



## بررسی مایکرومکانیک جدایش الیاف- ماتریس و رشد ترک‌های ماتریسی به کمک مدل ناحیه چسبنده و روش المان محدود تعمیم یافته

امین فرج آبادی<sup>۱\*</sup>، محسن نقدي نسب<sup>۲</sup>

۱- استادیار، مهندسی هواپیما، دانشگاه سمنان، سمنان

۲- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی هواپیما، دانشگاه سمنان، سمنان

\* سمنان، صندوق پستی ۳۵۱۳۱-۱۹۱۱۱

اطلاعات مقاله
دریافت: ۹۴/۶/۲۴
پذیرش: ۹۴/۱۰/۲۱
کلیدواژه‌گان:
مایکرومکانیک
المان حجمی نماینده
ناحیه چسبنده
ترک ماتریسی
روش المان محدود تعمیم یافته

یکی از موارد مهم درباره رفتار کامپوزیت‌ها در شرایط بارگذاری مختلف، پیدایش و رشد مودهای خرابی متنوعی است که دارای تأثیر بسیاری بر نحوه عملکرد آن‌ها هستند. مود خرابی مربوط به جدایش اتصال بین الیاف و ماتریس را می‌توان جزو اولین موارد در پیدایش خرابی در کامپوزیت‌های مختلف دانست که متعاقب آن و یا به صورت همزمان، مودهای خرابی دیگری همچون ترک‌های ماتریسی نیز بوجود می‌آیند. در مقاله حاضر با استفاده از مدل ناحیه چسبنده و المان محدود تعمیم یافته و با اعمال بارگذاری عرضی بر المان‌های حجمی نماینده در فاز مایکرومکانیک، اثرات پیدایش و رشد خرابی‌هایی همچون جدایش بین الیاف و ماتریس، و ترک‌های ماتریسی مطالعه شده است. بدین منظور، در ابتدا رفتار ناحیه چسبنده بررسی شده و با شبیه‌سازی نتایج مربوط به جدایش الیاف از ماتریس در مقالات گذشته، روش طراحی صحبت‌سنگی شده است. سپس اثرات مدل ناحیه چسبنده در المان‌های حجمی مختلف مطالعه و نتایج آن‌ها با یکدیگر مقایسه می‌شوند. در ادامه با وارد کردن اثرات مربوط به پیدایش و رشد ترک ماتریسی با استفاده از روش المان محدود تعمیم یافته، اثرات ناشی از خرابی ناحیه چسبنده و ترک‌های ماتریسی به صورت همزمان با استفاده از روش المان محدود و نرم‌افزار آباکوس مطالعه می‌شوند.

## Micromechanical study of fibre-matrix debonding and matrix cracking using cohesive zone model and extended finite element method

Amin Farrokhabadi\*, Mohsen Naghdi Nasab

Department of Aerospace Engineering, Semnan University, Semnan, Iran  
\*P.O.B. 35131-19111, Semnan, Iran, amin.farrok@profs.semnan.ac.ir

### Keywords

Micromechanics  
Representative volume element  
Cohesive zone  
Matrix cracking  
Extended finite element method

### Abstract

One of the most important issues about the composites behavior in different loading conditions is the initiation and propagation of various damage modes that have significant effects on the application of these materials. Fiber/matrix debonding is one of the first damage modes that appears in different composites and causes the formation of other damage modes like matrix cracking. In the present study, by using the cohesive zone model (CZM) as well as an extended finite element method (XFEM) and by applying a transverse loading on different representative volume elements (RVE's) in micromechanical scale, the effects of initiation and propagation of different damage modes like fiber/matrix debonding and matrix cracking will be studied. To this aim, the authors start by studying the behavior of cohesive zone model and validating the applied method by simulating the previous researchs. Then, the effects of cohesive zone on different volume elements will be studied and the results will compare with each other. Finally by entering the effects of matrix cracking initiation and propagation using the extended finite element method, effects of cohesive zone damage and matrix cracking will be studied simultaneously based on finite element method and using Abaqus software.

مکانیکی بسیار مناسب این مواد بوده است. به طور ویژه کامپوزیت‌های پلیمری یکی از مواد پرکاربرد در این حوزه‌ها بوده‌اند که متشکل از یک زمینه هواپیما به صورت فرایندهای افزایش یافته است و این امر ناشی از خواص پلیمری هستند که به وسیله الیاف تقویت شده‌اند. با این حال کامپوزیت‌ها نیز

در دهه‌های اخیر استفاده از کامپوزیت‌ها در صنایع پیشرفته‌ای همچون برای ارجاع به این مقاله از عبارت زیر استفاده نمایید:

### Please cite this article using:

A. Farrokhabadi, and Naghdi Nasab "Micromechanical study of fibre-matrix debonding and matrix cracking using cohesive zone model and extended finite element method", In Persian, Journal of Science and Technology of Composites, Vol. 3, No. 1, pp. 21-30, 2016.

خرابی کامپوزیت را تعیین نموده‌اند. به علاوه، درویزه<sup>۷</sup> و همکاران نیز انرژی کرنش ناشی از جدایش الیاف‌ماتریس را مورد مطالعه قرار داده‌اند [۱۹]. در مطالعه‌ای دیگر نیز حسینی<sup>۸</sup> و همکاران، اثرات جدایش الیاف از ماتریس و ترک ماتریسی بر خواص کامپوزیت‌های لایه‌ای را مورد بررسی قرار داده‌اند [۲۰].

یکی از روش‌های رایج برای مدل‌سازی خرابی در ناحیه اتصال بین الیاف و ماتریس، استفاده از فرمولاسیون مبتنی بر روش FEM و بکارگیری المان‌های بین سطحی با ضخامت صفر است. این روش مستلزم استفاده از معادلاتی ساختاری است که در آن جابجایی‌های نسی و نیروهای سطحی از طریق سطح تماس به یکدیگر ارتباط داده شوند. با اینحال، این موضوع خود سبب وابستگی نتایج به وضعیت مش‌بندی می‌شود. به همین دلیل روش‌های سنتی شبیه‌سازی از قبیل FEM برای مدل‌سازی رشد ترک، به سبب تغییرات شدید تنش در نوک ترک مناسب نمی‌باشند. روش المان محدود تعمیم یافته<sup>۹</sup> (XFEM) بر این مانع غلبه کرده، دقت حل را افزایش داده، زمان حل را کم کرده و از همه مهم‌تر ابزاری برای مدل‌سازی ترک ارائه می‌نماید که نیاز به مش‌گذاری مجدد در هر مرحله از رشد ترک را از بین می‌برد.

در مقاله حاضر پدیده جدایش الیاف- ماتریس با استفاده از مدل ناحیه چسبنده<sup>۱۰</sup> (CZM) و پدیده ترک ماتریسی با استفاده از روش المان محدود تعمیم یافته (XFEM) مورد بررسی قرار گرفته و سپس این دو مود خرابی پسیار تأثیرگذار و پیشگام که سبب بروز خرابی‌های بزرگتر همچون ترک عرضی و تورق در کامپوزیت‌های لایه‌ای می‌شوند با یکدیگر ترکیب شده و بصورت همزمان در یک المان حجمی نماینده شبیه‌سازی می‌شوند. در ادامه، این نتایج به المان‌های حجمی بزرگتر مت Shank از تعداد بیشتری از الیاف تعمیم داده می‌شوند. در روش‌های متدالوی برای شبیه‌سازی ترک، معمولاً از روش حذف المان برای نمایش ترک استفاده شده و یا مکان اولیه ترک از طرف کاربر مشخص می‌شود، در حالیکه در این تحقیق، علاوه بر اینکه پیدایش و رشد ترک مبتنی بر روال حل نرم‌افزار بوده و ترک اولیه‌ای تعریف نمی‌شود، دو پدیده خرابی بصورت همزمان در شبیه‌سازی وارد شده و اثرات آن‌ها در قالب نمودارهای تنش-کرنش به نمایش گذاشته شده است.

## ۲- روش تحقیق

در این بخش توضیحات و روابط کلی حاکم بر روش‌ها و مدل‌های مرتبط با روال حل (بطور خاص مدل ناحیه چسبنده و روش المان محدود تعمیم یافته) مورد بررسی قرار گرفته و ملزمات مورد نیاز برای انجام شبیه‌سازی توضیح داده می‌شوند.

### ۲-۱- مدل ناحیه چسبنده

مفهوم مدل ناحیه چسبنده (CZM) که امروزه به عنوان روشی قدرتمند برای تحلیل فرآیند شکست در نظر گرفته می‌شود در ابتدا توسط باربیلات [۲۱] و دوگال [۲۲] ارائه شد. CZM پیش از این برای مدل‌سازی فرآیند شکست در برخی از مواد از قبیل پلیمرها، فلزات، سرامیک‌ها، مواد مرکب، بتون و کامپوزیت‌ها مورد استفاده قرار گرفته است. علاوه‌بر این از CZM می‌توان برای شبیه‌سازی دینامیکی رشد ترک در مواد جامد نیز استفاده کرد [۲۳].

همچون مواد دیگر، ابرات و نقاط ضعف مخصوص به خود را دارند. یکی از نقاط ضعف عمده کامپوزیت‌ها به دلیل ساختار چند فازی و عدمتاً ناهمگن آن‌ها، وجود انواع مختلف خرابی در مقیاس‌های مختلف از مایکرو تا ماکرو می‌باشد. از عمدۀ ترین این موارد می‌توان به خرابی‌ها در مقیاس‌های کوچکتر همچون جدایش الیاف- ماتریس، ترک‌های ماتریسی، شکست الیاف و متعاقباً پدیده‌هایی همچون ترک‌های عرضی و تورق لایه‌ها در مقیاس‌های بزرگتر اشاره کرد.

