نشریه علمی پژوهشی



علوم و فناوری **کامپوزیست**

http://jstc.iust.ac.ir

بررسی تحلیلی ضربه مایل سرعت پایین روی پوستههای استوانهای کامپوزیتی

رضا آذرافزا 1*، امیر حسین گلکار2 ، علی داور

1-دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران

2- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران

3- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران

* شهر، صندوق پستی 1774-azarmut@mut.ac.ir

اطلاعات مقاله:	چکیدہ
دريافت: 99/05/08	در این مقاله به تحلیل دینامیکی پوستههای استوانهای کامپوزیتی تحت ضربه مایل سرعت پایین توسط یک ضربه زننده کروی پردا
پذيرش: 99/10/03	شده است. معادلات حرکت بر اساس تئوری کلاسیک پوسته و با استفاده از روش نیوتن استخراج شدهاند. شرایط مرزی پوسته دو
كليدواژگان	ساده در نظر گرفته شده است. مؤلفههای جابهجایی با توجه به شرایط مرزی به صورت بسط سری فوریه دوگانه نوشته شدهاند. ب
ضربه مايل سرعتپايين	بدست آوردن فرکانس طبیعی و پاسخ پوسته استوانهای تحت بارگذاری ضربه سرعتپایین، معادلات حرکت با استفاده از روش توابع و
پوسته استوانهای کامپوزیتی	گالرکین حل شدهاند. تاریخچه نیروی تماس، با استفاده از مدل جرم و فنر بهبودیافته و با بهرهگیری از قانون خطی هرتز پیشبینی
مدل جرم و فنر بهبود يافته	است. برای صحهگذاری، نتایج با نرمافزار المان محدود آباکوس و آخرین کارهای انجام شده در این زمینه مقایسه شدهاند که مطا
تاریخچه نیروی تماس	خوبی بین پارامترهای تاریخچه نیروی تماس نظیر بیشینه نیروی تماس و زمان تماس وجود دارد. در این مطالعه اثر پارامترهای هند
	پوسته مانند نسبت طول به شعاع (L/R) و نسبت ضخامت به شعاع (h/R) و همچنین اثر پارامترهای ضربه زننده شامل سرعت (
	جرم (m _i) و زاویه برخورد ضربه زننده (<i>Y</i>) بر روی یاسخ ضربه بررسی شده است.

Analytical investigation of Low-Velocity Oblique Impact on Composite Cylindrical Shells

Reza Azarafza^{*}, Amir Hossein Golkar, Ali Davar

1- Faculty of Materials & Manufacturing Technologies, Malek Ashtar University of Technology, Tehran, Iran. * P.O.B. 15875-1774, Tehran, Iran, azarmut@mut.ac.ir

Keywords

خته

رای زنی شدہ بقت سی د کامپوزیت

Low velocity, Oblique impact Composite cylindrical shell Improved Spring-mass model Contact force history

Abstract

In this paper, dynamic analysis of the composite cylindrical shells subjected to oblique low-velocity impact by a spherical impactor is investigated. The equations of motion based on classical shell theory (CST) have been extracted using the Newton method. The boundary conditions are considered to be simply supported. The displacement components are written as double Fourier series expansions according to the boundary conditions. In order to obtain the natural frequency and cylindrical shell response under low-velocity impact loading, the equations of motion are solved using the Galerkin weighted functions method. The contact force history is improved by the mass-spring modeling method and predicted using the Hertz linear contact law. For verification purpose, the results are compared with the Abaqus finite element software and the latest available literature and good agreement is observed between the contact force history parameters like maximum contact force and the contact time. In this study, the effect of shell geometrical parameters including ratio of length-to-radius (L/R) and ratio of thickness-to- radius (h/R) and also the effect of impactor parameters including velocity (v_0), mass (m_i) and angle of impact (γ) on the impact response is investigated.

Azarafza, R. Golkar, A.R. and Davar, A, "Analytical investigation of Low-Velocity Oblique Impact on Composite Cylindrical Shells", In Persian, Journal of Science and Technology of Composites, Vol. 7, No. 3, pp. 1106-1119, 2020.

1– مقدمه

استفاده از مواد مرکب (کامپوزیتها) در صنایعی چون اتومبیلسازی، دریایی، مخازن نگهداری، خطوط لوله و بهخصوص هوافضا، به خاطر خصوصیات فیزیکی مناسب در حال افزایش است. یکی از مهمترین مشکلات در طراحی سازههای مرکب، ضعف آنها در برابر ضربه می باشد. در سازههای کامیوزیتی، ضربه علاوه بر آسیب سطحی، منجر به تخریب درونی سازه می شود که اغلب توسط چشم غیر مسلح قابل رؤیت نمیباشد، بنابراین تأثیرات ناشی از ضربات خارجی بر روی سازههای کامپوزیتی باید به خوبی شناخته شود و ملاحظات مناسبی نیز در حین فرآیند طراحی این گونه سازهها مورد توجه قرار گیرد [1]. تحقیقات زیادی در زمینه بررسی دینامیک ضربه روی سازههای کامپوزیتی، با در نظر گرفتن ضربه سرعت پایین به صورت عرضی، انجام شده است. کریستوفرو و سوانسون [2] به روش تحلیلی به بررسی پاسخ ضربه بر روی یک صفحه مرکب پرداختند و از رابطه خطی قانون تماس هرتز برای به-دست آوردن تاریخچه نیروی تماس استفاده کردند. گانگ و همکاران [3] پاسخ ضربه سرعت پایین روی پوسته استوانهای کامپوزیتی اورتوتروپیک را با استفاده از تئوری پوسته مرتبه بالای ردی مطالعه کردند. آنها با یک روش خطیسازی، تاریخچه نیروی تماس را بر اساس مدل جرم و فنر خطی مشابه با مدل جرم و فنر شيواكومار و همكاران [4] محاسبه كردند. كرامت ملكزاده و همکاران [5] مدل تحلیلی را برای پیش بینی پاسخ دینامیکی ورق ساندویچی با صفحات فوقانى و تختانى از جنس الياف- فلز تحت ضربه با سرعت پايين ارائه دادند. نتایج نشان داد که در انرژی ثابت، افزایش مقاومت به ضربه در سازه، مستقل از سرعت و جرم ضربه زننده می باشد. همچنین با کاهش ضخامت صفحات در سازههای ساندویچی منحنی تغییرات ماکزیمم نیروی برخورد-فرورفتگی، به حالت خطی نزدیکتر می شود. پیرسون و وزیری [6] یک حل تحلیلی برای بهدست آوردن نیروی تماس از قانون غیرخطی هرتز بر روى صفحات مركب ارائه دادند. هر و ليانگ [7] از نرمافزار المان محدود انسیس استفاده کردند تا پاسخ گذرای ضربه را روی پوستههای کروی و استوانه ای کامپوزیت محاسبه کنند. در این مطالعه همچنین آسیب و تورق لایه ها هم در نظر گرفته و بررسی شده است. وانگ و همکاران [8] به تحلیل پوستههای استوانهای اورتوتروپیک ضخیم تحت بار ضربهای دلخواه با استفاده از تبدیل محدود هنکل و تبدیل لاپلاس پرداختند. ستوده و انفرادی [9] پاسخ دینامیک پوسته استوانهای مرکب لایهای را تحت ضربه یک گلوله فلزی صلب، به روش اجزاء محدود و توسط نرمافزار آباکوس مطالعه کردند. خلیلی و همكاران [10] پاسخ ديناميكي پوستههاي استوانهاي كامپوزيتي تحت تنش-های اولیه و ایمپالس جانبی را مطالعه کردند. ملک زاده و غلامی [11] به تحليل ديناميكي انواع پوستههاي مركب تحت ضربه سرعت پايين توسط چند جرم ضربهزننده بر اساس تئوری برشی مرتبه اول، برای شرایط مرزی ساده و گیردار پرداختند. داور و همکاران [12] با انجام تستهای تجربی و با کمک نرمافزار آباکوس، به بررسی تجربی و عددی ضربه سرعت پایین در پانل ساندویچی با هسته مشبک پرداختند. شرعیات و روشن فر [13] در پژوهشی رفتار ورق ساندویچی با تکیه گاه های نقطه ای درگوشه ها در معرض ضربه سرعت كم خارج از مركز را با روش نيمه تحليلي بررسي كردند. آنها اثر لايه-های زیرین را بر ضربه دخالت دادند. صفر آبادی و همکاران [14] شبیه سازی اجزاء محدود ضربه سرعت بالا را بر روی صفحات کامپوزیتی پلیمری بررسی نموده و با استفاده از تئوری ماتزنمیلر، به پیش بینی آسیب پرداخته اند. در این تئوری برای ارزیابی دقیقتر تخریب، تنش برشی در ناحیه الاستیک به

صورت غیرخطی در نظر گرفته شده است. ترابیزاده [15] تحلیل رفتار صفحات فوم آلومینیومی ساندویچی در دو نوع رویه بههم پیوسته و رویه مجزا در برابر بار ضربه با سرعت پایین و همچنین بررسی شکل شکست آنها با استفاده از تصاویر مقطع نگاری رایانهای بررسی نموده است. هدایتیان و همکاران [16] رفتار بالستیک کامپوزیتهای مشبک استوانهای را به روش تجربی مورد بررسی قرار دادند و نشان دادند که وجود ریبهای مجزا، مانع نفوذ آسیب از یک سلول به سلول مجاور می شود و سازه در سرعت نزدیک به حد بالستیک نسبت به سرعت بالاتر رفتاری متفاوت از خود نشان میدهند. کاوسی سیسی و همکاران [17] تحلیل دینامیکی ضربههای سرعت پایین در زمانها و محلهای دلخواه روی ورقهای چندلایه کامپوزیتی ارتوتروپ را بررسی کردند و نشان دادند که زمان و محل ضربه ها نقش مؤثری در برهم نهی امواج ایجاد شده و در نتیجه مقدار حداکثر نیروی تماس، کمینه و بیشینه جابجایی عرضی ایجاد شده در سازه و همچنین مقدار انرژی جذب شده توسط آن را دارد. سروش و همکاران [18] پارامترهای شبیهسازی ضربه سرعت بالا بر صفحه کامپوزیتی به روش تخریب پیشرونده و مدل ناحیه چسبنده را به روش تجربی استخراج نمودند. داور و همکاران [19] تئورهای مختلف مرتبه بالای پوسته را برای آنالیز پاسخ پوسته های استوانه ای چند لایه فلز-کامپوزیت را در برابر ضربه سرعت پایین ارزیابی نمودند. و نشان دادند که صرف نظر از چیدمان چند لایه فلز- کامپوزیت ، با افزایش کسر حجمی فلز، اثر انعطاف پذیری ضخامت در پاسخ ضربه پوسته های استوانه ای چند لایه الياف فلز قابل توجه است.

