



## اثرات دما و زاویه الیاف در توزیع تنش و کرنش خزشی بلندمدت در استوانه کامپوزیتی چندلایه با الیاف تکجهته

احمدرضا قاسمی<sup>۱\*</sup>، کمیل حسینپور<sup>۲</sup>

۱- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه کاشان، کاشان

۲- دانشجوی دکترا، مهندسی مکانیک، دانشگاه کاشان، کاشان

\*کاشان، صندوق پستی ۸۷۳۱۷۵۳۱۵۳ Ghasemi@kashanu.ac.ir

### چکیده

در این تحقیق خزش و توزیع کرنش‌های خزشی و مماسی و نسبت تنش موثر بر فشار داخلی در یک استوانه جدار ضخیم شیشه/ونیل-استر برای زمان‌های طولانی‌مدت، مطالعه شده است. با استفاده از معادلات ساختاری شپری، ثابت‌های این معادلات در دماها و تنش‌های مختلف استفاده شده است. استوانه کامپوزیتی نیز با هندسه مقاطع، طول بلند و زوایای چیدمان، ۰، ۴۵ و ۹۰ درجه به‌شکل چندلایه تک‌جهته مدل‌سازی شده است. بارگذاری استوانه شامل فشار داخلی و اختلاف درجه حرارت برای دماهای متفاوت مورد نظر بوده و از تئوری کلاسیک لایه‌ای استفاده شده است. مدل ویسکوالاستیک مورد نظر با استفاده از روابط پرانتل-روس و روش تقریب عددی مندلسون تحلیل شد و توزیع کرنش‌های خزشی و تنش موثر در ضخامت جداره برای چندلایه‌های گوناگون و اختلاف درجه حرارت متفاوت برای مدت زمان ۱۵ سال ترسیم و تحلیل شده است. نتایج این پژوهش افزایش میزان نسبت تنش موثر بر فشار داخلی و کرنش خزشی شعاعی درجه با افزایش دما در چندلایه‌های تکجهته با زاویه الیاف ۰ و ۹۰ درجه را نشان می‌دهد. همچنین در چیدمان با زاویه الیاف ۴۵ درجه با افزایش تغییرات دمایی نسبت تنش موثر بر فشار داخلی کاهش یافته و مقادیر کرنش خزشی شعاعی و مماسی در جداره درونی از نظر قدرمطلقی افزایش و در جداره خارجی از نظر قدرمطلقی کاهش می‌یابند.

### اطلاعات مقاله

دریافت: ۹۴/۱۰/۳۰

پذیرش: ۹۵/۱/۲۲

### کلیدواژه‌گان:

استوانه کامپوزیتی

خرش بلندمدت

انتگرال بگانه شپری

چندلایه تکجهته

## The effects of fiber angle and temperature on the distribution of long-term stress and creep strain for unidirectional multilayer composite cylinder

Ahmad Reza Ghasemi\*, Komeil Hosseinpour

Department of Mechanical Engineering, University of Kashan, Kashan, Iran  
\*P.O.B. 8731753153, kashan, Iran, Ghasemi@kashanu.ac.ir

### Keywords

Composite cylinder  
Long-term creep  
Schapery integral model  
Fiber orientation

### Abstract

In this study, the distribution of radial and tangential creep strains and ratio of effective stress to internal pressure in a glass/vinyl ester thick-walled cylinder for long-term time period are studied. The constants of Schapery compatibility equations have been used for different temperatures and stresses. A symmetric multilayer composite long cylinder with 0, 45 and 90 fiber orientations has been modeled. The cylinder has been loaded by internal pressure and temperature difference. Also, the classical lamination theory has been applied for solving the equations. Viscoelastic model using Prandtl-Russ relations and Mendelson's approximation method has been analyzed. In addition, the distribution of radial and tangential creep strains and effective stress in the wall thickness for different layouts and temperatures difference in 15 years has been drawn and analyzed. The results show that the ratio of effective stress to internal pressure increases. Further, with growing the temperature in the unidirectional multilayer with 0° and 90° fiber orientations, the radial and tangential creep strains increase. Also, in the unidirectional multilayer with 45° fiber orientation, the ratio of effective stress to internal pressure decreases with increasing the temperature differences. In addition, the absolute values of radial and tangential creep strains in the One of them is inner and the other in outerwalls increase and decrease, respectively.

### ۱- مقدمه

است. در این میان استفاده از مخازن کامپوزیتی چندلایه در محیط‌هایی با فشار و دمای بالا سبب شده است که مطالعه بر رفتار خزشی آنها در بلند مدت مورد توجه روزافرون قرار گیرد. رفتار وابسته به زمان کامپوزیت، مطالعه دلیل استحکام مکانیکی بالا، وزن پایین و شکل‌دهی آسان گسترش یافته

برای ارجاع به این مقاله از عبارت زیر استفاده نمایید:

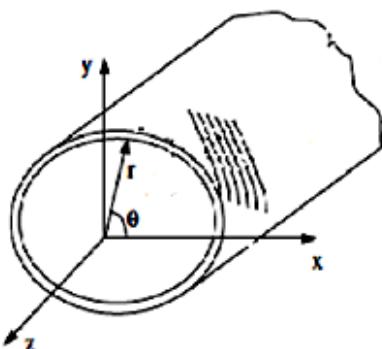
Ghasemi, A.R. and Hosseinpour, K., "The effects of fiber angle and temperature on the distribution of long-term stress and creep strain for unidirectional multilayer composite cylinder", In Persian, Journal of Science and Technology of Composites, Vol. 3, No. 3, pp. 233-242, 2016.

### Please cite this article using:

ویسکوالاستیک غیرخطی با استفاده از مدل انتگرال یگانه شپری بررسی نمود. او نشان داد فرض ویسکوالاستیک تاثیر به سزایی در توزیع تنش در جداره استوانه کامپوزیتی دارد. زانگ و همکاران [۱۵] تحلیلی بر مبنای تئوری ترمومالاستیستیک برای مطالعه توزیع تنش در جداره استوانه کامپوزیتی انجام دادند. آنها با انتخاب استوانه کامپوزیتی چندلایه جدار ضخیم که تحت فشار داخلی و توزیع دمایی در راستای شعاع بود، نشان دادند که نتایج روش تحلیلی و مدل المان محدود تطابق قابل قبولی با هم دارند. رفیعی و مظہری [۱۶] برای ارزیابی خوش در کامپوزیتهای پایه پلیمری یک مدل بر اساس رفتار ویسکوالاستیک رزین ارایه نمودند. در مدل ارایه شده برای مطالعه رفتار خوشی کامپوزیت به آزمون‌هایی بر روز زین خالص نیاز است. در مرور مقالات موجود، بیشتر مطالعات انجام شده توسط محققان بر روی توزیع تنش در جداره استوانه کامپوزیتی در حالت الاستیک است، که اثرات تغییر پارامترهای مانند زاویه الیاف را مطالعه نموده‌اند. با توجه به اهمیت پدیده خوش و نحوه توزیع کرنش خوشی بلندمدت، مطالعات متعددی در استوانه‌های فلزی و مواد مدرج تابعی انجام گرفته و تاثیر پارامترهای مختلف در نحوه توزیع تنش و کرنش خوشی بیان شده است، لیکن برای چندلایه‌های کامپوزیتی و توزیع تنش-کرنش خوشی در استوانه کامپوزیتی مطالعات قابل توجهی مشاهده نشد. پدیده خوش بلندمدت و توزیع کرنش‌های خوشی در جداره استوانه کامپوزیتی و مطالعه اثرات پارامترهای مختلف بسیار اهمیت دارد. در تحقیق حاضر بافرض رفتار ویسکوالاستیک برای یک استوانه کامپوزیتی چندلایه با الیاف تکجهتی که تحت فشار داخلی و با حرارتی قرار دارد، کرنش خوشی بلندمدت مطالعه شده است. همچنین توزیع کرنش خوشی مماسی و شعاعی در جداره استوانه کامپوزیتی ترسیم و نتایج تفسیر شده است. در پایان تاثیر زاویه الیاف و اثر تغییرات دما بر نحوه توزیع کرنش خوشی در ضخامت استوانه کامپوزیتی مطالعه شده است.

## ۲- معادلات حاکم

یک استوانه جدار ضخیم از چندلایه کامپوزیتی با الیاف تکجهتی همراه با تقارن محوری مطابق شکل ۱ در نظر گرفته شده است. ابتدا و انتهای استوانه دو سر آزاد فرض شده و استوانه تحت فشار داخلی قرار دارد. همچنین توزیع دمایی یکنواخت بین جداره داخلی و بیرونی استوانه فرض شده است.



