



ارزیابی روش VCCT برای مدل سازی اجزاء محدود رشد تورق خستگی مود ترکیبی I/II در کامپوزیت های تک جهته با نسبت اختلاط موده های مختلف

محمد الهی فر¹، محمد حیدری رارانی^{2*}

1- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه اصفهان، اصفهان

2- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه اصفهان، اصفهان

* اصفهان، صندوق پستی 81746-73441، eng.ui.ac.ir@heidarirarani.m

چکیده

اطلاعات مقاله:

مواد مرکب به دلیل مزایای منحصر به فرد، کاربرد گسترده ای در صنایع پیشرفته پیدا کرده اند. با این حال، پدیده تورق (جدایش لایه ها) به عنوان یکی از مهم ترین مکانیزم های خرابی در این مواد تحت بارگذاری چرخه ای شناخته می شود. این پژوهش، به بررسی رشد تورق خستگی در حالت ترکیبی موده های I و II با استفاده از روش بسته شدن مجازی ترک (VCCT) می پردازد. در این مطالعه، اثر نسبت اختلاط مود بر رفتار رشد ترک خستگی با نسبت اختلاط موده های 20، 50 و 80 درصد مورد تحلیل قرار گرفته است. قانون پاریس برای مدل سازی نرخ رشد ترک و معیار BK برای ارزیابی چقرمگی شکست معادل برای مود ترکیبی به کار گرفته شده اند. مقایسه یافته های عددی با داده های تجربی نشان می دهد که روش VCCT از دقت مناسبی در پیش بینی رفتار تورق برخوردار است. نتایج عددی نشان می دهند که افزایش سهم مود II در بارگذاری، تأثیر قابل توجهی بر کاهش عمر خستگی ماده دارد. همچنین، انتخاب نمو زمانی مناسب در روش VCCT نقش تعیین کننده ای در دقت نتایج دارد. به طور مشخص، استفاده از نمو زمانی کمتر از 0.005 ثانیه باعث بهبود قابل توجهی در پیش بینی نتایج دارد.

دریافت: 1404/06/04

پذیرش: 1404/08/26

کلیدواژگان

رشد تورق خستگی،

مود ترکیبی،

مدل اجزاء محدود،

روش بستن مجازی ترک

Assessment of the VCCT approach for finite element modeling of mixed-mode I/II fatigue delamination growth in unidirectional composites with various mode mixing ratios

Mohammad Elahifar¹, Mohammad Heidari-Rarani^{1*}

1- Department of Mechanical Engineering, Faculty of Engineering, University of Isfahan

* P.O.B. 81746-73441, Isfahan, Iran, m.heidarirarani@eng.ui.ac.ir

Keywords

Fatigue delamination growth,
Mixed mode,
Finite element model,
Virtual crack closure technique (VCCT)

Abstract

Composite materials have found wide applications in advanced industries due to their unique advantages. However, delamination (layer separation) is recognized as one of the most critical failure mechanisms in these materials under cyclic loading. This research investigates fatigue delamination growth under mixed-mode I and II loading conditions using the Virtual Crack Closure Technique (VCCT). In this study, the effect of the mode mixing ratio on fatigue crack growth behavior has been analyzed with mode ratios of 20%, 50%, and 80%. The Paris law is employed to model crack growth rate, while the BK criterion is used to assess equivalent fracture toughness for mixed-mode. A comparison between numerical findings and experimental data demonstrates that the VCCT method provides reasonable accuracy in predicting delamination behavior. The numerical results indicate that an increased contribution of mode II loading significantly reduces the material's fatigue life. Additionally, the influence of computational parameters on the accuracy of the results is examined. Moreover, selecting an appropriate time increment in the VCCT method is critical for the accuracy of the results. Specifically, using a time increment smaller than 0.005 seconds significantly improves the prediction of outcomes.

1- مقدمه

بهبود می یابد [1]. هدف از به کارگیری این ترکیب، دستیابی به ویژگی هایی است که در هر یک از اجزای سازنده به تنهایی یافت نمی شود. امروزه به دلیل نیاز به ساخت سازه هایی با قابلیت اطمینان بالا، شناسایی خرابی ها و جلوگیری

ماده مرکب به ماده ای گفته می شود که از ترکیب دو یا چند ماده با خواص متفاوت تشکیل شده اند، به طوری که خواص نهایی ماده جدید به طور قابل توجهی

Please cite this article using:

برای ارجاع به مقاله از عبارت زیر استفاده کنید:

Elahifar, M., Heidari-Rarani, M., "Assessment of the VCCT approach for finite element modeling of mixed-mode I/II fatigue delamination growth in unidirectional composites with various mode mixing ratios," In Persian, Journal of Science and Technology of Composites, Vol. 12, No. 2, pp. 2741-2750, 2025. <https://doi.org/10.22068/jstc.2025.2069976.1936>

می‌افتد و معمولاً بخش بزرگی از طول عمر خستگی فلزات به این مرحله اختصاص دارد، سپس در مراحل نهایی، ترک‌های ریز به تدریج پدیدار می‌شوند و با گسترش و پیوستن به یکدیگر، شکست نهایی ماده اتفاق می‌افتد [5]. بر خلاف فلزات، در مواد مرکب ترک‌ها به سرعت و معمولاً پس از چند صد چرخه بارگذاری ایجاد می‌شوند و پس از آن، ماده به تدریج تخریب شده و کاهش مشخصی در خواص مکانیکی نظیر سفتی دیده می‌شود، که در نهایت منجر به شکست کامل ماده خواهد شد [5].

در شکل 3، مقایسه‌ای از تکامل آسیب خستگی براساس تعداد چرخه در مواد فلزی و مواد مرکب نشان داده شده است. از این رو خستگی یکی از جنبه‌های حیاتی در طراحی و ارزیابی مواد مرکب است که باید به‌طور جدی مورد توجه قرار گیرد.

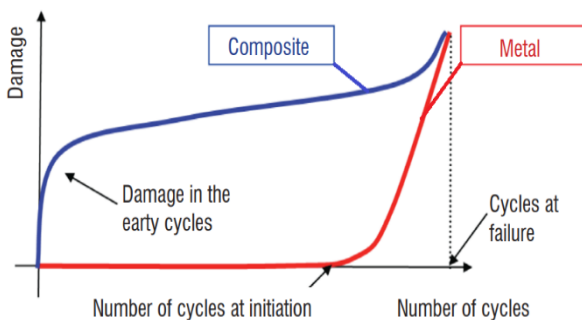


Fig. 3 Comparison of fatigue damage based on the number of cycles in metallic and composite materials [5]

شکل 3 مقایسه آسیب خستگی براساس تعداد چرخه در مواد فلزی و مواد مرکب [5]

مال¹ و همکاران [6]، در سال 1987 با بررسی تأثیر فرکانس بارگذاری چرخه‌ای (1 و 10 هرتز) بر رشد ترک در اتصالات کامپوزیتی با استفاده از نمونه‌های DCB² و MMB³ دریافتند که تغییر فرکانس در این محدوده تأثیر محسوسی بر نرخ رشد ترک ندارد. این یافته نشان می‌دهد که مکانیزم‌های رشد ترک، مانند انتشار ترک و تشکیل ناحیه پلاستیک در نوک آن، در فرکانس‌های پایین دارای حساسیت کمی دارند. هرچند این مطالعه به محدوده فرکانسی گسترده‌تری یا اثر پارامترهای محیطی مانند دما نپرداخته است، ولی به‌عنوان پژوهش پایه‌ای در تدوین معیارهای ارزیابی خستگی کامپوزیت‌ها مورد استناد قرار گرفته است.

استلزر⁴ و همکاران [7]، در سال 2014 به بررسی مقایسه‌ای رفتار جدایش لایه‌ای در مواد مرکب پلیمری تقویت‌شده با الیاف کربن تحت شرایط مختلف بارگذاری پرداختند. در این مطالعه با تمرکز بر بارگذاری خستگی، مقاومت در برابر جدایش لایه‌ای را در سه حالت شکست مود I، مود II و مود ترکیبی با نسبت ثابت مورد تحلیل قرار داده‌اند. یافته‌های کلیدی پژوهش نشان می‌دهد که روش کنترل جابجایی در آزمایش‌های خستگی سیکلی نسبت به روش کنترل بار از دقت بیشتری برخوردار بوده و نتایج قابل اعتمادی با پراکندگی کمتر در نمودارهای قانون پاریس ارائه می‌دهد.

