



شبیه سازی و تحلیل عددی تاثیر ماده مرکب پروالاستیک بر رفتار ارتعاشی ورق مستطیلی

کوروش خورشیدی^{1*}، یونس حیدری²

1- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه اراک، اراک

2- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه اراک، اراک

* اراک، صندوق پستی 38481-77584، k-khorshidi@araku.ac.ir

چکیده

اطلاعات مقاله:

در این پژوهش، ارتعاش آزاد ورق‌های مستطیلی مرکب پروالاستیک با در نظر گرفتن تئوری پروالاستیسیته بایوت و بر اساس تئوری‌های تغییر شکل برشی اصلاح شده مورد بررسی قرار گرفته است. معادلات حاکم بر رفتار ارتعاشی ورق مستطیلی مرکب پروالاستیک با استفاده از روش حل گلرکین و به کمک نرم‌افزار متمتیکا حل می‌گردد که حاصل آن به دست آوردن فرکانس‌های طبیعی بی‌بعد و شکل موده‌های ارتعاشی برای ورق‌های مستطیلی مرکب پروالاستیک می‌باشد. در این مطالعه جهت تقریب جابجایی‌های ورق از تئوری‌های اصلاح شده‌ی تغییر شکل برشی نمایی، مثلثاتی، هایپربولیکی، پارابولیکی و دو تئوری مرتبه بالا استفاده شده است که در این تئوری‌ها تأثیر اینرسی دورانی و تغییر شکل برشی عرضی لحاظ گردیده است. همچنین برای توصیف روابط حاکم بر مواد پروالاستیک از تئوری پروالاستیسیته‌ی بایوت بهره گرفته شده است. تئوری‌های استفاده شده در این مطالعه نواقص تئوری‌های کلاسیک را نداشته و از این رو سبب بهبود پاسخ‌های استاتیکی و دینامیکی می‌گردد. نوآوری پژوهش حاضر، استفاده از تئوری پروالاستیسیته بر اساس تئوری‌های تغییر شکل برشی اصلاح شده و حل معادلات حاکم به روش گلرکین می‌باشد. سه حالت متقارن غیریکنواخت، نامتقارن غیریکنواخت و یکنواخت برای مدلسازی تخریل در نظر گرفته شده و برای بررسی رفتار سیال درون حفره‌ها، از تئوری پروالاستیسیته استفاده شده است. همچنین تأثیر پارامترهای مختلف از جمله ضریب تخریل، ضریب تنش مؤثر بایوت، ضریب اسکمپتون و نسبت طول به عرض بررسی شده است. برای بررسی دقت و درستی روش به کار رفته در این پژوهش، نتایج عددی با نتایج موجود در مراجع مقایسه شده و نتایج به صورت شکل و جدول ارائه شده است.

دریافت: 1403/03/01

پذیرش: 1403/06/15

کلیدواژگان

ارتعاش
ورق مرکب پروالاستیک
تئوری پروالاستیسیته
ضریب تخریل
ضریب تنش مؤثر بایوت

Simulation and numerical analysis of the effect of poroelastic composite material on the vibration behavior of rectangular plate

Korosh Khorshidi^{1*}, Younes Heydari¹

1- Department of mechanical engineering, Arak University, Arak, Iran.

* P.O.B. 38481-77584, Arak, Iran, k-khorshidi@araku.ac.ir

Keywords

Vibration
Poroelastic composite plate
Poroelasticity theory
Porosity coefficient
Biot's effective stress coefficient

Abstract

In this research, the free vibration of poroelastic composite rectangular plates has been investigated considering Biot's theory of poroelasticity and based on modified shear deformation theories. The governing equations of the vibration behavior of poroelastic composite rectangular plate are solved using the Galerkin method and with the help of Mathematica software, which results in obtaining dimensionless natural frequencies and the shape of vibration modes for poroelastic composite rectangular plates. In this study, modified theories of exponential, trigonometric, hyperbolic, parabolic and two high-order shear deformation theories have been used to approximate plate displacements, in which the effect of rotational inertia and transverse shear deformation have been considered. Biot's theory of poroelasticity has also been used to describe the relations governing poroelastic materials. The theories used in this study do not have the shortcomings of classical theories, and hence improve the static and dynamic responses. The innovation of the current study is the use of the theory of poroelasticity based on the theory of modified shear deformation and the solution of the governing equations using the Galerkin method. Three non-uniform symmetric, non-uniform asymmetric and uniform distributions are considered for porosity modeling and poroelasticity theory is used to investigate fluid behavior inside cavities. Also, the influences of different parameters including porosity coefficient, Biot's effective stress coefficient, Skempton coefficient and length-to-width ratio have been investigated. To check the accuracy of the method used in this research, the numerical results were compared with the results in the references and the results were presented in the form of figures and tables.

Please cite this article using:

برای ارجاع به مقاله از عبارت زیر استفاده کنید:

Khorshidi, K., Heydari, Y., "Simulation and Numerical Analysis of the Effect of Poroelastic Composite Material on the Vibration Behavior of Rectangular Plate," In Persian, Journal of Science and Technology of Composites, Vol. 11, No. 2, pp. 2468-2478, 2024.

https://doi.org/10.22068/JSTC.2024.2028812.1885

1- مقدمه

ماده متخلخل، ماده‌ای است حاوی منافذی که توسط یک مایع پر شده است. در ماده پروالاستیک، تخلخل‌ها با سیال پر می‌شوند که مواد از ترکیب و اندرکنش یک ماده متخلخل و سیال پرکننده تشکیل می‌گردد. نمونه‌های زیادی برای مواد متخلخل در طبیعت و صنایع وجود دارد. قسمت اصلی ماده متخلخل، ماتریس یا قاب نامیده می‌شود و معمولاً جامد است. تخلخل، ویژگی اصلی یک ماده متخلخل است. نفوذپذیری، استحکام کششی و هدایت الکتریکی به خواص ماتریس و سیال درون منافذ بستگی دارد. اگر فشار سیال در منافذ صفر باشد، ساختار متخلخل را فوم می‌نامند. فوم فلزی یا پلیمری به جنس ماتریس بستگی دارد. سازه‌های متخلخل به طور گسترده در بسیاری از صنایع مانند: هوافضا، دریایی، عمران و غیره استفاده می‌شوند.

