر سطح خنثی بدست می‌آید

$$\int_A \sigma_l dA = \int_{A_{f2}} \sigma_{f2} dA + \int_{A_c} \sigma_c dA + \int_{A_{f1}} \sigma_{f1} dA = 0$$

$$\int_{(-h_0 - t_2)}^{-h_0} E_{f2} \kappa_l z dz + \int_{-h_0}^{(h_c - h_0)} E_c \kappa_l z dz + \int_{(h_c - h_0)}^{(t_1 + h_c - h_0)} E_{f1} \kappa_l z dz = 0 \quad (1)$$

که در آن اندیس‌های \$l\$ و \$c\$ به ترتیب نشان‌دهنده جهت طولی تقویت‌کننده‌ها و هسته مشبک می‌باشد. \$\kappa\_l\$ نشان‌دهنده انحنا تقویت‌کننده‌ها می‌باشد. با

$$h_0 = \frac{-E_{f2} t_2^2 + E_c h_c^2 + 2E_{f1} t_1 h_c + E_{f1} t_1^2}{2(E_{f1} t_2 + E_{f2} t_1 + E_c h_c)} \quad (2)$$

ساده‌سازی معادلات بالا، مکان سطح خنثی به صورت زیر به دست می‌آید

که در آن \$E\_c, E\_{f1}\$ و \$E\_{f2}\$ به ترتیب مدول یانگ مربوط به تقویت‌کننده‌ها، پوسته داخلی و پوسته خارجی می‌باشند.

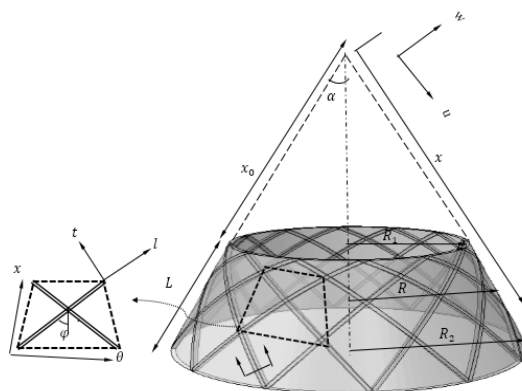


Fig. 1 Sandwich conical shell with lattice core

شکل 1 نمایی از پوسته ساندویچی مخروطی با هسته مشبک

با جمع برداری نیروها و ممان‌ها بر روی ضلع مربوطه در سلول واحد در راستای مختصات مخروطی، خواهیم داشت

$$\begin{aligned} F_x &= F_1 \cos(\varphi) + F_2 \cos(\varphi) \\ F_\theta &= F_1 \sin(\varphi) + F_2 \sin(\varphi) \\ M_x &= M_1 \cos(\varphi) + M_2 \cos(\varphi) \\ M_\theta &= M_1 \sin(\varphi) + M_2 \sin(\varphi) \end{aligned} \quad (11)$$

نیروها و ممان‌های برشی با جمع نیرو و ممان در راستای یکی از اضلاع راست یا چپ سلول واحد به دست می‌آیند

$$\begin{aligned} F_{x\theta} &= F_1 \sin(\varphi) - F_2 \cos(\varphi) \\ M_{x\theta} &= M_1 \sin(\varphi) - M_2 \sin(\varphi) \end{aligned} \quad (12)$$

با تقسیم نیروها و ممان‌های به دست آمده بر طول‌های مربوطه، نیروها و ممان‌های منتجه به دست می‌آیند که در قالب ماتریسی به شکل زیر است

$$\begin{bmatrix} N_x^c \\ N_\theta^c \\ N_{x\theta}^c \\ M_x^c \\ M_\theta^c \\ M_{x\theta}^c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [A]^c & [B]^c \\ [B]^c & [D]^c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_\theta^0 \\ \gamma_{x\theta}^0 \\ \kappa_x \\ \kappa_\theta \\ \kappa_{x\theta} \end{bmatrix} \quad (13)$$

که در آن

$$\begin{aligned} [A(x)]^c &= 2E_c A_c \begin{bmatrix} \frac{c^3}{a(x)} & \frac{cs^2}{a(x)} & 0 \\ \frac{sc^2}{b(x)} & \frac{s^3}{b(x)} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{sc^2}{b(x)} \end{bmatrix} \\ [B]^c &= E_c A_c \begin{bmatrix} \frac{c^3 \Delta t}{a(x)} & \frac{sc^2 \Delta t}{a(x)} & 0 \\ \frac{sc^2 \Delta t}{b(x)} & \frac{cs^2 \Delta t}{b(x)} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\Delta t sc^2}{b(x)} \end{bmatrix} \\ [D]^c &= E_c A_c \begin{bmatrix} \left[ \frac{c^3 \frac{\Delta t^2}{2} + \frac{2I_c}{A_c} c^3}{a(x)} \right] & \left[ \frac{sc^2 \frac{\Delta t^2}{2} + \frac{2I_c}{A_c} sc^2}{a(x)} \right] & 0 \\ \left[ \frac{sc^2 \frac{\Delta t^2}{2} + \frac{2I_c}{A_c} sc^2}{b(x)} \right] & \left[ \frac{s^3 \frac{\Delta t^2}{2} + \frac{2I_c}{A_c} s^3}{b(x)} \right] & 0 \\ 0 & 0 & \left[ \frac{sc^2 \frac{\Delta t^2}{2} + \frac{2I_c}{A_c} sc^2}{b(x)} \right] \end{bmatrix} \end{aligned}$$