لبلانک⁵ و لاپلانت⁶ [8]، در سال 2016 به مطالعه تأثیر رطوبت بر رشد تورق مود خالص و مود ترکیبی در مواد مرکب کربن/اپوکسی از طریق آزمایش

از عوامل گسترش آسیب در سازه‌ها امری ضروری به نظر می‌رسد. مواد مرکب به دلیل ساختار ناهمگن و چندجزئی خود، ممکن است دچار انواع متفاوتی از خرابی شوند [2]. این خرابی‌ها به دلیل تنش‌های مکانیکی، خستگی، ضربه، یا شرایط محیطی مانند رطوبت و دما ایجاد می‌شوند. از مهم‌ترین و شایع‌ترین انواع حالت‌های خرابی در مواد مرکب می‌توان کشیدن الیاف از زمینه، پل‌زنی الیاف، جدا شدن بین الیاف و زمینه، گسیختگی الیاف، ترک خوردگی در زمینه و تورق را نام برد. جدایش لایه‌ها یا تورق یکی از شایع‌ترین نوع خرابی در صنعت مواد مرکب به‌شمار می‌آید. فرایندهای سوراخ‌کاری و استحکام ضعیف بین لایه‌ها در مواد مرکب باعث ایجاد این پدیده می‌شود [3]. همچنین نوع بار مکانیکی و میزان شدت آن از عوامل کلیدی بر جدایش لایه‌ها به‌شمار می‌روند. بسته به نوع بار ممکن است خواص مکانیکی از جمله سفتی و استحکام در اثر تورق کاهش یابد و باعث تخریب در مواد مرکب می‌گردد. در شکل 1، عوامل هندسی ایجاد تورق نشان داده شده است.

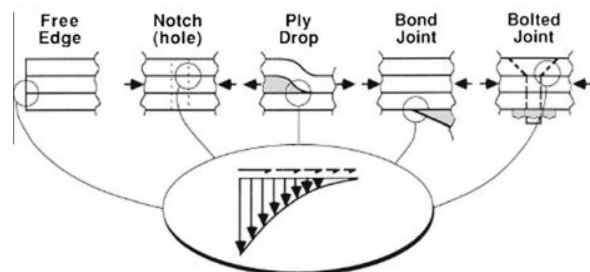


Fig. 1 Geometric factors causing delamination [3]

شکل 1 عوامل هندسی ایجاد تورق [3]

مودهای تورق در مکانیک شکست بر اساس جهت جابجایی نسبی بین سطوح ترک به سه حالت اصلی تقسیم می‌شوند: مود اول که مربوط به باز شدن ترک است، مود دوم که به برش درون صفحه اشاره دارد و مود سوم که مربوط به برش خارج از صفحه می‌باشد [4]. در عمل، ممکن است ترکیبی از این مودها وجود داشته باشد، در حالی که مود خالص معمولاً در مطالعات آزمایشگاهی و تحت شرایط کنترل‌شده مشاهده می‌شود. در شکل 2، سه مود اصلی تورق در مواد مرکب نشان داده شده است.

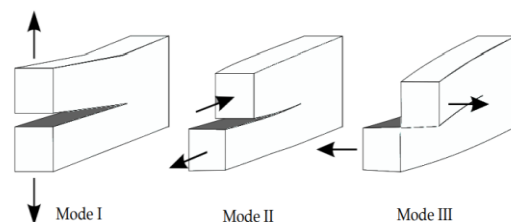


Fig. 2 Three main modes of delamination in composite materials [4]

شکل 2 سه مود اصلی تورق در مواد مرکب [4]

در فلزات، بخش عمده‌ای از عمر خستگی فلزات صرف ایجاد و گسترش ریزترک‌های اولیه می‌شود. پس از شروع ترک، رشد آن به‌طور تدریجی اتفاق

⁵ Leblanc
⁶ Laplante

¹ Mall
² Double cantilever beam
³ Mixed-mode bending
⁴ Stelzer

خستگی و همچنین مدل‌سازی عددی با المان‌های ناحیه چسبناک پرداختند. آنها دریافتند که فرارگیری در معرض رطوبت موجب کاهش 25 تا 62 درصدی چقرمگی جدایش در مدهای II و ترکیبی می‌شود، در حالی که چقرمگی مود I حدود 15٪ افزایش یافته است. همچنین، رطوبت باعث افزایش سرعت رشد تورق را در تمام حالت‌های بارگذاری می‌شود، که بیشترین آن در نسبت اختلاط مود 25٪ به میزان 740٪ می‌باشد.

کاروالو¹ و همکاران [9]، در سال 2019 به مطالعه رویکرد جدید برای مدل‌سازی رشد تورق در خستگی با استفاده از روش بسته شدن مجازی ترک پرداختند. آنها برای نمونه‌های مود اول، دوم و مود ترکیبی رشد تورق را با استفاده از این روش مورد بررسی قرار دادند. نتایج نشان می‌دهد که روش بسته شدن مجازی ترک می‌تواند یک روش قابل اعتماد برای پیش‌بینی رشد تورق می‌باشد. در این پژوهش پارامتر تأثیرگذار نمو اولیه زمانی را مورد بررسی قرار ندادند. همچنین در این مطالعه میزان نرخ رشد ترک مورد بررسی قرار نگرفت. ریموندو² و همکاران [10]، در سال 2020 به بررسی عددی رشد تورق در سازه‌های کامپوزیتی تحت بار خستگی با استفاده از روش بستن مجازی ترک در نرم‌افزار آباکوس پرداختند. ابتدا روش مذکور بر روی نمونه‌های استاندارد DCB و MMB برای نسبت اختلاط مدهای 50 و 80 درصد در حالت سه‌بعدی اعتبارسنجی شده و نتایج آن با داده‌های تجربی موجود مقایسه گردیدند، اما در مدل‌سازی اثر پارامترهای تأثیرگذار مانند نمو اولیه زمانی مورد بررسی قرار ندادند. سپس تحلیل‌های جامعی بر روی نمونه تک‌جبهه تقویت‌شده تحت بارگذاری فشاری انجام دادند. یافته‌ها نشان می‌دهد که این روش قادر به پیش‌بینی رشد جدایش در شرایط پس‌کمانش بوده، هرچند محدودیت‌هایی از جمله نبود داده‌های کافی برای ویژگی‌های فصل مشترک در حالت شبه‌استاتیک و استفاده از پارامترهای ثابت قانون پاریس در تحلیل خستگی، بر دقت نتایج تأثیر گذاشته است. با این وجود، تطابق کیفی قابل قبول بین نتایج عددی و داده‌های آزمایشگاهی، کارایی این رویکرد را در تحلیل پدیده جدایش لایه‌ها در مسائل مهندسی پیچیده تأیید می‌نماید.

تیموری و همکاران [11]، در سال 2021 در پژوهشی با استفاده از روش کوپل شده المان محدود توسعه یافته با روش بستن مجازی ترک برای مدل‌سازی تورق مود اول در بارگذاری خستگی پرچرخه استفاده کردند. آن‌ها از این دو روش به‌طور مجزا استفاده کردند و مزایا و چالش‌های هر روش را بررسی کردند، آن‌ها دریافتند که در روش بستن مجازی ترک نتایج در گام اولیه زمانی پایین دقت خوبی برخوردار است، اما این باعث زمان محاسباتی بالا مخصوصاً در مدل سه‌بعدی می‌شود. در حالی که در روش المان محدود توسعه یافته، گام اولیه زمانی تأثیر زیادی بر روی زمان محاسباتی ندارد. در نتیجه آن‌ها دریافتند ترکیب این دو روش می‌تواند نرخ رشد تورق خستگی را به‌خوبی پیش‌بینی کند.

تیموری و همکاران [12]، در سال 2021 به مطالعه و مدل‌سازی اجزاء محدود رشد تورق خستگی در مود اول برای کامپوزیت‌های لایه‌ای تحت پل‌زنی در مقیاس بزرگ پرداختند. آن‌ها با استفاده از یک زیرروال UEL در نرم‌افزار آباکوس و برهم‌نهی دو مدل کشش-جدایش دو خطی، یک مدل کشش-جدایش سه خطی با مدل آسیب کواشیتا ارائه دادند، نتایج نشان می‌دهد مدل سه خطی نرخ رشد تورق را نسبت به مدل دو خطی در شرایط پل‌زنی الیاف بهتر پیش‌بینی می‌کند.

طارسی و افشین [13]، در سال 2021 به توسعه روش بسته شدن مجازی ترک برای بررسی گسترش تورق مود اول و جدایش لایه‌ها در تیر کامپوزیتی تحت مود یک پرداختند. آنها تئوری لایه‌گون³ را برای تحلیل گسترش تورق مود اول در تیر کامپوزیتی در بستر نرم‌افزار متلب توسعه دادند. در نهایت نتایج به‌دست آمده با نتایج پژوهش‌های قبل مقایسه گردید که نشان‌دهنده این است که قابلیت مناسب این روش در پیش‌بینی رشد تورق می‌باشد. همچنین از دیگر مزیت این تئوری کاهش زمان محاسباتی نسبت المان محدود سه‌بعدی اشاره کردند.