شکل ۱ استوانه کامپوزیتی با چیدمان الیاف تکجهتی

با در نظر گرفتن معادلات تعادل و عدم تغییرشکل در راستای طولی و تقارن محوری معادله تعادل به صورت رابطه (۱) بیان می‌شود.

$$\frac{d\sigma_{rr}}{dr} + \frac{\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta}}{r} = 0 \quad (1)$$

رفتار خوشی آنها با استفاده از فرضیات ویسکوالاستیک را ناگزیر می‌نماید. از آنجا که مطالعات تجربی برای شناخت رفتار خوشی زمان بر است، مطالعات زیادی برای تحلیل و پیش‌بینی خوش در بلندمدت انجام گرفته است. فایندی [۱] برای توضیح رفتار خوشی بلندمدت رابطه‌ای بر اساس مدل توانی ارائه نمود. لیدمن [۲] نیز با در نظر گرفتن رفتار خوشی ویسکوالاستیک کامپوزیت‌ها مدلی با استفاده از انتگرال دوگانه پیشنهاد کرد. اما یکی از پرکاربردترین مدل‌ها در بررسی رفتار خوشی کامپوزیت‌ها مدل انتگرال یگانه شپری [۳] است که توسعه‌یافته مدل بولتزمن می‌باشد. در این مدل با استفاده از تاریخچه تنش وارده و اصول ترمودینامیک معادله ساختاری برای تغییرات کرنش خوشی با زمان در حالت ویسکوالاستیک غیرخطی استخراج شده است. توتل و برینسون [۴] با استفاده از مدل غیرخطی انتگرال شپری و تئوری کلاسیک لایه‌ای رفتار چندلایه کربن/اپوکسی در حالت بارگذاری صفحه‌ای را ارزیابی نمودند. آنها برای دو چیدمان مختلف تغییرات نرمی را در مدت زمان طولانی بررسی کردند. همچنین ویلت و شپری [۵] تاثیر دما را در رفتار وابسته به زمان برای کامپوزیت کربن/اپوکسی تکجهتی در سه دمای مختلف و با نرخ ثابت تنش فشاری با مدل شپری مورد بررسی قرار دادند. نتایج آنها نشان داد نتایج تجربی و مدلسازی المان محدود بر پایه مدل شپری تطابق خوبی با هم دارند. پایانیکولا و همکاران [۶] تاثیر زاویه الیاف را در رفتار خوشی بررسی نمودند. آنها با استفاده از مدل انتگرال یگانه شپری مشخصه‌های ضرایب ساختاری برای کربن/اپوکسی با زاویه الیاف مختلف را محاسبه کردند و نشان دادند تغییر در زاویه الیاف در ضرایب ساختاری و در نتیجه بر رفتار خوشی تاثیرگذار است. مولیانا و همکاران [۷] نیز رفتار بلندمدت را برای دو نوع کامپوزیت شیشه/ونیل استر و شیشه/پلی استر با الیاف تکجهتی تحت بارهای مکانیکی و حرارتی وابسته به زمان را با آزمایش بدست آورند.

با توجه به اثرات دما بر رفتار ویسکوالاستیک کامپوزیت‌های زمینه پلیمری مطالعاتی در این زمینه نیز صورت گرفته است. ساوات و مولیانا [۸] با استفاده از مدل انتگرال یگانه شپری تاثیر تاریخچه تنش و دما را در رفتار نمونه‌های شیشه/اپوکسی با زاویه الیاف مختلف بررسی کردند و نتایج بدست آمده از تحلیل عددی خود را در با نتایج تجربی مقایسه نمودند. موداسینی و همکاران [۹] با استفاده از نتایج تجربی و روش عددی بر مبنای مدل تعیین یافته شپری آزمونهای خوش را برای شیشه/پلی استر با سه زاویه الیاف، ۰، ۴۵ و ۹۰ درجه دادند و نشان دادند نتایج عددی تطابق خوبی با نتایج آزمایشی دارد. همچنین موسوی و همکاران [۱۰] با بارگذاری مکانیکی-حرارتی بر روی نمونه‌های کامپوزیتی با زمینه پلیمر و با الیاف تکجهتی کربن نشان دادند، رفتار ویسکوالاستیک پلیمر در دمایی بالا در میزان کرنش تاثیرگذار است. با توجه به کاربرد فراوان استوانه‌های کامپوزیتی در صنعت برای بررسی توزیع تنش و کرنش در جداره استوانه کامپوزیتی نیز مطالعاتی انجام گرفته است. مطالعه تغییرشکل الاستیک برای سیلندر کامپوزیتی تحت شرایط مرزی همگن توسط تسکروف و درش [۱۱] انجام شد. پرنس و نوران [۱۲] نیز با استفاده از تئوری کلاسیک لایه‌ای و فرضیه کرنش صفحه‌ای بر اساس روابط الاستیک برای استوانه کامپوزیتی دوران تحت بارهای محوری و فشار داخلی تاثیر چیدمانهای متفاوت را بررسی نمودند. قاسمی و همکاران [۱۳] با استفاده از تئوری کرنشهای کوچک الاستیک به مطالعه تحلیلی و عددی یک استوانه ساخته شده از مواد مدرج تابعی که با چندلایه‌های کامپوزیتی تقویت شده است، پرداختند. گودس [۱۴] رفتار وابسته به زمان استوانه کامپوزیتی از جنس کربن/اپوکسی را با فرض

$$\begin{aligned}\sigma_\theta &= \bar{Q}_{12}^k \varepsilon_{rr} + \bar{Q}_{22}^k \varepsilon_{\theta\theta} - \bar{Q}_{12}^k \varepsilon_{rr}^c - \bar{Q}_{22}^k \varepsilon_{\theta\theta}^c \\ &\quad - \bar{Q}_{12}^k \varepsilon_{rr}^T - \bar{Q}_{22}^k \varepsilon_{\theta\theta}^T \\ \sigma_z &= \bar{Q}_{13}^k \varepsilon_{rr} + \bar{Q}_{32}^k \varepsilon_{\theta\theta} - \bar{Q}_{13}^k \varepsilon_{rr}^c - \bar{Q}_{32}^k \varepsilon_{\theta\theta}^c \\ &\quad - \bar{Q}_{13}^k \varepsilon_{rr}^T - \bar{Q}_{32}^k \varepsilon_{\theta\theta}^T\end{aligned}\quad (7)$$

که  $\varepsilon_{rr}^c$  و  $\varepsilon_{\theta\theta}^c$  به ترتیب کرنش‌های خزشی شعاعی و مماسی هستند و  $\varepsilon_{rr}^T$  و  $\varepsilon_{\theta\theta}^T$  کرنش‌های حرارتی هستند، که از رابطه (۸) بدست می‌آیند.

$$\begin{aligned}\varepsilon_{rr}^T &= \alpha_r \Delta T \\ \varepsilon_{\theta\theta}^T &= \alpha_\theta \Delta T\end{aligned}\quad (8)$$

در رابطه ۸،  $\Delta T$  مقداری تغییرات دما در جداره نسبت به محیط است. با جایگذاری رابطه ۲ در رابطه ۷ و بعد از آن جایگذاری در رابطه ۱ معادله دیفرانسیل رابطه (۹) بدست می‌آید.

$$\begin{aligned}r^2 \frac{d^2(u_r)^k}{dr^2} + r \frac{d(u_r)^k}{dr} - \frac{\bar{Q}_{22}^k}{\bar{Q}_{11}^k} u_r &= r^2 \frac{d(\varepsilon_{rr}^c + \varepsilon_{rr}^T)}{dr} + \\ + r^2 \frac{\bar{Q}_{12}^k}{\bar{Q}_{11}^k} \frac{d(\varepsilon_{\theta\theta}^c + \varepsilon_{\theta\theta}^T)}{dr} + r \frac{\bar{Q}_{11}^k - \bar{Q}_{12}^k}{\bar{Q}_{11}^k} (\varepsilon_{rr}^c + \varepsilon_{rr}^T) \\ + r \frac{\bar{Q}_{12}^k - \bar{Q}_{22}^k}{\bar{Q}_{11}^k} (\varepsilon_{\theta\theta}^c + \varepsilon_{\theta\theta}^T)\end{aligned}\quad (9)$$

معادله فوق یک معادله درجه دوم کوشی - اویلر است که دارای حل همگن و خاص به شکل رابطه (۱۰) می‌باشد.

$$u^k = u_h^k + u_p^k \quad (10)$$

برای حل همگن:

$$u_h^k = Cr^{B^k} \quad (11)$$

و با جایگذاری آن در قسمت همگن معادله دیفرانسیل ۹ معادله مشخصه به شکل رابطه (۱۲) بدست می‌آید.

$$(B^k)^2 - \frac{\bar{Q}_{22}^k}{\bar{Q}_{11}^k} = 0 \quad (12)$$

که دارای ریشه مضاعف می‌باشد.

$$B^k = \sqrt{\frac{\bar{Q}_{22}^k}{\bar{Q}_{11}^k}} \quad (13)$$

و در نتیجه حل همگن به صورت رابطه (۱۴) حاصل خواهد شد.

$$u_h^k = X_1^k r^{B^k} + X_2^k r^{-B^k} \quad (14)$$

برای حل خاص می‌توان رابطه (۱۵) نوشت.

$$u_p^k = u_1^k r^{B^k} + u_2^k r^{-B^k} \quad (15)$$

که

$$u_1^k = \int \frac{-r^{B^k} R^k(r)}{W(r^{B^k}, r^{-B^k})} dr \quad (16)$$

در معادله ۱،  $\sigma_{rr}$  و  $\sigma_{\theta\theta}$  به ترتیب تنش شعاعی و تنش محیطی هستند به دلیل همجهت بودن لایه‌های تشکیل دهنده استوانه و همچنین گرادیان دمایی حالت ثابت- حالت یکنواخت در ضخامت استوانه کامپوزیت مقادیر تنش برشی ناچیز می‌باشند.