نتایج بررسیها نشان می دهد که تاکنون تحلیل دینامیکی ضربه سرعت پایین به صوررت مایل انجام نشده است. در تحقیق حاضر پاسخ دینامیکی پوسته-های استوانه یک کامپوزیتی با شرایط مرزی دوسر ساده تحت اثر ضربه مایل سرعت پایین توسط یک ضربه زننده کروی بررسی شده است. معادلات حرکت بر اساس تئوری کلاسیک پوسته و با استفاده از روش نیوتن استخراج شدهاند. مؤلفه های جابه جایی با توجه به شرایط مرزی به صورت بسط سری فوریه دوگانه نوشته شدهاند. برای بدست آوردن فرکانس طبیعی و پاسخ پوسته استوانه ای تحت بارگذاری ضربه سرعت پایین، معادلات حرکت با ستفاده از روش توابع وزنی گالرکین حل شدهاند. تاریخچه نیروی تماس با استفاده از مدل جرم و فنر بهبودیافته (M-II)^۹ و با بهره گیری از قانون خطی نسبت طول به شعاع (L/R) و نسبت ضخامت به شعاع (n/R) و هم چنین اثر پارامترهای ضربه زننده شامل سرعت (v)، جرم (m_i) و زاویه برخورد ضربه زننده (γ) بر روی پاسخ ضربه، بررسی شده اند.

2- معادلات حاكم

1-2- معادلات حرکت پوسته استوانهای کامپوزیتی

شکل 1 یک پوسته استوانه ی با شعاع متوسط R، ضخامت h و طول L را تحت ضربه مایل در صفحه xz نشان می دهد. سطح میانی پوسته به عنوان سطح مرجع در نظر گرفته شده و دستگاه مختصات x, θ, z روی آن قرار داده

¹ Improved Spring-Mass model



Fig. 2 An element of the shell with applied forces and moments [20] (20] شکل 2 یک المان از پوسته با نیروها و گشتاورهای اعمال شده

2-2- روابط کرنش-جابجایی برای پوسته استوانهای کامپوزیتی

در نظریه کلاسیک پوستههای نازک، لاو چهار شرط را فرض نموده که به صورت عمومی قابل قبول میباشد. نتایج این فرضیات اینست که پوسته به قدر کافی نازک بوده و در معادلات از ترمهای $z/R_{\beta} \ egamma Z/R_{\alpha}$ مفداست ($1 \gg \alpha R/R$ و $1 \gg z/R_{\alpha}$)؛ معادلات دیفرانسیل حاصل به صورت خطی بوده و کرنشهای برشی عرضی و کرنش نرمال عرضی صفر شدهاند ($0 = z^2 \ egamma e$). با استفاده از این فرضیات، روابط شدهاند ($0 = z^2 \ egamma e$). با استفاده از این فرضیات، روابط رفاند. کرنش-جابجایی سهبعدی به روابط دو بعدی پوستههای نازک تبدیل شدهاند. از طرف دیگر برای حالت خاص پوستههای استوانهای، مختصات، ثابتهای لامه و شعاعهای انحنا، مطابق روابط مشخص شدهاند.[20]:

$$\alpha = x, \beta = \theta, A = 1, B = R, R_{\alpha} = \infty, R_{\beta} = R$$
(4)

بنابراین روابط کرنش-جابهجایی برای هر نقطه دلخواه یک پوسته استوانهای عبارتند از [12]:

$$\varepsilon_x = \varepsilon_x^0 + z\chi_x \tag{a-5}$$

$$\varepsilon_{\theta} = \varepsilon_{\theta}^{0} + z\chi_{\theta} \tag{b-5}$$

$$\gamma_{x\theta} = \gamma_{x\theta}^0 + z\chi_{x\theta} \tag{c-5}$$

که \mathcal{E}_{θ}^{3} , $\mathcal{E}_{\theta}^{0} = \mathcal{P}_{X}^{0}$ بیانگر کرنشهای نرمال و برشی سطح میانی و χ_{x} , $\chi_{\theta} = \chi_{x}$ تغییرات متناظر با انحناء و پیچش سطح میانی می باشند. این مقادیر بر حسب مؤلفه های جابجایی پوسته (u, v و w) عبارتند از [21]:

$$\varepsilon_x^0 = \frac{\partial u}{\partial x}$$
$$\varepsilon_\theta^0 = \frac{\partial v}{R\partial \theta} + \frac{w}{R}$$
$$(a-6)$$

$$\gamma_{x\theta}^{0} = \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{R\partial \theta}$$
$$\chi_{x} = -\frac{\partial^{2} w}{\partial x^{2}}$$
$$\frac{\partial^{2} w}{\partial y} = \frac{\partial^{2} w}{\partial x^{2}}$$

$$\chi_{\theta} = \frac{\partial v}{R^2 \partial \theta} - \frac{\partial w}{R^2 \partial \theta^2}$$
(b-6)
$$\chi_{x\theta} = \frac{\partial v}{R \partial x} - 2 \frac{\partial^2 w}{R \partial x \partial \theta}$$



Fig. 1 Cylindrical shell and reference coordinates

شکل 1 پوسته استوانهای و مختصات مرجع

شده است. ترمهای u v u و w به ترتیب مؤلفههای جابهجایی پوسته در جهت-های محوری (x)، محیطی (θ) و شعاعی (z) میباشند. در شکل 2، یک المان از پوسته نشان داده شده است. برای بهدست آوردن معادلات حرکت پوسته بر مبنای تئوری کلاسیک و از روش نیوتن، معادلات تعادل نیروها و گشتاورها را در جهت محورهای مختصات و حول آنها به صورت زیر نوشته شدهاند:

$$\frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{\partial N_{x\theta}}{R\partial \theta} + p_x(x,\theta,t) = 0$$
 (a-1)

$$\frac{\partial N_{x\theta}}{\partial x} + \frac{\partial N_{\theta}}{R\partial \theta} + \frac{\partial M_{x\theta}}{R\partial x} + \frac{\partial M_{\theta}}{R^2 \partial \theta} + p_{\theta}(x, \theta, t) = 0$$
 (b-1)

$$-\frac{N_{\theta}}{R} + \frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 M_{\theta}}{R^2 \partial \theta^2} + 2\frac{\partial^2 M_{x\theta}}{R \partial x \partial \theta} + p_z(x,\theta,t)$$

= 0 (c-1)

که در این روابط، p_x p_z p_z p_z اینرسی و تحریک خارجی متغیر با زمان به ترتیب در راستاهای محوری، محیطی و شعاعی هستند و مقادیر آنها عبارتند از:

$$p_x = -I_0 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + q_x(x,\theta,t)$$
(a-2)

$$p_{\theta} = -I_0 \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + q_{\theta}(x, \theta, t)$$
(b-2)

$$p_z = -I_0 \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + q_z(x, \theta, t)$$
(c-2)

بنابراین $q_x \ e_x \ q_z \ p_z$ و $q_x \ r$ ترتیب تحریکهای خارجی حاصل از برخورد ضربه زننده در راستاهای محوری و شعاعی هستند که در بخش پاسخ دینامیکی گذرای سازه نسبت به ضربه مایل به تفصیل بیان شدهاند؛ همچنین I_0 ممان اینرسی بوده و با رابطه (3) تعریف شدهاند[20]:

$$I_0 = \sum_{k=1}^N \int_{z_k}^{z_{k+1}} \rho_k dz$$

(3)

2-3- روابط تنش-کرنش برای پوسته استوانهای کامپوزیتی

مطابق شکل 3، مختصات اصلی برای ماده کامپوزیت در لایه \hat{M} م، با 1، 2 و 3 نشان داده شده، به گونهای که محورهای 1 و 2 به ترتیب در جهت موازی و عمود بر جهت گیری الیاف لایه و محور 3 در راستای عمود بر سطح پوسته واقع شدهاند. زاویه بین محور 1 (یا 2) و محور α (یا β)، با θ مشخص شده و اقع شدهاند. زاویه بین محور 1 (یا 2) و محور α (یا β)، با θ مشخص شده مدان e_{k+1} و z_{k} به ترتیب فاصله سطوح بالایی و پایینی لایه از سطح میانی مبنا هستند.

با این توضیحات، بر اساس قانون عمومی هوک و با در نظر گرفتن ثوابت مربوط به پوسته استوانهای از رابطه (4)، روابط تنش-کرنش متناظر با لایه k اُم به صورت رابطه (7) نوشته شدهاند:

$$\begin{cases} \sigma_x \\ \sigma_\theta \\ \tau_{x\theta} \end{cases}_k = \begin{bmatrix} Q_{11}^k & Q_{12}^k & Q_{13}^k \\ \bar{Q}_{21}^k & \bar{Q}_{22}^k & \bar{Q}_{23}^k \\ \bar{Q}_{31}^k & \bar{Q}_{32}^k & \bar{Q}_{33}^k \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_\theta \\ \gamma_{x\theta} \end{pmatrix}_k$$
(7)

که ثوابت \bar{Q}^k_{ij} که ثوابت i,j = 1,2,3) \bar{Q}^k_{ij} نصابت می الاستیک کاهشیافته تبدیل-یافته لایه هستند که با توجه به خواص ماده بدست می آیند[17]

منتجههای نیرو و ممان برای پوستههای نازک چندلایه، با انتگرالگیری از تنشها بر روی سطح مقطع، از یک لایه به لایه دیگر، بدست آمدهاند. بر این اساس و با در نظر گرفتن ثوابت مربوط به پوسته استوانهای از رابطه (4)، نتیجه شدهاست:

$$\begin{bmatrix} N_{x} \\ N_{\theta} \\ N_{x\theta} \end{bmatrix} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \begin{bmatrix} \sigma_{x} \\ \sigma_{\theta} \\ \tau_{x\theta} \end{bmatrix} dz \quad , \quad \begin{bmatrix} M_{x} \\ M_{\theta} \\ M_{x\theta} \end{bmatrix} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \begin{bmatrix} \sigma_{x} \\ \sigma_{\theta} \\ \tau_{x\theta} \end{bmatrix} z dz \tag{8}$$