مطالعات بسیاری تا به امروز پدیده خرابی و مودهای مرتبط به آنرا مورد بررسی قرار داده‌اند و هدف مشترک تمامی آن‌ها افزایش درک مرتبط با این پدیده و بهبود استحکام مواد و قطعات مورد مطالعه بوده است [۱]. بنابراین مثال خرابی اتصالات چسبنده توسط کیم و همکاران [۲] مورد بررسی قرار گرفت و دو مود خرابی یعنی خرابی ناحیه چسبنده در قالب جدایش ناحیه چسبنده و کامپوزیت، و سپس تورق در داخل کامپوزیت تحلیل گردید. با اینحال، مدل‌سازی در مقیاس مایکرو عموماً شامل مدل‌سازی کامپوزیت و ناحیه چسبنده بصورت مستقل از یکدیگر است [۳-۵]. مطالعات نشان داده‌اند که جدایش الیاف- ماتریس و اثرات پلاستیسیته در ماتریس به عنوان فرآیندهای خرابی غالب و حیاتی در یک لایه کامپوزیت هستند [۴، ۵].

خواص ماکروسکوپیک یک لایه کامپوزیتی را می‌توان با استفاده از مایکرومکانیک محاسباتی و از طریق فرآیند همگن‌سازی تعیین نمود. در فرآیند همگن‌سازی، تنش‌ها و کرنش‌های مؤثر بر یک المان حجمی نماینده<sup>۱۱</sup> (RVE) را می‌توان محاسبه کرد. سپس با استفاده از مایکرومکانیک محاسباتی و از طریق تحلیل RVE می‌توان برای پیش‌بینی رفتار کلی ( محلی یا عمومی) و خواص کامپوزیت‌هایی متشکل از الیاف، ماتریس و ناحیه اتصال بین آن‌ها اقدام نمود [۷-۶]. مدل‌های مبتنی بر RVE یا سلول واحد، اغلب از یک لیف تکی که بوسیله ماتریس محصور شده است استفاده می‌کنند که در آن درصد حجمی لیف در RVE معادل با درصد حجمی الیاف در لایه کامپوزیتی است [۱۰-۸].

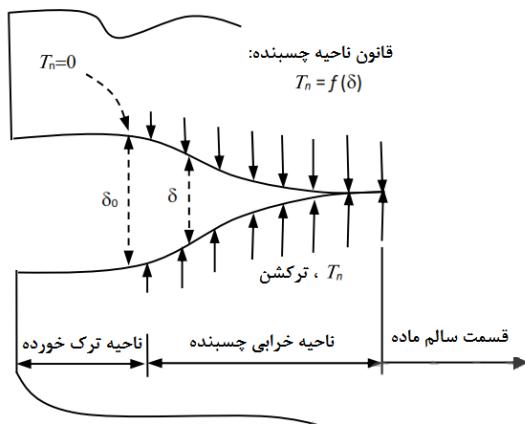
مطالعات عددی بسیاری با هدف فهم رفتار مایکرومکانیک سیستم الیاف و ماتریس و با استفاده از تکنیک‌های مختلف انجام شده‌اند. روش المان مرزی (BEM) برای تحلیل جدایش در سطح تماس و متعاقباً ورود خرابی به ماتریس انجام شده است [۱۱، ۱۲]. همچنین، از برخی مدل‌های ناحیه چسبنده در قالب کدهای روش المان محدود<sup>۱۲</sup> (FEM) برای مدل‌سازی ناحیه اتصال الیاف- ماتریس و مطالعه پیدایش و رشد جدایش در این ناحیه استفاده شده است. اخیراً از یک معیار ترکیبی انرژی- تنش در چارچوب مکانیک شکست محدود<sup>۱۳</sup> (FFM) برای پیش‌بینی پیدایش ترک در ناحیه سطح تماس بین الیاف و ماتریس استفاده شده است [۱۴، ۱۲].

سانی<sup>۱۴</sup> و همکاران [۱۵] پدیده ترک ماتریسی و جداسدگی سطوح تماس را در چند لایه‌ها مورد بررسی قرار داده و اثر زاویه، اصطکاک ماتریس و استحکام ناحیه چسبنده را مورد بررسی قرار داده‌اند. همچنین در برخی مطالعات نیز بر اهمیت موضوع جدایش الیاف از ماتریس تأکید شده و درباره تقدم این مود خرابی بر پیدایش ترک‌های ماتریس مطالعاتی صوت گرفته است [۱۶، ۱۷]. بوهالا<sup>۱۵</sup> و همکاران [۱۸] نیز با استفاده از یک روش معکوس مبتنی بر مدل ناحیه چسبنده و روش المان محدود تعمیم یافته، پارامترهای

7. Darvizeh  
8. Hosseini  
9. Extended finite element method  
10. Cohesive zone model

1. Representative volume element  
2. Unit cell  
3. Finite element method  
4. Finite fracture mechanics  
5. Soni  
6. Bouhala

چسبنده (البته در ناحیه نرم‌شوندگی) استفاده کرد و به صورت رابطه (۲) تعریف می‌شود.



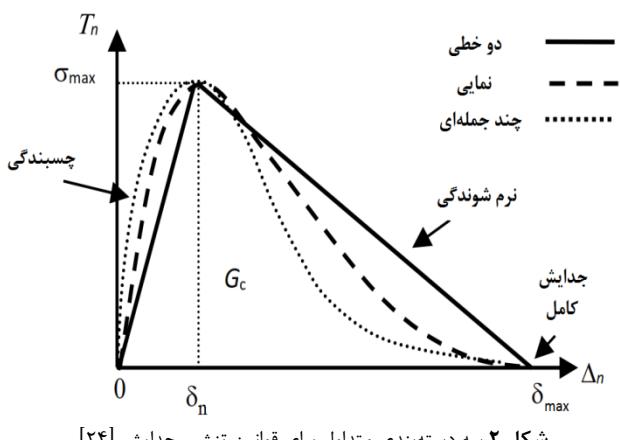
شکل ۱ مدلی شماتیک از ناحیه چسبنده و خرابی مربوط به آن [۲۲]

$$G_c = \int_0^{\delta_{max}} f(\delta) d\delta \quad (2)$$

تا به امروز مدل‌های تنش-جدایش بسیاری ارائه شده است. بطور کلی، خرابی در ناحیه چسبنده مبتنی بر سه مود جدایش است: مود اول (باششوندگی)، مود دوم (برش)، مود سوم (پارگی) و جابجایی‌های مود ترکیبی. مدل‌های مختلف تنش-جدایش در سه دسته‌بندی اصلی قرار می‌گیرند که بصورت شماتیک در شکل ۲ نشان داده شده‌اند.

با وجود این، تعیین پارامترهای مناسب برای ماده، مشکلات مرتبط با مش و مدل‌سازی المان محدود و همچنین مشکلات مربوط به پیش‌بینی مسیر رشد ترک بخصوص برای مسیرهای رشد دلخواه در ترک‌های منحنی شکل، از جمله مشکلات مرتبط با روش ناحیه چسبنده هستند.

در مقاله حاضر، تحلیل جدایش اتصال الیاف از ماتریس در یک ماده مرکب با استفاده از سطوح چسبنده در نرم‌افزار آباکوس و محیط استاندارد<sup>۴</sup> این نرم‌افزار انجام خواهد شد. رفتار سطح تماس با سطح تماس در این مدل‌های مختلف تنش-جدایش معمولاً می‌باشد. این رفتار خطي با روش ناحیه چسبنده هستند. شده (شکل ۳) و در غیاب هر نوع خرابی، رفتار سطح تماس خطی فرض می‌شود. لازم به ذکر است این رفتار خطی با پیدایش خرابی از بین می‌رود.



شکل ۲ سه دسته‌بندی متداول برای قوانین تنش-جدایش [۲۴]

### ۱-۱-۲- مبانی CZM

زمانی که یک قطعه یا ماده دارای ترک تحت بارگذاری قرار گیرد، اتفاق انرژی به وقوع می‌پیوندد. بطور خاص این اتفاق انرژی ناشی از میکروترک‌ها و تغییرشکل محلی در ماده مورد نظر است که عموماً در نواحی کوچکی به وقوع می‌پیوندد که تحت عنوان ناحیه فرآیند شکست<sup>۱</sup> شناخته می‌شوند. این موضوع سبب می‌شود تا بطور کلی یک ناحیه نرم‌شوندگی کرنشی (یعنی شب منفی در نمودار تنش-کرنش) به وجود آید. با اینحال، رفتار ماده خارج از این ناحیه می‌تواند همچنان الاستیک خطی باشد. مستعد شکست در مقایسه با طول ترک به اندازه کافی بزرگ باشد، فرضیات مرتبط با مکانیک شکست الاستیک خطی دیگر صادق نخواهد بود. یکی از روش‌هایی که روابط موردنیاز برای تحلیل فرآیند شکست را ساده‌سازی کرده و در مدل‌سازی خود بر روی ناحیه نوک ترک تمرکز نموده و سپس خصوصیات آنرا در قالب تنش-جابجایی و با درنظر گرفتن ناحیه نرم‌شوندگی<sup>۲</sup> تعیین می‌نماید مدل خرابی چسبنده (CZM) است.