با معرفی مواد تابعی مدرج که در آن‌ها خواص مکانیکی به‌طور مداوم در ساختار تغییر می‌کند، مواد متخلخل تابعی مدرج¹ توجه زیادی را به خود جلب کرده‌اند. مواد متخلخل تابعی مدرج، موادی هستند که تخلخل آن‌ها، به تدریج در حجم آن‌ها تغییر می‌کند. منافذ در مواد پایه با تنوع در تخلخل توزیع شده‌اند. تغییر تخلخل ممکن است به دلیل تغییر در چگالی یا اندازه منافذ باشد. بر اساس ساختار سلولی، مواد متخلخل تابعی مدرج می‌توانند ساختارهای سلول باز یا بسته باشند. در ساختارهای سلول باز، منافذ به هم مرتبط هستند. در حالی که در ساختارهای سلول بسته، هر سلول توسط ماده پایه محصور و جدا شده است. تغییر تدریجی تخلخل می‌تواند خواص مطلوبی را ایجاد کند. نمونه‌هایی از مواد متخلخل تابعی مدرج طبیعی عبارتند از بامبو با چگالی متغیر در امتداد جهت شعاعی در سطح مقطع آن [1]، استخوان اسفنجی انسان با ساختار سلولی اسفنج مانند [2]، پوست موز [3] و شاخ گوزن [4] و غیره. مواد متخلخل تابعی مدرج مصنوعی، مانند ایمپلنت‌های زیست پزشکی [4،5]، مواد بالشتکی [6]، مواد فیلتراسیون، دستگاه‌های دارورسانی [7] و غیره که به طور گسترده در صنایع و زندگی روزمره استفاده می‌شوند. پژوهش‌های مختلفی بر روی ارتعاش ورق‌ها صورت گرفته است [8-10]. بایوت یکی از پیشگامانی است که رفتار ساختارهای متخلخل را در شرایط اشباع مطالعه کرده است. در واقع، بایوت برای اولین بار رابطه تنش- کرنش این ساختارها را استخراج کرد. بایوت و ویلیس [11] روش‌های اندازه گیری را برای تعیین ضرایب الاستیک بر اساس تئوری تغییر شکل یک جامد الاستیک متخلخل حاوی یک سیال قابل تراکم مطالعه کردند. آن‌ها همچنین در مورد تفسیر فیزیکی ضرایب در اشکال مختلف بحث کردند. منسوتی و همکاران [12] جریانهای ثابتی از سیالات غیر نیوتنی را با استفاده از صفحه متخلخل با مکش یا تزریق ارائه کرد. در این مطالعه، جریان همتای مسئله کلاسیک مکش مجانبی، در چارچوب مدل‌های سیال غیر نیوتنی است. همچنین راه حل‌های عددی با راه حل‌های یک رویکرد اغتشاش منظم، و نیز یک اغتشاش منفرد مقایسه شدند. مطالعه تطبیقی نظریه بایوت و نظریه خطی محیط متخلخل برای مسئله انتشار موج در مقاله شانز و دیبلز [13] ارائه شد. جوبانه و همکاران [14] تجزیه و تحلیل کمانش حرارتی ورق مدور جامد ساخته شده از مواد متخلخل احاطه شده با تکه‌های حسگر-محرك پیزوالکتریک را در تحقیقات خود مورد مطالعه قرار داد. فرض اصلی تحقیق او این بود که خواص مواد متخلخل با توجه به ضخامت، متفاوت است. اثرات ضخامت، تخلخل و ضخامت پیزوالکتریک ورق متخلخل بر پایداری حرارتی ورق در این تحقیق مورد بررسی و مطالعه قرار گرفت. ویژگی‌های ارتعاش

ترمو مکانیکی تیرهای تابعی مدرج ردی ساخته شده از مواد متخلخل تحت بارهای حرارتی مختلف توسط ابراهیمی و جعفری [15] مورد بررسی قرار گرفت. آنها تاثیر چندین پارامتر مهم مانند شارهای قانون توان، توزیع تخلخل، کسر حجمی تخلخل، و اثرات حرارتی بر فرکانس‌های طبیعی تیرهای تابعی مدرج وابسته به دما را مورد بحث قرار دادند. کلر و همکاران [16] ارتعاشات یک ورق متخلخل مستطیلی اشباع شده را ارائه کردند که توسط دو معادله جفت شده شامل مشتقات زمانی و مکانی انحراف و حرکت نسبی سیال-جامد توصیف شده است. دیوسکی و مگنوکوی [17] پایداری دینامیکی یک ورق مستطیلی متخلخل را به منظور مطالعه بر روی رفتار ورق مستطیلی متخلخل فشرده محوری (که تعمیم یافته صفحات ساندویچی یا چند لایه است) بررسی کردند. جباری و همکاران [18] یک راه حل تحلیلی برای تحلیل کمانش صفحات تابعی مدرج دایره ای نازک ساخته شده از مواد فرومغناطیسی متخلخل- نرم اشباع شده در میدان مغناطیسی عرضی بر اساس تئوری ورق کلاسیک² ارائه کردند. جباری و همکاران [19] تجزیه و تحلیل کمانش حرارتی ورق دایره‌ای نازک تابعی مدرج ساخته شده از مواد متخلخل اشباع را بر اساس مفهوم تئوری لاو-کیرشهف³ و با استفاده از راه حل تحلیلی بررسی کردند. فیضی و خورشیدیوند [20] بر اساس تئوری ورق کلاسیک و روش شوتینگ، رفتار متقارن محوری پس-کمانش ورق‌های مدور متخلخل اشباع را ارائه کردند. رضایی و سعیدی [21] یک حل تحلیلی بر اساس روش ناویر برای تاثیر تغییر شکل سیال-جامد جفت شده بر فرکانس‌های طبیعی ورق‌های متخلخل اشباع شده بر اساس تئوری صفحه میندلین ارائه کردند. راه حل تحلیلی برای تحلیل انحراف و ارتعاش ورق متخلخل مدرج ترکیبی تغییر شکل پذیر برشی مرتبه بالا توسط ابراهیمی و حبیبی [22] ارائه شد. پناه و همکاران [23] اثرات فشار منافذ و تخلخل بر رفتار خمشی و پس-کمانش حرارتی صفحات دایره ای متخلخل اشباع شده تابعی مدرج را بر اساس تئوری لاو-کیرشهف و با استفاده از روش مربع دیفرانسیل⁴ بررسی کردند. مجاهدین و همکاران [24] یک راه حل تحلیلی برای تحلیل کمانش ورق‌های مدور تابعی مدرج ساخته شده از مواد متخلخل اشباع بر اساس تئوری تغییر شکل برشی مرتبه بالا ارائه کرد. پناه و همکاران [25] رفتار غیر خطی متقارن محوری ورق‌های تابعی مدرج دایره ای متخلخل اشباع شده را تحت بارگذاری حرارتی-مکانیکی بر اساس تئوری کلاسیک ورق و با استفاده از مربع دیفرانسیل در ارتباط با الگوریتم تکراری نیوتن-رافسون بررسی کرد. بابایی و همکاران [26] تأثیرات تخلخل را بر پایداری الاستیک قطعات پوسته‌ای حلقوی ساخته شده از مواد متخلخل مدرج اشباع بر اساس تئوری پوسته نازک کلاسیک و با استفاده از روش تحلیلی مورد مطالعه قرار دادند. جباری و همکاران یک حل تحلیلی برای کمانش مکانیکی ورق مستطیلی متخلخل اشباع شده تابعی مدرج با محرک‌های پیزوالکتریک [27] و کمانش مکانیکی ورق مستطیلی متخلخل اشباع تابعی مدرج تحت میدان دمایی [28] بر اساس تئوری کلاسیک ورق ارائه کردند. راه حل دقیق برای ارتعاش آزاد ورق‌های مستطیلی ضخیم ساخته شده از مواد متخلخل بر اساس تئوری تغییر شکل برشی مرتبه سوم ردی توسط رضایی و سعیدی [29] ارائه شده است. راد و همکاران [30] یک حل تحلیلی برای کمانش الاستیک ورق‌های متخلخل با نفوذ سیال بر اساس تئوری‌های تغییر شکل برشی ارائه