مسلمی و قاسمی [14]، در سال 2022 به مطالعه اثرات بارگذاری حرارتی خستگی بر رشد ترک و شکست در مود اول تورق چندلایه‌های کامپوزیتی با استفاده از روش برهم‌کنش تصاویر دیجیتال پرداختند. آنها نمونه‌هایی DCB با چیدمان چیدمان 16 لایه از جنس الیاف شیشه ساختند و تحت بارگذاری حرارتی قرار دادند. آنها با روش عکس برداری متوالی شکل نهایی ترک اولیه را به‌دست آوردند. نتایج نشان می‌دهد که تغییرات نیرو و چقرمگی شکست دو مود اول تورق به میزان بارگذاری خستگی بستگی دارد.

لیو⁴ و همکاران [15]، در سال 2022 به بررسی رفتار رشد ترک خستگی در مود دوم در کامپوزیت‌های چندجبهه تحت تأثیر نسبت‌های مختلف تنش (0.1، 0.3 و 0.5) پرداختند. با استفاده از روش تیر اصلاح‌شده مبتنی بر طول ترک مؤثر، نرخ رهاش انرژی کرنش بدون نیاز به مشاهده مستقیم نوک ترک محاسبه کردند. نتایج نشان داد که پل‌زدن الیاف تأثیر قابل توجهی بر رفتار رشد ترک خستگی دارد.

یائو⁵ و همکاران [16]، در سال 2023 به مطالعه رفتار رشد تورق خستگی مود اول در کامپوزیت‌های پلیمری تقویت‌شده با الیاف کربن تحت تأثیر نسبت‌های تنش و دماهای مختلف پرداختند. آنها با انجام آزمایش‌های تجربی روی نمونه‌های تیر یک‌سرگردار دولبه ی و ارائه یک مدل خستگی مبتنی بر پارامترهای نرخ رهاسازی انرژی کرنشی، موفق به توسعه مدلی شده‌اند که می‌تواند رشد تورق خستگی در شرایط فوق پیش‌بینی کند. نتایج نشان می‌دهند که افزایش دما موجب تسریع رشد ترک خستگی می‌شود، در حالی که دمای زیر صفر این روند را کند می‌کند. این مدل با کاهش نیاز به آزمایش‌های متعدد، ابزاری کارآمد برای طراحی سازه‌های کامپوزیتی و پیش‌بینی عمر آنها محسوب می‌شود.

لسینان⁶ و همکاران [17]، در سال 2024 به بررسی کارایی یک راهبرد شبیه‌سازی پیشرفته مبتنی بر مدل ناحیه چسبناک برای پیش‌بینی دقیق پدیده جدایش لایه‌ها در سازه‌های کامپوزیتی تحت شرایط بارگذاری پیچیده پرداختند. محققان با توسعه یک مدل یکپارچه خستگی که اثرات منحنی R و تاریخچه بارگذاری را در نظر می‌گیرد، توانستند رفتار جدایش را تحت شرایط بارگذاری پیچیده با دقت قابل قبولی شبیه‌سازی کنند. روش پیشنهادی با استفاده از ترکیب چندین قانون چسبناک و تعیین پارامترهای مدل از طریق آزمون‌های تجربی، موفق به پیش‌بینی رشد ترک و تکامل ناحیه آسیب تحت بارگذاری‌های خستگی شد. نتایج نشان داد که این روش قادر است مکانیزم‌های مختلف آسیب از جمله شکست زمینه، پل‌زنی الیاف و تشکیل ترک‌های برشی را به خوبی مدل کند.

اوکا⁷ و همکاران [18]، در سال 2024 در پژوهشی نوین، به بررسی مدل ناحیه چسبناک در نرم‌افزار انسیس برای مدل‌سازی شروع تورق خستگی و

⁵ Yao

⁶ Leciñana

⁷ Oca

¹ Carvalho

² Raimondo

³ Layer wise theory

⁴ Liu

می‌کند، با کمک این فرض نرخ رهایش انرژی کرنشی برای مود اول و دوم تورق به راحتی از معادلات (1) و (2) به دست می‌آید [22].

$$G_I = \frac{1}{2\Delta a} F_{Yi} \Delta v_{k,j} \quad \Delta v_{k,j} = v_k - v_j \quad (1)$$

$$G_{II} = \frac{1}{2\Delta a} F_{Xi} \Delta u_{k,j} \quad \Delta u_{k,j} = u_k - u_j \quad (2)$$

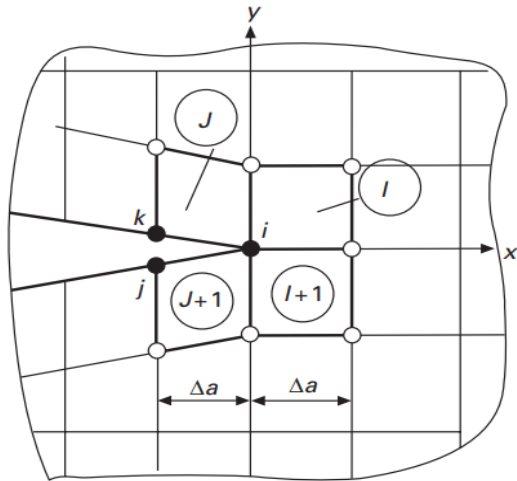


Fig. 4 Schematic of two-dimensional square element using VCCT method [22]

شکل 4 طرح دو بعدی المان مربعی به روش VCCT [22]

2-1- قانون BK

برای تحلیل شروع آسیب و جدایش لایه در مواد مرکب، نیازمند تعیین پارامتر چقرمگی شکست معادل می‌باشد [23]. این پارامتر به‌طور مستقیم بر رفتار ترک و رشد آن در شرایط بارگذاری ترکیبی تأثیر می‌گذارد. در شرایط بارگذاری ترکیبی، پیش‌بینی چقرمگی شکست به‌عنوان یکی از پارامترهای کلیدی در تحلیل رفتار ترک، از اهمیت بالایی برخوردار است. قانون BK به‌عنوان یک معیار تجربی، برای پیش‌بینی چقرمگی شکست در شرایط بارگذاری ترکیبی مورد استفاده قرار می‌گیرد. این قانون با در نظر گرفتن تأثیر همزمان مودهای مختلف بارگذاری (مود اول و دوم)، چقرمگی شکست معادل را محاسبه می‌کند، که با استفاده از رابطه (3) محاسبه می‌شود [24].

$$G_c^{eq} = G_{IC} + (G_{IIC} - G_{IC}) \left(\frac{G_{IIC}}{G_T} \right)^\eta$$

$$G_T = G_{IC} + G_{IIC} \quad (3)$$

که پارامتر η برای مواد مختلف از طریق آزمایش در مود ترکیبی تعیین می‌شود. همچنین G_{IC} و G_{IIC} به ترتیب چقرمگی شکست مود اول و چقرمگی شکست مود دوم می‌باشند.

2-2- اصل مکانیک شکست برای پیش‌بینی رشد تورق خستگی

مکانیک شکست به‌عنوان یک ابزار قدرتمند در پیش‌بینی رشد ترک‌ها و آسیب‌ها در مواد، تحت بارگذاری خستگی به‌کار می‌رود. این روش براساس تحلیل ضریب شدت تنش¹ و نرخ رهایی انرژی² ترک و رفتار ماده تحت بارهای

انتشار آن در سازه‌های کامپوزیتی پرداختند. در این مطالعه، آنها از یک زیرروال کاربردی در انسیس بهره گرفتند تا المان چسبناک را توسعه دهند. مدل پیشنهادی آنها بر اساس داده‌های آزمایشگاهی و منحنی S-N طراحی شد تا تعداد چرخه‌های بارگذاری تا شروع تورق و همچنین نرخ رشد ترک را پیش‌بینی کند. نتایج این پژوهش نشان می‌دهد که مدل ارائه‌شده قادر است هر دو مرحله شروع تورق و گسترش آن را با دقت قابل قبولی شبیه‌سازی کند. فیضی و همکاران [19]، در سال 2025 در پژوهشی به بررسی تأثیر جدایش اولیه بر رفتار خستگی و خواص مکانیکی کامپوزیت‌های لایه‌ای شیشه/اپوکسی پرداختند. یافته‌های آنها نشان می‌دهند که اگرچه جدایش اولیه تأثیر محدودی (کمتر از 8٪) بر خواص استاتیکی دارد، اما به‌طور چشمگیری عمر خستگی را تا 76.8٪ کاهش می‌دهد و حد خستگی را حدود 15-17٪ کم می‌کند. محققان با استفاده از ترموگرافی مادون قرمز، روشی غیرمخرب برای پیش‌بینی عمر خستگی ارائه کردند که دقت قابل قبولی (اختلاف کمتر از 9٪ نسبت به روش‌های متداول) دارد. همچنین کاهش معنادار انرژی آزاد شده حرارتی در نمونه‌های دارای جدایش (تا 88٪ کاهش) نشان‌دهنده ظرفیت پایین‌تر جذب انرژی و آسیب‌پذیری بیشتر این نمونه‌ها است. این مطالعه به‌ویژه بر شرایط بارگذاری کششی متمرکز بوده و نشان می‌دهد که نوع جدایش (متقارن/نامتقارن) تأثیر مشابهی دارد، اما احتمالاً تحت شرایط بارگذاری دیگر نتایج متفاوتی حاصل می‌شود.