این مدل در ابتدا در سال ۱۹۶۰ و برای محاسبه ویژگی‌های اصلی رفتار مواد غیرخطی در ناحیه نوک یک ترک موجود ارائه شد. در این مدل فرض می‌شود در حالتی که تنش همچنان از یک سطح دیگر منتقل می‌شود ترک به گسترش و باز شدن خود ادامه می‌دهد. برای وارد کردن CZM به یک مدل المان محدود، المان‌ها چسبنده در ناحیه سطح تماس المان‌های پیوسته وارد می‌شوند. رفتار ماده خارج از ناحیه چسبنده به وسیله معادلات ساختاری معمولی تعیین می‌شود. با اینحال، المان‌های چسبنده دارای یک قانون تنش-جدایش<sup>۳</sup> ویژه هستند. قانون جدایشی سطح تماس در حقیقت تنش‌های سطحی را با جابجایی‌های نسبی یا جدایش در سطحی که ممکن است در آن ترک وجود داشته باشد مرتبط می‌سازد. این تنش‌ها عموماً دارای یک مؤلفه عمودی و دو مؤلفه مماسی هستند که در ارتباط با مود باششوندگی و جابجایی ترک می‌باشند. پیدایش ترک یا خرابی متناسب با استحکام سطح تماس یا همان تنش ماکریزم در نمودار تنش-جدایش است. زمانیکه مساحت ناحیه زیر این نمودار برابر با مقدار انرژی شکست بحرانی شود، تنش تا مقدار صفر کاهش یافته و سطوح جدیدی از ترک شکل می‌گیرند.

شکل ۱ بصورت شماتیک مود اول شکست یک ماده را نشان می‌دهد که بواسیله تنش نرمال ناحیه چسبنده ( $T_0$ ) به عنوان تابعی از جابجایی نسبی (۵) بین دو سطح بصورت زیر بیان شده است:

$$T_n = f(\delta) \quad (1)$$

که در آن  $f$  تابعی است که برای بیان توزیع تنش در امتداد وجه ترک در ناحیه چسبنده مورد استفاده قرار می‌گیرد [۱۵]. در این مدل فرض می‌شود که تمامی مکانیزم‌های ساختار مایکرو فرآیند شکست را می‌توان به وسیله دو پارامتر مورد توجه قرار داد: (الف) تنش ماکریزم یا استحکام ناحیه چسبنده ( $\sigma_{max}$ ،  $\delta_{max}$ )، (ب) جدایش بحرانی که به ازای مقادیر بیشتر از آن سطح چسبنده ظرفیت تحمل تنش خود را از دست داده و ترک رشد می‌کند، (یا<sup>۶</sup> یعنی جدایش در نقطه تنش ماکریزم).

علاوه بر این،  $G_c$  که انرژی جدایش یا ناحیه زیر نمودار  $f(\delta)$  است، در معادله (۲) آورده شده و از آن نیز می‌توان به عنوان یکی از پارامترهای ناحیه

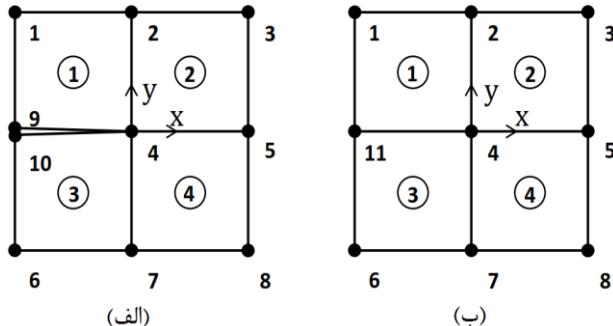
1. Fracture process zone

2. Softening

3. Traction- separation law

با درجات آزادی اضافی مدل‌سازی می‌شود. با اینحال، شبکه المان محدود و خصوصیات آن از قبیل تراکم اندک مشاهده و تقارن، دست نخورده باقی مانند.

برای بیان روابط کلی حاکم در این روش، با توجه به شکل ۴ توضیحات کلی بر اساس راهنمای نرم‌افزار آباکوس ارایه می‌شود [۲۸].



شکل ۴ (الف) مشبندی دارای ترک، و (ب) مشبندی فاقد ترک (اعداد داخل دایره ها نشان‌دهنده شماره المان هستند)

تقریب المان محدود برای این مشبندی مطابق رابطه (۵) است.

$$u^h = \sum_{i=1}^8 N_i u_i + N_{11} u_{11} + \frac{u_9 - u_{10}}{2} N_{11} H(x) \quad (5)$$

غنی‌سازی ناپیوستگی  
تقریب المان محدود استاندارد

که در آن  $N_i$  و  $u_i$  به ترتیب توابع شکل و جابجایی گره  $i$  هستند.  $H(x)$  که بعنوان تابع ساین/جهش ناپیوستگی شناخته می‌شود بصورت رابطه (۶) تعریف می‌شود.

$$H(x) = \begin{cases} 1, & y > 0 \\ -1, & y < 0 \end{cases} \quad (6)$$

دو بخش اول از سمت راست رابطه بالا تقریب المان محدود هستند و بخش سوم نیز غنی‌سازی جهش ناپیوستگی است. معادله (۵) نشان می‌دهد که تقریب المان محدود یک ترک در مشبندی را همانند شکل ۴ (الف)، و مشبندی فاقد ترک را می‌توان همانند شکل ۴ (ب) و به همراه یک غنی‌سازی ناپیوستگی اضافی در نظر گرفت. حالتی که ترک بر روی مرز المان قرار نگرفته باشد را نیز می‌توان به همین منوال بیان نمود.

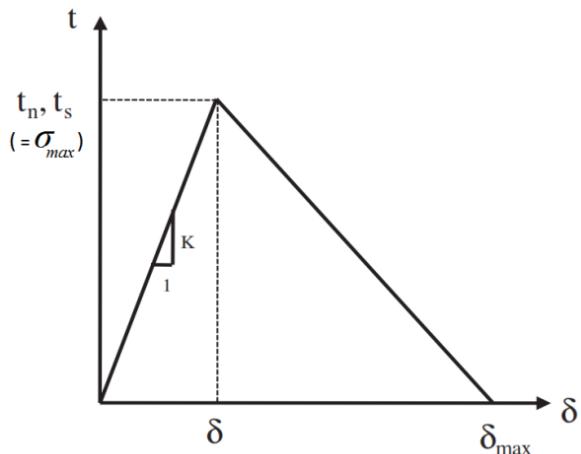
بطور کلی برای روش XFEM دو تئوری مختلف در نرم‌افزار آباکوس وجود دارد:

- تئوری رفتار تنش- جدایش چسبنده
- تئوری مکانیک شکست الاستیک خطی

در مقاله حاضر از تئوری اول استفاده خواهیم نمود و توضیحات مربوط به آن در ادامه بیان می‌شود.

## ۱-۲-۲- تئوری رفتار تنش- جدایش چسبنده

این روش بطور کلی در محیط آباکوس استاندارد ارائه می‌شود و دارای توانایی قابل توجهی در پیش‌بینی پیدایش و رشد ترک می‌باشد و از آن می‌توان برای مواد نرم و همچنین مواد ترد استفاده کرد. این روش را برخلاف مدل‌های ناحیه چسبنده که بایستی برای آن‌ها مسیر خوابی را بصورت دقیق مشخص کرد می‌توان برای شبیه‌سازی پیدایش و رشد ترک در مسیری دلخواه و مبتنی بر روال حل، مورد استفاده قرار داد. در این روش حتی امکان رشد ترک از میان المان‌ها نیز وجود دارد.



شکل ۳ قانون تنش- جدایش استاندارد استفاده شده [۲۵]

معیار شروع خرابی در مدل ارایه شده بر اساس معیار تنش ماکزیمم و به صورت رابطه (۳) بیان می‌شود.

$$\max\left(\frac{\langle t_n \rangle}{N}, \frac{t_s}{S}\right) = 1 \quad (3)$$

که در آن  $t_n$  و  $t_s$  به ترتیب اشاره به مؤلفه‌های نرمال و مماسی تنش اعمال شده به سطح تماس دارند. از آنجاییکه تنش‌های نرمال فشاری سبب باز شدن ترک نمی‌شوند بنابراین مقدار  $\langle t_n \rangle$  مثبت یا صفر است. پارامترهای  $N$  و  $S$  نیز به ترتیب استحکام نرمال و مماسی سطح تماس هستند که به منظور ساده‌سازی مساوی فرض شده‌اند.

انرژی شکست یا همان  $G$  نیز پارامتر دیگری است که در تعیین رفتار سطح تماس مؤثر می‌باشد و براساس معادله (۲) و شکل ۲ مقدار بحرانی آن با  $G_c$  نشان داده می‌شود. مدل خرابی سطح تماس فرض می‌کند که انرژی مصرف شده در خراب شدن سطح تماس، مستقل از مسیر بارگذاری است و انرژی شکست بصورت زیر بیان می‌شود:

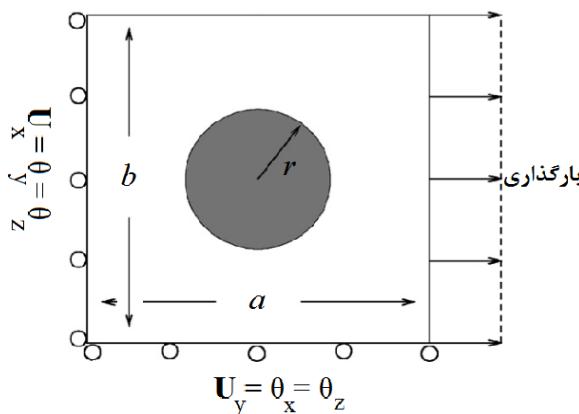
$$G = \frac{1}{2} t \Delta \delta \quad (4)$$

که در آن  $t$  ( $t_n$  یا  $t_s$ ) استحکام ناحیه چسبنده و  $\delta$  نیز جابجایی در راستای این ناحیه است.