² CLPT³ Love-Kirchhoff⁴ GDQM¹ FGPM

$$u_2(x,y,z,t) = v(x,y,t) - z \frac{\partial w(x,y,t)}{\partial y} + f(z)\psi(x,y,t) \quad (b-1)$$

$$u_3(x,y,z,t) = w(x,y,t) \quad (c-1)$$

که در رابطه‌ی 1 مؤلفه‌های $u(x,y,t)$ ، $v(x,y,t)$ و $w(x,y,t)$ جابجایی‌های ورق در راستای x ، y و z بوده و همچنین ξ و ψ اینرسی‌های دورانی حول محورهای x و y می‌باشند. برای تئوری‌های تغییر شکل برشی اصلاح‌شده داریم:

$$\text{نمایی: } f(z) = z e^{-2\left(\frac{z}{h}\right)^2} \quad (a-2)$$

$$\text{مثلثاتی: } f(z) = \frac{h}{\pi} \text{Sin}\left(\frac{\pi z}{h}\right) \quad (b-2)$$

$$\text{هایپربولیکی: } f(z) = h \text{Sinh}\left(\frac{z}{h}\right) - z \text{Cosh}\left(\frac{1}{2}\right) \quad (c-2)$$

$$\text{پارابولیکی: } f(z) = z\left(\frac{5}{4} - \frac{5z^2}{3h^2}\right) \quad (d-2)$$

$$\text{مرتبه بالا 1: } f(z) = z\left(\frac{3}{h} - \frac{4z^4}{h^3}\right) \quad (e-2)$$

$$\text{مرتبه بالا 2: } f(z) = z\left(\frac{1}{h} - \frac{2z^2}{h^3} + \frac{8z^4}{5h^5}\right) \quad (f-2)$$

2-2- روابط کرنش

با در نظر گرفتن کرنش خطی، روابط کرنش - جابجایی با در نظر گرفتن تئوری تغییر شکل برشی اصلاح شده به صورت زیر حاصل می‌شود:

$$\epsilon_{xx} = \frac{\partial u(x,y,t)}{\partial x} - z \frac{\partial^2 w(x,y,t)}{\partial x^2} + f(z) \frac{\partial \zeta(x,y,t)}{\partial x} \quad (a-3)$$

$$\epsilon_{yy} = \frac{\partial u(x,y,t)}{\partial y} - z \frac{\partial^2 w(x,y,t)}{\partial y^2} + f(z) \frac{\partial \psi(x,y,t)}{\partial x} \quad (b-3)$$

$$\epsilon_{xy} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u(x,y,t)}{\partial y} + \frac{\partial v(x,y,t)}{\partial x} \right) - z \frac{\partial^2 w(x,y,t)}{\partial x \partial y} + \frac{1}{2} f(z) \left(\frac{\partial \zeta(x,y,t)}{\partial y} + \frac{\partial \psi(x,y,t)}{\partial x} \right) \quad (c-3)$$

$$\epsilon_{xz} = \frac{1}{2} \zeta(x,y,t) \frac{df(z)}{dz} \quad (d-3)$$

$$\epsilon_{yz} = \frac{1}{2} \psi(x,y,t) \frac{df(z)}{dz} \quad (e-3)$$

$$\epsilon_{zx} = 0 \quad (f-3)$$

3-2- معادلات ساختاری ورق مرکب پروالاستیک

برای یک ورق مرکب پروالاستیک می‌توان معادلات ساختاری تنش را به صورت زیر تعریف نمود:

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \epsilon_{kl} - P \alpha \delta_{ij} \quad (4)$$

که در این رابطه C_{ijkl} و σ_{ij} به ترتیب تنش و ضرایب ساختاری می‌باشند. لازم به ذکر است که P فشار سیال منفذی است، به طوری که برای $P = 0$ قانون بایوت³ به قانون کلاسیک هوک (یا همان شرایط تخلیه) تبدیل می‌شود. α و δ_{ij} به ترتیب ضریب تنش مؤثر بایوت⁴ و دلتای کروئکر می‌باشند. α تأثیر تخلخل را بر رفتار ساختاری و مقاومت مواد متخلخل در غیاب سیال داخلی نشان می‌دهد که مقدار آن بین 0 و 1 تغییر می‌کند. فشار منفذی P را می‌توان به صورت زیر تعریف کرد:

کردند. اکبری و همکاران [31] آنالیز ارتعاش آزاد پانل‌های استوانه‌ای ساندویچی ضخیم با هسته متخلخل تابعی مدرج اشباع بر اساس تئوری تغییر شکل برشی مرتبه سوم¹ را با استفاده از روش مربع دیفرانسیل بررسی کردند. بابایی و همکاران [32] تحقیقی در مورد تجزیه و تحلیل دینامیکی یک مخروط بریده ضخیم دوار تابعی مدرج ساخته شده از مواد متخلخل اشباع بر اساس کشش متقارن محوری دوبعدی از طریق روش اجزای محدود انجام دادند. پاسخ استاتیکی و تحلیل ارتعاش آزاد یک ورق بیضی حلقوی تابعی مدرج ساخته شده از مواد متخلخل اشباع بر اساس روش المان محدود سه بعدی توسط بابایی و همکاران [33] ارائه شد. خورشیدی و همکاران با استفاده از تئوری‌های تغییر شکل برشی اصلاح شده رفتار ارتعاشی نانورق‌ها [34] و مایکروورق‌های [35] مرکب پیزوالکتریک را بررسی کردند. در پژوهش حاضر ارتعاش آزاد ورق‌های مستطیلی مرکب پروالاستیک تحت تاثیر حالت‌های مختلف تخلخل، اثر سیال، ضریب تخلخل و سایر پارامترها با به کارگیری تئوری تغییر شکل برشی اصلاح شده مورد بررسی قرار گرفته است. نوآوری پژوهش حاضر، استفاده از تئوری پروالاستیسیته بر اساس تئوری‌های تغییر شکل برشی اصلاح شده و حل معادلات حاکم به روش گلرکین می‌باشد. سه حالت متقارن غیریکنواخت، نامتقارن غیریکنواخت و یکنواخت برای مدلسازی تخلخل در نظر گرفته شده و برای بررسی رفتار سیال درون حفره‌ها از تئوری پروالاستیسیته استفاده شده است. همچنین تأثیر پارامترهای مختلف از جمله ضریب تخلخل، ضریب تنش مؤثر بایوت، ضریب اسکمپتون² و نسبت طول به عرض بررسی شده است.

2- روابط ساختاری

در شکل 1 ورق مستطیلی مرکب پروالاستیک به طول a ، عرض b و ضخامت h نشان داده شده است. همچنین دستگاه مختصات کارتزین با مؤلفه‌های x ، y و z بر روی لایه میانی ورق استقرار یافته است.

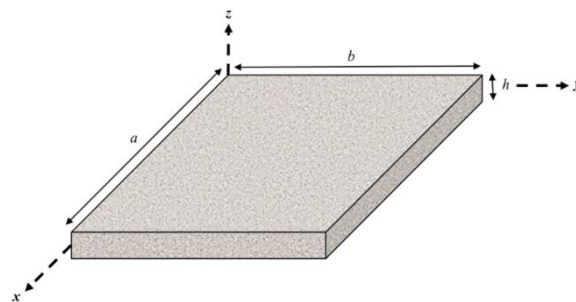


Fig. 1 Poroelastic rectangular plate

شکل 1 ورق مستطیلی پروالاستیک

1-2- میدان جابجایی بر اساس تئوری تغییر شکل برشی اصلاح شده

میدان جابجایی در تئوری‌های تغییر شکل برشی اصلاح شده به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$u_1(x,y,z,t) = u(x,y,t) - z \frac{\partial w(x,y,t)}{\partial x} + f(z)\xi(x,y,t) \quad (a-1)$$