با انجام انتگرال گیری ماتریسی در معادله (8)، منتجههای نیرو و ممان برحسب تغییرات انحناء و کرنشهای سطح میانی بیان شدهاند:

$$\begin{bmatrix} N_{x} \\ N_{\theta} \\ N_{x\theta} \\ M_{x} \\ M_{\theta} \\ M_{x\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [A]_{3\times3} & [B]_{3\times3} \\ [B]_{3\times3} & [D]_{3\times3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{\theta}^{0} \\ \varepsilon_{\theta}^{0} \\ \gamma_{x\theta}^{0} \\ \chi_{x} \\ \chi_{\theta} \\ \chi_{x\theta} \end{bmatrix}$$
(9)

 $M_{\chi\theta}$ و M_{x} معرف نیروهای نرمال و برشی و M_{x} ، M_{x} و M_{x} ، N_{x} و N_{x} ، N_{x} د بیانگر ممانهای پیچشی و خمشی است. B_{ij} ، A_{ij} و B_{ij} ضرایب سفتی بوده مطابق رابطه (10) تعریف شدهاند:



Fig. 3 Investigation of layers, geometry and coordinate systems in multilayer shells $\left[20\right]$

شکل 3 بررسی لایهها، هندسه و دستگاههای مختصات در پوستههای چندلایه [20]

$$A_{ij} = \sum_{k=1}^{N} \bar{Q}_{ij}^{k} (z_{k+1} - z_k)$$
(a-10)

$$B_{ij} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{N} \bar{Q}_{ij}^{k} (z_{k+1}^{2} - z_{k}^{2})$$
(b-10)

$$D_{ij} = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^{N} \bar{Q}_{ij}^{k} \left(z_{k+1}^{3} - z_{k}^{3} \right)$$
(c-10)

2-4- استخراج عملگرهای دیفرانسیلی

به منظور حل معادلات تعادل، ابتدا باید از روابط کرنش-جابجایی، یعنی روابط (6)، مقادیر کرنش را در رابطه منتجههای تنش، یعنی رابطه (8)، جایگذاری کرد. سپس روابط حاصل را در معادلات (1) که معادلات حرکت پوسته هستند، قرار داد. پس از جداسازی مشتقات مربوط به هر یک از مؤلفه-های جابهجایی و مرتبسازی، معادلات تعادل به فرم نهایی به صورت رابطه (11) حاصل شدهاند:

$$\begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} & L_{13} \\ L_{21} & L_{22} & L_{23} \\ L_{31} & L_{32} & L_{33} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -Rp_x \\ -Rp_\theta \\ -Rp_z \end{pmatrix}$$
(11)

درایههای L_ij عملگرهای دیفرانسیلی هستند که مقادیر آنها در پیوست الف آورده شدهاند.

3- شرايط مرزى

در این تحقیق، شرایط مرزی به صورت ساده در نظر گرفته است. برای این شرایط مرزی، در لبههای پوسته، تغییر مکان عرضی و ممان خمشی حول محور موازی لبهها، صفر منظور شدهاند [10]؛ یعنی:

$$N_x = M_x = v = w = 0$$
 at $x = 0, L$ (12)

به منظور ارضای شرایط مرزی مورد نظر، میدان جابهجایی پوسته استوانهای بهصورت بسط سری فوریه دوگانه رابطه (13) منظور شدهاند[10]:

$$u = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_{mn} \cos \frac{m\pi x}{L} \cos n\theta T_{mn}(t)$$
 (a-13)

$$v = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} B_{mn} \sin \frac{m\pi x}{L} \sin n\theta T_{mn}(t)$$
 (b-13)

$$w = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} C_{mn} \sin \frac{m\pi x}{L} \cos n\theta T_{mn}(t)$$
 (c-13)

که ضرایب B_{mn} A_{mn} و C_{mn} ثوابت شکل مود هستند. m تعداد نیم-موجهای طولی، n تعداد موجهای محیطی و $T_{mn}(t)$ بخش زمانی تغییر مکانها میباشد که در بخشهای بعد تعیین شدهاند.

4- تحليل ارتعاشات آزاد

برای حل ارتعاشات آزاد پوسته، تحریکهای خارجی در معادلات 1 در نظر گرفته نشدهاند. همچنین در روابط (16)، $T_{mn}(t) = e^{i\omega_{mn}t}$ به عنوان تابع زمانی در نظر گرفته شده که در آن ω_{mn} فرکانس طبیعی پوسته است. با استفاده از روابط (13) و جایگزینی آنها در معادلات تعادل (11)، یک دستگاه سه معادلهای به دست آمدهاند. به منظور حل این دستگاه معادلات، از روش گالرکین مطابق روابط زیر استفاده شدهاست[22]:



Fig. 4 The position of the impact surface on the cylindrical shell شکل 4 موقعیت سطح برخورد بر روی پوسته استوانهای



Fig. 5 Pressure on the surface and its components

شکل 5 فشار وارد بر سطح و مولفههای آن

همچنین فشار وارد بر سطح و مولفههای آن در شکل 5 نشان داده شده اند. که h بیانگر ضخامت پوسته استوانهای بوده و ابعاد سطح برخورد به صورت AL = 2l_1 × 2l_2 تعریف شدهاند که l1 و l2 عبارتند از:

$$l_1 = \frac{R(\psi_2 - \psi_1)}{2}$$
, $l_2 = \frac{x_2 - x_1}{2}$ (21)

به منظور محاسبه پاسخ ضربه، تابع تحریک خارجی، به دو بخش مکانی و زمانی تقسیم شده است. با توجه به شکل 1، تحریک خارجی دارای دو مؤلفه مماسی و عرضی، به ترتیب در راستاهای x و z هستند؛ بدین معنی که در معادلات (1)، عبارات $_x p$ و $_x p$ دارای مقدار غیر صفر هستند و θ برابر صفر فرض شده است. با توجه به تعریف شرایط مرزی دو سر ساده برای پوسته، بخش مکانی توابع تحریک خارجی باید با استفاده از سری فوریه دوگانه، به گونهای تعریف شدهاند که این شرایط مرزی را ارضا کند. بخش زمانی این توابع نیز به صورت (t) تعریف شده و در بخش مکانی ضرب شده است. با ین توابع دوریه شده این شرایط مرزی را ارضا کند. بخش در مانی این توابع نیز به صورت (t) تعریف شده و در بخش مکانی ضرب شده است. با این توضیحات، توابع x_p و x در تحلیل ضربه مایل، به صورت زیر است.

$$q_x(x,\theta,t) = q_x(x,\theta)f(t) = \left[\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty} X_{mn}\cos\frac{m\pi x}{L}\cos n\theta\right]f(t)$$
(22)

$$q_{\theta}(x,\theta,t) = 0 \tag{23}$$

$$q_z(x,\theta,t) = q_z(x,\theta)f(t) = \left[\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty}P_{mn}\sin\frac{m\pi x}{L}\cos n\theta\right]f(t)$$
(24)

$$\int_{0}^{L} \int_{-\pi}^{\pi} (L_{11}u + L_{12}v + L_{13}w - I_{0}u_{tt})uABdxd\theta = 0$$

$$\int_{0}^{L} \int_{-\pi}^{\pi} (L_{21}u + L_{22}v + L_{23}w - I_{0}v_{tt})vABdxd\theta = 0$$

$$\int_{0}^{L} \int_{-\pi}^{\pi} (L_{31}u + L_{32}v + L_{33}w - I_{0}w_{tt})wABdxd\theta = 0 \quad (14)$$

 L_{ij} که زیرنویس tt به معنی مشتق دوم نسبت به زمان است. درایههای L_{ij} عملگرهای دیفرانسیلی هستند که مقادیر آنها در پیوست الف آمده است. با قرار دادن روابط مربوط به مؤلفههای تغییر مکان (13) در روابط (14) و با مرتب سازی، دستگاه معادلات زیر حاصل شدهاست:

$$[[k]_{mn} - \omega_{mn}^2 [M]_{mn}] \{\Delta\}_{mn} = 0$$
(15)

که در آن $[M]_{mn}$ ماتریس جرم و $[M]_{mn}$ ماتریس جرم و $[M]_{mn}$ ماتریس میباشند و عبارتند از:

$$\{\Delta\}_{mn} = \begin{cases} A_{mn} \\ B_{mn} \\ C_{mn} \end{cases}$$
(16)

$$[M]_{mn} = \begin{bmatrix} I_0 & 0 & 0\\ 0 & I_0 & 0\\ 0 & 0 & I_0 \end{bmatrix}_{mn}$$
(17)

$$[k]_{mn} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} \end{bmatrix}_{mn}$$
(18)

ضرایب B_{mn} ، A_{mn} و m_m در رابطه (16) همان ثوابت شکل مود در روابط (13) هستند. در رابطه (17)، ترم I_0 مطابق رابطه (3) می باشد؛ هم-چنین درایههای ماتریس $m_m[k]$ در رابطه (18)، در پیوست ب آورده شدهاند. با قرار دادن دترمینان ضرایب دستگاه معادلات (15) مساوی صفر (حل یک مسأله مقدار ویژه)، معادله فرکانسی پوسته استوانهای به شکل زیر حاصل شده است[10]:

$$det([k]_{mn} - \omega_{mn}^2[M]_{mn}) = 0$$

$$\rightarrow \beta_1 \omega^6 + \beta_2 \omega^4 + \beta_3 \omega^2 + \beta_4 = 0$$
(19)

با حل معادله (19) فرکانسهای طبیعی پوسته بر حسب رادیان بر ثانیه به دست آمده و با قرار دادن این فرکانسها در معادله (15)، ضرایب ثابت شکل مودهای ارتعاشی به دست آمدهاند. همانطور که در معادله (19) مشخص است، معادله فرکانسی پوسته از مرتبه 6 بوده و دارای شش ریشه است که سه ریشه مثبت و سه ریشه منفی دارد. سه ریشه مثبت این معادلات به عنوان جواب قابل قبول هستند. این سه ریشه از کوچک به بزرگ، فرکانس متناظر با مودهای ارتعاشات خمشی، پیچشی و طولی هستند.