9

$$a(x) = \frac{\pi R(x) \cos \varphi(x)}{N}$$

$$b(x) = \frac{a(x)}{\tan \varphi(x)}$$

که در آن  $N$  نشان دهنده نصف تعداد کل تقویت کننده‌ها است. همانطور که مشاهده می‌شود، رابطه 13 با در نظر گرفتن شرایط خاص (پوسته داخلی با ضخامت صفر و کرنش یکنواخت در راستای عمق تقویت کننده که معادل ممان اینرسی صفر است) به مدل کیدانه (یک مدل ریاضی برای تعیین سفتی معادل تقویت کننده‌ها در سازه استوانه مشبک) [3] برای سفتی تقویت کننده‌ها کاهش می‌یابد. همچنین، نیروها و ممان‌های منتجه برای پوسته‌های داخلی و خارجی بر حسب کرنش‌های مربوط به سطح خنثی به صورت زیر بیان می‌شوند

$$E_c A_c \varepsilon_l^0 + E_c A_c \kappa_l \frac{\Delta t}{2}$$

کرنش در راستای طولی تقویت کننده‌ها با استفاده از ماتریس انتقال در مختصات مخروطی به صورت زیر بیان می‌شود [17].

$$\varepsilon_l^0 = \varepsilon_x^0 c^2 + \varepsilon_\theta^0 s^2 + \gamma_{x\theta}^0 sc \quad (9)$$

که در آن  $c = \sin \varphi$  و  $s = \cos \varphi$  زاویه تقویت کننده با راستای طولی مخروط می‌باشد.

## 2-2- آنالیز نیرویی و گشتاوری سلول واحد

برای توسعه مدل ریاضی فرضیات زیر در نظر گرفته می‌شوند.

- 1) مدول عرضی تقویت کننده خیلی کوچکتر از مدول طولی آن است و ابعاد سطح مقطع تقویت کننده از طول آن کوچکتر است.
- 2) کرنش در طول ارتفاع تقویت کننده به صورت خطی تغییر می‌کند.
- 3) بار از طریق نیروهای برشی بین پوسته - تقویت کننده منتقل می‌شود.
- 4) سطح خنثی تنها از آن قسمتی از پوسته که با تقویت کننده در تماس است متاثر می‌شود.

نیروها و ممان‌های مربوط به هسته در یک سلول واحد مطابق با شکل 3 نشان داده شده است. نیروها در راستای تقویت کننده‌ها و ممان‌های عمود بر تقویت کننده‌ها به صورت زیر بدست می‌آیند

$$\begin{aligned} F_1 &= K_1 \varepsilon_l^0(\varphi) + K_2 \kappa_l(\varphi) \\ F_2 &= K_1 \varepsilon_l^0(-\varphi) + K_2 \kappa_l(-\varphi) \end{aligned} \quad (10)$$

$$M_1 = K_2 \varepsilon_l^0(\varphi) + K_3 \kappa_l(\varphi)$$

$$M_2 = K_2 \varepsilon_l^0(-\varphi) + K_3 \kappa_l(-\varphi)$$

که در آن

$$K_1 = E_c A_c$$

$$K_2 = E_c A_c \frac{\Delta t}{2}$$

$$K_3 = E_c I_c + E_c A_c \frac{\Delta t^2}{4}$$

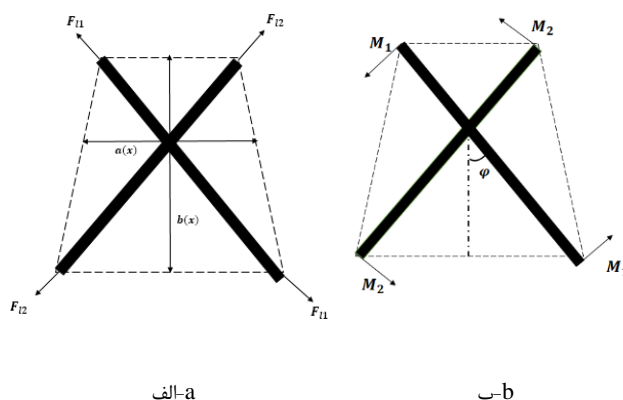


Fig. 3 Force (a) and moment (b) diagrams of a unit cell

شکل 3 دیاگرام (الف) نیروها و (ب) گشتاورهای یک سلول واحد از ساختار تقویت کننده

$$\kappa_{x\theta} = -2 \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{1}{R} \frac{\partial w}{\partial \theta} \right)$$

معادلات حرکت برای یک پوسته مخروطی ناقص به صورت زیر است

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{1}{R(x)} \frac{\partial N_{x\theta}}{\partial \theta} + \frac{\sin \alpha}{R(x)} (N_x - N_\theta) &= 0 \\ \frac{\partial N_{x\theta}}{\partial x} + \frac{1}{R(x)} \frac{\partial N_\theta}{\partial \theta} + \frac{2 \sin \alpha}{R(x)} N_{x\theta} + \frac{\cos \alpha}{R(x)} Q_\theta &= 0 \\ \frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{1}{R(x)} \frac{\partial Q_\theta}{\partial \theta} + \frac{\sin \alpha}{R(x)} Q_x - \frac{\cos \alpha}{R(x)} N_\theta \\ + \frac{\partial}{R(x) \partial x} \left( R(x) N_{x0} \frac{\partial w}{\partial x} \right) &= 0 \end{aligned} \quad (19)$$