تاکنون پژوهش‌های بسیاری در زمینه مدل‌سازی تورق تحت بارگذاری شبه‌استاتیکی برای مودهای خالص و مود ترکیبی انجام شده است. اما با توجه به این‌که بیشتر سازه تحت بارگذاری سیکلی پرچرخه و مود ترکیبی قرار می‌گیرند، تحلیل رشد تورق خستگی در مود ترکیبی از اهمیت ویژه‌ای پیدا می‌کند. از طرفی بیشتر تحقیقاتی که در زمینه تورق خستگی انجام شده است، به بررسی اثر نسبت تنش، میزان فرکانس و دما پرداخته‌اند. همچنین در میان پژوهش‌های انجام شده، مرجع [11] فقط به بررسی اثر نمو اولیه زمانی در رشد تورق مود اول پرداخته است. لذا هدف این پژوهش، مطالعه و مدل‌سازی رشد تورق خستگی تحت مود ترکیبی I/II با بررسی تأثیر نسبت اختلاط مود در سه نسبت اختلاط مود 20، 50 و 80 درصد با بهره‌گیری از روش VCCT و بررسی اثر نمو اولیه زمانی بر دقت نتایج می‌باشد.

2- تئوری مسأله

روش بستن مجازی ترک، یک روش عددی ساده و مؤثر برای محاسبه نرخ رهایی انرژی کرنشی است که اولین بار در سال 1957 توسط ایروین [20]، بیان شد و مقدار انرژی لازم برای گسترش ترک برابر با مقدار انرژی لازم برای بستن آن ترک فرض کرد. پس از مدتی در سال 1977 این روش توسط ریپیکی و کانین [21]، توسعه داده شد. این روش به‌عنوان یکی از رویکردهای اصلی در تحلیل نرخ رهایی انرژی کرنشی در روش‌های المان محدود شناخته می‌شود. برای شبیه‌سازی رشد ترک با استفاده از روش بستن مجازی ترک، ضروری است که از اصول و نظریه‌های مکانیک شکست استفاده شود. روش بستن مجازی ترک این اصل را در نظر می‌گیرد که مقدار انرژی لازم برای باز کردن یک ترک معادل با انرژی مورد نیاز برای بستن آن ترک است. با توجه به شکل 4، طرح دو بعدی برای المان مربعی را نشان می‌دهد. در این روش از نیروهای گره‌ای در نوک ترک (F_{Xi} , F_{Yi})، تغییر مکان در گره‌های اطراف نوک ترک ($\Delta v_{k,j}$, $\Delta u_{k,j}$) و طول لایه لایه شدن (Δa) را در نظر گرفته و استفاده

² Energy release rate

¹ Stress intensity factor

می‌کند. به‌طور دقیق‌تر، قانون پاریس نشان می‌دهد که نرخ رشد ترک $\left(\frac{da}{dN}\right)$ به نرخ انرژی رها شده در هر چرخه بار، یعنی ΔG ، بستگی دارد [20].

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta G)^m \quad (4)$$

در رابطه فوق C و m به نسبت اختلاط مود مربوط می‌شوند و مقادیر آن‌ها به‌طور تجربی در آزمایشگاه به‌دست می‌آیند.

2-3- شروع رشد تورق و محاسبه میزان جابجایی بیشینه

در این مطالعه، تعداد سیکل‌های خستگی تا شروع تورق (N_D) با استفاده از رابطه مبتنی بر نرخ آزادسازی انرژی کرنشی (ΔG) محاسبه می‌شود. بر اساس تحلیل رشد ترک تحت بارگذاری خستگی، N_D از معادله‌ی توانی به شکل رابطه (5) به‌دست می‌آید که در آن، C_1 و C_2 ثابت‌های وابسته به خواص ماده هستند که از طریق آزمایش محاسبه می‌شوند. این رابطه نشان می‌دهد که با افزایش دامنه‌ی ΔG ، عمر خستگی تا شروع تورق به‌طور قابل توجهی کاهش می‌یابد.

$$N_D = C_1 \cdot \Delta G^{C_2} \quad (5)$$

برای محاسبه میزان جابجایی بیشینه ابتدا باید میزان نرخ آزادسازی انرژی کرنشی در بارگذاری خستگی به مقدار بحرانی تعیین شود، که مطابق با رابطه (6) در این پژوهش برابر 60 درصد فرض می‌شود. سپس با استفاده از رابطه (7) میزان جابجایی بیشینه محاسبه می‌شود که در آن G_c و w_c به ترتیب انرژی شکست بحرانی و جابجایی بحرانی می‌باشد.

$$\frac{G_{max}}{G_c} = 0.6 \quad (6)$$

$$\frac{G_{max}}{G_c} = \frac{w_{max}^2}{w_c^2} \rightarrow w_{max} = w_c \sqrt{\frac{G_{max}}{G_c}} \quad (7)$$

$$w_{max} = w_c \sqrt{0.6}$$

3- نمونه و خواص مکانیکی

در این پژوهش، برای شبیه‌سازی از خواص کامپوزیت با نام تجاری IM7/8552 با چیدمان تک‌جبهه با 24 لایه با خواص مکانیکی مطابق با جدول 1 استفاده شد. نمونه MMB برای بررسی رشد تورق در حالت مود ترکیبی با سه نسبت اختلاط مود 20، 50 و 80 درصد مطابق با استاندارد ASTM-D6671 [27] به‌کار گرفته شد.

میزان جابجایی بحرانی، ثابت‌های رابطه پاریس و ثابت‌های معادله توانی برای تعیین تعداد سیکل شروع رشد تورق خستگی در جداول 2 تا 4 آمده است. همچنین طرح‌واره‌ای از نمونه مورد نظر در شکل 6 نشان داده شده است.

4- مدل‌سازی اجزاء محدود

در این پژوهش، از نرم‌افزار آباکوس 2022 برای مدل‌سازی رفتار ماده تحت شرایط خستگی استفاده شد. حل‌گر چرخه مستقیم³ به‌منظور تحلیل رفتار سیکلی و بررسی رشد ترک خستگی با دو نمو زمانی 0.01 و 0.005 ثانیه که تأثیر قابل توجهی روی دقت نتایج دارد به‌کار گرفته شد. این حل‌گر با بهره‌گیری از روش‌های پیشرفته محاسباتی از جمله مکانیزم پرش چرخه³ امکان

چرخه‌های عمل می‌کند. برای پیش‌بینی رشد تورق خستگی در مواد، از روابطی مانند قانون پاریس¹ استفاده می‌شود که نرخ رشد ترک را با نرخ رهایی انرژی رها شده مرتبط می‌سازند [25].

این رویکردها به شناسایی نقاط و شرایط بحرانی که ممکن است به شکست منجر شوند کمک کرده و موجب بهبود طراحی و انتخاب مواد مناسب برای کاربردهای مختلف می‌شوند. شکل 5 سه ناحیه رایج نرخ رشد ترک را به تصویر می‌کشد. قانون پاریس که برای پیش‌بینی نرخ رشد ترک در مواد تحت بارگذاری‌های خستگی به‌کار می‌رود، نمودار نرخ رشد ترک به‌طور معمول به سه ناحیه مختلف تقسیم می‌شود [25].