5- پاسخ دینامیکی گذرای سازه نسبت به بارگذاری ضربه مایل

فرض شده است جسم ضربه زننده کروی با جرم *m_i از جنس* ماده همگن، ایزوتروپیک و الاستیک، با سرعت *v_i* به صورت مایل بر سطح خارجی پوسته استوانهای مطابق شکل 1 برخورد کند. با توجه به شکل 4 مختصات نقطه مرکز سطح برخورد به صورت رابطه (20) تعریف شدهاند:

$$(x_L, \theta_L, z_L) = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{\psi_1 + \psi_2}{2}, \frac{h}{2}\right)$$
(20)

نشریه علوم و فناوری ک**ا میو زیت**

 $X_{mn} \in P_{mn} e^{-1}$ و $M_{mn} = V_{mn} e^{-1}$ و $M_{mn} = X_{mn} e^{-1}$ بستگی دارند. عبارت $\cos n\theta$ در طرفین رابطه (22) و $\cos n\pi x/L \cos n\theta$ در طرفین رابطه (22) و عبارت $\sin(m\pi x/L) \cos n\theta$ در طرفین رابطه (24) ضرب شده و سپس روی سطح برخورد، انتگرال گیری شده است. با توجه به کوچک بودن سطح برخورد، فرض شده است که توزیع فشار بر روی سطح مستطیلی، یکنواخت و به صورت γ به صورت $\gamma_x(x, \theta) = q_0 \sin \gamma$ به صورت زیر به دست ترتیب، فرم نهایی روابط حاصل برای $M_{mn} e^{-1}$

$$n = 0: X_{m0} = \frac{q_0 \sin \gamma}{m\pi^2} \left(\sin \frac{m\pi x_2}{L} - \sin \frac{m\pi x_1}{L} \right)$$

$$n > 0: X_{mn} = \frac{2q_0 \sin \gamma}{mn\pi^2} (\sin n\psi_2 - \sin n\psi_1) \qquad (25)$$

$$\times \left(\sin \frac{m\pi x_2}{L} - \sin \frac{m\pi x_1}{L} \right)$$

$$n = 0: P_{m0} = \frac{q_0 \cos \gamma}{m\pi^2} \left(\cos \frac{m\pi x_1}{L} - \cos \frac{m\pi x_2}{L} \right)$$

$$n > 0: P_{mn} = \frac{2q_0 \cos \gamma}{mn\pi^2} (\sin n\psi_2 - \sin n\psi_1) \qquad (26)$$

$$\times \left(\cos \frac{m\pi x_1}{L} - \cos \frac{m\pi x_2}{L} \right)$$

تغییر مکانهای فرض شده در روابط (13) و همچنین تحریکهای خارجی (22) و (24) در معادلات تعادل (11) جایگذاری شده و برای معادله حاصل، از بخش ارتعاشات آزاد کمک گرفته شده است. با استفاده از شرایط تعامد مودها و سادهسازی روابط و سپس بهرهگیری از روش گالرکین، به همان ترتیبی که پیش از این بیان شد، معادلات به فرم زیر حاصل شدهاند:

$$-\omega_{mn}^{2}I_{0}A_{mn}T_{mn}(t) = I_{0}A_{mn}\ddot{T}_{mn}(t) - X_{mn}f(t) -\omega_{mn}^{2}I_{0}B_{mn}T_{mn}(t) = I_{0}B_{mn}\ddot{T}_{mn}(t) -\omega_{mn}^{2}I_{0}C_{mn}T_{mn}(t) = I_{0}C_{mn}\ddot{T}_{mn}(t) - P_{mn}f(t)$$
(27)

طرفین روابط (30) به ترتیب در A_{mn} ، B_{mn} و C_{mn} ضرب شده و با هم جمع شدهاند. با انجام عمل فاکتورگیری و سادهسازی عبارت حاصل، یک معادله دیفرانسیل معمولی مرتبه دوم برحسب زمان به دست آمدهاست:

$$\ddot{T}_{mn}(t) + \omega_{mn}^2 T_{mn}(t) = G_{mn}(t)$$
(28)

که از این رابطه مفاهیم نیروهای تعمیمیافته و جرم نرمالیزه به صورت زیر حاصل شدهاند:

$$G_{mn}(t) = \frac{A_{mn}X_{mn} + C_{mn}P_{mn}}{J_{mn}}f(t)$$
(29)

$$J_{mn} = I_0 (A_{mn}^2 + B_{mn}^2 + C_{mn}^2)$$
(30)

برای حل معادله دیفرانسیل رابطه (28)، از روش تبدیل لاپلاس استفاده شدهاست. در نهایت توابع مجهول (*T_{mn}(t* با بهرهگیری از انتگرال کانولوشن مطابق رابطه زیر محاسبه شدهاند:

$$T_{mn}(t) = \frac{A_{mn}X_{mn} + C_{mn}P_{mn}}{J_{mn}\omega_{mn}} \times \int_{0}^{t} f(\tau)\sin\omega_{mn}(t-\tau) d\tau$$
(31)

6- بەدست آوردن تاريخچە نيروى تماس

در این پژوهش مدل جرم و فنر بهبود یافته برای محاسبه تاریخچه نیروی تماس استفاده شدهاست. این مدل بر مبنای مدل جرم و فنر خطی دو درجه آزادی ارائه شده در مقاله شیواکومار و همکاران[4] برای حل مسأله ضربه بر

روی ورق دایروی کامپوزیتی، توأم با استفاده از قانون تماس خطی شده ارائه شده در مقاله چوی و لیم[23] برای تحلیل ضربه روی ورق های مربعی کامپوزیتی، بنا نهاده شدهاست. مطابق شکل 6، سیستم ضربه زننده و پوسته استوانهای با دو فنر الاستیک به صورت سری مدل سازی شده است؛ یک فنر خطی (با ثابت k_s) برای به حساب آوردن خیز کلی و یک فنر غیرخطی (با ثابت k_i) برای به حساب آوردن خیز کلی و یک فنر غیر خطی (با شابت ایرای به حساب آوردن خیز کلی و یک فنر ایروی تماس. برای محاسبه ثابت ایرای به حساب آوردن زیروی استایکی واحد به صورت ماس. فشاری بر سطح مستطیلی مورد اصابت ضربه زننده اعمال شده است. بر این فشاری بر سطح مستطیلی مورد اصابت ضربه زننده اعمال شده است. بر این ایساس k_s عبارتست از [4]:

$$k_s = \frac{1}{\delta_1} \tag{32}$$

که در این رابطه δ_1 همان خیز به دست آمده از تحلیل استاتیکی در نقطه زیرین مرکز اعمال بار در اثر اعمال نیروی فشاری واحد بر سطح مستطیلی مورد اصابت ضربه زننده است.

$$\delta_1 = w\left(x_L, \theta_L, -\frac{h}{2}\right) \tag{33}$$

ثابت فنر الاستیک غیرخطی یا سفتی تماس هرتز، بر اساس قانون تماس هرتز به صورت زیر محاسبه شدهاست [24]:

$$k_i = \frac{4}{3} E_* \sqrt{R_*} \tag{34}$$

که در آن *E و *R به ترتیب مدول یانگ معادل و انحنای معادل هستند و بر حسب مدول یانگ و ضریب پواسون جسم ضربه زننده و سازه هدف بدست میآیند [19].

$$F_{c}(t) = \kappa_{bs} x_{s}(t)$$

$$= \frac{k_{bs} v_{0} (k_{c} - m_{i} \omega_{2}^{2}) (k_{c} - m_{i} \omega_{1}^{2})}{k_{c} m_{i} (\omega_{2}^{2} - \omega_{1}^{2})} \times \left(\frac{\sin(\omega_{1}t)}{\omega_{1}} - \frac{\sin(\omega_{2}t)}{\omega_{2}}\right)$$
(35)



شكل 6 مدل ضربه سرعت پايين [4]



Fig. 7 Two D.O.F improved mass-spring linear model [4] شکل 7 مدل جرم و فنر دو درجه آزادی خطی بهبودیافته [4]

$$\omega_f \approx \sqrt{\frac{k_{bs}}{m_s^*}} \tag{36}$$

که در آن w_f فرکانس طبیعی پایه پوسته است.

برای محاسبه نیروی تماس از قانون تماس خطی شده چوی[23] استفاده شده است که بر اساس آن، سفتی تماسی مطابق رابطه (37) به دست آمدهاست. برای اصلاح سفتی تماس نیز یک الگوریتم تکراری به کار رفته است که در تکرار اول آن، مقدار حداکثر نیروی تماس از رابطه (38) محاسبه شدهاست[1]:

$$k_c = F_m^{\frac{1}{3}} k_s^{\frac{2}{3}} \tag{37}$$

$$F_m^{(1)} = v_0 \sqrt{k_{bs} m_i}$$
(38)

در رابطه (37)، k همان سفتی تماس هرتز تعریف شده در رابطه (34) میباشد(k_c ($k = k_i$). با جایگذاری $F_m^{(1)}$ در رابطه (37)، اولین مقدار برای k_c میباشد دست آمدهاست؛ اما این مقدار واقعی نیست و باید در تکرارهای بعد، اصلاح شود. با استفاده از k_c محاسبه شده در تکرار اول، میتوان با استفاده از رابطه (35)، حداکثر نیروی تماس را در تکرار دوم محاسبه کرد. با جایگذاری $F_m^{(2)}$ در رابطه (37)، دومین مقدار اصلاح شده برای k_c به دست آمده است. این روند تکراری، تا جایی ادامه مییابد که قدر مطلق اختلاف حداکثر نیروی تماس در آخرین تکرار، با تکرار قبل، از حد مجاز تعریف شده، کوچکتر شود. آخرین مقدار به دست آمده، سفتی تماس اصلاح شده نامیده میشود.

7– صحەگذارى نتايج

برای بررسی درستی نتایج حاصل از این پژوهش، صحتسنجی نتایج به دو صورت انجام شده است. ابتدا در حالت خاص ضربه مایل، یعنی زمانی که زاویه برخورد ضربه زننده صفر باشد ($0 = \gamma$ یا ضربه عرضی)، مقایسه با نتایج پژوهشهای قبلی انجام شده است؛ سپس نتایج حاضر برای ضربه مایل از روش تحلیلی با نتایج شبیهسازی عددی در نرمافزار آباکوس، صحهگذاری شده اند.

به منظور شبیه سازی مساله حاضر در نرم افزار آباکوس، وضعیت برهم-کنش میان سطوحی از پوسته و ضربه زننده که به صورت مماس با یکدیگر قرار داده شدهاند، به صورت تماس سطح با سطح['] در نظر گرفته شده است. با توجه به سیستم مختصات تعریف شده برای رسیدن به شرایط مرزی ساده برای پوسته استوانهای، کافیست تنها قیود U_3 و U_2 در لبههای پوسته باز گذاشته شود. برای تحلیل ضربه مایل جابجایی ضربه زننده در جهات مورد نظر آزاد گذاشته شده و سرعت اولیه ضربه زننده تعیین شدهاست. المان استفاده شده برای مش بندی پوسته و جرم متصله از نوع S4R (چهار وجهی) می باشد. در شکل 8 پوسته استوانه ای و ضربه زننده کروی مدل سازی شده در آباکوس نشان داده شده و مؤلفههای سرعت اولیه ضربه زننده نیز مشخص شدهاست.