³ Biot's Law

⁴ Biot's Coefficient

¹ TSDT

² Skempton

1-4-2- توزیع متقارن غیریکنواخت

در توزیع متقارن غیریکنواخت، مدول الاستیک $E(z)$ ، مدول برشی $G(z)$ و چگالی $\rho(z)$ به صورت زیر تعریف می شوند:

$$E(z) = E_1 \left(1 - \cos\left(\frac{\pi z}{h}\right) \right) + E_0 \cos\left(\frac{\pi z}{h}\right) = E_1 \left(1 - e_0 \cos\left(\frac{\pi z}{h}\right) \right) \quad (a-9)$$

$$G(z) = G_1 \left(1 - \cos\left(\frac{\pi z}{h}\right) \right) + G_0 \cos\left(\frac{\pi z}{h}\right) = G_1 \left(1 - e_0 \cos\left(\frac{\pi z}{h}\right) \right) \quad (b-9)$$

$$\rho(z) = \rho_1 \left(1 - \cos\left(\frac{\pi z}{h}\right) \right) + \rho_0 \cos\left(\frac{\pi z}{h}\right) = \rho_1 \left(1 - e_m \cos\left(\frac{\pi z}{h}\right) \right) \quad (c-9)$$

2-4-2- توزیع نامتقارن غیریکنواخت

در توزیع نامتقارن غیریکنواخت، مدول الاستیک $E(z)$ ، مدول برشی $G(z)$ و چگالی $\rho(z)$ به صورت زیر تعریف می شوند:

$$E(z) = E_1 \left(1 - \cos\left(\frac{\pi z}{2h} + \frac{\pi}{4}\right) \right) + E_0 \cos\left(\frac{\pi z}{2h} + \frac{\pi}{4}\right) = E_1 \left(1 - e_0 \cos\left(\frac{\pi z}{2h} + \frac{\pi}{4}\right) \right) \quad (a-10)$$

$$G(z) = G_1 \left(1 - \cos\left(\frac{\pi z}{2h} + \frac{\pi}{4}\right) \right) + G_0 \cos\left(\frac{\pi z}{2h} + \frac{\pi}{4}\right) = G_1 \left(1 - e_0 \cos\left(\frac{\pi z}{2h} + \frac{\pi}{4}\right) \right) \quad (b-10)$$

$$\rho(z) = \rho_1 \left(1 - \cos\left(\frac{\pi z}{2h} + \frac{\pi}{4}\right) \right) + \rho_0 \cos\left(\frac{\pi z}{2h} + \frac{\pi}{4}\right) = \rho_1 \left(1 - e_m \cos\left(\frac{\pi z}{2h} + \frac{\pi}{4}\right) \right) \quad (c-10)$$

3-4-2- توزیع متقارن غیریکنواخت

در توزیع متقارن غیریکنواخت، مدول الاستیک $E(z)$ ، مدول برشی $G(z)$ و چگالی $\rho(z)$ به صورت زیر تعریف می شوند:

$$E(z) = E_1(1 - \beta) + E_0\beta = E_1(1 - e_0\beta) \quad (a-11)$$

$$G(z) = G_1(1 - \beta) + G_0\beta = G_1(1 - e_0\beta) \quad (b-11)$$

$$\rho(z) = \sqrt{\rho_1^2(1 - \beta) + \rho_0^2\beta} = \rho_1\sqrt{(1 - e_m\beta)} \quad (c-11)$$

که در این روابط $e_0 = 1 - \frac{E_0}{E_1} = 1 - \frac{G_0}{G_1}$ که رابطه بین حداقل (E_0) و حداکثر مقدار مدول یانگ (E_1) و حداقل (G_0) و حداکثر مقدار مدول برشی (G_1) را نشان می دهد و محدوده مقداری آن برابر است با $0 < e_0 < 1$. عبارت $e_m = 1 - \frac{\rho_0}{\rho_1}$ ضریب چگالی تخلخل است که رابطه بین حداقل (ρ_0) و حداکثر مقدار چگالی (ρ_1) را بیان می کند. برای فوم فلزی سلول- باز، رابطه $\frac{E_0}{E_1} = \left(\frac{\rho_0}{\rho_1}\right)^2$ وجود دارد. بنابراین، رابطه بین e_m و e_0 را می توان به صورت معادله زیر بیان کرد:

$$P = M(\xi - \alpha \varepsilon_{kk}) \quad (5)$$

که در آن

$$M = \frac{2G(v_u - \nu)}{\alpha^2(1 - 2\nu_u)(1 - 2\nu)} \quad , \quad \nu_u = \frac{\nu + \alpha B(1 - 2\nu)/3}{1 - \alpha B(1 - 2\nu)/3} \quad (6)$$

در روابط فوق ξ تغییر مقدار حجم مایع، M مدول بایوت که به عنوان افزایش مقدار سیال تعریف شده، B ضریب اسکمیتون که بیانگر خاصیت سیال منفذی است و ν_u نسبت پواسون تخلیه نشده است که مقدار آن برابر است با $0.5 < \nu_u < \nu$. مقادیر نسبت پواسون تخلیه نشده و ضریب اسکمیتون به تراکم پذیری سیال منفذی بستگی دارد. ضریب B به طور ویژه یک پارامتر بدون بعد را نشان می دهد که شامل تاثیر سیال درون حفره ها بر پاسخ کلی یک ماده متخلخل در شرایط تخلیه نشده $(\xi = 0)$ است و به عنوان نسبت فشار حفره به تنش حجمی کلی توصیف می شود. ضریب بایوت α ، تاثیر تخلخل بر رفتار ساختاری و هم چنین تاثیر تنش های ایجاد شده در منافذ مواد پروالاستیک در شرایط تخلیه نشده را نشان می دهد $(\xi = 0)$. عبارت $(1 - \alpha B)$ رابطه بین مدول حجمی تخلیه شده و مدول حجمی تخلیه نشده است؛ αB جفت شدگی بین اثرات سیال منفذی و تغییر شکل ماکروسکوپی و ε_{kk} کرنش حجمی است. معادلات تنش- کرنش را می توان برای شرایط تخلیه نشده $(\xi = 0)$ به صورت روابط 7 به دست آورد.

$$\sigma_{xx} = \tilde{C}_{11}\varepsilon_{xx} + \tilde{C}_{12}\varepsilon_{yy} - M\alpha^2\varepsilon_{xx} \quad (a-7)$$

$$\sigma_{yy} = \tilde{C}_{21}\varepsilon_{xx} + \tilde{C}_{22}\varepsilon_{yy} - M\alpha^2\varepsilon_{yy} \quad (b-7)$$

$$\sigma_{yz} = 2\tilde{C}_{44}\varepsilon_{yz} \quad (c-7)$$

$$\sigma_{xz} = 2\tilde{C}_{55}\varepsilon_{xz} \quad (d-7)$$

$$\sigma_{xy} = 2\tilde{C}_{66}\varepsilon_{xy} \quad (e-7)$$

که در روابط فوق، خواص معادل به صورت روابط 8 تعریف می شوند:

$$\tilde{C}_{11} = \frac{E(z)}{(1 - \nu^2)} \quad (a-8)$$

$$\tilde{C}_{11} = \frac{E(z)}{(1 - \nu^2)} \quad (b-8)$$

$$\tilde{C}_{44} = \tilde{C}_{55} = \tilde{C}_{66} = \frac{E(z)}{(1 + \nu)} \quad (c-8)$$

4-2- توزیع تخلخل در ورق مرکب پروالاستیک

همانطور که در شکل 2 نشان داده شده است سه نوع توزیع مختلف برای بررسی تخلخل در نظر گرفته شده است؛ نوع 1 (توزیع متقارن غیریکنواخت)، نوع 2 (توزیع نامتقارن غیریکنواخت) و نوع 3 (توزیع یکنواخت). در این سه نوع تخلخل، مدول الاستیک $E(z)$ ، مدول برشی $G(z)$ و چگالی $\rho(z)$ به عنوان تابعی از مختصات در امتداد ضخامت ورق بیان می شوند.