که در آن بار محوری به صورت زیر است:

$$N_{x0} = - \frac{P}{2\pi R(x) \cos \alpha} \quad (20)$$

با جایگذاری معادلات 17 و 18 در معادلات 19، معادلات حرکت بر

حسب جابجایی‌ها و مشتقات آنها به صورت زیر بدست می‌آیند

$$\begin{aligned} L_{11}u + L_{12}v + L_{13}w &= \Gamma_1 = 0 \\ L_{21}u + L_{22}v + L_{23}w &= \Gamma_2 = 0 \\ L_{31}u + L_{32}v + L_{33}w &= \Gamma_3 = 0 \end{aligned} \quad (21)$$

که در آن  $\Gamma_i$  ها معادلات تعادل برحسب جابه جایی‌ها هستند.

برای یک پوسته مخروطی، میدان جا بجایی به صورت زیر در نظر گرفته

می‌شوند [12]

$$\begin{aligned} \psi(x) &= \alpha_1 \cosh \left( \frac{\lambda_m(x-x_0)}{L} \right) \\ &+ \alpha_2 \cosh \left( \frac{\lambda_m(x-x_0)}{L} \right) \\ - \xi_m \left( \alpha_3 \sinh \left( \frac{\lambda_m(x-x_0)}{L} \right) \right. \\ &\left. + \alpha_4 \sin \left( \frac{\lambda_m(x-x_0)}{L} \right) \right) \end{aligned} \quad (22)$$

$$u = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_m \frac{\partial \psi_m(x)}{\partial x} \sin(n\theta) \quad (23)$$

$$v = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} B_m \psi_m(x) \cos(n\theta)$$

$$w = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} C_m \psi_m(x) \sin(n\theta)$$

که در آن  $A_m$ ،  $B_m$  و  $C_m$  دامنه‌های ارتعاش و  $m$  و  $n$  به ترتیب نیم موج-های طولی و محیطی می‌باشد. همچنین،  $\psi(x)$  تابع تیر است که شرایط

مرزی را ارضا کرده و به صورت زیر بیان می‌شود [12,20]

که ثابت‌های  $\alpha_i$ ،  $\lambda_i$  و  $\xi_i$  با توجه به نوع شرایط مرزی در جدول 1 لیست شده‌اند [12,20].

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_\theta \\ N_{x\theta} \\ M_x \\ M_\theta \\ M_{x\theta} \end{Bmatrix}^{f1,f2} = \begin{bmatrix} [A] & [B] \\ [B] & [D] \end{bmatrix}^{f1,f2} \begin{Bmatrix} \epsilon_{xx}^0 \\ \epsilon_{\theta\theta}^0 \\ \gamma_{x\theta}^0 \\ \kappa_x \\ \kappa_\theta \\ \kappa_{x\theta} \end{Bmatrix} \quad (14)$$

که در آن سفتی‌های کششی، خمش-کشش و خمشی پوسته‌ها به صورت زیر محاسبه می‌شوند [17]

$$\begin{aligned} (A_{ij}, B_{ij}, D_{ij})^{f1,f2} &= \sum_{k=1}^n \int_{t^{k-1}}^{t^k} \bar{Q}_{ij}^{f1,f2}(1, z, z^2) dz, \\ k &= 1, 2, \dots \quad i, j = 1, 2, 6 \end{aligned} \quad (15)$$

با توجه به اینکه نیروها و ممان‌های منته‌جه بر حسب کرنش‌های سطح

خنثی محاسبه می‌شوند، می‌توانند به صورت مستقیم با هم جمع شوند. با

استفاده از جمع آثار این امر طبق رابطه زیر میسر می‌شود

$$\begin{Bmatrix} N \\ M \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} N^{f1} + N^c + N^{f2} \\ M^{f1} + M^c + M^{f2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ B & D \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon^0 \\ \kappa \end{Bmatrix} \quad (16)$$

که در آن  $N^{f1}$ ،  $N^{f2}$  و  $N^c$  به ترتیب نشان‌دهنده نیروهای منته‌جه ناشی از

پوسته داخلی، خارجی و هسته مشبک می‌باشند. در نهایت، ماتریس‌های

سفتی کل سازه به صورت زیر به دست می‌آیند

$$[A(x)] = [A(x)]^c + [A]^{f1} + [A]^{f2}$$

$$[B(x)] = [B(x)]^c + [B]^{f1} + [B]^{f2} \quad (17)$$

$$[D(x)] = [D(x)]^c + [D]^{f1} + [D]^{f2}$$

### 3- کمانش پوسته مخروطی ساندویچی تحت بار محوری

شکل 1 نمایی از مخروط ساندویچی با شعاع کوچک  $R_1$ ، شعاع بزرگ  $R_2$  و

طول  $L$  و زاویه نیم راس  $\alpha$  را نشان می‌دهد.  $u$ ،  $v$  و  $w$  به ترتیب مولفه‌های

جابجایی در راستاهای  $x$ ،  $\theta$  و  $Z$  می‌باشند. روابط کرنش-جابجایی بر مبنای