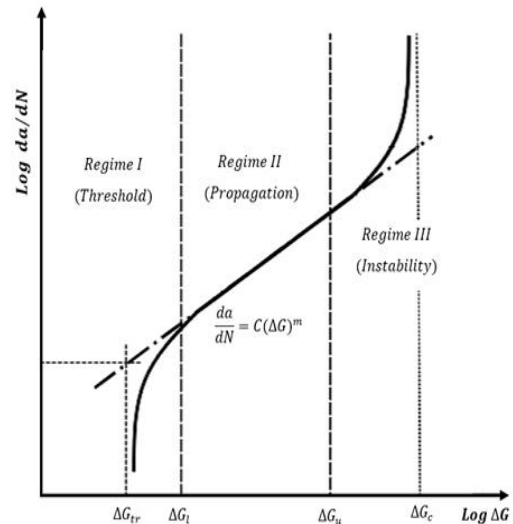


Fig. 5 Three common areas in fatigue crack growth rates [26]

شکل 5 سه ناحیه رایج در نرخ رشد ترک خستگی [26]

- **ناحیه اول:** در این ناحیه، اگر حداکثر نرخ رهاسازی انرژی در هر چرخه بارگذاری از مقدار نرخ رهایی انرژی آستانه (G_{th}) کمتر باشد، ترک رشد نخواهد کرد. این ناحیه نشان‌دهنده مرحله‌ای است که در آن ترک در شرایط کم‌تنش شکل می‌گیرند و گسترش نمی‌یابند. تغییرات نرخ انرژی در این مرحله محدود هستند و تأثیر قابل توجهی در رشد ترک ندارند.
 - **ناحیه دوم:** در این مرحله، رشد ترک به‌طور قابل توجهی سریع‌تر می‌شود و ارتباط خطی مستقیمی با تغییرات نرخ رهایی انرژی (ΔG) دارد. در این ناحیه، نرخ رشد ترک با افزایش انرژی رها شده افزایش می‌یابد، به این معنی که ترک در واکنش به بارگذاری‌های چرخه‌ای شروع به گسترش بیشتری می‌کنند. قانون پاریس دقیقاً در این ناحیه کاربرد دارد و به‌خوبی نرخ رشد ترک را توصیف می‌کند.
 - **ناحیه سوم:** در این ناحیه، نرخ رهایی انرژی به مقدار بحرانی خود می‌رسد و رشد ترک به‌سرعت شتاب می‌گیرد، و به شکست نهایی ماده منجر می‌شوند. این ناحیه نشان‌دهنده شرایطی است که در آن ضریب شدت تنش به حداکثر مقدار خود می‌رسد.
- قانون پاریس یک رابطه تجربی است، که برای پیش‌بینی نرخ رشد ترک در مواد تحت بارگذاری‌های چرخه‌ای به‌کار می‌رود. این قانون به صورت ریاضی مطابق با رابطه (4)، نرخ رشد طول ترک را به‌عنوان تابعی از شرایط بارگذاری بیان

¹ Paris law

² Direct cycle

³ Cycle jump

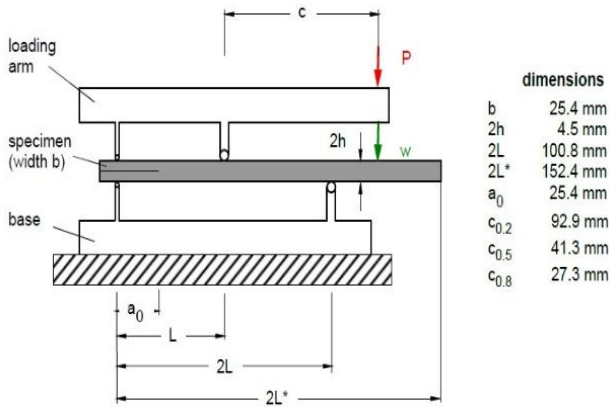


Fig. 6 Dimensions of the MMB sample [28]

شکل 6 ابعاد نمونه MMB [28]

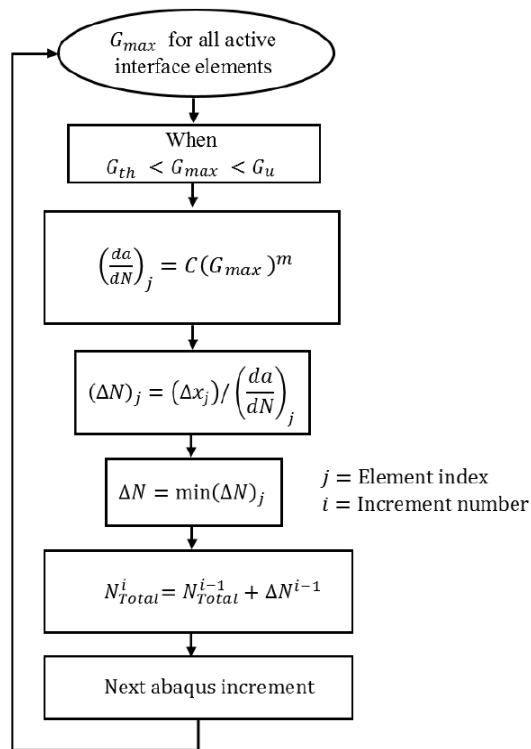


Fig. 7 Direct cycle solver flowchart with cycle jump [30]

شکل 7 روندنمای حل گر چرخه مستقیم به همراه پرش چرخه [30]

برای تعیین نرخ رشد ترک در روش VCCT، از قانون پاریس به‌عنوان معیار بنیادی آسیب خستگی بهره گرفته شد. از آنجا که حل گر چرخه مستقیم به‌صورت پیش‌فرض از این قانون پشتیبانی نمی‌کند، پیاده‌سازی آن مستلزم توسعه کدهای پایتون فایل ورودی می‌باشد. برای اعمال رابطه پاریس به نرم‌افزار لازم است تا چند خط کد که شامل یک‌سری پارامتر می‌باشد در قالب یک فایل ورودی به نرم‌افزار داده شود.

1-4- شرایط مرزی و نوع المان

برای مدل‌سازی نمونه MMB، با توجه به این‌که عرض نمونه به حدکافی نسبت به ضخامت بزرگ است، و در هر مقطع از راستای عرض، دارای بارگذاری و

شبیه‌سازی رشد ترک در طی هزاران چرخه بارگذاری را به‌صورت کاملاً کارآمد فراهم می‌آورد. در این روش، به‌جای تحلیل پرهزینه و زمان‌بر تک‌تک چرخه‌های بارگذاری، نرم‌افزار محاسبات را تنها برای تعدادی چرخه (ΔN) و با فواصل مشخص انجام داده و رفتار سازه را برای آن تعداد مجموعه چرخه پیش‌بینی می‌کند. این رویکرد موجب کاهش چشم‌گیر زمان تحلیل، در عین حفظ دقت نتایج می‌شود. در شکل 7 روندنمای حل گر چرخه مستقیم به‌همراه پرش چرخه ارائه شده است.

جدول 1 خواص مکانیکی تک لایه کامپوزیتی کربن/اپوکسی (IM7/8552) [28]

مقدار	واحد	خواص مکانیکی
161	GPa	E_{11}
11.38	GPa	E_{22}
11.38	GPa	E_{33}
0.32	-	ν_{12}
0.32	-	ν_{13}
0.45	-	ν_{23}
5.2	GPa	G_{13}
5.2	GPa	G_{13}
3.9	GPa	G_{23}
0.212	kJ/m ²	G_{Ic}
0.774	kJ/m ²	G_{IIc}
2.1	-	η

جدول 2 انرژی آستانه رشد تورق و ثابت‌های معادله توانی [29]

$G_{th} \left(\frac{kJ}{m^2} \right)$	C_2	C_1	نسبت اختلاط مود
0.06	-11.1	1.8×10^{-6}	$G_{II}/G_T = 0.2$
0.06	-9.71	9.0×10^{-5}	$G_{II}/G_T = 0.5$
0.06	-8.0	5.6×10^{-3}	$G_{II}/G_T = 0.8$

جدول 3 ثابت‌های رابطه پاریس [29]

m	C	نسبت اختلاط مود
8.4	2412	$G_{II}/G_T = 0.2$
5.4	6.79	$G_{II}/G_T = 0.5$
5.1	4.58	$G_{II}/G_T = 0.8$

جدول 4 میزان جایجایی بحرانی برای سه نسبت اختلاط مود [28]

$w_c (mm)$	نسبت اختلاط مود
1.64	$G_{II}/G_T = 0.2$
1.34	$G_{II}/G_T = 0.5$
1.65	$G_{II}/G_T = 0.8$

نرم‌افزار آباکوس عددی بین 0.85 و 0.9 توصیه کرده است. مقادیر G_{IIc} ، G_{Ic} و G_{IIIc} انرژی شکست در مدهای خالص و η توان رابطه BK می‌باشد.

5- نتایج و تفسیر آنها

در این بخش، به بررسی نتایج مدل‌سازی رشد تورق خستگی مد ترکیبی و مقایسه آن با داده‌های مرجع [29] پرداخته می‌شود. در شکل 9 نمودار رشد ترک بر حسب تعداد برای نسبت اختلاط مد 80 درصد در دو نمو زمانی 0.01 و 0.005 ثانیه ترسیم شده است.