## ۲-۲- روش المان محدود تعییم یافته (XFEM)

به منظور مدل‌سازی ناپیوستگی‌هایی نظیر ترک به کمک روش المان محدود عمومی، لازم است مشبندی با ناپیوستگی‌های هندسی مطابقت داشته باشد. بنابراین اصلاحات قابل توجهی برای مشبندی در نزدیکی نوک ترک مورد نیاز است بگونه‌ای که میدان‌های مجاور تکین در نوک ترک به خوبی در نظر گرفته شوند. مدل‌سازی یک ترک در حال رشد به این دلیل که مشبندی باستی بطور پیوسته بروزرسانی شود و مدل به لحاظ هندسی با ناپیوستگی ناشی از رشد ترک مطابقت داشته باشد، به مراتب سخت‌تر است. روش المان محدود تعییم یافته نواقص مربوط به مشزنی سطح دارای ترک را کاهش می‌دهد. این روش در ابتدا توسط بلیتسچکو و بلک [۲۶] معرفی گردید. این روش، مدل توسعه یافته‌ای از روش المان محدود عمومی است که مبتنی بر مفهوم پاریش‌بندی یکه می‌باشد که توسط ملنک و باپوسکا [۲۷] ارائه شده و در آن امکان استفاده از توابع غنی‌سازی محلی در همراهی با یک تقریب المان محدود وجود دارد. وجود ناپیوستگی، توسط توابع غنی‌شده و پیزه

استحکام ناحیه چسبنده در دو راستای نرمال و مماسی است که با یکدیگر مساوی فرض شده‌اند.



شکل ۶ المان حجمی دارای یک لیف و تحت بارگذاری عرضی در راستای  $x$

جدول ۱ خواص مکانیکی و هندسی اجزای المان حجمی شکل ۶  
[۲۹]

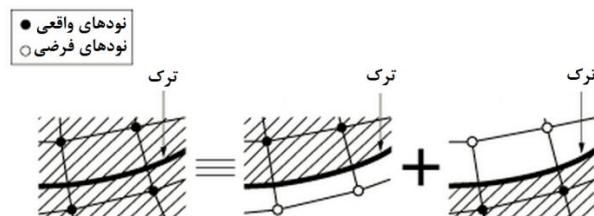
مقدار	کمیت
۲۱۰(GPa)	$E_f$
$0/3$	$v_f$
۴/۶(GPa)	$E_m$
$0/4$	$v_m$
۰/۰۰۳۷(GPa)	$\sigma_{max}$
۰/۰۰۲۸(mm)	$\delta$
۰/۰۰۳۵(mm)	$\delta_{max}$
۰/۷۰۷	$\beta_i$
۶/۸۲(mm)	$a$
۶(mm)	$b$
۱/۱۸(mm)	$r$

پارامترهای  $\delta$  و  $\delta_{max}$  نیز، جابجایی‌های متناظر برای شروع خرابی و گستینگی کامل ناحیه اتصال چسبنده هستند. حروف  $a$ ,  $b$  و  $r$  نیز به ترتیب طول و عرض المان نماینده و شعاع لیف می‌باشند که به همراه شرایط مرزی در شکل ۶ نشان داده شده‌اند. همچنین  $\beta_i$  ضریب کوپلینگی است که در واقع ارتباط بین مؤلفه‌های نرمال و مماسی جابجایی در ناحیه چسبنده را تعريف نموده و در رابطه زیر که نشان‌دهنده جابجایی مؤثر در ناحیه چسبنده است مورد استفاده قرار می‌گیرد:

$$\delta = \sqrt{\delta_n^2 + \beta^2 \delta_t^2} \quad (7)$$

با اعمال یک بارگذاری افقی از نوع جابجایی که مطابق با شکل ۶ بر ضلع عمودی المان نماینده وارد شده است، پاسخ تنش-کرنش متناظر را می‌توان بصورت عددی محاسبه کرد. مطابق با روش ارائه شده توسط گارسیا و همکاران [۳۰] تنش ماکروسکوپیک میانگین در راستای محور بارگذاری بصورت حاصل جمع نیروهای عکس‌العمل افقی تقسیم بر طول ضلع عمودی المان نماینده ( $b$ ) تعیین می‌شود. بصورت مشابه، کرنش میانگین نیز برابر با حاصل تقسیم جابجایی اعمال شده بر ضلع عمودی، بر طول ضلع افقی المان

در این روش از نودهای فرضی<sup>۱</sup> که بر روی نودهای اصلی المان‌ها قرار گرفته‌اند برای بیان گسستگی در المان‌های حاوی ترک استفاده می‌شود (شکل ۵). قبل از وقوع خرابی، رفتار هر یک از نودهای فرضی کاملاً مقید به نود واقعی متناظر با آن است. با وقوع ترک در المان، المان به دو قسمت تقسیم شده و با توجه به راستای رشد ترک، هر بخش متخلک از ترکیبی از نودهای واقعی و فرضی خواهد بود و این نودها دیگر متصل به یکدیگر نخواهند بود.



شکل ۵ نحوه عملکرد روش نودهای فرضی [۲۶]

لازم به ذکر است در این مدل، مقدار جدایش، با استفاده از قانون چسبنده‌گی کنترل می‌شود و پس از آنکه استحکام چسبنده‌گی المان‌های ترک خود را با صفر شود، نودهای واقعی و فرضی بصورت مستقل از یکدیگر حرکت خواهند کرد. در مقاله حاضر، رفتار چسبنده‌گی مورد استفاده در این روش مبتنی بر همان روابط بیان شده برای مدل ناحیه چسبنده در بخش‌های قبلي می‌باشد. البته با این تفاوت که روش ناحیه چسبنده مرتبط با XFEM تنها دارای بخش نرم‌شوندگی است.

### -۳- مدل‌سازی و نتایج

در این بخش در ایندا روش مدل‌سازی خود را بر اساس نتایج موجود در پژوهش‌های گذشته صحبت‌سنگی کرده و پس از اطمینان از صحت روش مدل‌سازی، مدل ترکیبی المان چسبنده- المان محدود توسعه یافته ارائه خواهد شد و بر اساس آن، نتایج را مورد بحث و بررسی قرار می‌گیرد.

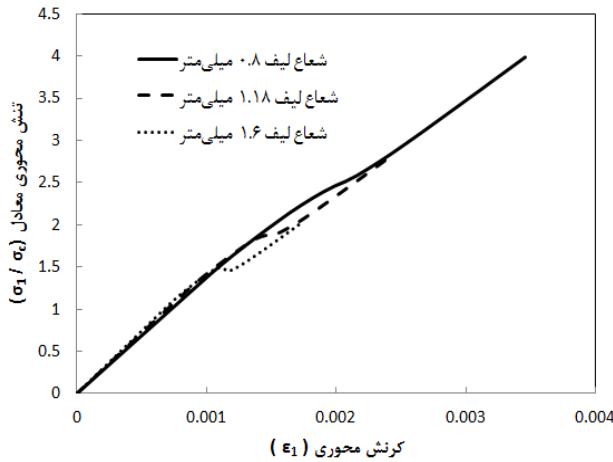
#### -۱- صحبت‌سنگی مدل

در مثال اول نتایج مربوط به جدایش اتصال الیاف از ماتریس در یک المان حجمی نماینده، به کمک مدل ناحیه چسبنده که توضیحات آن در بخش‌های قبل ارائه گردید بر طبق مثال ارائه شده توسط لی و گوش [۲۹] شبیه‌سازی شده و صحت روش مدل‌سازی مورد بررسی قرار می‌گیرد. مطابق با این مثال، پیدایش خرابی در اتصال بین الیاف و ماتریس (الیاف فولاد و ماتریس اپوکسی) به وسیله تغییری شدید در شبی نمودار تنش-کرنش مشخص می‌شود و پس از آن به دلیل کاهش سطح تماس بین الیاف و ماتریس به اثر جدایش آن‌ها، ظرفیت تحمل بارگذاری کاهش یافته و بنابراین شبی نمودار نیز نسبت به حالت قبل از شروع خرابی کاهش خواهد یافت. داده‌های مربوط به این مثال بر طبق مثال ارائه شده توسط لی و گوش [۲۹] در جدول ۱ آورده شده و قانون تنش-جدایش مربوط به سطح تماس الیاف و ماتریس نیز مطابق با شکل ۳ می‌باشد. وضعیت المان نماینده و شرایط بارگذاری و مرزی حاکم بر آن نیز در شکل ۶ نشان داده شده است. در جدول ۱ حروف  $E$  و  $v$  به ترتیب به مدول الاستیسیته و ضریب پواسون اشاره دارند. همچنین اندیس‌های  $f$  و  $m$  به ترتیب معرف لیف و ماتریس بوده و  $\sigma_{max}$  در واقع همان

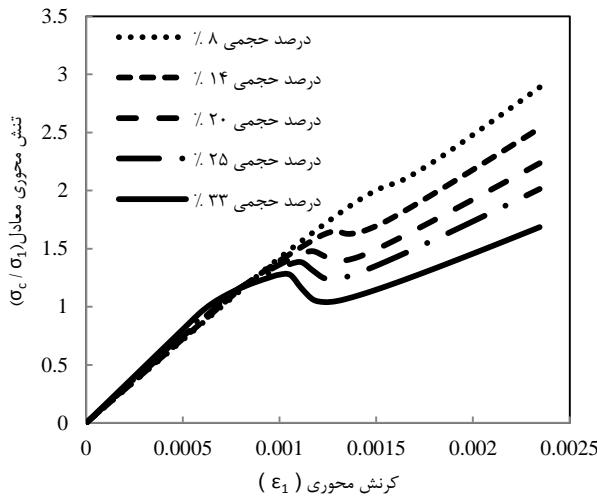
1. Phantom nodes

در ادامه با درنظرگیری یک درصد حجمی ثابت و تغییر شعاع الیاف، اثر تغییر شعاع بر شروع جدایش مورد بررسی قرار می‌گیرد. مطابق با نتایج ارائه شده در نمودار شکل ۹، با کاهش شعاع الیاف از  $1/6$  میلی‌متر تا  $1/8$  میلی‌متر، در مرحله پس از شروع خرابی، خرابی ملایم‌تر شده و میزان افت آن کمتر می‌شود که دقیقاً مشابه رفتار ارایه شده در نتایج گارسیا [۳۰] می‌باشد. همچنین، رفتار نمودارها پیش از خرابی و شب آن‌ها پس از خرابی نیز روند مشابهی را تکرار می‌کند.