تئوری پوسته دائل و با فرض تغییر شکل‌های کوچک به صورت زیر است [17]

$$\begin{aligned} \epsilon_x^0 &= \frac{\partial u}{\partial x} \\ \epsilon_\theta^0 &= \frac{u \sin \alpha + w \cos \alpha}{R} + \frac{1}{R} \frac{\partial v}{\partial \theta} \\ \gamma_{x\theta}^0 &= \frac{1}{R} \frac{\partial u}{\partial \theta} - \frac{v \sin \alpha}{R} + \frac{\partial v}{\partial x} \\ \kappa_x &= - \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\ \kappa_\theta &= - \frac{\sin \alpha}{R} \frac{\partial w}{\partial x} - \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \end{aligned} \quad (18)$$

راستای الیاف 0 درجه مدل گردیدند. تکیه‌گاه گیردار-گیردار برای این آنالیز در نظر گرفته شد. مشخصات هندسی و مکانیکی پوسته و تقویت‌کننده‌ها در جدول 2 و 3 داده شده‌اند.

جدول 2 خواص مکانیکی پوسته و تقویت‌کننده‌ها

Table 2 Material properties of the skin and lattice core

مقدار	خواص مکانیکی
5.5, 25	مدول کششی (GPa) $E_{33}, E_{22}, E_{11}$
1.8, 1.8, 0.76	مدول برشی (GPa) $G_{12}, G_{13}, G_{23}$
0.28, 0.28, 0.076	نسبت پواسون $\nu_{12}, \nu_{13}, \nu_{23}$
1420	چگالی ( $\text{Kg/m}^3$ ) $\rho$

جدول 3 مشخصات هندسی پوسته مخروطی و تقویت‌کننده‌ها

Table 3 Geometrical properties for the skins and core

100	طول مخروط (mm)
100	شعاع کوچک (mm)
30	زاویه راس ( $^\circ$ )
2.4	ضخامت پوسته داخلی (mm)
2.4	ضخامت پوسته خارجی (mm)
40	زاویه تقویت‌کننده در شعاع بزرگ (mm)
4×4	مقطع تقویت‌کننده ( $\text{mm}^2$ )
24	تعداد تقویت‌کننده

## 5- نتایج

به منظور اعتبارسنجی نتایج حاصل از مدل تحلیلی، چندین مقایسه صورت گرفته که در ادامه به آن‌ها اشاره می‌شود. در ابتدا استقلال از مش در شکل 5 آورده شده است همانطور که از شکل پیداست برای تعداد 4400 المان پوسته همگرایی لازم حاصل می‌شود همگرایی مش برای تقویت‌کننده‌ها تکرار گردید و تعداد 760 المان برای تقویت‌کننده لحاظ گردید. مقایسه‌ای برای بارهای کمانش بی‌بعد به دست آمده از روش‌های تحلیلی مختلف برای یک مخروط کامپوزیتی برحسب تعداد لایه‌های متفاوت (N) و نسبت طول به شعاع میانگین ( $L/R_0$ ) در جدول 4 آورده شده است.

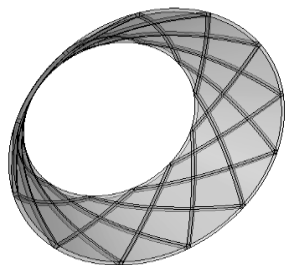


Fig. 4 3-D model built in ABAQUS 6.14 software

شکل 4 مدل سه‌بعدی ساخته‌شده در نرم‌افزار آباکوس

همانطور دیده می‌شود توافق خوبی بین دو روش حل وجود دارد. جدول 5 مقایسه‌ای را بین نتایج حاصل از تحلیل و آنالیز اجزای محدود برای اثر لایه چینی‌های مختلف بر روی بارکمانش پوسته‌های ساندویچی مخروطی نشان

جدول 1 پارامترهای تابع تیر برای شرایط مرزی مختلف

Table 1 Beam function constants for different boundary conditions

شرط مرزی	$\lambda_m$	$\xi_m$	$\alpha_i$
ساده-ساده	$m\pi$	1	$\alpha_1 = 0, \alpha_2 = 0$ $\alpha_3 = 0, \alpha_4 = -1$
گیردار-گیردار	$(m + 1/2)\pi$	$\frac{\cosh\lambda_m - \cos\lambda_m}{\sinh\lambda_m - \sin\lambda_m}$	$\alpha_1 = 1, \alpha_2 = -1$ $\alpha_3 = 1, \alpha_4 = -1$

شرایط مرزی هندسی بر حسب تابع تیر به صورت زیر نوشته می‌شوند

$$\begin{aligned} \text{تکیه گاه ساده} \quad \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = \psi = 0 \\ \text{تکیه گاه گیردار} \quad \frac{\partial \psi}{\partial x} = \psi = 0 \\ \text{تکیه گاه آزاد} \quad \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = \frac{\partial^3 \psi}{\partial x^3} = 0 \end{aligned} \quad (24)$$

برای سادگی در انتگرال‌گیری طرفین معادله 21 در  $R^i$  ضرب می‌شوند. سپس، روش گالرکین به منظور استخراج معادلات حاکم استفاده می‌شود.

$$\begin{aligned} \int_{x_0}^{x_0+L} \int_0^{2\pi} R^2 \Gamma_1 \frac{\partial \psi}{\partial x} \sin(n\theta t) \, dx d\theta = 0 \\ \int_{x_0}^{x_0+L} \int_0^{2\pi} R^2 \Gamma_2 \psi \cos(n\theta) \, dx d\theta = 0 \\ \int_{x_0}^{x_0+L} \int_0^{2\pi} R^3 \Gamma_3 \psi \sin(n\theta) \, dx d\theta = 0 \end{aligned} \quad (25)$$

با جایگذاری معادله 21 در 20 و سپس در 24، دستگاه معادلات همگن

زیر حاصل می‌شود

$$\begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_m \\ B_m \\ C_m \end{bmatrix} = 0 \quad (26)$$

برای رسیدن به یک حل غیر صفر لازم است دترمینان ماتریس ضرایب فوق برابر صفر شود. با این کار، یک چند جمله‌ای مشخصه برحسب  $m$  و  $n$  به دست می‌آید که مینیمم مقدا ریشه آن، به عنوان بار کمانش سازه ساندویچی در نظر گرفته می‌شود.