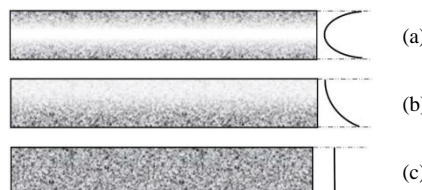


Fig. 2 Porosity distribution a) symmetric non-uniform, b) asymmetric non-uniform, c) uniform

شکل 2 توزیع تخلخل (الف) متقارن غیریکنواخت، (ب) نامتقارن غیریکنواخت، (ث) یکنواخت

با جای گذاری روابط 15 در رابطه 14 معادلات حاکم به صورت زیر به دست می آید:

$$\Gamma_1: \frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial y} = I_1 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - I_2 \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial t^2} + I_4 \frac{\partial^2 \zeta}{\partial t^2} \quad (a-17)$$

$$\Gamma_2: \frac{\partial N_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial N_y}{\partial y} = I_1 \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} - I_2 \frac{\partial^3 w}{\partial y \partial t^2} + I_4 \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} \quad (b-17)$$

$$\Gamma_3: \frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} + F_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + F_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = I_1 \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + I_2 \frac{\partial^3 u}{\partial x \partial t^2} + I_2 \frac{\partial^3 v}{\partial y \partial t^2} - I_3 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial t^2} - I_3 \frac{\partial^4 w}{\partial y^2 \partial t^2} + I_5 \frac{\partial^3 \zeta}{\partial x \partial t^2} + I_5 \frac{\partial^3 \psi}{\partial y \partial t^2} \quad (c-17)$$

$$\Gamma_4: \frac{\partial R_x}{\partial x} + \frac{\partial R_{xy}}{\partial y} - Q_{xz} = I_4 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - I_5 \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial t^2} + I_6 \frac{\partial^2 \zeta}{\partial t^2} \quad (d-17)$$

$$\Gamma_5: \frac{\partial R_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial R_y}{\partial y} - Q_{yz} = I_4 \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} - I_5 \frac{\partial^3 w}{\partial y \partial t^2} + I_6 \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} \quad (e-17)$$

3- حل مسئله

برای حل معادلات حاکم به روش گلرکین بایستی خطای حاصل، مینیمم شود. برای این منظور روابط 17 را در تابع وزن دار ضرب کرده و بر روی سطح انتگرال گرفته می شود:

$$\int_0^b \int_0^a \Gamma_1 \varphi_1 dx dy \quad (a-18)$$

$$\int_0^b \int_0^a \Gamma_2 \varphi_2 dx dy \quad (b-18)$$

$$\int_0^b \int_0^a \Gamma_3 \varphi_3 dx dy \quad (c-18)$$

$$\int_0^b \int_0^a \Gamma_4 \varphi_4 dx dy \quad (d-18)$$

$$\int_0^b \int_0^a \Gamma_5 \varphi_5 dx dy \quad (e-18)$$

که در روابط 18، φ_i (i = 1, ..., 5) توابع وزن دار می باشند. حال توابع تقریب $\tilde{u}(x, y)$ ، $\tilde{v}(x, y)$ ، $\tilde{w}(x, y)$ ، $\tilde{\zeta}(x, y)$ و $\tilde{\psi}(x, y)$ به گونه ای انتخاب می شوند که شرایط مرزی سیستم را ارضا نمایند:

$$\tilde{u}(x, y) = \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M u_{m,n} \varphi_1(x, y) \quad (a-19)$$

$$\tilde{v}(x, y) = \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M v_{m,n} \varphi_2(x, y) \quad (b-19)$$

$$\tilde{w}(x, y) = \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M w_{m,n} \varphi_3(x, y) \quad (c-19)$$

$$\tilde{\zeta}(x, y) = \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M \zeta_{m,n} \varphi_4(x, y) \quad (d-19)$$

$$\tilde{\psi}(x, y) = \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M \psi_{m,n} \varphi_5(x, y) \quad (e-19)$$

$$e_m = 1 - \sqrt{1 - e_0} \quad (12)$$

بنابراین ضریب β در رابطه 11 به صورت زیر بیان می شود:

$$\beta = \frac{1}{e_0} - \frac{1}{e_0} \left(\frac{2}{\pi} \sqrt{1 - e_0} - \frac{2}{\pi} + 1 \right)^2 \quad (13)$$

5-2- معادلات حاکم بر رفتار ارتعاشی ورق مرکب پروالاستیک

برای به دست آوردن معادلات دیفرانسیلی حاکم بر رفتار ارتعاشی ورق مرکب پروالاستیک، ابتدا تغییرات انرژی کرنشی و کار نیروهای خارجی به دست آمده و سپس با استفاده از اصل همیلتون، معادلات حاکم استخراج می شوند. برای این منظور، اصل همیلتون به صورت زیر تعریف می شود:

$$\int_0^t (\delta T + \delta W_e - \delta U) dt = 0 \quad (14)$$

که در رابطه ی فوق، T انرژی جنبشی، U انرژی کرنشی و W_e کار نیروهای خارجی بوده و عملگر δ به معنی تغییرات جزئی می باشد. همچنین لازم به ذکر است که انتگرال گیری بر روی بازه ی زمانی 0 تا t انجام می گیرد. تغییرات انرژی کرنشی و جنبشی ورق مرکب پروالاستیک به صورت روابط زیر تعریف می شوند:

$$\delta U = \frac{1}{2} \int_A \left(-\frac{\partial N_x}{\partial x} \delta u - \frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} \delta w - \frac{\partial R_x}{\partial x} \delta \zeta - \frac{\partial N_y}{\partial y} \delta v - \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} \delta w - \frac{\partial R_y}{\partial y} \delta \psi - \frac{\partial N_{xy}}{\partial y} \delta u - \frac{\partial N_{xy}}{\partial x} \delta v - 2 \frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} \delta w - \frac{\partial R_{xy}}{\partial y} \delta \zeta - \frac{\partial R_{xy}}{\partial x} \delta \psi + Q_{xz} \delta \zeta + Q_{yz} \delta \psi \right) dA \quad (a-15)$$

$$\delta T = \frac{1}{2} \int_A \left(-I_1 \dot{u} \delta u + I_3 \frac{\partial^2 \dot{w}}{\partial x^2} \delta w - I_6 \dot{\zeta} \delta \zeta - I_1 \dot{v} \delta v + I_3 \frac{\partial^2 \dot{w}}{\partial y^2} \delta w - I_6 \dot{\psi} \delta \psi \pm I_1 \dot{w} \delta w + I_2 \frac{\partial \dot{w}}{\partial x} \delta u - I_2 \frac{\partial \dot{u}}{\partial x} \delta w + I_2 \frac{\partial \dot{w}}{\partial y} \delta v - I_2 \frac{\partial \dot{v}}{\partial y} \delta w - I_4 \dot{\zeta} \delta u - I_4 \dot{u} \delta \zeta - I_4 \dot{\psi} \delta v - I_4 \dot{v} \delta \psi - I_5 \frac{\partial \dot{\zeta}}{\partial x} \delta w + I_5 \frac{\partial \dot{w}}{\partial x} \delta \zeta - I_5 \frac{\partial \dot{\psi}}{\partial y} \delta w + I_5 \frac{\partial \dot{w}}{\partial y} \delta \psi \right) dA \quad (b-15)$$