اثرات تغییر درصد حجمی نیز در نمودار شکل ۱۰ نشان داده شده‌اند. در اینجا نیز رفتار غیرخطی به خوبی قابل مشاهده است و مشاهده می‌شود با افزایش درصد حجمی الیاف، پدیده خرابی در مقادیر تنفس کمتر و با شدت بیشتری به وقوع می‌پیوندد که این پدیده نیز بخوبی در تحقیق گارسیا [۳۰] قابل رویت است.



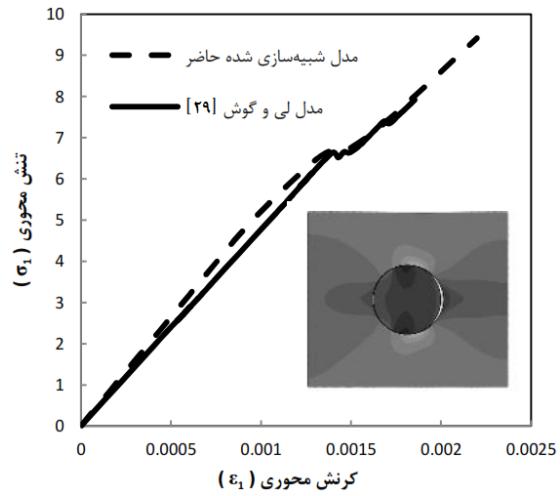
شکل ۹ نمودار تنفس-کرنش معادل برای درصد حجمی ثابت و شعاع‌های مختلف



شکل ۱۰ نمودار تنفس-کرنش معادل برای شعاع ثابت ۱/۱۸ میلی‌متر برای لیف و درصدهای حجمی مختلف

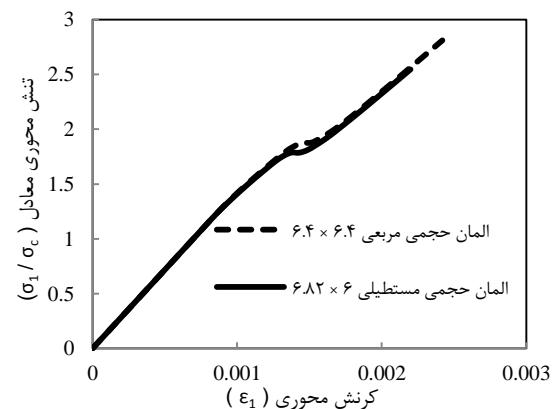
در بخش قبل، پیدایش و رشد مود خرابی ناشی از جدایش الیاف- ماتریس با استفاده از تحلیل المان محدود و به کمک المان‌های حجمی نماینده (RVE)

(a) خواهد بود. نتایج بدست آمده از این شبیه‌سازی در نمودار شکل ۷ آورده شده و با نتایج لی و گوش [۲۹] مقایسه شده‌اند.



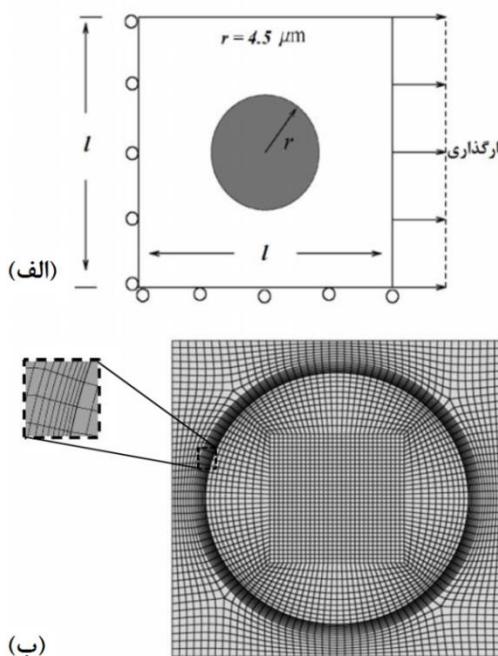
شکل ۷ مقایسه نتایج تنفس و کرنش مدل حاضر در صحت‌سنجی با مدل لی و گوش [۲۹].

همانگونه که مشاهده می‌شود تطابق نسبتاً خوبی بخصوص در ناحیه شروع خرابی و پس از افت وجود دارد و علاوه‌بر این میزان بازشوندگی در اینترفیس المان نماینده نیز مشابه با نتایج لی و گوش می‌باشد. حال برای توسعه نتایج و بررسی بیشتر روش مدل‌سازی، می‌توان از همان داده‌های موجود در مقاله لی و گوش [۲۹] که در جدول ۱ آورده شده‌اند برای شبیه‌سازی رفتارهای غیرخطی مشاهده شده در مقاله گارسیا و همکاران [۳۰] استفاده نمود. در این نتایج، نمودارهای تنفس-کرنش معادل برای المان‌های حجمی مختلفی که در آن‌ها یک بار درصد حجمی ثابت بوده و شعاع الیاف تغییر کرده و بار دیگر شعاع الیاف ثابت بوده و درصد حجمی تغییر کرده مورد بررسی قرار گرفته‌اند. برای انجام این کار ابتدا المان حجمی خود را که دارای ابعاد  $6 \times 6 \times 6.82$  می‌باشد به یک المان حجمی مربعی معادل با ابعاد تقریبی  $6.4 \times 6.4$  تبدیل می‌کنیم تا در فرآیند تغییر درصد حجمی به ازای شعاع ثابت الیاف، فرآیند کار آسان‌تر شود. شکل ۸ نتایج تنفس معادل یعنی حاصل تقسیم تنفس محوری بر تنفس تسلیم ناحیه چسبنده را (مطابق با جدول ۱ برابر با  $3.7$  مگاپاسکال) برحسب کرنش معادل می‌دهد. همانگونه که مشاهده می‌شود این تبدیل ابعاد، تفاوت خاصی را در رفتار تنفس-کرنش به وجود نمی‌آورد.



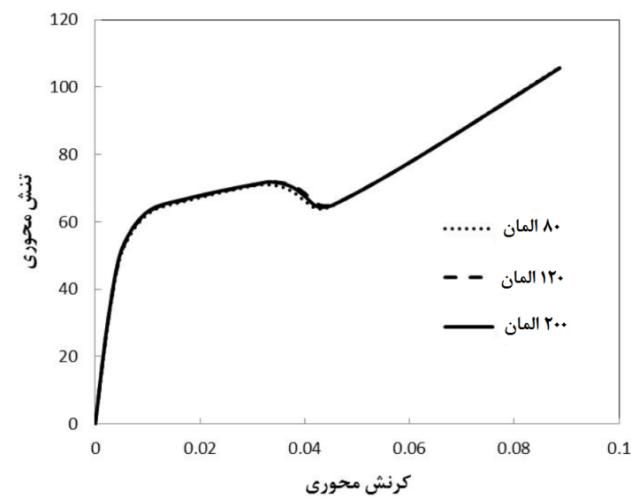
شکل ۸ نمودار تنفس-کرنش مربوط به تبدیل حالت المان حجمی مستطیلی