## 4- آنالیز اجزای محدود

یک مدل سه بعدی از پوسته ساندویچی با هسته مشبک در نرم‌افزار آباکوس نسخه 6.14 ساخته شد (شکل 4) که در آن ساختار تقویت‌کننده متشکل از 24 ریب می‌باشد که بر مبنای مسیر ژئودزیک تحت زاویه‌های 40 و 40- درجه نسبت به راستای طولی قرار گرفته‌اند. یک نقطه مرجع در قاعده بالا جهت اعمال بار محوری تعریف گردید. سپس برای اعمال بار یکنواخت به لبه های قاعده بالایی از قید coupling استفاده شد تقویت‌کننده‌ها با استفاده از قید tie به پوسته‌ها مقید شدند و بنابراین تقویت‌کننده و پوسته‌ها به صورت یک سازه یکپارچه مدل می‌شوند. از المان S8R برای پوسته‌ها و المان C3D20R برای مش‌بندی تقویت‌کننده‌ها استفاده شد. همگرایی مش نشان داد که 4400 المان برای هر یک از پوسته‌ها و حدود 760 المان برای هر یک از تقویت‌کننده‌ها دقت لازم را فراهم می‌کند. پوسته‌ها به صورت 4 لایه  $[+30, -30]$  مدل گردیدند که هرلایه دارای ضخامت 0.6 میلی‌متر می‌باشد. تقویت‌کننده‌ها نیز به صورت یک تیر با ضخامت 4 میلی‌متر و

همانطور که مشاهده می‌شود در مقادیر کوچکتر زاویه نیم‌راس، افزایش زاویه تقویت‌کننده‌ها منجر به افزایش بیشتری در بار کمانش می‌شود ولی برای مقادیر بزرگتر زاویه نیم‌راس ( $\alpha > 65$ )، افزایش در زاویه تقویت‌کننده تأثیری بر روی بارکمانش ندارد. شکل 8 اثر افزایش تعداد تقویت‌کننده‌ها را بر روی بار کمانش را نشان می‌دهد. همان‌طور که دیده می‌شود در زاویه‌های نیم‌راس کوچکتر، افزایش تعداد تقویت‌کننده اثر بیشتری بر روی افزایش بار کمانش دارد.

**جدول 5** مقایسه نتایج به دست آمده از روشهای عددی و تحلیلی پوسته ساندویچی برای لایه چینی‌های مختلف ( $R_2 = 150mm, L = 100mm, \alpha = 30^\circ$ )

Table 5. comparison of the results obtained by analytic approach and FEM for different lamination angle ( $R_2 = 150mm, L = 100mm, \alpha = 30^\circ$ )

Lamination		(KN)	FEM(KN)	خطا (%)	
specimen	Inner skin	Outer skin			
L1	[0/90] <sub>2</sub>	[30/-30] <sub>2</sub>	578.4(2,5)	592.5(2,5)	2.38
L2	[0/60] <sub>2</sub>	[0/60] <sub>2</sub>	552.0(1,5)	571.0(1,4)	3.33
L3	[0/90] <sub>2</sub>	[0/90] <sub>2</sub>	479.6(1,6)	530.4(1,5)	9.58
L4	[30/-30] <sub>2</sub>	[30/-30] <sub>2</sub>	471.9(2,0)	516.9(2,0)	8.71
L5	[60/-60] <sub>2</sub>	[60/-60] <sub>2</sub>	428.1(3,0)	464.4(3,0)	7.82
L6	[60/-60] <sub>2</sub>	[30/-30] <sub>2</sub>	483.5(3,0)	452.8(3,0)	6.78

**جدول 6** مقایسه نتایج به دست آمده از روشهای عددی و تحلیلی پوسته ساندویچی برای ضخامت‌های متفاوت پوسته‌های داخلی و خارجی، ( $[0/90]_2/core/[0/90]_2$ )،  $R_2 = 150mm, L = 100mm, \alpha = 30^\circ$

Table 6. comparison of the results obtained by analytic approach and FEM for different thickness ( $[0/90]_2/core/[0/90]_2$ ),  $R_2 = 150mm, L = 100mm, \alpha = 30^\circ$

Thickness(mm)		present	FEM(KN)	خطا (%)
Inner skin	Outer skin			
2	2.2	386.6(1,6)	431.1(1,5)	10.32
2.2	2	397.1(1,6)	436.7(1,5)	9.07
2.4	2.2	446.5(1,6)	505.8(1,5)	11.72
2.8	2.5	570.0(1,5)	623.3(1,4)	8.55
2.5	3	606.1(1,5)	626.8(1,4)	3.30
3	2.5	620.7(1,5)	632.7(1,4)	1.90
2.8	3.2	720.5(1,5)	751.1(1,4)	4.07