جنس و هندسه پوسته استوانهای کامپوزیتی مورد بررسی در این پژوهش و مشخصات ضربه زننده به ترتیب در جداول 1 و 2 آورده شدهاند. در تمامی بررسیهای صورت گرفته این مقادیر پیشفرض استفاده شدهاند، مگر مواردی که مقادیر جدید ذکر شده باشند.

-1-7 بررسی حالت خاص ضربه عرضی (γ = 0)

تاریخچه نیروی تماس بر روی پوسته استوانهای کامپوزیتی با استفاده از مدل جرم و فنر بهبود یافته، در مقایسه با نتایج تجربی و تحلیلی گانگ[26] و نتایج تحلیلی ماتمیلولا و سترونج[27] در شکل 9 نمایش داده شده است. **جدول 1** جنس و هندسه پوسته استوانهای کامپوزیتی [20,19] **Table 1** Material and geometry of composite cylindrical shell

خواص مكانيكى		خواص هندسی		
E ₁₁ (GPa)	14.506	<i>R</i> (m)	0108	
E ₂₂ (GPa)	5.362	<i>L</i> (m)	0.28	
v_{12}	0.231	<i>h</i> (m)	.0023	
$G_{12}(GPa)$	2.509	stacking sequence	[90] ₈	
$G_{23}(GPa)$	2.178			
$ ho (kg/m^3)$	1526			

جدول 2 مشخصات ضربه زننده

Table 2	Impactor	specification
	mpactor	speenieunon

[19 20]

تروپیک)	جنس (ايزو	ہ)	هندسه (کر	، اوليه	جرم و سرعت
E _i (GPa)	200	$R_i(m)$	0.0132	$m_i(kg)$	0.0751
v_i	0.3			$v_0(m/s)$	5
$\rho_i(\mathrm{kg}/\mathrm{m}^3)$	7900				

1 surface-to-surface contact



Fig. 8 Cylindrical shell and spherical impactor, modeled in Abaqus شکل **8** یوسته استوانهای و ضربه زننده کروی، مدل شده در آباکوس

مشاهده می شود که نتایج حاصل از مدل جرم و فنر بهبود یافته و نیز شبیه-سازی انجام گرفته در نرمافزار آباکوس، از تطابق خوبی نسبت به نتایج تئوری و تجربی سایر محققان برخوردار هستند.

2-7- مقايسه نتايج تحليلي با نتايج شبيهسازي آباكوس

در شکلهای 10 و 11 تاریخچه نیروی تماس به ترتیب برای زوایای 60 و 30 درجه، هم به صورت مجزا و در قالب دو مؤلفهی عرضی و مماسی و هم به صورت یک نیروی برآیند، نشان داده شده است. دلیل نوسانی بودن نتایج پژوهش حاضر، استفاده از مدل جرم و فنر بهبود یافته برای تعیین تاریخچه نیروی تماس میباشد؛ بر این اساس مطابق رابطه (40) دو فرکانس برای سیستم محاسبه شده و رفتار نوسانی نتیجه ترکیب این دو فرکانس میباشد. نتایج حاصل از حل تحلیلی کد نرمافزار متلب بر مبنای روش IS-M، مطابقت خوبی با نتایج شبیهسازی نرمافزار آباکوس دارد، خصوصاً در مورد بیشینه نیروی تماس و زمانی که نیروی تماس به این مقدار بیشینه خود میرسد. مشاهده می شود که تأثیر مؤلفه مماسی ناشی از برخورد مایل ضربهزننده، در تعیین تاریخچه نیروی تماس برآیند بسیار کم و به گونهای است که نمودارهای مربوط به مؤلفه عرضی و نیروی تماس برآیند به سختی قابل تمایز دادن هستند. در شکل 12 تاریخچه خیز پوسته استوانهای کامپوزیتی حاصل از مدل جرم و فنر بهبودیافته با نتایج شبیهسازی آباکوس، برای نقطه زیرین محل برخورد ضربه زننده كروى، مقايسه شدهاند. در رابطه با خيز پوسته استوانهای نیز مجدداً مشاهده میشود که مدت زمان برخورد در دو روش انجام شده، مقداری متفاوت به دست آمده است، اما مقدار بیشینه خیز و زمان اتفاق افتادن آن در دو نمودار مطابقت خوبی دارد.



Fig. 9 Comparison of the history of contact force from previous researches and the results of the present study

شکل 9 مقایسه تاریخچه نیروی تماس حاصل از تحقیقات پیشین و نتایج پژوهش حاضر

همانطور که قبلاً اشاره شد، هدف اصلی از شکل 9 ، بدست آوردن ماکزیمم نیروی تماس و مقدار ضربه و مقایسه آن با مراجع می باشد. بنابراین در جدول 3، ماکزیمم نیروی تماس، کل زمان تماس و سطح زیر منحنی برای شکل 9 آمده است. همانطور که مشاهده میشود نتیجه کار حاضر تطابق خوبی با مراجع و شبیهسازی عددی دارد

جدول 3 ماكزيمم نيروى تماس، كل زمان تماس و سطح زير منحنى شكل 9 **Table 3** Maximum contact force, total contact time and area under the curve of figure 9

	مرجع 26 (تحليلی)	مرجع 26 (تجربی)	مرجع 27	روش تحلیلی حاضر	نرمافزار آباکوس
ماکزیمم نیروی تماس(N)	701.22	674.76	614.17	679.23	688.08
کل زمان تماس (ms)	1.80	1.84	1.50	1.90	1.52
سطح زیر منحنی(N.ms)	0.77	0.72	0.56	0.76	0.73



Fig. 10 Comparison of transverse, tangential and resultant components of impact history; $\gamma = 60^{\circ}$

شکل 10 مقایسه مؤلفههای عرضی، مماسی و برآیند تاریخچه نیروی تماس؛ 60° = 60



Fig. 11 Comparison of transverse, tangential and resultant components of impact history; $\gamma = 30^{\circ}$ شكل 11 مقايسه مؤلفههاى عرضى، مماسى و برآيند تاريخچه نيروى تماس؛

 $\gamma = 30^{\circ}$

نشریه علوم و فناوری **کا میو زیت**



Fig. 12 Comparison of the history of the middle surface deflection below the point of impact; Check at two angles of impact 30 and 60 degrees

شکل 12 مقایسه تاریخچه خیز سطح میانی پوسته در زیر نقطه برخورد از دو روش تحلیلی و شبیهسازی عددی؛ بررسی در دو زاویه برخورد 30 و 60 درجه

8- نتايج مطالعه پارامتري و بحث

به منظور بررسی خصوصیات رفتار دینامیکی پوسته استوانهای کامپوزیتی تحت بار ضربه مایل سرعت پایین، به بررسی اثر برخی پارامترها شامل نسبت طول به شعاع پوسته (L/R)، نسبت ضخامت به شعاع پوسته (n/k)، سرعت ضربه زننده (v_0)، نسبت جرم ضربه زننده به جرم پوسته (m_i/m_s) و زاویه برخورد ضربه زننده (γ) پرداخته شدهاست.

1-8- پارامترهای هندسی پوسته

در این بخش، اثر دو پارامتر هندسی مهم پوسته یعنی L/R و h/R که در اکثر پژوهشهای صورت گرفته در زمینه ضربه مورد توجه قرار گرفتهاند، بررسی شده است. که در بررسیهای صورت گرفته در این بخش، لایهچینی پوسته استوانهای کامپوزیتی به صورت $_{\rm S}[0,90]$ و زاویه برخورد $\gamma = 30^\circ$ است.

8-1-1- نسبت طول به شعاع

در شکل 13 تاریخچه نیروی تماس به ازای نسبتهای مختلف طول به شعاع پوسته آورده شده است. با افزایش نسبت *L/R،* نیروی تماس در هر لحظه از برخورد مقدار کمتری داشته است. مشاهده می شود که با افزایش نسبت *L/R* از دو تا پنج برابر، مدت زمان برخورد حدوداً یک سوم برابر شدهاست.

در هر دو شکل 14 و 15، افزایش نسبت L/R همراه با کاهش مقدار شیب نمودارها میباشد که با نزدیک شدن به نسبت برابر با پنج، شدت این روند کاهشی، کم شده است. با افزایش نسبت L/R، با توجه به اینکه ترم طول در مخرج روابط مورد استفاده برای محاسبه خیز استاتیک قرار دارد، خیز استاتیک کاهش یافته و در نتیجه سفتی معادل پوسته (k_{bs}) که طبق

رابطه (40)، تأثیر مستقیم در محاسبه نیروی تماس دارد، افزایش مییابد؛ بدین ترتیب، رفتار مشاهده شده در بررسیهای این قسمت برای نیروی تماس و خیز سطح میانی به ازای تغییرات پارامتر، قابل توجیه است.