روابط کرنش- جابه‌جایی با فرض خطی بودن برای استوانه در نظر گرفته شده به صورت رابطه (۲) تعریف می‌شوند.

$$\begin{aligned}\varepsilon_{rr} &= \frac{du}{dr} \\ \varepsilon_{\theta\theta} &= \frac{u}{r} \\ \varepsilon_{zz} &= 0\end{aligned}\quad (2)$$

که در رابطه بالا  $\varepsilon_{rr}$  کرنش شعاعی،  $\varepsilon_{\theta\theta}$  کرنش مماسی،  $\varepsilon_{zz}$  کرنش محوری و  $u$  تغییرمکان در راستای شعاع است. برای حالت کرنش صفحه‌ای رابطه تنش کرنش الاستیک برای کامپوزیت‌ها با الیاف تک جهتی مطابق رابطه (۳) تعریف می‌شود.

$$\{\sigma\}_{1,2,3} = [Q]\{\varepsilon\}_{1,2,3} \quad (3)$$

که اندیسه‌های ۱، ۲ و ۳ به جهت‌های  $x$ ،  $y$  و  $z$  اشاره دارند و  $[Q]$  ماتریس سفتی است که به صورت رابطه (۴) تعریف می‌شود.

$$[Q] = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{\vartheta_{xy}}{E_x} & \frac{\vartheta_{xz}}{E_x} \\ \frac{\vartheta_{yx}}{E_y} & 1 & \frac{\vartheta_{yz}}{E_y} \\ \frac{\vartheta_{zx}}{E_z} & \frac{\vartheta_{zy}}{E_z} & 1 \end{bmatrix}^{-1} \quad (4)$$

برای استفاده از ماتریس سفتی در مختصات استوانه‌ای از ماتریس تبدیل رابطه (۵) استفاده می‌شود.

$$\begin{aligned}[A_{ij}] &= \begin{bmatrix} m^4 & n^4 & 0 & 2m^2n^2 & 0 & 0 & 4m^2n^2 \\ m^2n^2 & m^2n^2 & 0 & m^4 + n^4 & 0 & 0 & -4m^2n^2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m^2 & n^2 & 0 \\ n^4 & m^4 & 0 & 2m^2n^2 & 0 & 0 & 4m^2m^2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & n^2 & m^2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5)\end{aligned}$$

که  $m = \sin \alpha$ ،  $n = \cos \alpha$  می‌باشند و  $\alpha$  زاویه الیاف است. بنابراین می‌توان ماتریس سفتی در مختصات تبدیل یافته را به شکل رابطه (۶) نوشت.

$$[\bar{Q}_{ij}^k] = [A_{ij}][Q_{ij}^k] \quad (6)$$

در رابطه ۶،  $[\bar{Q}_{ij}^k]$  ماتریس سفتی برای تک‌لایه کامپوزیتی در مختصات استوانه‌ای است و بالا نوشت  $k$  به شماره لایه اشاره دارد. با توجه به این که کرنش کل حاصل جمع کرنش الاستیک، کرنش خزشی و کرنش حرارتی است، رابطه تنش - کرنش در مختصات استوانه‌ای برای هر لایه به صورت رابطه (۷) نوشه می‌شود.

$$\begin{aligned}\sigma_r &= \bar{Q}_{11}^k \varepsilon_{rr} + \bar{Q}_{12}^k \varepsilon_{\theta\theta} - \bar{Q}_{11}^k \varepsilon_{rr}^c - \bar{Q}_{12}^k \varepsilon_{\theta\theta}^c \\ &\quad - \bar{Q}_{11}^k \varepsilon_{rr}^T - \bar{Q}_{12}^k \varepsilon_{\theta\theta}^T\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u^k(r^k) &= u^{k+1}(r^k) \\ \frac{d}{dr} u^k(r^k) &= \frac{d}{dr} u^{k+1}(r^k) \end{aligned} \quad (24)$$

از طرفی شرایط مرزی کلی که در جداره استوانه حاکم است، نیز برای بدست آوردن ضرایب مجهول در لایه درونی و بیرونی استفاده می‌شود.

$$\begin{aligned} r = a &\rightarrow \sigma_{rr}^1 = -P_i \\ r = b &\rightarrow \sigma_{rr}^n = 0 \end{aligned} \quad (25)$$

### ۲-۳- تحلیل عددی وابسته به زمان

برای بدست آوردن مقادیر کرنش خزشی در بلندمدت ارتباط کرنش و تنش در هر لحظه مشخص شده و ارتباط آنها با کرنش خزشی بیان می‌شود. برای این منظور از رابطه پرانتل-روس در هر لایه استفاده شده است، که بهصورت رابطه (۲۶) تعریف می‌شود.

$$\begin{cases} \varepsilon_{rr}^c = \frac{\varepsilon_c}{2\sigma_e} (2\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta} - \sigma_{zz}) \\ \varepsilon_{\theta\theta}^c = \frac{\varepsilon_c}{2\sigma_e} (2\sigma_{\theta\theta} - \sigma_{rr} - \sigma_{zz}) \end{cases} \quad (26)$$

که همچنین  $\sigma_e$  نشان دهنده تنش موثر است و از رابطه تنش هشتوجهی بدست می‌آید.

$$\sigma_e = \frac{1}{3} \sqrt{(\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta})^2 + (\sigma_{rr} - \sigma_{zz})^2 + (\sigma_{zz} - \sigma_{\theta\theta})^2} \quad (27)$$

برای محاسبه پارامتر  $\varepsilon_c$  در رابطه ۲۶ باید معادله ساختاری و تاریخچه رابطه تنش - کرنش در مدت زمان بررسی مشخص باشد. با توجه به رفتار ویسکوالاستیک کامپوزیت‌های پایه پلیمری برای محاسبه  $\varepsilon_c$  از مدل انتگرال یگانه شپری استفاده می‌شود، که با فرض رفتار ویسکوالاستیک غیرخطی و بر اساس مدل توانی فاینالی بهصورت رابطه (۲۸) تعریف شده است [۶].

$$\varepsilon(t) = g_0(\sigma_e)g_0(T)D_0\sigma_e +$$

$$g_1(\sigma_e)g_1(T)g_2(\sigma_e)g_2(T)D_1(t/a_{\sigma_e}a_T)^n\sigma_e \quad (28)$$

در رابطه ۲۸،  $D_0$  و  $n$  ضرایب خطی ویسکوالاستیک هستند و  $a_{\sigma_e}$  و  $g_2(\sigma_e)$ ،  $g_1(\sigma_e)$ ،  $g_0(\sigma_e)$  ضرایب غیرخطی ویسکوالاستیک در رابطه شپری وابسته به تنش و  $a_T$  و  $g_2(T)$ ،  $g_1(T)$ ،  $g_0(T)g_1(T)$  ضرایب غیرخطی ویسکوالاستیک در رابطه شپری وابسته به دما می‌باشند. همچنین  $\sigma_e$  نشان دهنده تنش موثر است.

با توجه به روابط بدست آمده در بخش‌های قبل برای بدست آوردن توزیع کرنش خزشی در بلندمدت از روش عددی بر مبنای روش تقریب متولی مدلسون استفاده شده است. به این منظور همانطور که در شکل ۲ نشان داده شده است، با تقسیم بندی هر لایه کامپوزیتی به لایه‌های فرضی سیار نازک در جداره استوانه مراحل زیر انجام می‌شود:

۱. برای تقسیم‌بندی زمان، در تحقیق حاضر زمان یک روز یا

۸۶۴۰۰ ثانیه که نتایج در آن همگرایی داشتند، در نظر گرفته شده است، (ثانیه  $= 86400$ ) و باجمع زمان‌ها در پهنه زمانی

حل برابر با کل زمان مورد مطالعه است. یعنی:

$$t_i = \sum_{k=1}^{i-1} \Delta t_k + \Delta t_i \quad (29)$$

$$u_2^k = \int \frac{r^{-B^k} R^k(r)}{W(r^{B^k}, r^{-B^k})} dr \quad (17)$$

که (۱۷) و  $R^k(r)$  در رابطه‌های ۱۶ و ۱۷ بهصورت رابطه (۱۸) و (۱۹) تعریف می‌شوند.