## 6- نتیجه گیری

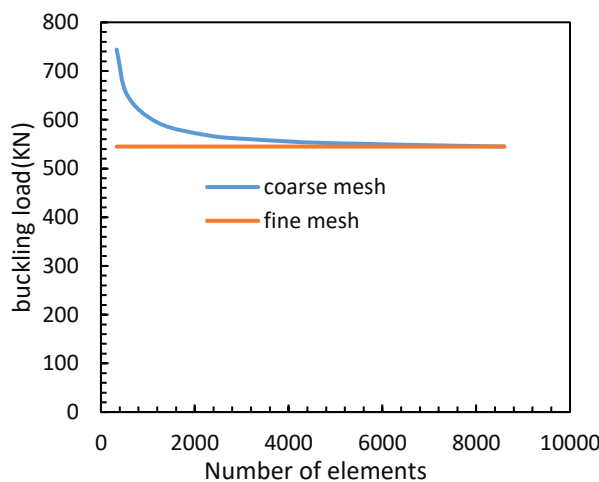
در این تحقیق، کمانش کلی پوسته‌های ساندویچی مخروطی با هسته مشبک توسط روش‌های تحلیلی و عددی مورد مطالعه و بررسی قرار گرفت. برای این منظور، از یک روش معادل‌سازی توسعه‌یافته به منظور محاسبه پارامترهای سفتی تقویت‌کننده‌ها استفاده شد که سپس با اضافه کردن به سفتی‌های پوسته‌های درونی و بیرونی، سفتی معادل کل سازه ساندویچی به دست آمد. برای اعتبارسنجی نتایج تحلیلی، از مدل اجزای محدود سه‌بعدی در نرم افزار آباکوس بهره برده شد. مقایسه‌های متعدد نتایج نشان داد که روش تحلیلی می‌تواند به خوبی بار کمانش را پیش‌بینی کند. همچنین هزینه محاسباتی کمتری نسبت به روش عددی دارد. اختلاف بین نتایج دو روش در برخی از موارد بیشتر به خاطر فرضیات ساده‌سازی است که در مدل تحلیلی (مانند صرفه نظر کردن از

می‌دهد. همانطور که مشاهده می‌شود بیشینه اختلاف برابر با 9.58 در صد می‌باشد همچنین، مقایسه بارهای کمانش حاصل از آنالیز تحلیلی و اجزای محدود یک مخروط ساندویچی برای ضخامت‌های غیریکسان پوسته‌ها در جدول 6 ارائه شده است. این اختلاف ضخامت ممکن است در حین فرآیند ساخت پوسته‌های داخلی و خارجی و در کنار سایر خطاها روی دهد. همان‌طور که ملاحظه می‌شود خطای کمی بین دو روش حل وجود دارد و بار کمانش برای نمونه‌ای که دارای پوسته داخلی با ضخامت بیشتری است، بزرگتر است.

**جدول 4** مقایسه نسبت بار کمانش  $\left(\frac{P}{2\pi E_1 t^2 / 3\sqrt{1-v_{12}^2}}\right)$  برای یک پوسته مخروطی کامپوزیتی ( $E_1/E_2 = 40, G_{12} = .5E_2, v_{12} = 0.25, \alpha = 30^\circ$ )

**Table 4** Comparison of the buckling load ratio  $\left(\frac{P}{2\pi E_1 t^2 / 3\sqrt{1-v_{12}^2}}\right)$  for a cross ply laminated conical shell ( $E_1/E_2 = 40, G_{12} = .5E_2, v_{12} = 0.25, \alpha = 30^\circ$ )

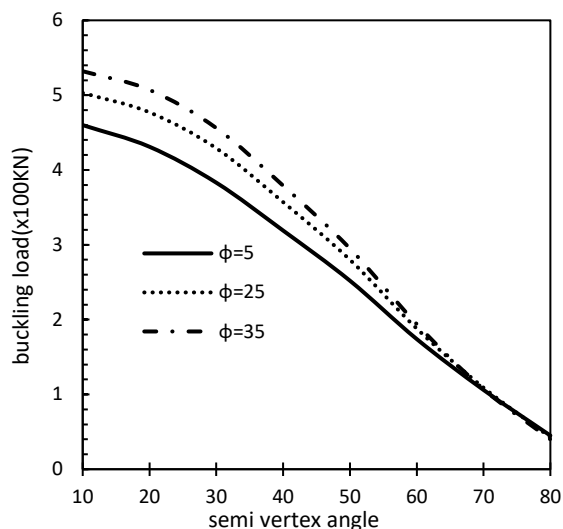
$\alpha=45$				
L/R <sub>0</sub>	N	present	[18]	[19]
0.2	2	0.1158(1,8)	0.1146(1,8)	0.1146(1,8)
	4	0.2489 (1,7)	0.2488 (1,7)	0.2487 (1,7)
	$\infty$	0.2934(1,7)	0.2927(1,7)	-
0.5	2	0.0696(1,7)	0.0675(1,7)	0.0673(1,7)
	4	0.1068(1,5)	0.1054(1,5)	0.1054(1,5)
	$\infty$	0.1186(1,5)	0.1158(1,5)	-