Fig. 13 History of contact force for different lengths to shell radius ratios; Layup $[0,90]_s$; $\gamma = 30^\circ$; $v_0 = 10 m/s$

شکل 13 تاریخچه نیروی تماس به ازای نسبتهای مختلف طول به شعاع پوسته؛ $v_0 = 10 \, m/s \, ; \gamma = 30^\circ$ لایهچینی $v_0 = 10 \, m/s \, ; \gamma = 30^\circ$



Fig. 14 Maximum contact force according to the ratio of length to shell radius for different impact angles; Layup $[0,90]_s$; $v_0 = 10 m/s$

شکل 14 حداکثر نیروی تماس بر حسب نسبت طول به شعاع پوسته به ازای $v_0 = 10 \, m/s$ (زوایای برخورد مختلف؛ لایهچینی s_0 [0,90] ، $v_0 = 10 \, m/s$



Fig. 15 Maximum middle surface deflection according to the ratio of length to shell radius for different impact angles; Layup $[0,90]_s$; $v_0 = 10 m/s$

شکل 15 حداکثر خیز سطح میانی پوسته در محل برخورد، بر حسب نسبت طول $v_0 = 10 \, m/s$ ، از معتلف؛ لایهچینی $v_0 = 10 \, m/s$ از $v_0 = 10 \, m/s$

1114



Fig. 17 Maximum contact force according to the ratio of thickness to shell radius for different impact angles; Layup $[0,90]_s$; $\gamma = 30^\circ$; $v_0 = 10 m/s$

شکل 17 حداکثر نیروی تماس بر حسب نسبت ضخامت به شعاع پوسته به ازای زوایای برخورد مختلف؛ لایهچینی s[0,90] ؛ v₀ = 10 m/s



Fig. 18 Maximum middle surface deflection according to the ratio of thickness to shell radius for different impact angles; Layup $[0,90]_s$; $\gamma = 30^\circ$; $v_0 = 10 m/s$

شکل 18 حداکثر خیز سطح میانی پوسته، بر حسب نسبت ضخامت به شعاع پوسته، به ازای زوایای برخورد مختلف؛ لایهچینی _s[0,90] ؛ $v_0 = 10 \, m/s$

8-2-1- سرعت ضربه زننده

شکلهای 19 و 20 به ترتیب تاریخچه نیروی تماس و خیز لایه میانی پوسته در محل برخورد را به ازای سرعتهای برخورد مختلف ضربه زننده، نشان می-دهند. با افزایش سرعت ضربه زننده، مقادیر نیروی تماس و خیز سطح میانی در هر لحظه از برخورد، افزایش می یابند ولی مدت زمان تماس، تقریباً ثابت باقی میماند. همچنین با افزایش سرعت ضربه زننده، پارامترهای نیروی تماس و خیز سطح میانی در نقطه برخورد، در زمان کمتری به مقدار بیشینه خود میرسند. در شکل 21 بیشینه نیروی تماسی نسبت به سرعتهای برخورد مختلف ضربه زننده، در زوایای برخورد مختلف، نشان داده شدهاست. با توجه به رابطه (40)، در مدل جرم و فنر بهبود یافته، سرعت ضربه زننده نسبت مستقیم در تعیین نیروی تماسی و خیز دارد و لذا رفتار خطی حاصل در نمودار شکل 21 کاملاً قابل توجیه است. به بیان دیگر، با چهار برابر شدن اندازه سرعت ضربه زننده، بیشینه نیروی تماس به ازای هر سه زاویه برخورد مورد بررسی، حدوداً چهار برابر شده است. در جدول 5 بیشینه نیروی تماسی در سرعتهای برخورد مختلف ضربه زننده و همچنین میزان افزایش آنها متناسب با افزایش سرعت ضربه زننده، برای دو تا از زوایای برخورد مورد بررسی، نشان داده شده است؛ همچنین مشخص شده است که به ازای هر سرعت برخورد، بیشینه نیروی تماس نسبت به حالت اولیه $v_0 = 1 \, m/s$ چند **جدول 4** درصد تغییرات حداکثر نیروی تماس و حداکثر خیز لایه میانی پوسته به ازای نسبتهای مختلف طول به شعاع، نسبت به حالت اولیهی L/R = 1. لایهچینی [0,90] ؛ 60⁰ (0 = 10 m/s + 2

Table 4 Percentage of changes in the maximum contact force and maximum middle surface deflection per different length-to-radius ratios, compared to the initial state L/R = 1; Layup $[0,90]_s$; $\gamma = 60^\circ$; $v_0 = 10 \text{ m/s}$

L/R	Decrease of Max Contact Force (%)	Increase of W _{max} /h (%)
2	55.06	6.33
3	76.84	12.07
4	82.66	15.67
5	88.07	16.33

2−1−8 نسبت ضخامت به شعاع

برای بررسی اثر نسبت ضخامت به شعاع پوسته استوانهای کامپوزیتی بر تاریخچه نیروی تماس، شعاع پوسته ثابت و ضخامت پوسته متغیر در نظر گرفته شده و شکل 16 به دست آمده است. با افزایش نسبت h/k سفتی سازه زیاد شده، در نتیجه، ماکزیمم نیروی تماس افزایش و مدت زمان تماس کاهش مییابد. همانطور که در شکلهای 17 و 18 نشان داده شده است، مقادیر ماکزیمم نیرو و خیز در نقطه محل برخورد به ازای زوایای مختلف برخورد ضربه زننده، با افزایش نسبت ضخامت به شعاع h/R از 0.008 به ترتیب حدود 2.6 و 1.0 برابر شدهاند؛ همچنین مدت زمان تماس در طی این افزایش نسبت، حدود 6.6 برابر شده است. نسبت افزایش حداکثر نیروی تماس با افزایش نسبت h/R، به ازای زوایای برخورد مختلف ضربه زننده، تقریباً خطی است، اما کاهش حداکثر خیز پوسته در محل تماس با افزایش نسبت، خطی نیست و شدت آن به تدریج کم میشود.

8-2- پارامترهای ضربه زننده

مهمترین پارامترهای مربوط به ضربه زننده که نقشی تعیین کننده در بررسی ضربه دارند و در تحقیقات گذشته مورد توجه قرار گرفتهاند، سرعت و جرم ضربه زننده می باشند. در ادامه، اثر هر یک از این دو پارامتر و نیز اثر تغییر زاویه برخورد ضربه زننده بر تاریخچه نیروی تماس و خیز پوسته در محل برخورد بررسی شده است. در بررسیهای صورت گرفته در این بخش، لایه-چینی پوسته استوانهای کامپوزیتی به صورت $_{s}[90,0]$ و زاویه برخورد ضربه زننده ی توره عمرت مورد توجه توره ترایش مورد توجه ترایش برخورد خربه نیزون تماس و خان بخش برخورد خربه زینده بر تاریخچه نیروی تماس و خیز پوسته در محل زادیه برخورد بررسی شده است. در بررسی های صورت $_{s}[90,0]$ و زاویه برخورد خربه زننده 30



Fig. 16 History of contact force for different thickness to shell radius ratios; Layup $[0,90]_s$; $\gamma = 30^\circ$; $v_0 = 10 m/s$ شکل 16 تاریخچه نیروی تماس به ازای نسبتهای مختلف ضخامت به شعاع

 $v_0 = 10\,m/s$ ، $\gamma = 30^\circ$ ؛ $[0,90]_s$ پوسته؛ لايهچينې $s_0 = 10\,m/s$

جدول 5 بیشینه نیروی تماسی در سرعتهای برخورد مختلف ضربه زننده و میزان افزایش آن متناسب با افزایش سرعت ضربه زننده؛ لایهچینی _ع[0,90]

Table 5 Maximum contact force at different impact velocities of the impactor and the rate of increase of it, proportional to the increase in impact velocity; Layup $[0,90]_s$

v_0		Maximum co	aximum contact force (N)		
(m/s)	$\gamma = 45^{\circ}$	amplification	$\gamma = 60^{\circ}$	amplification	
1	138.79	-	102.83	-	
5	715.85	5.16 times	499.77	4.86 times	
10	1440.00	10.38 times	1025.07	9.97 times	
15	2143.17	15.44 times	1538.40	14.96 times	
20	2830.21	20.39 times	2041.61	19.85 times	

8-2-2- جرم ضربه زننده



Fig. 22 The effect of the ratio of the impact mass to the shell mass on the history of impact force; Layup $[0,90]_s$; $\gamma = 30^\circ$; $v_0 = 10 \text{ m/s}$

شکل 22 اثر نسبت جرم ضربه زننده به جرم پوسته بر تاریخچه نیروی تماس؛





Fig. 23 The effect of the ratio of the impact mass to the shell mass on the history of middle surface deflection at the point of impact; Layup $[0,90]_s$; $\gamma = 30^\circ$; $v_0 = 10 \text{ m/s}$ mathematical mathmatical mathmatical

 $v_0 = 10 \, m/s$ ؛ $\gamma = 30^\circ$ ؛ $[0,90]_s$ در نقطه برخورد؛ لايهچينی

برابر میشود. به عنوان مثال، با افزایش 5 برابری سرعت برخورد، بیشینه نیروی تماس در برخورد با زوایای 45 و 60 درجه به ترتیب 5.16 و 4.86 برابر شدهاست.



Fig. 19 The effect of the impact velocity of the impactor on the history of impact force; Layup $[0,90]_s$; $\gamma = 45^{\circ}$

<mark>شکل 19</mark> اثر سرعت برخورد ضربه زننده بر تاریخچه نیروی تماس؛ لایهچینی ₂[0,90]، γ = 45°



Fig. 20 The effect of the impact velocity of the impactor on the middle surface deflection at the point of impact; Layup $[0,90]_s$; $\gamma = 45^{\circ}$

شکل 20 اثر سرعت برخورد ضربه زننده بر تاریخچه خیز لایه میانی در محل برخورد؛ لایهچینی _ع[0,90] ؛ ۶۵ = *γ*





شکل 21 حداکثر نیروی تماس بر حسب سرعت ضربه زننده، به ازای زوایای برخورد مختلف؛ لایهچینی ₂[0,90]

1116

نکته قابل توجه در این بررسی، افزایش همزمان ماکزیمم نیرو و مدت زمان تماس است که پیش از این و در بررسی پارامترهای قبلی، مشاهده نشده بود؛ علت این موضوع این است که در قسمتهای قبلی، سفتی پوسته تغییر کرده و سرعت و جرم ضربه زننده (انرژی جنبشی ضربه زننده) و در نتیجه سطح زیر نمودار نیرو-زمان (ایمپالس) ثابت بودهاند که بدین منظور با افزایش نیرو، مدت زمان تماس کاهش یافته است؛ اما در اینجا سفتی سازه ثابت است و جرم ضربه زننده (و متعاقباً انرژی جنبشی آن) افزایش می یابد که نتیجه این تغییرات، افزایش هر سه پارامتر ماکزیمم نیرو، ماکزیمم خیز و مدت زمان تماس است.

8-2-3- زاويه برخورد ضربه زننده

در شکلهای 24 و 25، تأثیر زاویه برخورد ضربه زننده به ترتیب بر تاریخچه نیروی تماس و خیز لایه میانی در محل برخورد آورده شده است. مشاهده میشود که با افزایش زاویه برخورد ضربه زننده از صفر درجه به سمت 90 درجه، ماکزیمم نیرو و ماکزیمم خیز، کاهش مییابند ولی مدت زمان تماس، تقریباً ثابت باقی میماند. مؤلفه ای که تأثیر اصلی در تعیین نیروی تماس دارد، مؤلفه عرضی تحریک خارجی است که با افزایش زاویه برخورد ۲٫ مؤلفه عرضی که از طریق ترم ۲۵۵۶ به تحریک مایل مرتبط است، کاهش مییابد.



Fig. 24 The effect of the impact angle on the history of impact force; Layup $[0,90]_s$; $v_0 = 10 m/s$

شکل 24 اثر زاویه برخورد ضربه زننده بر تاریخچه نیروی تماس؛ لایهچینی $v_0 = 10 \, m/s$ [0,90].