این سفتی سطح تماس به اندازه کافی بزرگ در نظر گرفته شده ( $\times 10^7 \text{ MPa/mm}$ ) تا از پیوستگی جابجایی در سطح تماس اطمینان حاصل شود. رفتار خطی با شروع خرابی که مشخصه آن معیار تنش ماکرویم برای ناحیه چسبنده است پایان می‌پذیرد. توضیحات مربوط به مدل ناحیه چسبنده دوخطی در بخش‌های قبل از ارائه شد و در اینجا تنها به خواص این ناحیه اشاره می‌نماییم. رفتار مکانیکی سطح تماس توسط دو مؤلفه استحکام نرمال ( $N$ ) و برشی ( $S$ ) سطح تماس و انرژی مورد نیاز برای جدایش کامل سطح تماس ( $G_{int}$ ) کنترل می‌شود. مقدار مؤلفه‌های نرمال و برشی هر دو برابر با  $53 \text{ MPa}$  ( $G_{int}$ ) کنترل می‌شود. در نظر گرفته شده‌اند و  $G_{int}$  برابر با  $10 \text{ J/m}^2$  می‌باشد. برای توضیحات بیشتر درباره مدل‌سازی خرابی ناحیه چسبنده می‌توان به مراجع [۲۸] و [۳۳] مراجعه نمود. همچنین، شبیه‌سازی ترک ماتریسی نیز به کمک روش المان محدود تعمیم یافته (XFEM) انجام شده که خود مبتنی بر قانون تنشن-جدایش خطی است که توضیحات مربوط به آن در بخش‌های قبل از ارائه شد و خواص مورد نیاز آن نیز در جدول ۲ آورده شده‌اند. در مثال اول یک RVE شامل تنها یک لیف مورد بررسی قرار گرفته است. همانگونه که در شکل ۱۲ (الف) نشان داده شده است این RVE تحت اعمال بارگذاری عرضی در لبه عمودی سمت راست خود قرار گرفته و مشبندی آن نیز در شکل ۱۲ (ب) نشان داده شده است. مطابق با شکل ۱۳ (الف) در ابتداء خرابی از نوع جدایش سطح چسبنده (CZM) بین الیاف-ماتریس به وقوع پیوسته و همانگونه که در ادامه و در نمودار شکل ۱۳ (ب) نشان داده شده است این خرابی خود دارای مرحلی است و نهایتاً پس از رشد کامل جدایش در ناحیه چسبنده، کم کم ترک‌های ماتریسی (XFEM) بوجود آمده و توسعه می‌یابند. مطابق با نمودار تنشن-کرنش معادل در شکل ۱۳ (ب)، در ابتداء رفتار ماده خطی بوده است و سپس از نقطه A خرابی ناحیه چسبنده به وقوع پیوسته و رشد می‌نماید (نقطه شروع خرابی را می‌توان با مقایسه بین نمودارهای مربوط به شبیه‌سازی RVE حاوی ناحیه چسبنده و RVE فاقد ناحیه چسبنده باشد نمودار رفتار خطی خود را ادامه می‌دهد).



شکل ۱۲ RVE حاوی تنها یک لیف، (الف) شرایط مرزی و بارگذاری؛ (ب) وضعیت مشبندی

مورد بررسی قرار گرفت. در این قسمت در ابتدا یک المان نماینده مربعی شکل در نظر گرفته می‌شود که در آن شعاع الیاف  $4/5 \text{ میکرومتر}$  و درصد حجمی آن برابر با  $50\%$  درصد است. این المان نماینده با استفاده از المان‌های چهارضلعی با خاصیت کرنش صفحه‌ای عمومی (المان‌های CPE4 در آباکوس استاندارد) مدل‌سازی شده‌اند. علاوه‌بر این، تلاش می‌شود تا اندازه مش مناسب متناظر با  $120 \text{ المان}$  در ناحیه اطراف لیف در نظر گرفته شود بگونه‌ای که تحلیل حساسیت مش نیز برآورده شود (شکل ۱۱). برای شبیه‌سازی ناحیه چسبنده نیز از شبیه‌سازی دو بعدی سطوح چسبنده استفاده شده است.

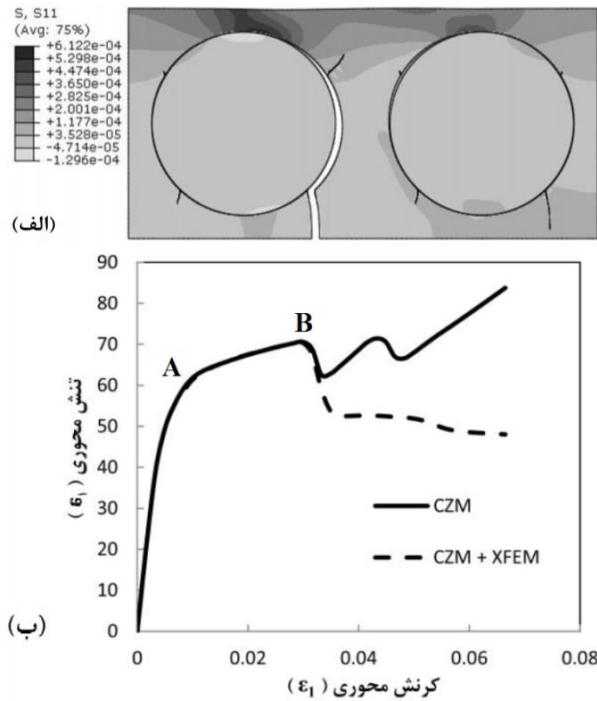


شکل ۱۱ آنالیز حساسیت مش

دو شرط مرزی تقارن در لبه‌های سمت چپ و پایین RVE همانند بخش‌های قبل اعمال شده است تا پیوستگی در میان RVE‌های کنار هم حفظ شود. خواص مربوط به الیاف کربن و ماتریس اپوکسی که در اینجا برای شبیه‌سازی مورد استفاده قرار گرفته‌اند از مقالات [۳۱] و [۳۲] استخراج شده و در جدول ۲ آورده شده‌اند. همانند قبیل در اینجا نیز حروف  $E$  و  $v$  به ترتیب اشاره به مدول الاستیسیته و ضرایب پواسون دارند؛ اندیس‌های  $f$  و  $m$  به ترتیب نشان‌دهنده فازهای الیاف و ماتریس هستند؛  $\sigma_m^t$  استحکام کششی ماتریس و  $G_m$  نیز نرخ آزادسازی انرژی برای رشد ترک در ماتریس است. سطح تماس الیاف-ماتریس نیز از نوع مدل چسبنده شبیه‌سازی شده است که در آن خواص مکانیکی در قالب قانون تنشن-جدایش دوخطی بیان شده‌اند که جایگایی در سطح تماس را با بردار تنشن عمل کننده بر آن مرتبط می‌سازد.

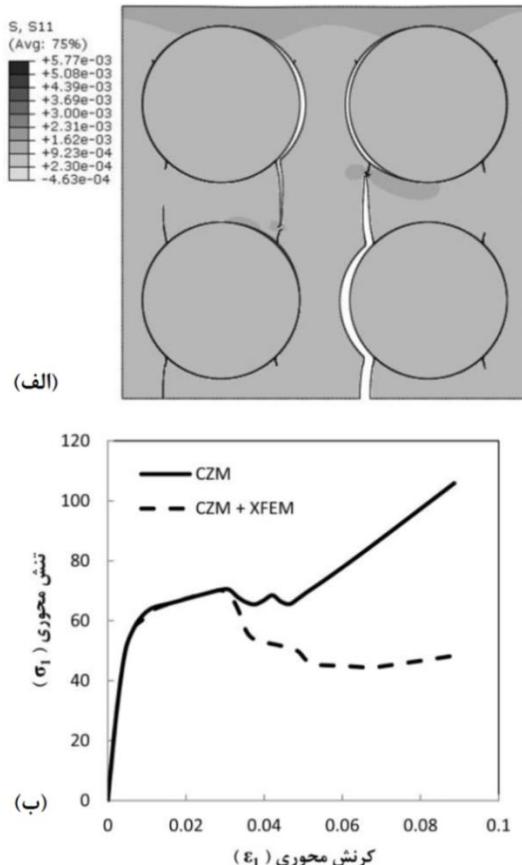
جدول ۲ خواص مورد نیاز برای شبیه‌سازی المان‌های حجمی [۳۲، ۳۱].

مقدار	کمیت
$227/3 \text{ (GPa)}$	$E_f$
$0.34$	$v_f$
$3/5 \text{ (GPa)}$	$E_m$
$0.4$	$v_m$
$121 \text{ (MPa)}$	$\sigma_m^t$
$90 \text{ (J/m}^2)$	$G_m$

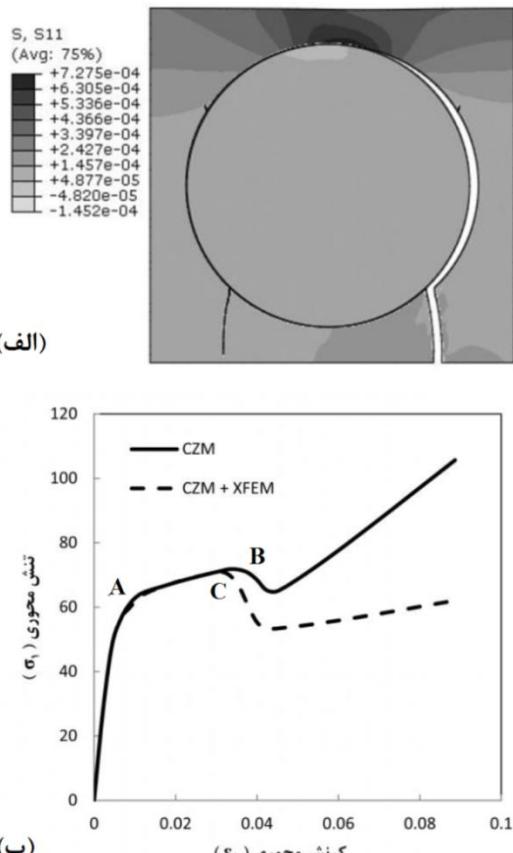


شکل ۱۴ RVE حاوی دو لیف، (الف) شکل تغییر یافته بر اثر بارگذاری، و (ب) نمودار تنش-کرنش متناظر