$$R^k = \frac{d(\varepsilon_{rr}^c + \varepsilon_{rr}^T)}{dr} + \frac{\bar{Q}_{12}^k}{\bar{Q}_{11}^k} \frac{d(\varepsilon_{\theta\theta}^c + \varepsilon_{\theta\theta}^T)}{dr} + \frac{\bar{Q}_{11}^k - \bar{Q}_{12}^k}{\bar{Q}_{11}^k r} (\varepsilon_{rr}^c + \varepsilon_{rr}^T) + \frac{\bar{Q}_{12}^k - \bar{Q}_{22}^k}{\bar{Q}_{11}^k r} (\varepsilon_{\theta\theta}^c + \varepsilon_{\theta\theta}^T) \quad (18)$$

$$\begin{aligned} W^k(r^{B^k}, r^{-B^k}) &= \begin{vmatrix} r^{B^k} & r^{-B^k} \\ B^k r^{B^k} & -B^k r^{-B^k} \end{vmatrix} \\ &= -2B^k r^{B^k} r^{-B^k} \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \text{بنابراین } u_1^k \text{ و } u_2^k \text{ بهصورت انتگرال‌های روابط (۲۰) و (۲۱) در می‌آیند.} \\ \frac{d(\varepsilon_{rr}^c + \varepsilon_{rr}^T)}{dr} + \frac{\bar{Q}_{12}^k}{\bar{Q}_{11}^k} \frac{d(\varepsilon_{\theta\theta}^c + \varepsilon_{\theta\theta}^T)}{dr} + \frac{\bar{Q}_{11}^k - \bar{Q}_{12}^k}{\bar{Q}_{11}^k r} (\varepsilon_{rr}^c + \varepsilon_{rr}^T) \\ u_1^k = -\int \frac{\frac{\bar{Q}_{12}^k - \bar{Q}_{22}^k}{\bar{Q}_{11}^k r} (\varepsilon_{\theta\theta}^c + \varepsilon_{\theta\theta}^T)}{-2B^k r^{-B^k}} dr \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \frac{d(\varepsilon_{rr}^c + \varepsilon_{rr}^T)}{dr} + \frac{\bar{Q}_{12}^k}{\bar{Q}_{11}^k} \frac{d(\varepsilon_{\theta\theta}^c + \varepsilon_{\theta\theta}^T)}{dr} + \frac{\bar{Q}_{11}^k - \bar{Q}_{12}^k}{\bar{Q}_{11}^k r} (\varepsilon_{rr}^c + \varepsilon_{rr}^T) \\ u_2^k = \int \frac{\frac{\bar{Q}_{12}^k - \bar{Q}_{22}^k}{\bar{Q}_{11}^k r} (\varepsilon_{\theta\theta}^c + \varepsilon_{\theta\theta}^T)}{-2B^k r^{B^k}} dr \end{aligned} \quad (21)$$

با جایگذاری روابط (۲۰) و (۲۱) در رابطه (۱۵) رابطه (۲۲) بدست می‌آید.

$$\begin{aligned} u_1^k &= \frac{\frac{d(\varepsilon_{rr}^c + \varepsilon_{rr}^T)}{dr} + \frac{\bar{Q}_{12}^k}{\bar{Q}_{11}^k} \frac{d(\varepsilon_{\theta\theta}^c + \varepsilon_{\theta\theta}^T)}{dr}}{(16 - (B^k)^2)} r^4 \\ &+ \frac{\frac{\bar{Q}_{11}^k - \bar{Q}_{12}^k}{\bar{Q}_{11}^k} (\varepsilon_{rr}^c + \varepsilon_{rr}^T) + \frac{\bar{Q}_{12}^k - \bar{Q}_{22}^k}{\bar{Q}_{11}^k} (\varepsilon_{\theta\theta}^c + \varepsilon_{\theta\theta}^T)}{(9 - (B^k)^2)} r^3 \end{aligned} \quad (22)$$

و در نتیجه رابطه کلی تغییر مکان در راستای شعاع بهصورت رابطه (۲۳) بهدست می‌آید.

$$\begin{aligned} u &= X_1^k r^B + X_2^k r^{-B} + \frac{\frac{d(\varepsilon_{rr}^c + \varepsilon_{rr}^T)}{dr} + \frac{\bar{Q}_{12}^k}{\bar{Q}_{11}^k} \frac{d(\varepsilon_{\theta\theta}^c + \varepsilon_{\theta\theta}^T)}{dr}}{(16 - (B^k)^2)} r^4 \\ &+ \frac{\frac{\bar{Q}_{11}^k - \bar{Q}_{12}^k}{\bar{Q}_{11}^k} (\varepsilon_{rr}^c + \varepsilon_{rr}^T) + \frac{\bar{Q}_{12}^k - \bar{Q}_{22}^k}{\bar{Q}_{11}^k} (\varepsilon_{\theta\theta}^c + \varepsilon_{\theta\theta}^T)}{(9 - (B^k)^2)} r^3 \end{aligned} \quad (23)$$

### ۳- تحلیل عددی

#### ۳-۱- شرایط مرزی

رابطه تغییر مکان در راستای شعاع دارای ضرایب مجهول  $X_1^k$  و  $X_2^k$  در هر لایه است، که می‌توان از شرایط بین لایه‌ای استفاده کرد بهطوری که در کامپوزیت‌های چندلایه می‌توان نوشت.

$$\begin{aligned}\varepsilon_{rr,ik}^{c,new} &= \frac{\varepsilon_{c,ik}}{2\sigma_{e,ik}} (2\sigma_{rr,ik} - \sigma_{\theta\theta,ik} - \sigma_{zz,ik}) \\ \varepsilon_{\theta\theta,ik}^{c,new} &= \frac{\varepsilon_{c,ik}}{2\sigma_{e,ik}} (2\sigma_{\theta\theta,ik} - \sigma_{rr,ik} - \sigma_{zz,ik})\end{aligned}\quad (32)$$

۸. مقادیر  $\varepsilon_{rr,ik}^{c,new}$  با مؤلفه‌های کرنش اولیه مقایسه شده و در صورت ارضا خطای همگرایی، شمارنده زمان به اندازه یک واحد تقسیم‌بندی افزایش می‌یابد و فرآیند حل از مرحله اول برای زمان جدید انجام می‌شود. در صورتی که شرط همگرایی ارضا نشود، مقادیر به دست آمده از رابطه (۳۲) به عنوان مقادیر اولیه فرض می‌شود و عملیات از مرحله دوم تا زمانی که شرط همگرایی ارضا گردد، ادامه می‌یابد.

مراحل فوق به صورت فلوچارت در شکل ۳ نشان داده شده است.

#### ۴- نتایج عددی و بحث

نتایج این بخش مربوط به استوانه کامپوزیتی از جنس شیشه/ونیل استر با زاویه الیاف تک جهته  $0^\circ$ ،  $45^\circ$  و  $90^\circ$  درجه است. مشخصات مکانیکی و حرارتی استوانه انتخاب شده در جدول ۱ بیان شده است [۸]. پارامترهای خطی الاستیک در معادله ساختاری شپری برای این سه زاویه الیاف نیز در جدول ۲ مشخص شده است [۷]. همچنین روابط مربوط به ضرایب غیرخطی شپری با تنش و دما به صورت روابط (۳۳) و (۳۴) تعریف می‌شود [۸].

$$\begin{aligned}g_0(T) &= 1.872 \times 10^{-3}T + 0.866 \\ g_1(T) &= 1 \\ g_2(T) &= 1.259 \times 10^{-4}T^3 - 6.369 \times 10^{-3}T^2 \\ a_T &= 1 \\ g_0(\sigma_e) &= 1.004e^{\sigma_e 5.655 \times 10^{-4}} \\ g_1(\sigma_e) &= 3.55 \times 10^{-3}\sigma_e + 0.878 \\ g_2(\sigma_e) &= 9.83 \times 10^{-6}\sigma_e^2 + 9.77 \times 10^{-3}\sigma_e + 0.636 \\ a_{\sigma_e} &= 1\end{aligned}\quad (33)$$

در رابطه  $33$ ،  $T$  بر حسب درجه فارنهایت است که در این تحقیق به سلسیوس تبدیل شده است و در رابطه  $34$  تنش موثر بر حسب مگاپاسکال می‌باشد. با نظر گرفتن شرایط فیزیکی و هندسی و با استفاده از یک کد کامپیوتری نحوه توزیع تنش موثر و کرنش خزشی شعاعی و مماسی در ضخامت استوانه کامپوزیتی با فشار داخلی  $5$  مگاپاسکال برای دوره زمانی  $15$  سال در تغییرات دمایی متفاوت و زاویه الیاف مختلف ترسیم شده است. لازم به ذکر است تنش اعمالی بسیار کمتر از حد مجاز برای تسلیم بوده و مطابق با معیارهای شکست مانند معیار تسای-وو تنش شکست ماده‌ای که انتخاب شده است بسیار بالاتر است.

#### ۴-۱- زاویه الیاف و درجه

شکل ۴ تغییرات نسبت تنش موثر بر فشار داخلی به صورت بی‌بعد برای تغییرات دمایی  $31/8$ ،  $51/7$  و  $65/6$  درجه سلسیوس در جداره استوانه کامپوزیتی را نشان می‌دهد. در این شکل افزایش دما سبب افزایش تنش موثر بی‌بعد در جداره استوانه می‌شود، به طوری که در جداره داخلی نسبت تنش برای تغییرات دمایی ذکر شده به ترتیب  $4/57$ ،  $5/2$  و  $5/82$  می‌باشد. همچنین با افزایش شعاع بی‌بعد تنش موثر بی‌بعد روند نزولی دارد به طوری که در جداره خارجی و با تغییرات دمایی ذکر شده مقادیر تنش موثر بی‌بعد به ترتیب  $3/35$ ،  $4/02$  و  $4/70$  است.