Fig. 25 The effect of the impact angle on the history of impact force; Layup $[0,90]_s$; $v_0 = 10 m/s$

شکل 25 اثر زاویه برخورد ضربه زننده بر خیز سطح میانی در نقطه برخورد؛ لایه- $v_0 = 10 \, m/s$ [0,90] جینی $v_0 = 10 \, m/s$

9- نتيجەگىرى

در این مقاله به تحلیل دینامیکی پوستههای استوانهای کامپوزیتی تحت ضربه مایل سرعت پایین توسط یک ضربه زننده کروی پرداخته شده است. معادلات حرکت بر اساس تئوری کلاسیک پوسته (CST) و با استفاده از روش نیوتن مؤلفههای جابهجایی با توجه به شرایط مرزی به صورت بسط سری فوریه دوگانه نوشته شدهاند. برای بدست آوردن فرکانس طبیعی و پاسخ پوسته استوانهای تحت بارگذاری ضربه سرعت پایین، معادلات حرکت با استفاده از روش توابع وزنی گالرکین حل شده است. تاریخچه نیروی تماس از مدل جرم و فنر بهبودیافته (IS-M) و با بهرهگیری از قانون خطی هرتز پیشبینی شده است. برای صحهگذاری، نتایج با نرمافزار المان محدود آباکوس و آخرین کارهای انجام شده، مقایسه شده است که مطابقت خوبی بین پارامترهای تاریخچه نیروی تماس نظیر بیشینه نیروی تماس و زمان تماس وجود دارد.

- با افزایش نسبت طول به شعاع پوسته استوانهای کامپوزیتی، از دو تا پنج برابر، مدت زمان برخورد، حدوداً یک سوم برابر میشود. با افزایش نسبت L/R به اندازه پنج برابر، حداکثر نیروی تماس به ازای زوایای برخورد مختلف، حدود 0.1 برابر کاهش و حداکثر خیز پوسته، حدود 10 برابر افزایش پیدا میکند. افزایش نسبت L/R با کاهشی، مقدار شیب نمودارهای حداکثر نیرو و حداکثر خیز همراه میباشد که با نزدیک شدن به نسبت L/R برابر با پنچ، شدت این روند کاهشی کم میگردد.
- مقادیر ماکزیمم نیرو و خیز در نقطه محل برخورد، به ازای زوایای مختلف برخورد ضربه زنده، با افزایش نسبت h/R از 0.004 تا 0.02 تا n.202 به ترتیب حدود 2.6 و 0.1 برابر می شوند؛ هم چنین مدت زمان تماس در طی این افزایش نسبت h/R حدود 0.6 برابر می گردد. نسبت افزایش حداکثر نیروی تماس با افزایش نسبت h/R به ازای زوایای برخورد مختلف ضربه زنده، تقریباً خطی است، اما کاهش حداکثر خیز پوسته در محل تماس با افزایش نسبت h/R خطی نیست و شدت آن به تدریج کم می شود.
- با افزایش سرعت ضربه زننده، ماکزیمم نیرو و ماکزیمم خیز افزایش می-یابند ولی مدت زمان تماس، تقریباً ثابت باقی میماند. به عبارت دقیق تر، با افزایش سرعت ضربه زننده از 5 m/s = 0 تا 20 m/s و به عبارتی چهار برابر شدن اندازه سرعت، مقادیر بیشینه نیرو و خیز، هر دو حدوداً چهار برابر شدهاند.
- افزایش همزمان هر سه پارامتر مورد بررسی، ماکزیمم نیرو و خیز و مدت زمان تماس، تنها در بررسی پارامتر جرم ضربه زننده، مشاهده شده است؛ علت این موضوع، آن است که در سایر بررسیها، سفتی پوسته تغییر کرده و سرعت و جرم ضربه زننده (انرژی جنبشی ضربه زننده) و در نتیجه سطح زیر نمودار نیرو-زمان (ایمپالس) ثابت میباشند که بدین منظور با افزایش نیرو، مدت زمان تماس کاهش یافته است؛ اما با تغییر نسبت جرم ضربه زننده به جرم سازه هدف (در شرایطی که جرم سازه هدف ثابت در نظر گرفته شده و جرم ضربه زننده نسبت به آن تغییر می کند)، سفتی سازه ثابت است و جرم ضربه زننده (متعاقباً انرژی جنبشی آن) افزایش مییابد که نتیجه این تغییرات، افزایش هر سه پارامتر ماکزیمم نیرو، ماکزیمم خیز و مدت زمان تماس است.
- با افزایش زاویه برخورد ضربه زننده از صفر درجه به سمت 90 درجه،
 ماکزیمم نیرو و ماکزیمم خیز کاهش یافته ولی مدت زمان تماس تقریباً

ثابت باقی مانده است. نشان داده شده است که مؤلفه عرضی تحریک خارجی تأثیر اصلی را در تعیین نیروی تماس دارد؛ بدین ترتیب با افزایش زاویه برخورد γ ، مؤلفه عرضی که از طریق ترم $\cos \gamma$ به تحریک مایل مرتبط است، کاهش مییابد و به ازای هر زاویه برخورد γ، شاهد این هستیم که ماکزیمم نیرو، نسبت به حالت $\gamma = 0^\circ$ ، با تقریب بسیار خوبی، ۲ cos برابر شده است.

10- فهرست علائم

- h ضخامت استوانه
- R شعاع متوسط استوانه
 - L طول استوانه
- x مختصه مکانی در جهت محوری
- z مختصه مکانی در جهت شعاعی u مؤلفه جابجایی پوسته در جهت محوری
- v مؤلفه جابجایی پوسته در جهت محیطی
- w مؤلفه جابجایی پوسته در جهت شعاعی
- محوری Amn ثابت شکل مود پوسته در جهت محوری
- ثابت شکل مود پوسته در جهت محیطی B_{mn}
- در جهت شعاعی C_{mn}
 - $\begin{cases} E_1 \\ E_2 \end{cases}$ مدول یانگ در جهات اصلی تکلایه
 - G₁₂ مدول برشى
- درایههای ماتریس سفتی کاهش یافته تبدیل یافته Q_{ii}
 - A_{ii} درایههای ماتریس سفتی صفحهای
 - Bij درایههای ماتریس سفتی کوپل
 - D_{ij} درایههای ماتریس سفتی خمشی
 - I₀ اینرسی جرمی پوسته
 - t زمان
 - m تعداد نیمموجهای طولی
 - n تعداد موجهای محیطی

```
 \begin{cases} N_{\theta} \\ N_{x\theta} \end{cases} 
منتجههای نیرو در سه جهت محوری، محیطی و برشی
```

- منتجههای ممان در سه جهت محوری، محیطی و برشی
- L_{ij} عملگرهای دیفرانسیلی نيروى وارد بر المان پوسته در جهات محورى، محيطى و شعاعى
- - $\begin{cases} q_x \\ q_\theta \end{cases}$ نیروی تحریک خارجی در جهات محوری، محیطی و شعاعی
 - فاصله طولی لبه ابتدای سطح اعمال بار نسبت به مبدأ χ_1 فاصله طولى لبه انتهاى سطح اعمال بار نسبت به مبدأ χ_2
 - مرايب ثابت فوريه براى تعريف محل اعمال بار $\left\{egin{smm} X_{mn} \ P_{mn} \end{array}
 ight\}$
 - فشار یکنواخت اعمال شده بر روی سطح اعمال بار q_0 سفتی تماس غیرخطی هرتز k_i
 - فنر خطی (برابر سفتی خمشی پوسته) $k_{
 m s}$

wb جابهجایی شعاعی نقطه زیرین مرکز اعمال بار

سرعت برخورد جسم ضربه زننده v_0

علايم يونانى

ρ چگالی مادہ

- مختصه مکانی در جهت محیطی θ
 - مؤلفەھاي تنش $\{\sigma_{\theta}\}$
 - $(\sigma_{x\theta})$
 - ε_x $\left\{ \varepsilon_{\theta} \right\}$
 - مؤلفههای کرنش
 - ضرايب پواسون $\left\{ egin{smallmatrix} v_{12} \\ v_{21} \end{matrix}
 ight\}$
- (*m*, *n*) فرکانس طبیعی نظیر مود ω_{mn}
 - ضرایب ثابت معادلات فرکانسی β_i
- زاویه لبه ابتدای سطح اعمال بار نسبت به مبدأ ψ_1
- زاویه لبه انتهای سطح اعمال بار نسبت به مبدأ ψ_2
- γ زاویه برخورد ضربه زننده نسبت به راستای شعاعی
 - فرورفتگی موضعی دو جسم در تماس با هم lpha
- ابار خیز حاصل از تحلیل استاتیکی نقطه زیرین مرکز اعمال بار δ_1
 - فرکانس پایه ω_f
 - زيرنويسها
 - s يوسته
 - *i* ضربه زننده
 - 11- ييوستها