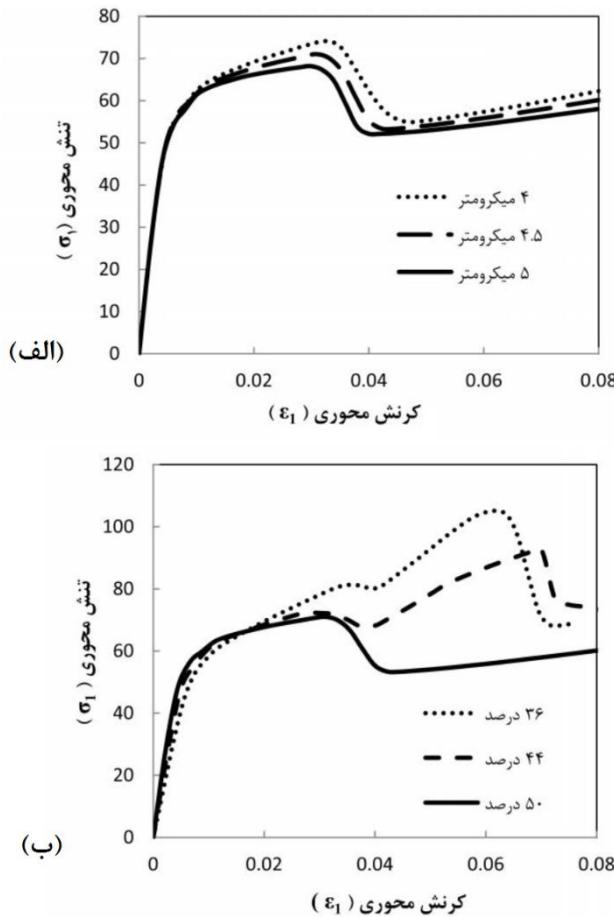
مطابق با نموداری که تنها مربوط به خرابی ناحیه چسبنده است (فاقد شبیه‌سازی ترک ماتریسی) افت دیگری نیز در نقطه B به وقوع می‌پیوندد که در واقع نشان‌دهنده خرابی کامل ناحیه چسبنده است و پس از آن نمودار رفتار خطی خود را در پیش می‌گیرد، اما در نمودار دیگر که علاوه بر شبیه‌سازی مربوط به خرابی ناحیه چسبنده، حاوی خرابی مربوط به ترک ماتریسی نیز می‌باشد، قبل از رسیدن به نقطه B که متناظر با خرابی کامل ناحیه چسبنده است، در نقطه C خرابی مربوط به پیدایش ترک‌های ماتریسی به وقوع پیوسته و افت آن نیز به مراتب شدیدتر می‌باشد و پس از آن نیز شبیه‌سازی نسبت به حالت فقد ترک ماتریسی ملایم‌تر گردیده و میزان بارگذاری کاهش یافته است. در مثال دوم شبیه‌سازی خود را توسعه داده و یک RVE با دو لیف را مورد بررسی قرار می‌دهیم (شکل ۱۴). نوع بارگذاری و شرایط مرزی مشابه با مورد قبل می‌باشد. در اینجا علاوه بر مسائل مطرح شده در شبیه‌سازی قبل، بایستی به مسائلی همچون اثرات مرتبه به برهمنکش بین الیاف و همچنین افزایش نقاط افت به دلیل خرابی ناحیه چسبنده در هر دو لیف نیز توجه نمود. با اینحال، همان روال قبل در این مورد نیز صادق است و در نقطه A خرابی اولیه مربوط به ناحیه چسبنده می‌باشد. در حالتی که ترک ماتریسی نیز شبیه‌سازی شده باشد در نقطه B خرابی مربوط به ترک به وقوع پیوسته است و میزان تحمل بارگذاری پس از رشد ترک کاهش یافته و سیر نزولی به خود گرفته است. حال شبیه‌سازی خود را با دیگر توسعه داده و یک RVE با چهار لیف را مورد بررسی قرار می‌دهیم، در اینجا نیز همان روال کلی مربوط به حالات قبل تکرار شده و نتایج آنها در شکل ۱۵ نشان داده شده است.



شکل ۱۵ RVE حاوی چهار لیف، (الف) شکل تغییر یافته بر اثر بارگذاری، و (ب) نمودار تنش-کرنش متناظر



شکل ۱۶ رفتار RVE بر اثر بارگذاری، (الف) شکل تغییر یافته بر اثر بارگذاری، (ب) نمودار تنش-کرنش متناظر



شکل ۱۸ نمودار تنش- کرنش در المان‌های حجمی با یک لیف و در حضور هر دو نوع خرایی جدایش الیاف/ ماتریس و ترک ماتریسی و به ازای (الف) شعاع‌های مختلف الیاف با درصد حجمی ثابت،٪ ۵۰، (ب) درصدهای حجمی مختلف الیاف و شعاع یکسان ۴.۵ میکرومتر

ممکن است این موضوع در وهله اول تکراری به نظر برسد، اما تفاوت این نمودارها با موارد قبلی در آن است که این نمودارها، علاوه بر درنظرگیری اثرات خرایی ناحیه چسبنده، اثرات مربوط به پیدایش و رشد ترک‌های ماتریسی را نیز در خود جا داده‌اند و مشخصه آن افزایش نقاط افت در نمودارها و سیر نسبتاً نزولی آن‌هاست. در حالیکه در موارد قبل، تنها اثرات خرایی ناحیه چسبنده مورد توجه قرار گرفته بود، با اینحال، این نمودارها نیز نسبتاً همان روال‌های کلی قبل را طی می‌کنند.

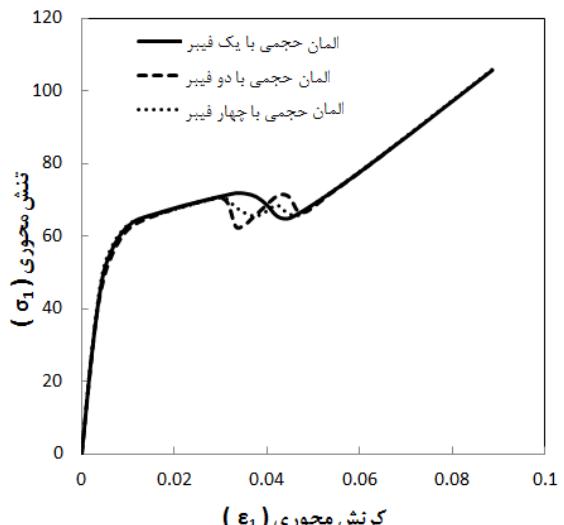
#### ۴- جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

در مقاله حاضر با استفاده از مدل ناحیه چسبنده و روش المان محدود تعمیم یافته، دو نوع خرایی اولیه و غالب در کامپوزیت‌ها یعنی جدایش الیاف- ماتریس و ترک ماتریسی به صورت همزمان شبیه‌سازی گردید و نتایج آن‌ها برای المان‌های حجمی مختلف مورد بررسی قرار گرفت. در اینجا نشان داده شد که پیدایش ترک‌های ماتریسی و رشد آن‌ها بر رفتار المان‌های حجمی تأثیر گذاشته و علاوه بر کاهش میزان تحمل بارگذاری در آن‌ها، بر نقاط شروع خرایی و همچنین تعداد نقاط افت در نمودارهای تنش- کرنش آن‌ها تأثیرگذار است. با اینحال رفتار عمومی المان‌های حجمی مختلف با تعداد متغیر الیاف نسبتاً یکسان است و می‌تواند تداعی‌کننده یک رفتار کلی باشد. علاوه‌براین تأثیر عواملی همچون درصد حجمی الیاف و شعاع‌های مختلف

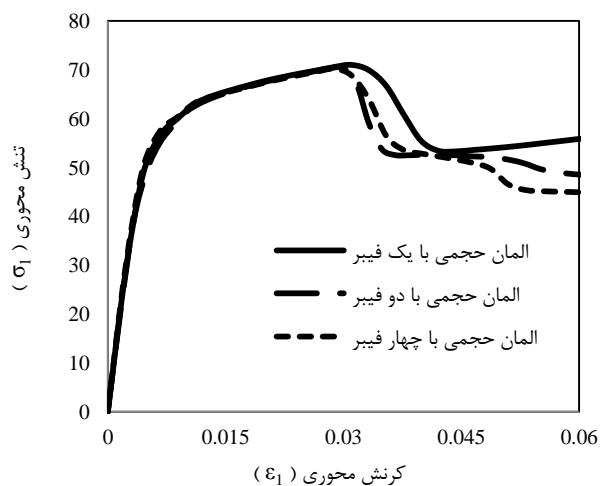
از نتایج جالب توجه دیگر می‌توان به مقایسه رفتار RVE‌های دارای یک، دو و چهار لیف که همگی تنها دارای شبیه‌سازی ناحیه چسبنده بوده و فاقد شبیه‌سازی ترک ماتریسی هستند اشاره کرد. با توجه به نمودارهای شکل ۱۶ می‌توان مشاهده نمود که رفتار کلی این RVE‌ها قبل از شروع خرایی و پس از توسعه کامل خرایی، رفتار یکسانی است که در واقع این موضوع می‌تواند تداعی‌کننده رفتار کلی یک لایه با تعداد بسیار بیشتری از الیاف باشد.

حال نتایج را در قالب نموداری دیگر که رفتار المان‌های نماینده مختلف با یک، دو و چهار لیف که علاوه بر خرایی ناحیه چسبنده، ترک ماتریسی نیز برای آن‌ها شبیه‌سازی شده است مورد بررسی قرار می‌دهیم. همان‌گونه که در نمودار شکل ۱۷ نشان داده شده در این حالت نیز المان‌های نماینده مختلف رفتار نسبتاً مشابهی را تداعی می‌کنند.

به عنوان آخرین موضوع می‌توان نمودارهای تنش- کرنش مربوط به دو حالت شعاع‌های مختلف الیاف ( به ازای درصد حجمی ثابت) و درصدهای حجمی مختلف (با شعاع یکسان) را مورد بررسی قرار داد (شکل ۱۸).