**Fig. 5** Mesh convergency for inner and outer skins

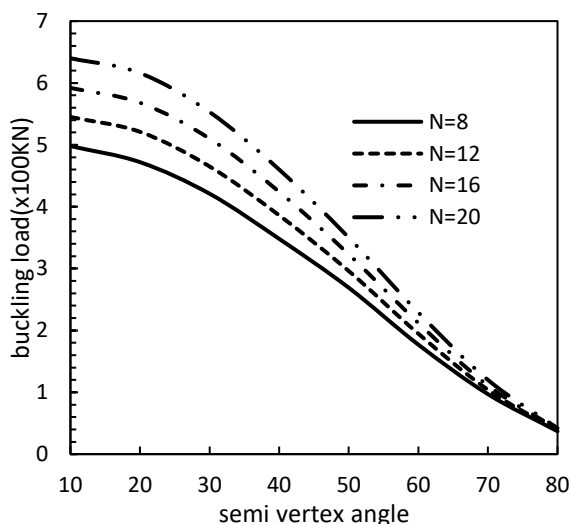
شکل 5 همگرایی مش برای پوسته‌های داخلی و خارجی

همچنین دیده می‌شود با افزایش ضخامت اختلاف نتایج کمتر می‌شود این بدان دلیل است که در ضخامت‌های پایین کمانش موضعی در پوسته رخ می‌دهد و هرچه ضخامت کمتر باشد اختلاف بیشتر می‌شود انطباق خوب بین نتایج تحلیلی و عددی نشان داد که مدل تحلیلی حاضر قادر است بدون صرف زمان و هزینه‌های ساخت تجربی و محاسبات عددی، بارکمانش کلی مخروط ساندویچی با هسته مشبک را به خوبی تخمین بزند. شکل 6 شکل مودهای کمانش برای نمونه‌هایی که در جدول 5 لیست شده‌اند را نشان می‌دهد که به دلیل مشابهت از نمایش همه آنها صرف‌نظر شده است. شکل 7 تغییرات بار کمانش برحسب زاویه نیم‌راس مخروط و زاویه ننده‌ها را نشان می‌دهد



**Fig. 7** Effect of the semi-vertex angle on the buckling load for various stiffener angle. ( $R_2 = 150mm, L = 100mm, \alpha = 30^\circ$ )

شکل 7 اثر زاویه نیم راس بر روی بار کمانش برای زاویه های مختلف تقویت کننده‌ها ( $R_2 = 150mm, L = 100mm, \alpha = 30$ )



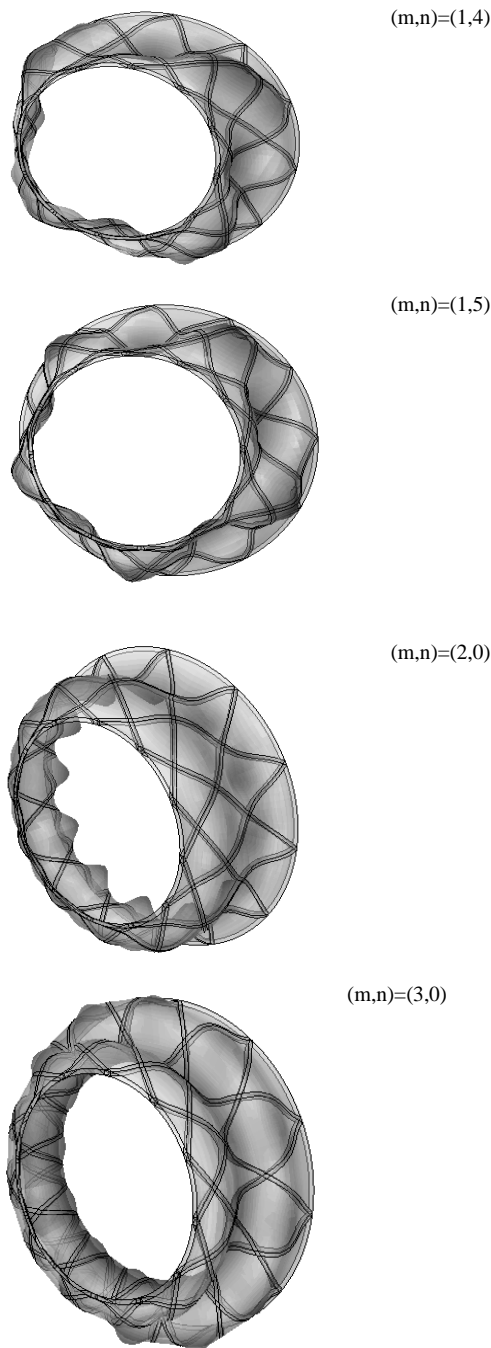
**Fig. 8** Effect of the stiffener number and semi vertex angle on the buckling load ( $R_2 = 150mm, L = 100mm, \alpha = 30^\circ$ )

شکل 7 اثر زاویه نیم راس و تعداد تقویت کننده‌ها بر روی بار کمانش ( $R_2 = 150mm, L = 100mm, \alpha = 30$ )

## 5- مراجع

- [1] Vasiliev, V.V. Barynin, V.A. Rasin, A.F., "Anisogrid lattice structures – Survey of development and application", Composite Structures, Vol. 54, pp. 361-370, 2001.
- [2] Slinchenko, D. Verijenko, V.E., "Structural analysis of composite lattice shells of revolution on the basis of smearing stiffness", Composite Structures, Vol. 54, pp. 341-348, 2001.
- [3] Kidane, S. Li, G. Helms, J. Pang, S.S. and Woldesenbet, E., "Buckling load analysis of grid stiffened composite cylinders", Composites part B, Vol. 34, pp. 1-9, 2003.
- [4] Jaunky, N. Knight, N.F. Ambur, D.R., "Optimal Design of General Stiffened Composite Circular Cylinders for Global