که در روابط فوق، موجود است:

$$(N_x, N_y, N_{xy}) = \int_{-h/2}^{h/2} (\sigma_x, \sigma_y, \sigma_{xy}) dz \quad (a-16)$$

$$(M_x, M_y, M_{xy}) = \int_{-h/2}^{h/2} (\sigma_x, \sigma_y, \sigma_{xy}) z dz \quad (b-16)$$

$$(R_x, R_y, R_{xy}) = \int_{-h/2}^{h/2} (\sigma_x, \sigma_y, \sigma_{xy}) f(z) dz \quad (c-16)$$

$$(Q_{xz}, Q_{yz}) = \int_{-h/2}^{h/2} (\sigma_{xz}, \sigma_{yz}) \frac{df(z)}{dz} dz \quad (d-16)$$

$$(I_1, I_2, I_3, I_4, I_5, I_6) = \int_{-h/2}^{h/2} \rho(1, z, z^2, f(z), zf(z), f(z)^2) dz \quad (e-16)$$

در جدول 2 چهار مد ارتعاشی بی بعد (1,1)، (1,2)، (1,3) و (2,1) که به صورت $\bar{\omega} = \omega a^2 \sqrt{\rho_1/E_1}$ بی بعد شده است برای ورق مرکب پروالاستیک با شرایط مرزی چهار طرف تکیه گاه ساده با نتایج موجود در دو مرجع معتبر که بر اساس تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول [36] و تئوری تغییر شکل برشی مرتبه سوم ردی [37] می باشند و همچنین نتایج عددی بدست آمده حاصل از مدلسازی اجزا محدود در نرم افزار آباکوس، مورد مقایسه واقع شده است. این نتایج برای ورق مرکب پروالاستیک به طول $a = 5.0 \text{ m}$ ، نسبت طول به عرض 0.5، دو نسبت ضخامت به طول 0.1 و 0.2 و ضریب تخلخل 0.5 ارائه شده است.

جدول 2 مقایسه چهار مد ارتعاشی ورق مرکب پروالاستیک تحت شرایط مرزی تکیه گاه ساده و دو نسبت ضخامت به طول متفاوت

Table 2 Comparison of the four vibration modes of the poroelastic composite plate under simply supported boundary condition and two different thickness to length ratios

مد				پژوهش	شرایط مرزی	h/a
(2,1)	(1,3)	(1,2)	(1,1)			
0.10493	0.08135	0.05096	0.0322	حاضر	0.1	SSSS
0.10549	0.0816	0.0511	0.0323	آباکوس		
0.1050	0.0814	0.0510	0.0322	مرجع [36]		
0.1049	0.0813	0.0510	0.0322	مرجع [37]	ساده	
0.36440	0.28975	0.18840	0.12223	حاضر	0.2	SSSS
0.3649	0.29012	0.18853	0.12227	آباکوس		
0.3650	0.2902	0.1886	0.1223	مرجع [36]		
0.3643	0.2897	0.1883	0.1222	مرجع [37]		

در شکل 3 تغییرات چهار فرکانس اول بی بعد ورق مرکب پروالاستیک در مقابل افزایش ضریب تخلخل نمایش داده شده است. نتایج ارائه شده به ازای نسبت طول به عرض 1، نسبت طول به ضخامت 10، ضریب بایوت (α) 0.6 و ضریب اسکمپتون (B) برابر با 0.6 و برای m و n های (1,1)، (1,2) و (2,2) و (1,3) ارائه شده است. همان طور که در شکل 3 مشاهده می شود با افزایش ضریب تخلخل، فرکانس بی بعد سیستم کاهش پیدا می کند. مشاهده این رفتار در سیستم به این دلیل است که افزایش ضریب تخلخل سبب کاهش سختی ورق پروالاستیک شده و در نتیجه فرکانس بی بعد سیستم کاهش می یابد. همانگونه که از شکل پیداست این پدیده در فرکانس های بالاتر خود را بیشتر نشان می دهد.

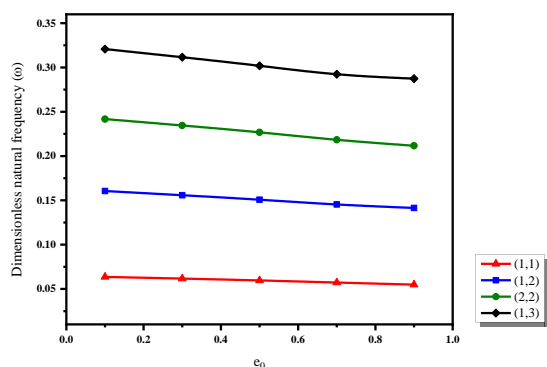


Fig. 3 Four dimensionless the frequencies of the poroelastic composite plate versus the porosity coefficient

شکل 3 تغییرات چهار فرکانس اول بی بعد ورق مرکب پروالاستیک در مقابل ضریب تخلخل

که توابع وزن دار در روابط فوق برای ارضا نمودن شرایط مرزی چهار طرف تکیه گاه ساده به صورت روابط 20 تعریف می شوند:

$$\varphi_1(x, y) = \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \quad (a-20)$$

$$\varphi_2(x, y) = \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \quad (b-20)$$

$$\varphi_3(x, y) = \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \quad (c-20)$$

$$\varphi_4(x, y) = \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \quad (d-20)$$

$$\varphi_5(x, y) = \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \quad (e-20)$$

دستگاه معادلات 18 در حالت کلی حاوی $5 * M * N$ معادله و $5 * M * N$ مجهول می باشد که این معادلات می توانند به فرم ماتریسی زیر نوشته شوند:

$$[\bar{M}]\{\dot{U}\} + [\bar{C}]\{U\} + [\bar{K}]\{U\} = 0 \quad (21)$$

که در این رابطه $[\bar{M}]$ ماتریس جرم، $[\bar{C}]$ ماتریس میرایی و $[\bar{K}]$ ماتریس سختی سیستم می باشند و در حالت کلی به صورت روابط زیر تعریف می شوند:

$$\bar{M} = \begin{bmatrix} M_{(1,1)} & \dots & M_{(1,5*M*N)} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ M_{(5*M*N,1)} & \dots & M_{(5*M*N,5*M*N)} \end{bmatrix} \quad (a-22)$$

$$\bar{C} = \begin{bmatrix} C_{(1,1)} & \dots & C_{(1,5*M*N)} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{(5*M*N,1)} & \dots & C_{(5*M*N,5*M*N)} \end{bmatrix} \quad (b-22)$$

$$\bar{K} = \begin{bmatrix} K_{(1,1)} & \dots & K_{(1,5*M*N)} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ K_{(5*M*N,1)} & \dots & K_{(5*M*N,5*M*N)} \end{bmatrix} \quad (c-22)$$

بردار ضرایب مجهول $\{U\}$ و مؤلفه های تشکیل دهنده ی آن نیز توسط روابط زیر تعریف می شوند:

$$\{U\} = \{U_1 \ U_2 \ U_3 \ U_4 \ U_5\}^T \quad (a-23)$$

$$U_1 = [u_{(1,1)} \ \dots \ u_{(M*N, M*N)}] \quad (b-23)$$

$$U_2 = [v_{(1,1)} \ \dots \ v_{(M*N, M*N)}] \quad (c-23)$$

$$U_3 = [w_{(1,1)} \ \dots \ w_{(M*N, M*N)}] \quad (d-23)$$

$$U_4 = [\zeta_{(1,1)} \ \dots \ \zeta_{(M*N, M*N)}] \quad (e-23)$$

$$U_5 = [\psi_{(1,1)} \ \dots \ \psi_{(M*N, M*N)}] \quad (f-23)$$

4- نتایج عددی

در این بخش مقایسه ای میان نتایج به دست آمده برای ورق مستطیلی مرکب پروالاستیک با مراجع معتبر صورت پذیرفته است. در این مقایسه، جهت تحلیل رفتار ارتعاش آزاد ورق مرکب پروالاستیک از دو ماده فوم آلومینیوم و بریا استفاده شده است که خواص آن مطابق جدول 1 ارائه گردیده است.