۲. مقادیری برای  $\Delta\varepsilon_{rr}^c$  و  $\Delta\varepsilon_{\theta\theta}^c$  به عنوان کرنش‌های شعاعی و مماسی اولیه برای هر لایه، در نظر گرفته شده است. در این تحقیق  $\varepsilon_{rr}^c = -0.00001$  و  $\varepsilon_{\theta\theta}^c = 0.00001$  فرض شده است. به علت ضمنی بودن روش، همگرایی در برخی از تحلیل‌ها ضعیف بوده است و باید به صورت مرتب حدس اولیه را برای همگرایی حل، تغییر داد. همچنین می‌توان حدس‌ها را برای کل دامنه حل یکسان در نظر نگرفت و در بازه‌هایی آن را اختصاصی کرد. کرنش در هر لحظه از تجمع کرنش‌های قبلی با کرنش جدید برای همه نقاط ضخامت استوانه جدار ضخیم مطابق روابط زیر محاسبه می‌شود:

$$\begin{aligned}\varepsilon_{rr,ij}^c &= \sum_{k=1}^{i-1} \Delta\varepsilon_{rr,kj}^c + \Delta\varepsilon_{rr,ij}^c \\ \varepsilon_{\theta\theta,ij}^c &= \sum_{k=1}^{i-1} \Delta\varepsilon_{\theta\theta,kj}^c + \Delta\varepsilon_{\theta\theta,ij}^c\end{aligned}\quad (30)$$

که  $i$  و  $j$  به ترتیب گام زمانی و لایه مورد نظر را مشخص می‌کنند. ۳. با توجه به وجود مشتق مرتبه اول و دوم کرنش خزشی مماسی و شعاعی، از روش تفاضل محدود استفاده شده و روابط زیر استخراج می‌شود:

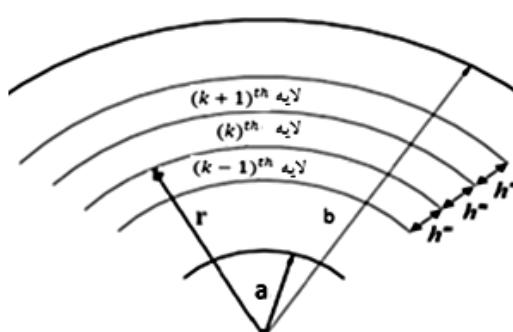
$$\begin{aligned}\left(\frac{d\varepsilon_{\theta\theta}^c}{dr}\right)_k &= \frac{(\varepsilon_{\theta\theta}^c)^{k+1} - (\varepsilon_{\theta\theta}^c)^{k-1}}{2h} \\ \left(\frac{d\varepsilon_{rr}^c}{dr}\right)_k &= \frac{(\varepsilon_{rr}^c)^{k+1} - (\varepsilon_{rr}^c)^{k-1}}{2h} \\ \left(\frac{d^2\varepsilon_{\theta\theta}^c}{dr^2}\right)_k &= \frac{(\varepsilon_{\theta\theta}^c)^{k+1} - 2(\varepsilon_{\theta\theta}^c)^k + (\varepsilon_{\theta\theta}^c)^{k-1}}{h^2} \\ \left(\frac{d^2\varepsilon_{rr}^c}{dr^2}\right)_k &= \frac{(\varepsilon_{rr}^c)^{k+1} - 2(\varepsilon_{rr}^c)^k + (\varepsilon_{rr}^c)^{k-1}}{h^2}\end{aligned}\quad (31)$$

۴. با قرار دادن مقادیر رابطه ۳۱ برای هر بازه زمانی در معادله  $9$  و  $23$  حل همزمان آن برای هر لایه، مقادیر جابجایی مطابق معادله محاسبه شده و مقادیر تغییر شکل‌ها و تنش‌های شعاعی، مماسی و محوری برای هر لایه محاسبه می‌شود.

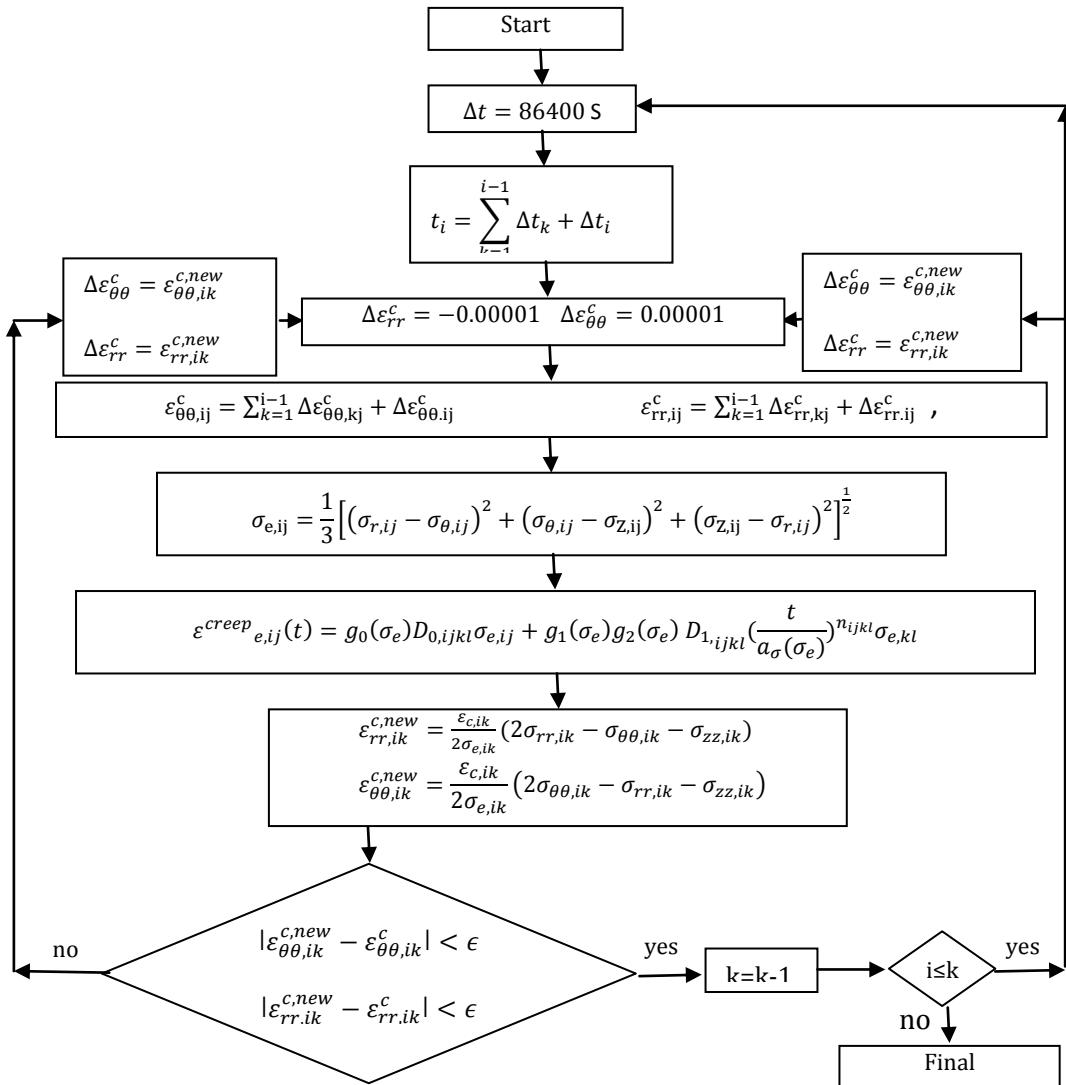
۵. با استفاده از تنش‌های شعاعی، مماسی و محوری و با استفاده از رابطه  $27$  مقادیر تنش و تنش هشت‌وجهی برای همه تقسیم‌بندی‌های ضخامت محاسبه خواهد شد.

۶. تنش‌های هشت‌وجهی را در معادله ساختاری (رابطه  $28$ ) قرارداده تا مقادیر کرنش برای هر لایه محاسبه شود.

۷. با استفاده از معادلات پرانتل-روس مقادیر جدید مؤلفه‌های کرنش خزشی محاسبه می‌شود.



شکل ۲ تقسیم‌بندی جداره استوانه



شکل ۳ فلوچارت مراحل حل عددی مندلسون برای سیلندر کامپوزیتی

جدول ۱ خواص الاستیک و حرارتی برای شیشه/ونیل استر

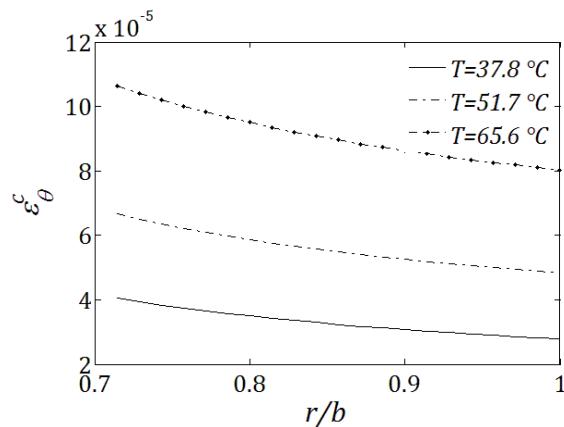
ضریب انبساط حرارتی		ضرایب الاستیک (مگاپاسکال)				نسبت پوآسون	
$\mu\text{m}/{}^\circ\text{C}$		$E_{11}$	$E_{22}=E_{33}$	$G_{12}=G_{13}$	$G_{23}$	$\nu_{12}=\nu_{13}$	$\nu_{23}$
۱۰/۷۲	۴۴/۵۷	۱۹۲۶۰	۱۳۲۱۰	۴۵۷۲	۳۷۰۰	۰/۳۱	۰/۳۵

جدول ۲ پارامتر های خطی ویسکوالاستیک برای شیشه/ونیل استر

زاویه الیاف	۰°	۴۵°	۹۰°
$D_0 * 10^{-5} (\text{N}/\text{Mpa})$	۰/۵۲	۰/۷۹	۰/۸۱
$D_1 * 10^{-5} (\text{N}/\text{Mpa})$	۰/۳۲	۰/۱۶	۱/۲۵
n	۰/۱۶	۰/۲	۰/۱۸۹

قرار دارد. در شکل ۵ نمودار مربوط به توزیع کرنش خزشی شعاعی در جداره استوانه بر حسب شعاع بی بعد و برای زاویه الیاف ۰ درجه در تغییرات دمایی آمده است. شکل ۵ نشان می دهد با افزایش دما مقادیر کرنش خزشی شعاعی از نظر قدر مطلقی افزایش می یابند به طوری که مقادیر کرنش خزشی شعاعی در جداره داخلی استوانه برای تغییرات دمایی  $37/8$ ،  $37/8$  و  $65/6$  درجه سلسیوس به ترتیب  $36/22$ ،  $-59/01$  و  $-93/41$  میکرومتر بر متر می باشد.