همانطور که در شکل 10 مشاهده می‌شود نتایج نمودار رشد ترک بر حسب تعداد چرخه در نمو زمانی 0.005 ثانیه دارای نتیجه‌ای دقیق‌تر می‌باشد، به همین دلیل مدل‌سازی برای نسبت اختلاط مدهای دیگر با نمو زمانی 0.005 ثانیه انجام شد. در شکل‌های 11 و 12 به ترتیب نمودار رشد ترک بر حسب تعداد چرخه برای نسبت اختلاط مد 20 و 50 درصد نشان داده شده است.

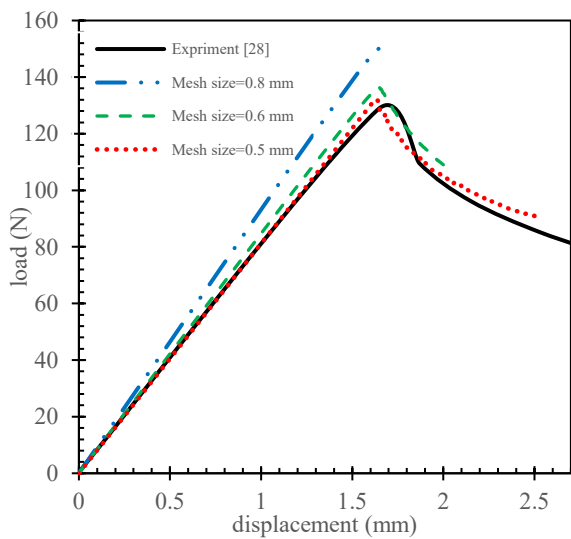


Fig. 9 Load-displacement diagram to examine sensitivity to element size

شکل 9 نمودار بار-جابجایی برای بررسی حساسیت به اندازه المان

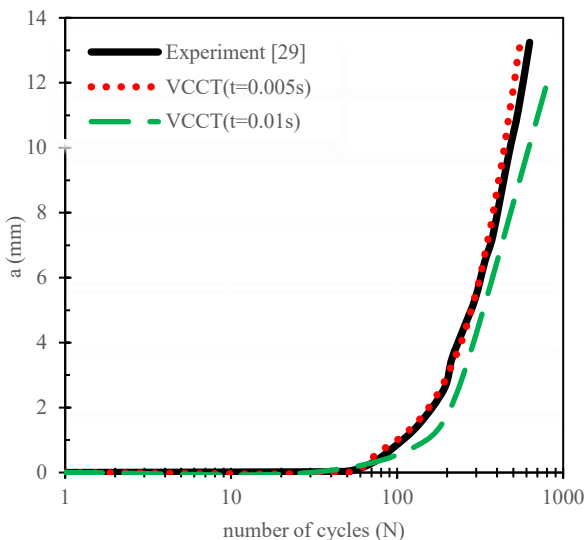


Fig. 10 Crack growth graph as a function of cycle number for a mode mixing ratio 80%

شکل 10 نمودار رشد ترک بر حسب تعداد چرخه برای نسبت اختلاط مد 80%

خواص یکسان می‌باشد به‌همین منظور مسئله به‌صورت کرنش صفحه‌ای مدل‌سازی شد. برای تعیین اندازه المان مناسب و بررسی حساسیت اندازه المان، نمونه با نسبت اختلاط مد 20 درصد تحت بارگذاری شبه‌استاتیکی قرار گرفت و نمودار بار-جابجایی برای آن ترسیم گردید. در شکل 9 نمودار بار-جابجایی برای بررسی حساسیت به المان نشان داده شده است.

با توجه به شکل 9، بهترین اندازه المان برای مدل‌سازی، المان کرنش صفحه‌ای چهار گره‌ای (CPE4R) با اندازه المان 0.5 میلی‌متر، و از المان صلب دوبعدی (R2D2) برای بازوی اعمال نیرو انتخاب شد. مدل‌سازی با اعمال بارگذاری جابجایی صورت گرفت برای اعمال بارگذاری چرخه‌ای نیازمند سه پارامتر فرکانس، نسبت تنش و جابجایی بیشینه می‌باشد. فرکانس و نسبت تنش در این پژوهش به ترتیب 3 هرتز و 0.1 انتخاب شدند. برای محاسبه جابجایی بیشینه با توجه به مقادیر جابجایی بحرانی برای سه نسبت اختلاط مد در جدول 4 و رابطه 7 مقادیر جابجایی بیشینه و کمینه مطابق با جدول 5 محاسبه شد. همچنین مدل اجزاء محدود دو بعدی با شرایط مرزی در شکل 8 نشان داده شده است.

جدول 5 میزان جابجایی بیشینه و کمینه برای سه نسبت اختلاط مد مختلف

Table 5 Maximum and minimum displacement for three different mode mixing ratio

نسبت اختلاط مد	$w_{max}(mm)$	$w_{min}(mm)$
$G_{II}/G_T = 0.2$	1.27	0.127
$G_{II}/G_T = 0.5$	1.04	0.104
$G_{II}/G_T = 0.8$	1.28	0.128

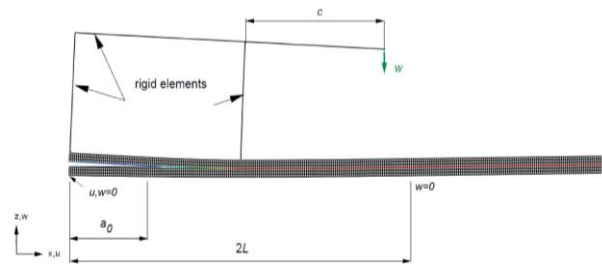


Fig. 8 2D FE model of MMB sample with boundary conditions

شکل 8 مدل اجزاء محدود دوبعدی نمونه MMB با شرایط مرزی

4-2- اعمال آسیب و شروع رشد تورق با استفاده از رابطه پاریس

همان‌طور که قبلاً اشاره شد، در این پژوهش برای اعمال آسیب از روش رابطه پاریس استفاده شده است. برای اعمال رابطه پاریس به نرم‌افزار لازم است تا چند خط کد که شامل یک‌سری پارامتر می‌باشد در قالب یک فایل ورودی به نرم‌افزار داده شود. کد فایل ورودی به‌صورت زیر می‌باشد که در ادامه در رابطه با پارامتر آن توضیح داده می‌شود.

*FRACTURE CRITERION,TYPE=fatigue,MIXED MODE
BEHAVIOR=BK,
<C₁>,<C₂>,<C>,<m>,<r₁>,<r₂>,<G_{Ic}>,<G_{IIc}>,<G_{IIIc}>,<eta>

پارامترهای C_1 و C_2 همان ثابت‌های معادله توانی هستند. پارامترهای C و m هم ثابت‌های رابطه پاریس می‌باشند. مقدار r_1 برابر نسبت انرژی آستانه به انرژی شکست معادل که رابطه G_{th}/G_c محاسبه می‌شود. مقدار r_2 را نیز

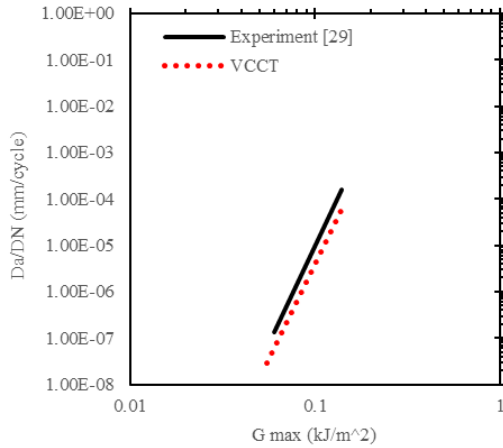


Fig. 13 Crack growth rate graph in terms of energy released for a mode mixing ratio 20%.

شکل 13 نمودار نرخ رشد ترک بر حسب انرژی آزاد شده برای نسبت اختلاط مود 20%.

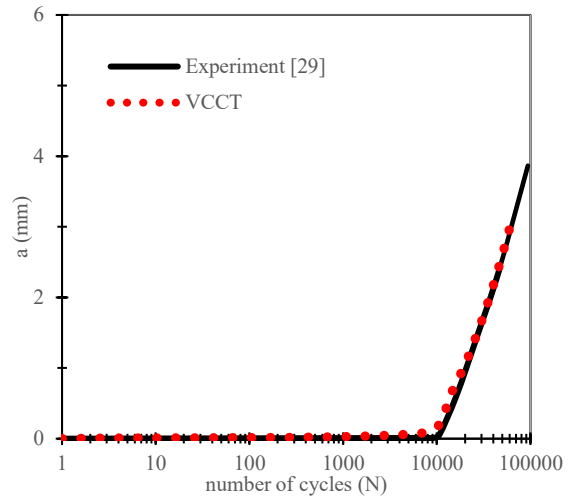


Fig. 11 Crack growth graph as a function of cycle number for a mode mixing ratio 20%

شکل 11 نمودار رشد ترک بر حسب تعداد چرخه برای نسبت اختلاط مود 20%.