جدول 1 خواص فوم آلومینیوم و ماسه سنگ بریا [36]

خواص			ماده
ρ_1 (Kg/m ³)	ν	E_1 (GPa)	
2702	0.3	70	AL
2126	0.15	18	Berea sandstone

سیستم در نسبت‌های بزرگ‌تر طول به عرض ورق بیشتر است. به عبارت دیگر در عرض ثابت، با افزایش طول ورق، افزایش ضریب بایوت باعث سفت‌تر شدن ورق و در نتیجه افزایش فرکانس سیستم می‌شود.

به طور مشابه در شکل 8 تغییرات فرکانس اول بی‌بعد ورق مرکب پروالاستیک در مقابل مقادیر مختلف ضریب اسکمپتون (B) به ازای نسبت‌های طول به عرض متفاوت نشان داده شده است. فرضیات در نظر گرفته شده برای به دست آوردن این نتایج شامل نسبت طول به عرض 1، نسبت طول به ضخامت 10 و ضریب تخلخل (e₀) 0.6 می‌باشند. مشاهده می‌شود که افزایش ضریب اسکمپتون باعث افزایش سختی ورق شده و در نتیجه فرکانس‌های بی‌بعد سیستم نیز افزایش می‌یابند. همچنین می‌توان نتیجه گرفت که تأثیر ضریب اسکمپتون بر فرکانس سیستم در ضرایب بزرگ‌تر بایوت بیشتر است. به عبارت دیگر در ضرایب بزرگ‌تر بایوت، افزایش ضریب اسکمپتون باعث سفت‌تر شدن ورق و در نتیجه افزایش فرکانس سیستم می‌شود.

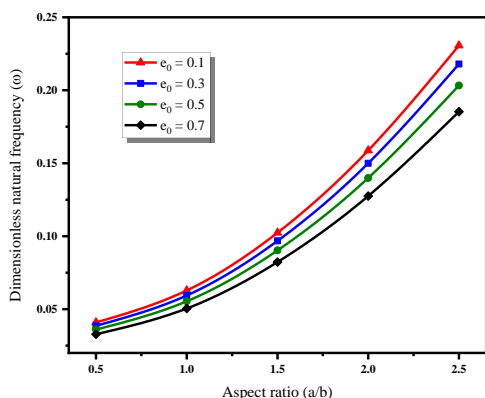


Fig. 6 Variation of the dimensionless frequency of the poroelastic composite plate versus the aspect ratio (uniform porosity)

شکل 6 تغییرات فرکانس اول بی‌بعد ورق مرکب پروالاستیک در مقابل نسبت طول به عرض (توزیع تخلخل یکنواخت)

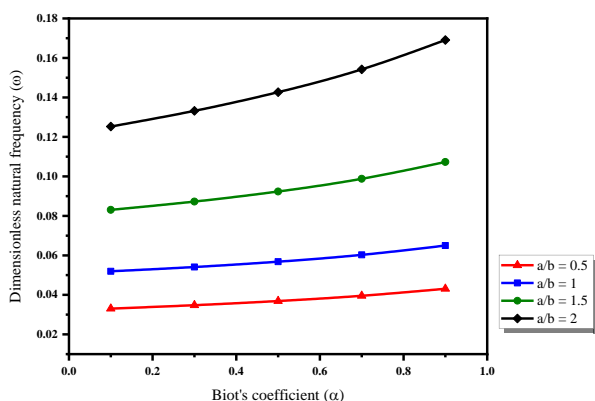


Fig. 7 Variation of the dimensionless frequency of the poroelastic composite plate versus the Biot's coefficient

شکل 7 تغییرات فرکانس اول بی‌بعد ورق مرکب پروالاستیک در مقابل ضریب بایوت

در شکل 9 تغییرات فرکانس اول بی‌بعد ورق مرکب پروالاستیک در مقابل تغییر همزمان ضریب بایوت و ضریب اسکمپتون نشان داده شده است. فرضیات در نظر گرفته شده برای به دست آوردن این نتایج شامل نسبت طول

در شکل‌های 4، 5 و 6 تغییرات فرکانس اول بی‌بعد ورق مرکب پروالاستیک در مقابل نسبت طول به عرض به ازای ضرایب تخلخل متفاوت نشان داده شده است. فرضیات در نظر گرفته شده برای حصول این نتایج شامل نسبت طول به ضخامت 10، ضریب بایوت (alpha) 0.6 و ضریب اسکمپتون (B) برابر با 0.6 می‌باشند. مشاهده می‌شود با افزایش ضریب تخلخل، سختی سیستم کاهش پیدا کرده و در نتیجه فرکانس‌های بی‌بعد سیستم نیز کاهش می‌یابند. همچنین می‌توان دریافت که حالت متقارن غیریکنواخت، کمترین و حالت یکنواخت، بیشترین تأثیر را بر فرکانس سیستم می‌گذارند. به علاوه مشاهده می‌شود که با افزایش نسبت طول به عرض، سختی سیستم افزایش یافته و فرکانس‌های بی‌بعد سیستم نیز افزایش می‌یابند.

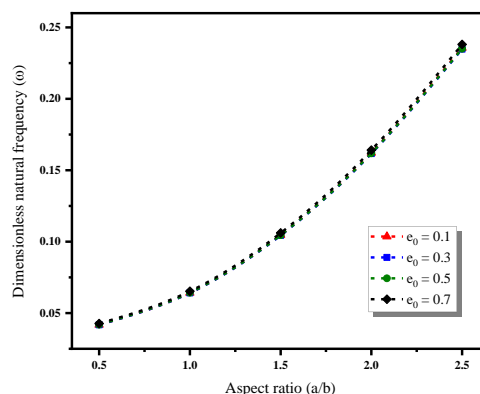


Fig. 4 Variation of the dimensionless frequency of the poroelastic composite plate versus the aspect ratio (non-uniform symmetric porosity)

شکل 4 تغییرات فرکانس اول بی‌بعد ورق مرکب پروالاستیک در مقابل نسبت طول به عرض (توزیع تخلخل متقارن غیریکنواخت)

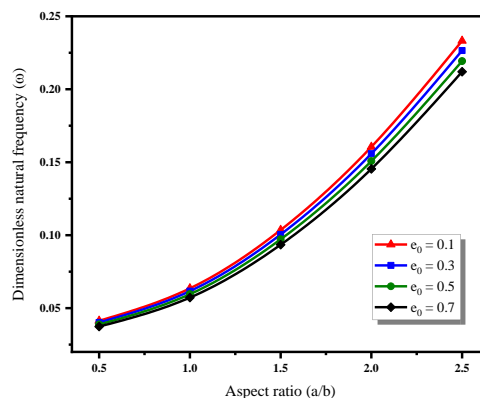


Fig. 5 Variation of the dimensionless frequency of the poroelastic composite plate versus the aspect ratio (non-uniform asymmetric porosity)

شکل 5 تغییرات فرکانس اول بی‌بعد ورق مرکب پروالاستیک در مقابل نسبت طول به عرض (توزیع تخلخل نامتقارن غیریکنواخت)

در شکل 7 تغییرات فرکانس اول بی‌بعد ورق مرکب پروالاستیک در مقابل مقادیر مختلف ضریب بایوت به ازای نسبت‌های طول به عرض متفاوت نشان داده شده است. همان‌طور که در شکل مشاهده می‌شود افزایش ضریب بایوت باعث افزایش سختی ورق شده و در نتیجه فرکانس‌های بی‌بعد سیستم نیز افزایش می‌یابند. می‌توان ملاحظه کرد که تأثیر ضریب بایوت بر فرکانس

ضریب تخلخل کمترین مقادیر خود را دارا باشند، فرکانس در بالاترین حد خود می باشد.