در توضیح این شکل باید گفت که تنش در دیواره داخلی بیشترین مقدار و در دیواره خارجی کمترین مقدار می باشد و پروسه کاهشی بودن تنش میانگین در دیواره کاملاً طبیعی است. از سوی دیگر افزایش دما سبب افزایش تنش میانگین خواهد بود و بنابراین نمودار تنش میانگین برای دمای  $37/8$  درجه سلسیوس در پایین و برای دمای  $65/6$  درجه سلسیوس در بالا قرار دارد، در حالی که تنش میانگین برای دمای  $51/7$  درجه سلسیوس بین این دو



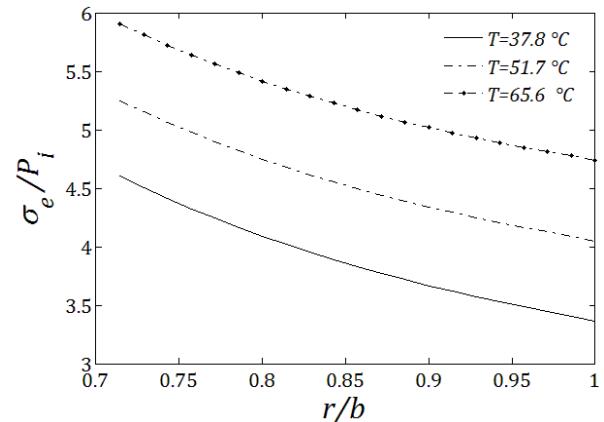
شکل ۶ نمودار توزیع کرنش خزشی مماسی در جداره استوانه کامپوزیتی با زاویه الیاف • درجه در تغییرات دمایی مختلف بعد از ۱۵ سال

۴- زاویه الیاف ۴۵ درجه

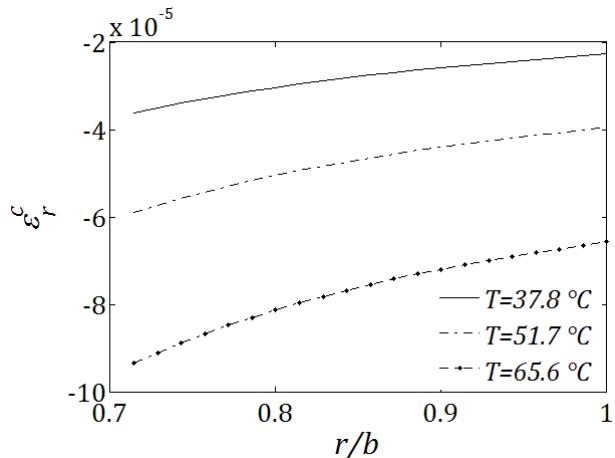
در شکل ۷ توزیع نسبت تنش موثر بر فشار داخلی به صورت بی بعد در جداره استوانه کامپوزیتی چندلایه با زاویه الیاف ۴۵ درجه نشان داده شده است. در این شکل افزایش دما سبب کاهش تنش موثر بی بعد در جداره استوانه می شود، به طوری که در جداره داخلی نسبت تنش برای تغییرات دمایی ۳۱/۸ و ۵۱/۷ و ۶۵/۶ درجه سلسیوس به ترتیب ۲۰/۳ و ۱/۶۹ و ۱/۳۷ می باشد. با افزایش شعاع بی بعد، نسبت تنش موثر روند نزولی دارد به طوری که در جداره خارجی و در یک تغییرات دمایی ثابت مقادیر تنش موثر بی بعد به ترتیب ۰/۰۴ و ۰/۰۲۸ و ۰/۰۲۸ است. لازم به ذکر است که تنش در دیواره داخلی بیشترین مقدار و در دیواره خارجی کمترین مقدار می باشد و پرسه کاهشی بودن تنش میانگین در دیواره کاملاً طبیعی است. اثرات زاویه الیاف و تفاوت ضرایب انبساط حرارتی تک لایه در جهت الیاف و در جهت عمود بر الیاف سبب کاهش تنش موثر با افزایش دما شده است. در شکل ۸ توزیع کرنش خزشی شعاعی در جداره استوانه با زاویه الیاف ۴۵ درجه در تغییرات دمایی ۳۷/۸ و ۵۱/۷ و ۶۵/۶ درجه سلسیوس نشان داده شده است. مقادیر کرنش خزشی شعاعی در جداره داخلی با افزایش تغییرات دما از نظر قدرمطلقی افزایش می بینند، به طوریکه در تغییرات دمایی ذکر شده به ترتیب ۱۷/۸۲  $\mu\text{m}/\text{m}$  و ۱۵/۷  $\mu\text{m}/\text{m}$  و ۱۹/۳۴  $\mu\text{m}/\text{m}$  می باشند. از طرفی شکل ۸ نشان می دهد مقادیر کرنش خزشی شعاعی به سمت جداره خارجی رو به افزایش است که البته شب تغییرات کرنش خزشی شعاعی به سمت جداره بیرونی برای تغییرات دمایی ۶۵/۶ درجه سلسیوس بیشتر و برای تغییرات دمایی ۳۷/۸ درجه سلسیوس کمتر است و به همین دلیل مقادیر کرنش خزشی شعاعی در جداره خارجی استوانه در تغییرات دمایی ذکر شده به ترتیب ۳/۷۲  $\mu\text{m}/\text{m}$  و ۳/۷۷  $\mu\text{m}/\text{m}$  و ۰/۰۴۹  $\mu\text{m}/\text{m}$  می شوند. با مقایسه مقادیر کرنش خزشی شعاعی در جداره داخلی و خارجی استوانه می توان نشان داد مقادیر کرنش خزشی شعاعی در تغییرات دمایی ذکر شده در جداره داخلی نزدیکی بیشتری با هم پیدا می کنند. در شکل ۹ توزیع کرنش خزشی مماسی در جداره استوانه با زاویه الیاف ۴۵ درجه در تغییرات دمایی ۳۷/۸ و ۵۱/۷ و ۶۵/۶ درجه سلسیوس نشان داده شده است. مقادیر کرنش خزشی مماسی در جداره داخلی با افزایش تغییرات دمایی افزایش می بینند، به طوریکه در جداره داخلی استوانه برای تغییرات دمایی مورد بررسی مقادیر کرنش به ترتیب ۱۷/۰۵  $\mu\text{m}/\text{m}$ ، ۱۷/۰  $\mu\text{m}/\text{m}$ ، ۱۸/۸۵  $\mu\text{m}/\text{m}$  و ۱۹/۱۸  $\mu\text{m}/\text{m}$  می باشد.

از طرفی در تغییرات دمایی یکسان مقادیر کرنش خزشی شعاعی با افزایش شعاع بی بعد از نظر قدرمطلقی روند کاهشی دارند. مقادیر کرنش خزشی شعاعی در جداره خارجی به ترتیب ۲۲/۷۵  $\mu\text{m}/\text{m}$ ، ۲۲/۵۴  $\mu\text{m}/\text{m}$  و ۲۲/۵۶  $\mu\text{m}/\text{m}$  می باشد. با مقایسه مقادیر کرنش خزشی شعاعی در جداره داخلی و خارجی استوانه می توان دریافت مقادیر کرنش خزشی شعاعی در تغییرات دمایی ذکر شده در جداره خارجی نزدیکی بیشتری با هم پیدا می کنند.

در شکل ۶ توزیع کرنش خزشی مماسی در جداره استوانه با زاویه الیاف • درجه در تغییرات دمایی ۳۷/۸، ۵۱/۷ و ۶۵/۶ درجه سلسیوس نشان داده شده است. شکل ۶ نشان می دهد مقادیر کرنش خزشی مماسی در بازه اعداد مشتبه هستند و افزایش دما مقادیر کرنش را افزایش می دهد. در جداره داخلی استوانه مقادیر کرنش خزشی مماسی برای تغییرات دمایی ذکر شده به ترتیب ۱۰۶/۰۴  $\mu\text{m}/\text{m}$  و ۶۶/۵۹  $\mu\text{m}/\text{m}$ ، ۴۰/۴۳  $\mu\text{m}/\text{m}$  در تغییرات دمایی ۳۷/۸ و ۶۵/۶ می باشند. از طرفی در تغییرات دمایی یکسان با افزایش شعاع بی بعد مقادیر کرنش کاهش می بینند و سبب می شود در جداره خارجی در تغییرات دمایی ۳۷/۸ و ۵۱/۷ و ۶۵/۶ درجه سلسیوس مقادیر کرنش به ترتیب به مقادیر ۲۷/۷۹  $\mu\text{m}/\text{m}$  و ۴۸/۲۹  $\mu\text{m}/\text{m}$  و ۸۰/۲۲  $\mu\text{m}/\text{m}$  برستند.