اثرات پیچشی و برشی) و همچنین خطاهایی که در جریان ساخت مدل اجزای محدود ممکن است رخ داده باشد، می‌باشد. نتایج حاکی از این مطلب بود که بار کمانش نمونه‌ای که دارای پوسته داخلی با ضخامت بیشتری است، بزرگتر است. خطای نسبی برای ضخامت های پایین به دلیل کمانش موضعی پوسته بیشتر است. در زاویه نیم راس کوچکتر، افزایش زاویه بین تقویت کننده‌ها و تعداد تقویت کننده‌ها بار کمانش سازه را به میزان بیشتری افزایش می‌دهد.



**Fig. 6** Mode shapes of the sandwich conical shell under clamped-clamped end conditions

شکل 6 شکل مدهای کمانشی پوسته ساندویچی مخروطی با شرایط مرزی دو سر گیردار



- Buckling With Strength Constraints”, *Composite Structures*, Vol. 41, pp. 243-252, 1998.
- [5] Wodesenbet, E. Kidane, S. Pang., “. Optimization for buckling loads of grid stiffened composite panels”, *Composite Structures*, Vol. 60, pp. 159-169, 2003.
- [6] Yazdani, M. Rahimi, G.H. Afaghi Khatibi, A. and Hamzeh, S., “An experimental investigation into the buckling of GFRP stiffened shells under axial loading”, *Scientific Research and Essays*, Vol. 4, No. 9, pp. 914-920, 2009.
- [7] Yazdani, M. and Rahimi, G.H., “The effects of helical ribs’ number and grid types on the buckling of thin-walled GFRP-stiffened shells under axial loading”, *Journal of Reinforced Plastics and Composites*, Vol. 29, No. 17, pp. 2568-2575, 2010.
- [8] Yazdani, M. and Rahimi, G.H., “The behavior of GFRP-stiffened and -unstiffened shells under cyclic axial loading and unloading”, *Journal of Reinforced Plastics and Composites*, Vol. 30, No. 5, pp. 440-445, 2011.
- [9] Rahimi, G.H. Zandi, M. and Rasouli, S.F., “Analysis of the effect of stiffener profile on the buckling strength in composite isogrid stiffened shell under axial loading”, *Aerospace Science and Technology*, Vol. 24, pp. 198-203, 2013.
- [10] Shi, S. Sun, Z. Ren, M. Chen, H. and Hu, X., “Buckling resistance of grid-stiffened carbon fiber thin-shell structures”, *Composites part B*, Vol. 45, pp. 888-896, 2013.
- [11] Hemmatnezhad, M. Rahimi, G.H. and Ansari, R., “On the free vibrations of grid-stiffened composite cylindrical shells”, *Acta Mechanica*, Vol. 225, pp. 609-623, 2014.
- [12] Hemmatnezhad, M. Rahimi, G.H. Tajik, M. and Pellicano, F., “Experimental, numerical and analytical investigation of free vibrational behavior of GFRP-stiffened composite cylindrical shells”, *Composite Structures*, Vol. 120, pp. 509-518, 2015.
- [13] Ghasemi, M.A. Yazdani, M. and Hoseini, S.M., “Analysis of effective parameters on the buckling of grid stiffened composite shells based on first order shear deformation theory”, In *Persian, Modares Mechanical Engineering*, Vol. 13, No. 10, pp. 51-61, 2013.
- [14] Naderi, A.A. Rahimi, G.H. and Arefi, M., “Influence of fiber paths on buckling load of tailored conical shells”, *Steel and Composite Structures*, Vol. 16, No. 4, pp. 375-387, 2014.
- [15] Zarei, M. and Rahimi, G.H., “Free Vibration Analysis of Grid Stiffened Composite Conical Shells”, In *Persian, Journal of Science and Technology of Composites*, Vol. 4, No. 1, pp. 1-8, 2017.
- [16] Sun, F. Fan, H. Zhou, C. and Fang, D., “Equivalent analysis and failure prediction of quasi-isotropic composite sandwich cylinder with lattice core under uniaxial compression”, *Composite Structures*, Vol. 101, pp. 180-190, 2013.
- [17] Xu, Y. Tong, Y. Liu, M. Suman, B. “A new effective smeared stiffener method for the global buckling analysis of grid stiffened composite panels.”, *Composite Structures*, Vol.158, pp.83-91, 2016.
- [18] Tong, L. Wang, T.K., “Simple solutions for buckling of laminated conical shells”, *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 34, pp. 93-111, 1992.
- [19] Kazemi, M.E. Kouchakzadeh, M.A. Shakouri., “Stability analysis of generally laminated conical shells with variable thickness under axial compression”, *Mechanics of Advanced Materials and Structures*, Vol. 14, pp. 1-14, 2018.
- [20] Fares, M.E. Youssif, Y.G. and Alamir, A.E. “Design and control optimization of composite laminated truncated conical shells for minimum dynamic response including transverse shear deformation” *Composite Structures*, Vol.64, pp.139-50, 2004.