شکل ۱۶ نمودار تنش- کرنش خرایی ناحیه چسبنده برای المان‌های حجمی مختلف



شکل ۱۷ نمودار تنش- کرنش خرایی‌های ناحیه چسبنده و ترک ماتریسی برای المان‌های حجمی مختلف

- [19] Darvizeh, M. Rahmani-Rezaieh, A. and Darvizeh, A., "Calculating the Amount of Strain Released Energy for Cracks between Fibre and Matrix in a Composite Structure by Stress Analysis," In Persian, 16th annual conference of mechanical engineering, Kerman, Engineering school of Shahid Bahonar university.
- [20] Hosseini-Toudeshky, H. Mohammadi, E. and Mohammadi, B., "Effects of Fiber-Matrix Debonding Matrix Cracking on Mechanical Properties of Composite Laminates Using Micromechanical Approach," The 4th International Conference on Composites - Characterization, Fabrication and Application (CCFA-4 , Iran (Islamic Republic of), 16- 17 December, 2014.
- [21] Barenblatt, G. I., "Equilibrium Cracks Formed During Brittle Fracture," Journal of Applied Mathematics and Mechanics, Vol. 23, pp. 1273-1282, 1959.
- [22] Dugdale, D. S., "Yielding of Steel Sheets Sontaining Slits," Journal of the Mechanics and Physics of Solids, Vol. 8, pp. 1001-04, 1960.
- [23] Kubair, D. V. Geubelle, P. H. and Huang, Y. Y., "Analysis of Rate - Dependent Cohesive Model for Dynamic Crack Propagation," Engineering Fracture Mechanics, Vol. 70, pp. 685-704, 2003.
- [24] Javidrad, F. and Mashayekhy, M., "A Cohesive Zone Model for Crack Growth Simulation in AISI 304 Steel," Journal of Solid Mechanics, Vol. 6, No. 4, pp. 378-388, 2014.
- [25] Lioig, R. T., "Application of the Cohesive Zone Model to the Analysis of Rotors with a Transverse Crack," Karlsruhe Institut Fur Technologie, KIT Scientific Publishing, Karlsruhe, Germany, 2011.
- [26] Belytschko, T. and Black, T., "Elastic Crack Growth in Finite Elements with Minimal Remeshing," International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 45, pp. 601-620, 1999.
- [27] Melenk, J. and Babuska, I., "The Partition of Unity Finite Element Method: Basic Theory and Applications," Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 39, pp. 289-314, 1996.
- [28] Abaqus Standard, Version 6.13. Dassault systemes, Simulia.
- [29] Li, S. and Ghosh, S., "Modeling Interfacial Debonding and Matrix Cracking in Fiber Reinforced Composites by the Extended Voronoi Cell FEM," Finite Elements in Analysis and Design, Vol. 43, pp. 397- 410, 2007.
- [30] García, I.G. Paggi, M. and Mantic, V., "Fiber-Size Effects on the Onset of Fiber-Matrix Debonding under Transverse Tension: A Comparison between Cohesive Zone and Finite Fracture Mechanics Models," Engineering Fracture Mechanics, Vol. 115, pp. 96-110, 2014.
- [31] Zhang, B. Yang, Z. Sun, X. and Tang, Z., "A Virtual Experimental Approach to Estimate Composite Mechanical Properties: Modeling with an explicit finite element method," Computational Materials Science, Vol. 49, pp. 645-651, 2010.
- [32] Herraez, M. Mora, D. Naya, F. Lopes, C. S. Gonzalez, C. and Llorca, J., "Transverse Cracking of Cross-Ply Laminates: A Computational Micromechanics Perspective," Composites Science and Technology, Vol. 110, pp. 196-204, 2015.
- [33] Camanho, P. and Davila C. G., "Mixed-Mode Decohesion Finite Elements for the Simulation of Delamination in Composite Materials," NASA/TM-2002-211737; 2002.

آن‌ها بر رفتار نمودار تنش- کرنش نیز مورد بررسی قرار گرفت و نشان داده شد که پیدایش ترک‌های ماتریسی بر روی تعداد نقاط افت این نمودارها و میزان افت موجود در آن‌ها تأثیرگذار است، ولی ترتیب چیدمان نمودارها نسبت به حالت‌های قبل که در آن‌ها ترک ماتریسی شبیه‌سازی نشده بود تغییری نکرد. استفاده از روش‌های تحلیلی یکی از روش‌های مرسوم است که به فهم برخی مسائل کمک می‌نماید و می‌توانند پیش‌درآمدی بر طرح مسائل جدید باشند که صحت و سقم آن‌ها را می‌توان در قالب کارهای تجربی سنجید. از مطالعه موجود می‌توان برای بررسی رشد جاداشدگی بین لایه‌ای ناشی از ترک ماتریسی در مواد مرکب متعامد استفاده کرد و سپس در قالب فعالیت‌های تجربی نتایج خود را مورد ارزیابی دقیق‌تر قرار داد که توسط نویسنده‌گان تحت مطالعه و بررسی می‌باشد.

## ۵- مراجع

- [1] Taib, A. A. Boukhili, R. Achiou, S. Gordon, S. and Boukehili, H., "Bonded Joints with Composite Adherends. Part I. Effect of Specimen Configuration, Adhesive Thickness, Spew Fillet and Adherend Stiffness on Fracture," Int J Adhes Adhes, Vol. 26, No. 4, pp. 226-36, 2006.
- [2] Kim, K. S. Yi, Y. M. Cho, G. R. and Kim C. G., "Failure Prediction and Strength Improvement of Unidirectional Composite Single Lap Bonded Joints," Compos Struct, Vol. 82, No. 4, pp. 513-20, 2008.
- [3] Gonzalez, C. and Llorca, J., "Multiscale Modeling of Fracture in Fiber-Reinforced Composites," Acta Mater, Vol. 54, No. 16, pp. 4171-81, 2006.
- [4] Vaughan, T. J. and McCarthy, C.T., "Micromechanical Modelling of the Transverse Damage Behaviour in Fibre Reinforced Composites," Compos Sci Technol, Vol. 71, No. 3, pp. 388-96, 2011.
- [5] Vaughan, T. J. and McCarthy C. T., "Micromechanical Study on the Effect of Intra-Ply Properties on Transverse Shear Fracture in Fibre Reinforced Composites," Compos A: Appl Sci Manuf, Vol. 42, No. 9, pp. 1217-28, 2011.
- [6] Kanoute, P. Bosco, D. P. Chaboche, J. L. and Schrefler, B. A., "Multiscale Methods for Composites: a Review," Arch. Comput. Meth. Eng, Vol. 16, pp. 31-75, 2009.
- [7] Geers, M. G. D. Kouznetsova, V. G. and Brekelmans, W.A.M., "Multi-Scale Computational Homogenization: Trends and Challenges," J. Comput. Appl. Math, Vol. 234, pp. 2175-2182, 2010.
- [8] Berger, H. Kari, S. Gabbert, U. Rodriguez, R. R. Bravo, C. J. and Guinovart, D. R., "A Comprehensive Numerical Homogenization Technique for Calculating Effective Coefficients of Uniaxial Piezoelectric Fibre Composites," Mater. Sci. Eng. A, Vol. 412, pp. 53-60, 2005.
- [9] Mahmoodia, M. J. and Aghdamb, M. M., "Damage Analysis of Fiber Reinforced TiAlloy Subjected to Multi-Axial Loading - a Micromechanical Approach," Mater. Sci. Eng. A, Vol. 528, pp. 7983-7990, 2011.
- [10] Xia, Z. Zhou, C. Yong, Q. and Wang, X., "On Selection of Repeated Unit Cell Mode and Application of Unified Periodic Boundary Conditions in Micro-Mechanical Analysis of Composites," Int. J. Solids Struct. Vol. 43, pp. 266-278, 2006.
- [11] Correa, E. Mantic, V. and París, F., "A Micromechanical View of Inter-Fibre Failure of Composite Materials under Compression Transverse to the Fibres," Compos Sci Technol, Vol. 68, No. 9, pp. 2010-21, 2008.
- [12] París, F. Correa, E. and Mantić, V., "Kinking of Transversal Interface Cracks between Fiber and Matrix," ASME Trans J Appl Mech, Vol. 74, No. 4, pp. 703-16, 2007.
- [13] Mantić, V., "Interface Crack onset at a Circular Cylindrical Inclusion under a Remote Transverse Tension. Application of a Coupled Stress and Energy Criterion," Int J Solids Struct, Vol. 46, No. 6, pp. 1287-304, 2009.
- [14] Mantić, V. and García, I. G., "Crack onset at the Fibre-Matrix Interface under a Remote Transverse Biaxial Load. Application of a Coupled Energy and Stress Criterion," Int J Solids Struct, Vol. 49, No. 17, pp. 2273-90, 2012.
- [15] Soni, G. Singh, R. Mitra, M. and Falzon, B. G., "Modelling Matrix Damage and Fibre-Matrix Interfacial Decohesion in Composite Laminates Via a Multi-Fibre Multi-Layer Representative Volume Element (M<sup>2</sup>RVE)," International Journal of Solids and Structures, Vol. 51, pp. 449-461, 2014.
- [16] Joffe, R., "Matrix Cracking and Interfacial Debonding in Polymer Composites," Licentiate thesis, Luleå University of Technology, Sweden, 1996.
- [17] O'Dwyer, D.J. O'Dowd, N. P. and McCarthy, C.T., "Micromechanical Investigation of Damage Processes at Composite-Adhesive Interfaces," Composites Science and Technology, Vol. 86, pp. 61-69, 2013.
- [18] Bouhala, L. Makradi, A. Belouettar, S. Younes, A. and Natarajan, A., "An XFEM/CZM Inverse Method for Identification of Composite Failure Parameters," Computers and Structures, Vol. 153, pp. 91-97, 2015.