شکل ۴ نمودار توزیع تنش موثر بی بعد در جداره استوانه کامپوزیتی با زاویه الیاف • درجه در تغییرات دمایی مختلف بعد از ۱۵ سال

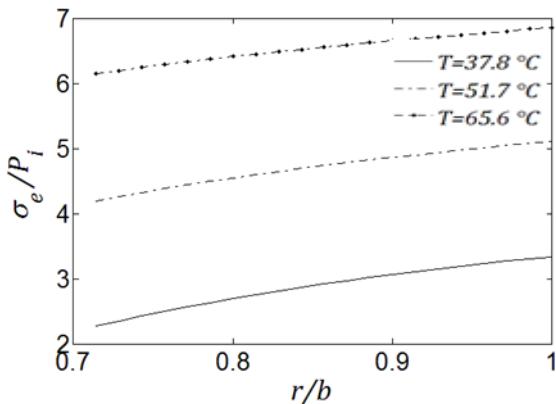


شکل ۵ نمودار توزیع کرنش خزشی شعاعی در جداره استوانه کامپوزیتی با زاویه الیاف • درجه در تغییرات دمایی مختلف بعد از ۱۵ سال

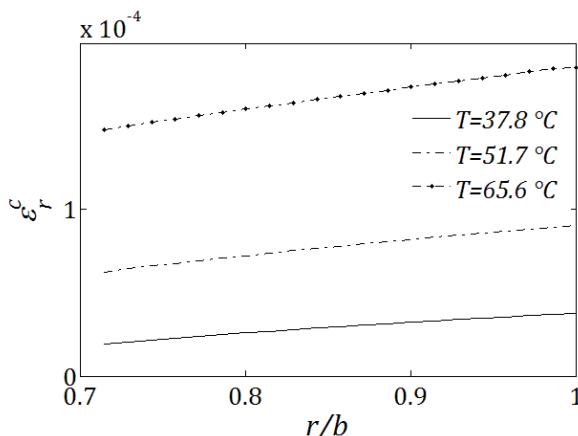
تغییرات دمایی  $65/6$  درجه سلسیوس در نزدیکی جداره خارجی مقادیر کرنش خزشی شعاعی منفی می‌شوند.

#### ۴-۳- زاویه الیاف $90$ درجه

شکل ۱۰ توزیع نسبت تنش موثر بر فشار داخلی به صورت بی‌بعد در جداره استوانه کامپوزیتی را نشان می‌دهد. همانطور که در شکل ۱۰ مشخص است، مانند زاویه الیاف  $0$  درجه افزایش دما سبب افزایش تنش موثر در جداره استوانه می‌گردد. به طوری که در جداره داخلی نسبت تنش برای تغییرات دمایی  $6/6$  و  $51/7$  درجه سلسیوس به ترتیب  $4/18$ ،  $2/27$  و  $6/11$  می‌باشد. از طرفی دیگر با افزایش شعاع بی‌بعد نسبت تنش موثر روند صعودی دارد، به طوری که در جداره خارجی و با تغییرات دمایی ذکر شده مقادیر نسبت تنش موثر بی‌بعد به ترتیب  $3/36$ ،  $5/16$  و  $6/96$  است. در مقایسه شکل (۱۰) با شکل (۴) باید توجه داشت، که تنش موثر مجذور یک معادله بوده و همواره مثبت در نظر گرفته می‌شود. بنابراین در پیچش الیاف با زاویه  $90$  درجه، مقادیر منفی کرنش خزشی که سبب تنش منفی می‌شوند، در تنش موثر به شکل مثبت بروز نموده و پروسه کاهشی تنش میانگین در ضخامت استوانه به شکل آینه‌ای در شکل (۱۰) نشان داده شده است.

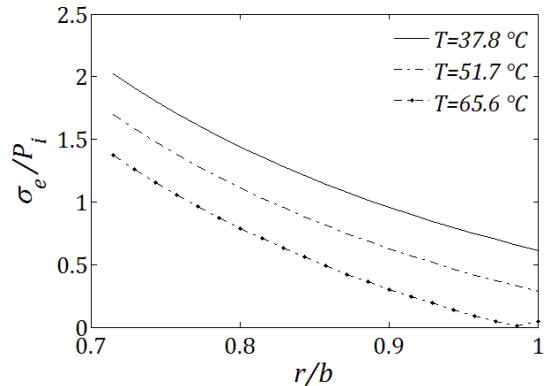


شکل ۱۰ نمودار توزیع تنش موثر بی‌بعد در جداره استوانه کامپوزیتی با زاویه الیاف  $90$  درجه در تغییرات دمایی مختلف بعد از ۱۵ سال

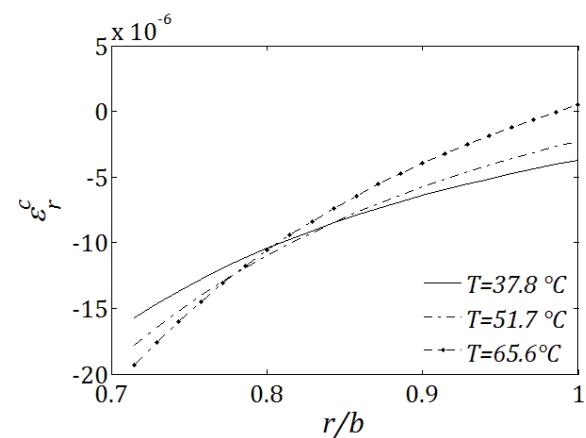


شکل ۱۱ نمودار توزیع کرنش خزشی شعاعی در جداره استوانه کامپوزیتی با زاویه الیاف  $90$  درجه در تغییرات دمایی مختلف بعد از ۱۵ سال

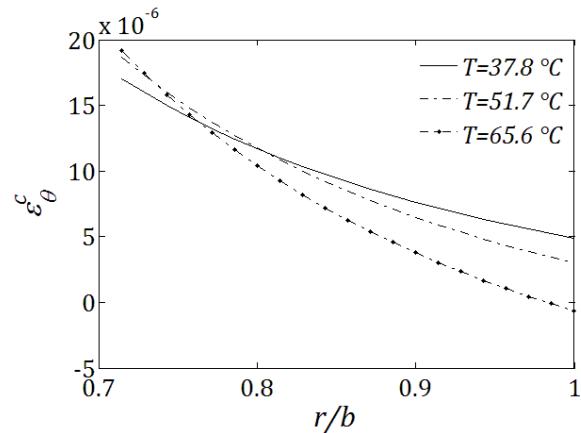
در شکل ۱۱ توزیع کرنش خزشی شعاعی در جداره استوانه با زاویه الیاف  $90$  درجه در تغییرات دمایی  $37/8$ ،  $51/7$  و  $6/6$  درجه سلسیوس نشان داده



شکل ۷ نمودار توزیع تنش موثر بی‌بعد در جداره استوانه کامپوزیتی با زاویه الیاف  $45$  درجه در تغییرات دمایی مختلف بعد از ۱۵ سال



شکل ۸ نمودار توزیع کرنش خزشی شعاعی در جداره استوانه کامپوزیتی با زاویه الیاف  $45$  درجه در تغییرات دمایی مختلف بعد از ۱۵ سال



شکل ۹ نمودار توزیع کرنش خزشی مماسی در جداره استوانه کامپوزیتی با زاویه الیاف  $45$  درجه در تغییرات دمایی مختلف بعد از ۱۵ سال

همچنین با افزایش شعاع بی‌بعد، کرنش خزشی مماسی روند کاهشی را دنبال می‌کنند، اما شبیه کاهش کرنش خزشی مماسی برای تغییرات دمایی بالاتر بیشتر است. بنابراین در جداره خارجی مقادیر کرنش خزشی برای تغییرات دمایی ذکر شده به ترتیب  $4/91 \mu m/m$ ،  $2/98 \mu m/m$  و  $-0/65 \mu m/m$  خواهد بود، که مشخص کننده این است که در تغییرات دمایی بالاتر مقادیر کرنش خزشی مماسی کاهش یافته است. همچنین شکل ۹ نشان می‌دهد، در