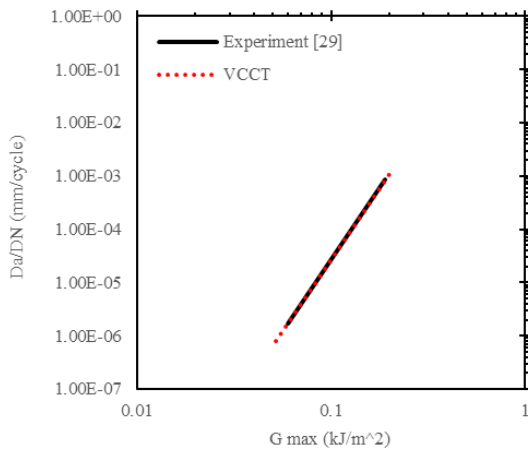


Fig. 14 Crack growth rate graph in terms of energy released for a mode mixing ratio 50%.

شکل 14 نمودار نرخ رشد ترک بر حسب انرژی آزاد شده برای نسبت اختلاط مود 50%.

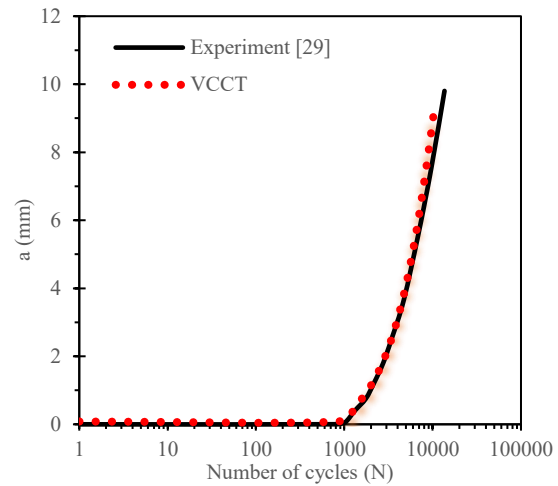


Fig. 12 Crack growth graph as a function of cycle number for a mode mixing ratio 50%

شکل 12 نمودار رشد ترک بر حسب تعداد چرخه برای نسبت اختلاط مود 50%.

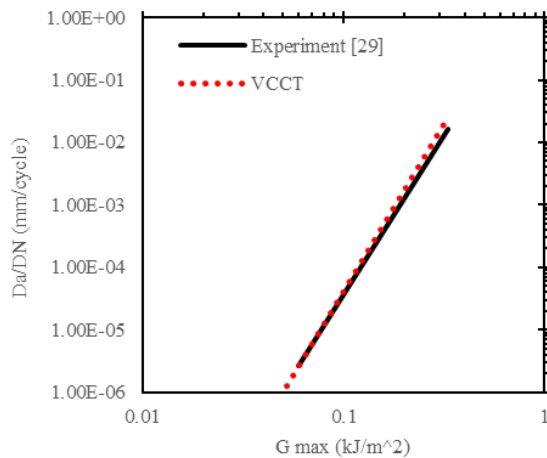


Fig. 15 Crack growth rate graph in terms of energy released for a mode mixing ratio 80%.

شکل 15 نمودار نرخ رشد ترک بر حسب انرژی آزاد شده برای نسبت اختلاط مود 80%.

با توجه به داده‌های مرجع [29] تعداد چرخه لازم تا آستانه شروع تورق (N_D) برای نسبت اختلاط موده‌های 20، 50 و 80 درصد به ترتیب برابر 7416، 747 و 44 می‌باشد. با توجه به نمودارهای 10 الی 12 تعداد چرخه لازم تا آستانه رشد تورق مطابق با جدول 6 می‌باشد. یکی دیگر از داده‌هایی که از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است نمودار نرخ رشد ترک بر حسب انرژی آزاد شده می‌باشد. در شکل‌های 13 الی 15 نمودارهای نرخ رشد ترک بر حسب انرژی آزاد شده برای سه سطح نسبت اختلاط مود 20، 50 و 80 درصد نشان داده شده است.

جدول 6 تعداد چرخه لازم تا آستانه شروع رشد تورق (N_D)

Table 6 Number of cycles required to reach the threshold for delamination growth (N_D)

نسبت اختلاط مود	تجربی [29]	مدلسازی	درصد خطا %
$G_{II}/G_T = 0.2$	7416	7156	3.5
$G_{II}/G_T = 0.5$	747	721	3.4
$G_{II}/G_T = 0.8$	44	42	4.5

سازه منجر شود. بنابراین در طراحی سازه‌های حساس، لازم است با به‌کارگیری روش‌هایی مانند بهینه‌سازی چیدمان لایه‌ها و طراحی هندسی مناسب، اثرات مخرب مد II به حداقل رساند.

- با توجه به این‌که نتایج مدل‌سازی در نمو زمانی کمتر از 0.005 ثانیه از دقت خوبی برخوردار می‌باشد، این امر باعث افزایش زمان محاسباتی می‌شود. با این وجود این روش به عنوان یک روش قابل اعتماد برای مدل‌سازی رشد تورق خستگی توصیه می‌شود.

7- مراجع

[1] Guadagnini, M., "Mechanics of Composite Materials," Mechanics of Composite Materials: Preface, Vol. 44, No. 3. CRC press, 2008.

[2] Bergan, A., Dávila, C., Leone, F., Awerbuch, J., Tan, T. M., "A Mode I cohesive law characterization procedure for through-the-thickness crack propagation in composite laminates," Compos. Part B Eng., Vol. 94, pp. 338–349, 2016.

[3] Al-Khudairi, O., Hadavinia, H., Waggott, A., Lewis, E., Little, C., "Characterising mode I/mode II fatigue delamination growth in unidirectional fibre reinforced polymer laminates," Mater. Des., Vol. 66, No. PA, pp. 93–102, 2015.

[4] Deng, J., Zhou, J., Wu, T., Liu, Z., Wu, Z., "Review and Assessment of Fatigue Delamination Damage of Laminated Composite Structures," Materials., Vol. 16, No. 24, pp. 7677, 2023.

[5] Kaminski, M., Laurin, F., Maire, J. F., Rakotoarisoa, C., Hémon, E., "Fatigue damage modeling of composite structures: the onera viewpoint," Aerosp. lab, No. 9, pp. p-1, 2015.

[6] Mall, S., Ramamurthy, G., Rezaizadeh, M. A., "Stress ratio effect on cyclic debonding in adhesively bonded composite joints," Compos. Struct., Vol. 8, No. 1, pp. 31–45, 1987.

[7] Stelzer, S., Pinter, G., Brunner, A. J., "Comparison of quasi-static and cyclic fatigue delamination resistance of carbon fiber reinforced polymer-matrix laminates under different mode loading," Procedia Mater. Sci., Vol. 3, pp. 1087–1092, 2014.

[8] LeBlanc, L. R., LaPlante, G., "Experimental investigation and finite element modeling of mixed-mode delamination in a moisture-exposed carbon/epoxy composite," Compos. Part A Appl. Sci. Manuf., Vol. 81, pp. 202–213, 2016.

[9] De Carvalho, N. V., Mabson, G. E., Krueger, R., Deobald, L. R., "A new approach to model delamination growth in fatigue using the Virtual Crack Closure Technique without re-meshing," Eng. Fract. Mech., Vol. 222, pp. 106614, 2019.

[10] Raimondo, A., Doesburg, S. A., Bisagni, C., "Numerical study of quasi-static and fatigue delamination growth in a post-buckled composite stiffened panel," Compos. Part B Eng., Vol. 182, pp. 107589, 2020.

[11] Teimouri, F., Heidari-Rarani, M., Haji Aboutalebi, F., "An XFEM-VCCT coupled approach for modeling mode I fatigue delamination in composite laminates under high cycle loading," Eng. Fract. Mech., Vol. 249, pp. 107760, 2021.

[12] Teimouri, F., Heidari-Rarani, M., Haji Aboutalebi F., "Finite element modeling of mode I fatigue delamination growth in composites under large-scale fiber bridging," Compos. Struct., Vol. 263, pp. 113716, 2021.

[13] Mousavi, T. S. A., Afshin, M., "Development of the Virtual Crack Closure Technique using Layer Wise theory for Delamination Propagation of a Composite Beam in Mode I," In Persian, J. Sci. Technol. Compos., Vol. 8, no. 1, pp. 1443–1452, 2021.