$$\begin{split} & \text{y}_{2} \\ L_{11} &= A_{11} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{2A_{13}}{R} \frac{\partial^2}{\partial x \partial \theta} + \frac{A_{33}}{R^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \\ L_{12} &= \left(A_{13} + \frac{B_{13}}{R}\right) \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \left(\frac{A_{12} + A_{33}}{R} + \frac{B_{12} + B_{33}}{R^2}\right) \frac{\partial^2}{\partial x \partial \theta} \\ &\quad + \left(\frac{A_{23}}{R^2} + \frac{B_{23}}{R^3}\right) \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \\ L_{13} &= -B_{11} \frac{\partial^3}{\partial x^3} - \frac{3B_{13}}{R} \frac{\partial^3}{\partial x^2 \partial \theta} - \left(\frac{B_{12} + 2B_{33}}{R^2}\right) \frac{\partial^3}{\partial x \partial \theta^2} - \frac{B_{23}}{R^3} \frac{\partial^3}{\partial \theta^3} \\ &\quad + \frac{A_{12}}{R} \frac{\partial}{\partial x} + \frac{A_{23}}{R^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \\ L_{21} &= L_{12} \\ L_{22} &= \left(A_{33} + \frac{2B_{33}}{R} + \frac{D_{33}}{R^2}\right) \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \left(\frac{2A_{23}}{R} + \frac{4B_{23}}{R^2} + \frac{2D_{23}}{R^3}\right) \frac{\partial^2}{\partial x \partial \theta} \\ &\quad + \left(\frac{A_{22}}{R^2} + \frac{B_{22}}{R^3} + \frac{D_{22}}{R^4}\right) \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \\ L_{23} &= -\left(B_{13} + \frac{D_{13}}{R}\right) \frac{\partial^3}{\partial x^3} - \left(\frac{B_{12} + 2B_{33}}{R} + \frac{D_{12} + 2D_{33}}{R^2}\right) \frac{\partial^3}{\partial x^2 \partial \theta} \\ &\quad - 3\left(\frac{B_{23}}{R^2} + \frac{D_{23}}{R^3}\right) \frac{\partial^3}{\partial x \partial \theta^2} - \left(\frac{B_{22}}{R^3} + \frac{D_{22}}{R^4}\right) \frac{\partial^3}{\partial \theta^3} + \left(\frac{A_{23}}{R} + \frac{B_{23}}{R^2}\right) \frac{\partial}{\partial x} \\ &\quad + \left(\frac{A_{22}}{R^2} + \frac{B_{22}}{R^3}\right) \frac{\partial}{\partial \theta} \\ L_{31} &= -L_{13} \\ L_{32} &= -L_{23} \\ L_{33} &= -D_{11} \frac{\partial^4}{\partial x^4} - \frac{4D_{13}}{R} \frac{\partial^4}{\partial x^3 \partial \theta} - 2\left(\frac{D_{12} + 2D_{33}}{R^2}\right) \frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial \theta^2} \\ &\quad - \frac{4D_{23}}{R^3} \frac{\partial^4}{\partial x \partial \theta^3} - \frac{D_{22}}{R^4} \frac{\partial^4}{\partial \theta^4} + \frac{2B_{12}}{R} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{4B_{23}}{R^2} \frac{\partial^2}{\partial x \partial \theta} \\ &\quad + \frac{2B_{22}}{R^3} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} - \frac{A_{22}}{R^2} \end{split}$$

پيوست ب

نشریه علوم و فناوری ک**امیو زیت**

with semi-analytical method", In Persian, Iranian Journal of Mechanical Engineering, Vol. 20, No.1, pp. 25-44, 2018.

- [14] Safarabadi, M., Ashkani, P. and Ganjiani, S.M, "Finite element simulation of high velocity impact on polymer composite plates " In Persian, Journal of Science and Technology of Composites, Vol. 05, No. 02, pp. 157-168, 2018.
- [15] Torabizadeh, M. A. "Response of aluminum foam sandwiches under low velocity impact", In Persian, Journal of Science and Technology of Composites, Vol. 05, No. 02, pp. 177-184, 2018.
- [16] Hedayatian, M., Liaghat, GH. H., Rahimi GH. H., Pol, M. H. and Khoshsorour, M. "Experimental study on dynamic response of grid cylindrical composite structures under high velocity impact", In Persian, Modares Mechanical Engineering, Vol. 14, No. 2, pp.41-46.2014
- [17] Kavousi Sisi, M., Shakeri, M. and Sadighi, M. "Dynamic Analysis of Asynchronous Low-Velocity Impacts on Laminated Composite Plate", In Persian, Amirkabir J. Mech. Eng., Vol. 50, No. 1, pp. 47-62.2018.
- [18] Soroush, M., MalekzadehFard, K. and Sharavi, M. "Experimental Measurement of Parameters for High Velocity Impact Simulation on Composite Plate Based On PDM and CZM", In Persian, Modares Mechanical Engineering, Vol. 19, No. 9. pp. 2215-2226, 2019.
- [19] Davar, A., Khalili, S. M. R., MalekzadehFard, K. "Assessment of different higher order theories for low-velocity impact analysis of fibre-metal laminate cylindrical shells", J. Materials Design and Applications, Vol. 0, No. 0. pp. 1-30, 2013.
- [20] Jin, G., Ye, T. and Su, Z., "Structural Vibration", Engineering Structures, 2015.
- [21] Leissa, A. W., "Vibration of shells", Nasa Washington, 1973.[22] Soedel, W., "Vibrations of shells and plates", Marcel Dekker, 2004.
- [23] Choi, I. H. and Lim, C. H., "Low-Vvelocity Impact Analysis of Composite Laminates using Linearized Contact Law", Compos. Struct., Vol. 66, No. 1-4, pp. 125-132, 2004.
- [24] Pashah, S., Massenzio, M. and Jacquelin, E., "Prediction of Structural Response for Low Velocity Impact", Int. J. Impact Eng., Vol. 35, No. 2, pp. 119-132, 2008.
- [25] Swanson, S. R., "Limits of Quasi-Static Solutions in Impact of Composite Structures", Compos. Eng., vol. 2, no. 4, pp. 261-267, 1992
- [26] Gong, S. "A Study of Impact on Composite Laminated Shells", National University of Singapore, 1995.
- [27] Matemilola, S. A. and Stronge, W. J., "Impact Response of Composite Cylinders", Int. J. Solids Struct., Vol. 34, No. 21, pp. 2669-2684, 1997.

$$\begin{split} k_{11} &= -A_{11} \frac{m^2 \pi^2}{L^2} - \frac{A_{33}}{R^2} n^2 \\ k_{12} &= \left(\frac{A_{12} + A_{33}}{R} + \frac{B_{12} + B_{33}}{R^2}\right) \frac{mn\pi}{L} \\ k_{13} &= B_{11} \frac{m^3 \pi^3}{L^3} + \left(\frac{B_{12} + 2B_{33}}{R^2}\right) \frac{mn^2 \pi}{L} + \frac{A_{12}}{R} \frac{m\pi}{L} \\ k_{21} &= \left(\frac{A_{12} + A_{33}}{R} + \frac{B_{12} + B_{33}}{R^2}\right) \frac{mn\pi}{L} \\ k_{22} &= -\left(A_{33} + \frac{2B_{33}}{R} + \frac{D_{33}}{R^2}\right) \frac{m^2 \pi^2}{L^2} - \left(\frac{A_{22}}{R^2} + \frac{B_{22}}{R^3} + \frac{D_{22}}{R^4}\right) n^2 \\ k_{23} &= -\left(\frac{B_{12} + 2B_{33}}{R} + \frac{D_{12} + 2D_{33}}{R^2}\right) \frac{m^2 \pi^2}{L^2} - \left(\frac{B_{22}}{R^3} + \frac{D_{22}}{R^4}\right) n^3 \\ &- \left(\frac{A_{22}}{R^2} + \frac{B_{22}}{R^3}\right) n \\ k_{31} &= B_{11} \frac{m^3 \pi^3}{L^3} + \left(\frac{B_{12} + 2B_{33}}{R^2}\right) \frac{mn^2 \pi}{L^2} + \frac{A_{12}}{R} \frac{m\pi}{L} \\ k_{32} &= -\left(\frac{B_{12} + 2B_{33}}{R} + \frac{D_{12} + 2D_{33}}{R^2}\right) \frac{m^2 n\pi^2}{L^2} - \left(\frac{B_{22}}{R^3} + \frac{D_{22}}{R^4}\right) n^3 \\ &- \left(\frac{A_{22}}{R^2} + \frac{B_{22}}{R^3}\right) n \\ k_{33} &= -D_{11} \frac{m^4 \pi^4}{L^4} - 2\left(\frac{D_{12} + 2D_{33}}{R^2}\right) \frac{m^2 n\pi^2 \pi^2}{L^2} - \frac{D_{22}}{R^4} n^4 - \frac{2B_{12}}{R} \frac{m^2 \pi^2}{L^2} \\ &+ \frac{2B_{22}}{R^3} n^2 - \frac{A_{22}}{R^2} \end{aligned}$$

12- مراجع

- [1] Abrate, S., "Impact on Composite Structures", Cambridge University Press, 1998.
- [2] Christoforou, A. P. and Swanson, S. R., "Analysis of Simply Supported Orthotropic Cylindrical Shells Subject to Lateral Impact Loads", J. Appl. Mech. Trans. ASME, Vol. 57, No. 2, pp. 376-382, 1990
- [3] Gong, S. W., Toh, S. L. and Shim, V. P. W., "The Elastic Response of Orthotropic Laminated Cylindrical Shells to Low-Velocity Impact", Compos. Eng., Vol. 4, No. 2, pp. 247-266, 1994.
- [4] Shivakumar, K. N., Elber, W. and Illg W., "Prediction of Impact Force and Duration Due to Low-velocity Impact on Circular Composite Laminates", J. Appl. Mech. Trans. ASME, Vol. 52, No. 3, pp. 674–680, 1985.
- [5] Malekzadeh-Fard, K. Azarnia, A. H. and Zolghadr, N., "Analytical modeling to predict dynamic response of Fiber-Metal Laminated Panel subjected to low velocity impact", In Persian, Journal of Science and Technology of Composites, Vol. 5, No. 3, pp. 331-342, 2018.
- [6] Pierson, M. O. and Vaziri, R., "Analytical Solution for Low-Velocity Impact Response of Composite Plates", AIAA J., Vol. 34, No. 8, pp. 1633-1640, 1996.
- [7] Her, S. C. and Liang, Y. C., "The Finite Element Analysis of Composite Laminates and Shell Structures Subjected to Low Velocity Impact", Compos. Struct., Vol. 66, No. 1-4, pp. 277-285, 2004
- [8] Xi, W., Kui, Z., Wei, Z. and Bing, C. J., "Theoretical Solution and Finite Element Solution for an Orthotropic Thick Cylindrical Shell under Impact Load", J. Sound Vib., Vol. 236, No. 1, pp. 129-140, 2000.
- [9] Studeh, A., Enferadi, M., "Parametric Study of the Dynamic Response of Composite Cylindrical Shells to Low Velocity Impact", The 7th Conference of Iranian Aerospace Society 2008.
- [10] Khalili, S. M. R., Azarafza, R. and Davar, A., "Transient Dynamic Response of Initially Stressed Composite Circular Cylindrical Shells under Radial Impulse Load", Compos. Struct., Vol. 89, No. 2, pp. 275-284, 2009.
- [11] Malekzadeh Fard, K. and , Gholami, M., "Dynamic Response of the Curved Composite Shells Subjected to Low-Velocity Multi Mass Impacts", In Persian, Scientific Journal of Aerospace Mechanics, Vol. 10, No. 3, pp. 73-88, 2014.
- [12] Davar, A. Azarafza, R. Faraii Shoaa, J., "Experimental and numerical analysis of low-velocity impact on composite sandwich panels with grid stiffened core", In Persian, Journal of Science and Technology of Composites, Vol. 6, No.4, pp. 615-626, 2020.
- [13] Shariyat, M. and Rosahnfar, M., "Analysis of a sandwich plate with point supports subjected to an eccentric low-velocity impact