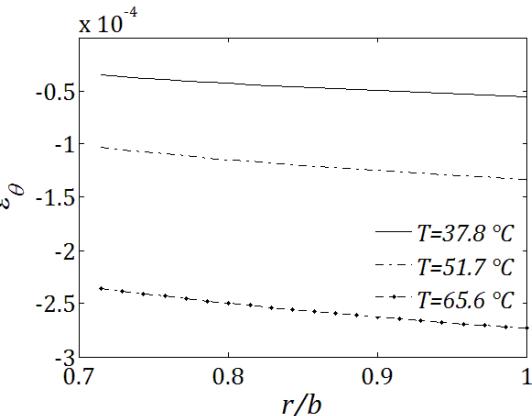
خارجی از نظر قدرمطلقی کاهش می‌یابند، که این مسئله برای مقادیر کرنش خزشی مماسی در این زاویه الیاف نیز صدق می‌کند. از طرفی شبیه تغییرات کرنش خزشی شعاعی در جداره استوانه برای زاویه الیاف ۴۵ درجه به مراتب بیشتر از زاویه الیاف ۰ و ۹۰ درجه است. در زاویه الیاف ۴۵ درجه و برای تغییرات دمایی مورد مطالعه، مقادیر کرنش خزشی شعاعی و مماسی هم در جداره داخلی و هم در جداره خارجی نزدیکی بیشتری نسبت به دو زاویه الیاف دیگر دارند. در تغییرات دمایی یکسان مقادیر کرنش خزشی شعاعی و مماسی و تنش موثر بی بعد و مقادیر کرنش خزشی شعاعی و مماسی از نظر قدر مطلقی در زاویه الیاف ۴۵ درجه کمتر از زاویه الیاف ۰ و ۹۰ درجه است. در زاویه الیاف ۹۰ درجه با افزایش شعاع بی بعد، تنش موثر افزایش پیدا کرده است، اما در زاویه الیاف ۰ و ۴۵ درجه تنش موثر بی بعد کاهش پیدا می‌کند. همچنین اثر تغییرات دمایی بر مقادیر تنش موثر در زاویه الیاف ۰ و ۴۵ درجه در جداره داخلی بیشتر از جداره خارجی است و برای زاویه الیاف ۰ درجه در جداره خارجی بیشتر از درونی است. بنابراین مهمترین عامل تغییرات تنش موثر بی بعد در دمایی مختلف نحوه چیدمان الیاف است.

#### ۶- مراجع

- [1] Findley, W.N., "Mechanism and Mechanic of Creep Of Plastic," Journal of Polymer Engineering, Vol. 16, pp. 57-65, 1960.
- [2] Leaderma, H., "Elastic And Creep Properties Of Filamentous Materials And Other High Polymers", Washington: the textile Foundation; 1943
- [3] Schapery, R. A., "On the Characterization of the Nonlinear Viscoelastic Materials", Polymer Engineering and science, Vol.9, pp.295-310, 1969.
- [4] Tuttle, M. E. and Brinson, H.F., "Prediction Of The Long-Term Creep Compliance Of General Composite Laminates," Experimental Mechanic, Vol. 26, No. 1, pp. 89-102, 1986.
- [5] Violette, M.G. and Schapery, R.A., "Time-Dependent Compressive Strength Of Unidirectional Viscoelastic Composite Materials," Mechanics of Time-Dependent Materials, Vol. 6, pp. 133-145, 2002.
- [6] Papanicolaou, G. C. Zaoutsos, S. p. and Kontou, E.A., "Fiber Orientation Dependence Of Continuous Carbon/Epoxy Composites Nonlinear Viscoelastic Behavior," Composites Science and Technology, Vol. 64, pp. 2535-2545, 2004.
- [7] Muliana, A.Nair, A. Khan, K. A. and Wagner, S., "Characterization Of Thermo-Mechanical And Long Term Behaviors Of Multi-Layered Composite Materials," Composites Science and Technology, Vol. 66, pp. 2907-2924, 2006.
- [8] Sawant, S. and Muliana, A., "A Thermo-Mechanical Viscoelastic Analysis Of Orthotropic Materials," Composites Structures, Vol. 83, pp. 61-72, 2008.
- [9] Muddasini, M. Sawant, S. and Muliana, A., "Thermo-Viscoelastic Responses Of Multilayered Polymer Composite Experimental and Numerical Studies," Composite Structures, Vol. 92, pp.2641-2652, 2010.
- [10] Mousavi, A. Bougerara, H. Falahatgar, S.R. and Fawaz, Z., "Thermomechanical Viscoelastic Response Of A Unidirectional Graphite/Polyimide Composite At Elevated Temperatures Using A Micromechanical Approach," Journal of Composite materials, Vol. 49, pp. 519-534, 2015.
- [11] Tsukrov, I. and Drash, B., "Elastic Deformation of Composite Cylinders with Cylindrical Orthotropic Layers," International Journal of Solids and Structures, Vol. 47, pp.25-33, 2010.
- [12] Parnas, L. and Nuran, K., "Design Of Fiber-Reinforced Composite Pressure Vessels under Various Loading Conditions," Composite Structures, Vol.58, pp.83-95, 2002.
- [13] Ghasemi, A.R. Kazemian, A. and Moradi, M., "Analytical And Numerical Investigation Of FGM Pressure Vessel Reinforced By Laminated Composite Materials," Journal of Solid Mechanics, Vol. 6, pp. 43-53, 2014.
- [14] Guedes, R. M., "Nonlinear Viscoelastic Analysis Of Thick-Walled Cylindrical Composite Pipes," International Journal of Mechanical Sciences, Vol. 52, pp.1064-1073, 2010.
- [15] Zhang, Q. Wang, Z. W. Hu, D. P. Gao, S. j. and Liu, P. Q., "Analytical Solution Of The Thermo-Mechanical Stresses In A Multilayered Composite Pressure Vessel Considering The Influence Of The Closed Ends," International Journal of Pressure Vessels and Piping, Vol. 98, pp.102-110, 2012.
- [16] Rafiee, R. and Mazhari, B., "Modeling Creep In Polymeric Composites: Developing A General Integrated Procedure," International Journal of Mechanical Sciences, Vol. 99, pp.112-20, 2015.

شده است. شکل ۱۱ نشان می‌دهد با افزایش دما، مقادیر کرنش خزشی شعاعی افزایش می‌یابد. در جداره داخلی مقادیر کرنش خزشی شعاعی برای تغییرات دمایی ذکر شده به ترتیب  $19/23 \mu m/m$ ,  $62/63 \mu m/m$  و  $148/2 \mu m/m$  می‌باشد. تغییرات کرنش با افزایش شعاع بی بعد افزایش می‌یابد، به طوری که در جداره خارجی مقادیر کرنش خزشی شعاعی برای تغییرات دمایی مورد مطالعه به ترتیب  $37/54 \mu m/m$ ,  $90/24 \mu m/m$  و  $185/4 \mu m/m$  است. در شکل ۱۲ توزیع کرنش خزشی مماسی در جداره استوانه با زاویه الیاف ۹۰ درجه در تغییرات دمایی  $37/8$ ,  $51/7$  و  $65/6$  درجه سلسیوس نشان داده شده است.

همانطور که در شکل ۱۲ مشخص است مقادیر کرنش خزشی مماسی با افزایش دما از نظر قدرمطلقی افزایش پیدا می‌کنند. در جداره داخلی استوانه برای تغییرات دمایی مورد بررسی مقادیر کرنش خزشی مماسی به ترتیب  $103/3 \mu m/m$ ,  $35/2 \mu m/m$  و  $235/06 \mu m/m$  می‌باشد. با افزایش شعاع بی بعد مقادیر کرنش خزشی مماسی از نظر قدرمطلقی افزایش می‌یابند، به طوری که در جداره خارجی مقادیر کرنش خزشی مماسی در تغییرات دمایی ذکر شده به ترتیب  $55/22 \mu m/m$ ,  $55/22 \mu m/m$  و  $272/9 \mu m/m$  می‌باشند.



شکل ۱۲ نمودار توزیع کرنش خزشی مماسی در جداره استوانه کامپوزیتی با زاویه الیاف ۹۰ درجه در تغییرات دمایی مختلف بعد از ۱۵ سال

#### ۵- نتیجه‌گیری

رفتار خزشی و استه به زمان با فرض رفتار ویسکوالاستیک غیرخطی و بر اساس معادله ساختاری شپری در جداره استوانه کامپوزیتی تحت بار مکانیکی و حرارتی در چند لایه‌هایی با چیدمان الیاف تک جهته با زاویه الیاف مختلف و تغییرات دمایی متفاوت انجام شد. با استفاده از روابط پرانتل-روس و روش تقریب عددی مندلسون توزیع تنش موثر و کرنش خزشی شعاعی و مماسی در جداره استوانه برای مدت ۱۵ سال با تغییرات دمایی  $37/8$ ,  $51/7$  و  $65/6$  درجه سلسیوس به دست آمد. در زاویه الیاف ۰ و ۹۰ درجه افزایش تغییرات دمایی سبب افزایش کرنش خزشی شعاعی و محیطی در تمام جداره شده است. همچنین اثر افزایش تغییرات دمایی در توزیع تنش موثر بی بعد برای این دو زاویه الیاف مشهود است. البته اثر تغییرات دما بر تنش موثر بی بعد و کرنش‌های خزشی در زاویه الیاف ۹۰ درجه بیشتر از زاویه الیاف ۰ درجه است. در زاویه الیاف ۴۵ درجه اثر تغییرات دمایی بر توزیع تنش موثر، به گونه‌ای که با افزایش تغییرات دمایی، مقادیر تنش موثر بی بعد کاهش می‌یابند. همچنین در این زاویه الیاف مقادیر کرنش خزشی شعاعی در جداره داخلی با افزایش تغییرات دمایی، از نظر قدرمطلقی افزایش و در جداره