[14] Moslemi, A. B., Ghasemi, A. R., "Investigation of thermal fatigue effects on crack propagation and mode I delamination of multilayer laminated composites using digital image correlation," In Persian, J. Sci. Technol. Compos., Vol. 8, No. 3, pp. 1652–1643, 2021.

[15] Liu, C., Gong, Y., Gong, Y., Li, W., Liu, Z., Hu, N., "Mode II fatigue delamination behaviour of composite multidirectional laminates and the stress ratio effect," Eng. Fract. Mech., Vol. 264, pp. 108321, 2022.

[16] Yao, L., Chuai, M., Liu, J., Guo, L., Chen, X., Alderliesten, R.C., Beyens, M., "Fatigue delamination behavior in composite laminates at different stress ratios and temperatures," Int. J. Fatigue, Vol. 175, pp. 107830, 2023.

[17] Leciñana, I., Carreras, L., Renart, J., Zurbitu, J., Tijs, B., Turon, A., "A simulation strategy for fatigue modeling of delamination in composite structures under multiple loading conditions considering

از داده‌های مهمی که از نمودار نرخ رشد ترک بر حسب انرژی آزاد شده می‌توان استخراج کرد، انرژی آستانه رشد تورق (G_{th}) و بیشترین انرژی آزاد شده (G_{max}) می‌باشد که مقادیر آن به همراه درصد خطا در جدول 7 و 8 آمده است.

جدول 7 مقایسه تجربی و عددی انرژی آستانه رشد تورق، $G_{th} \left(\frac{kJ}{m^2} \right)$

Table 7 Threshold energy of delamination growth

نسبت اختلاط مود	تجربی [29]	مدل‌سازی	درصد خطا %
$G_{II}/G_T = 0.2$	0.06	0.055	8.3
$G_{II}/G_T = 0.5$	0.06	0.052	13.3
$G_{II}/G_T = 0.8$	0.06	0.052	13.3

جدول 8 مقایسه تجربی و عددی بیشترین نرخ انرژی آزاد شده، $G_{max} \left(\frac{kJ}{m^2} \right)$

Table 8 Comparison of experimental and numerical of maximum energy release rate

نسبت اختلاط مود	تجربی [29]	مدل‌سازی	درصد خطا %
$G_{II}/G_T = 0.2$	0.14	0.139	0.7
$G_{II}/G_T = 0.5$	0.19	0.199	4.7
$G_{II}/G_T = 0.8$	0.33	0.32	3

6- نتیجه‌گیری

در این پژوهش، به بررسی رشد تورق خستگی مد ترکیبی I/II با سه نسبت اختلاط مود 20، 50 و 80 درصد با روش بستن مجازی ترک پرداخته شد. در مدل‌سازی از سطح نسبت تنش ثابت 0.1 و میزان بیشترین نرخ آزادسازی انرژی برای تمام نسبت اختلاط مودها 0.6 در نظر گرفته شد. نتایج به دست آمده به شرح زیر است:

- نتایج این مطالعه نشان می‌دهد که انتخاب نمو زمانی مناسب در روش VCCT نقش تعیین‌کننده‌ای در دقت نتایج دارد. به‌طور مشخص، استفاده از نمو زمانی کمتر از 0.005 ثانیه باعث بهبود قابل‌توجهی در پیش‌بینی پارامترهای کلیدی از جمله تعداد چرخه‌های شروع تورق، نرخ رهايش انرژی کرنشی می‌شود، به‌طوری‌که خطای محاسباتی به کمتر از 5٪ کاهش می‌یابد. این افزایش دقت ناشی از توانایی بهتر مدل در ردیابی تغییرات میدان تنش در ناحیه نوک ترک ماده است. هرچند این رویکرد منجر به افزایش حدود دو برابری زمان محاسبات و نیاز به منابع سخت‌افزاری بیشتر می‌شود، اما برای دستیابی به نتایج قابل اطمینان در تحلیل رشد تورق خستگی، استفاده از نمو‌های زمانی کوچک ضروری به‌نظر می‌رسد. برای کاهش هزینه‌های محاسباتی، پیشنهاد می‌شود از بهینه‌سازی شبکه المان‌ها در نواحی بحرانی استفاده شود.
- یکی دیگر از نتایج این پژوهش به وضوح نشان می‌دهد که نسبت اختلاط مود بارگذاری تأثیر تعیین‌کننده‌ای بر مکانیزم رشد تورق خستگی دارد. با افزایش سهم مود II از 20٪ به 80٪، تعداد چرخه‌های لازم برای رسیدن به آستانه شروع تورق به‌صورت نمایی کاهش می‌یابد. این کاهش چشمگیر ناشی از تفاوت ذاتی در مکانیزم‌های شکست در مودهای مختلف است. در مود I غالب، انرژی عمدتاً صرف جدایش لایه‌ها می‌شود، درحالی‌که در مود II، عامل اصطکاک بین سطوح ترک، نقش مهمی را ایفا می‌کند که منجر به تسریع رشد ترک می‌شوند. این یافته‌ها از اهمیت ویژه‌ای در طراحی‌های عملی برخوردارند، چرا که نشان می‌دهند حتی حضور جزئی مود II در بارگذاری می‌تواند به کاهش شدید عمر خستگی

- loading history and R-curve effects,” *Compos. Part A Appl. Sci. Manuf.*, Vol. 186, pp. 108402, 2024.
- [18] Oca, I. U., Bak, B. L. V., Turon, A., Lindgaard, E., “An ANSYS user cohesive element for the modelling of fatigue initiation and propagation of delaminations in composite structures,” *Eng. Fract. Mech.*, Vol. 308, pp. 110337, 2024.
- [19] Feizi, A. M., Taheri-Behrooz, F., “Fatigue life prediction of polymer matrix composites containing initial delamination using thermography,” *Polym. Test.*, Vol. 145, pp. 108751, 2025.
- [20] Irwin, G. R., “Analysis of Stresses and Strains Near the End of a Crack Traversing a Plate,” *J. Appl. Mech.*, vol. 24, no. 3, pp. 361–364, 1957.
- [21] Rybicki, E. F., Kanninen, M. F., “A finite element calculation of stress intensity factors by a modified crack closure integral,” *Eng. Fract. Mech.*, Vol. 9, No. 4, pp. 931–938, 1977.
- [22] Raju, I. S., O'Brien T. K., “Fracture mechanics concepts, stress fields, strain energy release rates, delamination initiation and growth criteria,” in *Delamination Behaviour of Composites*, A volume in Woodhead Publishing Series in Composites Science and Engineering, S. B. T.-D. B. of C. Sridharan, Ed., Woodhead Publishing, pp. 3–27, 2008.
- [23] De Oliveira, L. A., Donadon, M. V., “Delamination analysis using cohesive zone model: A discussion on traction-separation law and mixed-mode criteria,” *Eng. Fract. Mech.*, Vol. 228, pp. 106922, 2020.
- [24] Benzeggagh, M. L., Kenane, M., “Measurement of mixed-mode delamination fracture toughness of unidirectional glass/epoxy composites with mixed-mode bending apparatus,” *Compos. Sci. Technol.*, Vol. 56, No. 4, pp. 439–449, 1996.
- [25] Jacques, S., De Baere, I., Van Paeppegem, W., “Analysis of the Numerical and Geometrical Parameters Influencing the Simulation of Mode I and Mode II Delamination Growth in Unidirectional and Textile Composites,” *Appl. Compos. Mater.*, Vol. 22, No. 6, pp. 637–668, 2015.
- [26] Turon, A., Costa, J., Camanho, P. P., Dávila, C. G., “Simulation of delamination in composites under high-cycle fatigue,” *Compos. Part A Appl. Sci. Manuf.*, Vol. 38, No. 11, pp. 2270–2282, 2007.
- [27] A. Standard, “D6671/D6671M– 13e1,” *Stand. test method Mix. Mode I-Mode II interlaminar Fract. toughness unidirectional fiber Reinf. Polym. matrix Compos.* ASTM Int. US, 2013.
- [28] Krueger, R., “Development and application of benchmark examples for mixed-mode i/ii quasi-static delamination propagation predictions,” *National Institute of Aerospace.*, No. 1676L-14133, 2012.
- [29] Krueger, R., Carvalho, N., “In search of a time efficient approach to crack and delamination growth predictions in composites,” in *Proceedings of the American Society for Composites - 31st Technical Conference, ASC 2016*, 2016.
- [30] Deobald, L.R., Mabson, G.E., Engelstad, S., Prabhakar, M., Gurvich, M., Seneviratne, W., Perera, S., O'Brien, T.K., Murri, G., Ratcliffe, J., Davila, C. “Guidelines for VCCT-based Interlaminar Fatigue and Progressive Failure Finite Element Analysis,” 2017.