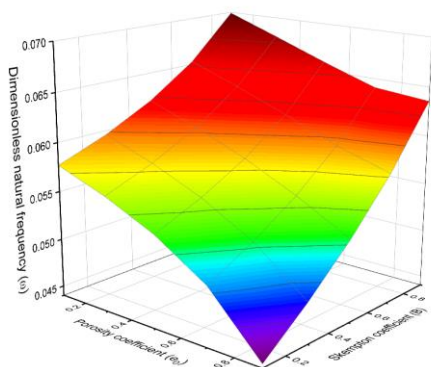


Fig. 10 Variation of the dimensionless frequency of the poroelastic composite plate versus the porosity and the Skempton coefficient

شکل 10 تغییرات فرکانس اول بی بعد ورق مرکب پروالاستیک در مقابل ضریب تخلخل و ضریب اسکمپتون

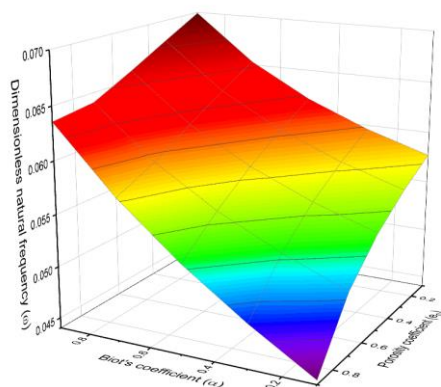


Fig. 11 Variation of the dimensionless frequency of the poroelastic composite plate versus the porosity and the Biot's coefficient

شکل 11 تغییرات فرکانس اول بی بعد ورق مرکب پروالاستیک در مقابل ضریب تخلخل و ضریب بایوت

در شکل های 12، 13 و 14 تغییرات فرکانس اول بی بعد ورق پروالاستیک در مقابل مقادیر مختلف نسبت طول به ضخامت به ازای ضرایب تخلخل متفاوت نشان داده شده است. فرضیات در نظر گرفته شده برای به دست آوردن این نتایج شامل نسبت طول به عرض 1، ضریب بایوت (α) 0.6 و ضریب اسکمپتون (B) برابر با 0.6 می باشد. همانند بخش قبلی که گفته شد برای به دست آوردن نتایج از سه حالت مختلف استفاده شده است. مشاهده می شود که حالت متقارن غیریکنواخت، کمترین و حالت یکنواخت، بیشترین تأثیر را بر فرکانس سیستم می گذارند. به علاوه مشاهده می شود که افزایش نسبت طول به ضخامت باعث کاهش درجات آزادی سیستم و در نتیجه آن کاهش سختی سیستم می شود و فرکانس های بی بعد سیستم نیز کاهش می یابند.

در جدول 3 فرکانس های بی بعد ورق مرکب پروالاستیک به ازای تئوری های مختلف تغییر شکل برشی اصلاح شده نشان داده شده است. نتایج ارائه شده به ازای نسبت طول به عرض 1، ضریب بایوت 0.6 و ضریب اسکمپتون برابر با 0.6 نشان شده است.

به عرض 1، نسبت طول به ضخامت 10 و ضریب تخلخل (e_0) 0.6 می باشد. همان طور که در شکل مشاهده می شود افزایش همزمان ضریب بایوت و ضریب اسکمپتون باعث افزایش سختی ورق شده و در نتیجه فرکانس های بی بعد سیستم نیز به طور فزاینده ای افزایش می یابند. افزایش عبارت αB که قبلاً با عنوان ضریب جفت شدگی نام برده شده بود، سبب افزایش قابل توجه سختی سیستم می شود که در نتیجه آن فرکانس بی بعد ورق مرکب پروالاستیک نیز افزایش می یابد.

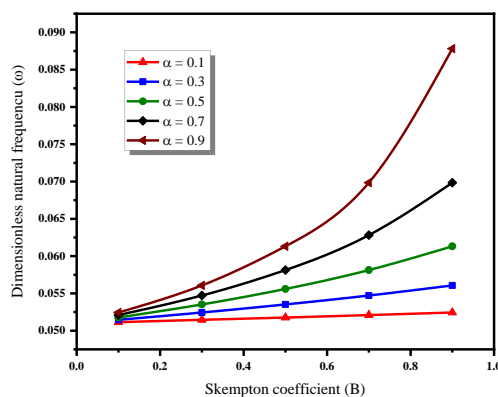


Fig. 8 Variation of the dimensionless frequency of the poroelastic composite plate versus the Skempton coefficient

شکل 8 تغییرات فرکانس اول بی بعد ورق مرکب پروالاستیک در مقابل ضریب اسکمپتون

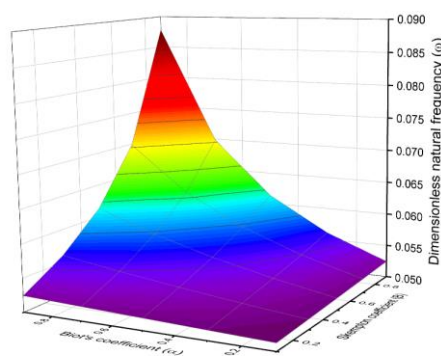


Fig. 9 Variation of the dimensionless frequency of the poroelastic composite plate versus the Biot's and Skempton coefficient

شکل 9 تغییرات فرکانس اول بی بعد ورق مرکب پروالاستیک در مقابل ضریب بایوت و ضریب اسکمپتون

در شکل 10 تغییرات فرکانس اول بی بعد ورق مرکب پروالاستیک در مقابل تغییر همزمان ضریب تخلخل و ضریب اسکمپتون نشان داده شده است. همان طور که در شکل مشاهده می شود افزایش ضریب تخلخل و ضریب اسکمپتون تأثیر معکوسی بر فرکانس ورق دارند به طوری که افزایش ضریب تخلخل باعث کاهش سختی ورق ولی در مقابل افزایش ضریب اسکمپتون باعث افزایش سختی ورق می شود. همانطور که در شکل 10 مشاهده می شود بیشترین فرکانس زمانی رخ می دهد که ضریب تخلخل کمترین و ضریب اسکمپتون بیشترین مقدار خود را دارا باشند. به طور مشابه می توان این موضوع را در شکل 11 ملاحظه کرد. جایی که ضریب بایوت بیشترین و

جدول 3 تغییرات فرکانس بی بعد ورق مرکب پروالاستیک به ازای تئوری های مختلف اصلاح شده

Table 3 Variations of dimensionless frequency of proelastic composite plate according to different modified theories

مرتبۀ بالا 2	مرتبۀ بالا 1	پارابولیکی	هایپربولیکی	مثلثاتی	نمایی	e_0	a/h
0.0635525	0.0636798	0.0635462	0.0635462	0.0635474	0.0635474	0.1	
0.0616752	0.0618044	0.0616696	0.0616696	0.0616705	0.0616705	0.3	
0.0595777	0.0597058	0.0595732	0.0595732	0.0595737	0.0595737	0.5	10
0.0572018	0.0573193	0.0571986	0.0571987	0.0571986	0.0571986	0.7	
0.0548772	0.0549546	0.0548751	0.0548752	0.0548752	0.0548752	0.9	
0.0444068	0.0444715	0.0444036	0.0444036	0.0444042	0.0444042	0.1	
0.0430959	0.0431616	0.0430931	0.0430931	0.0430936	0.0430936	0.3	
0.0416262	0.0416913	0.041624	0.041624	0.0416242	0.0416242	0.5	12
0.0399498	0.0400095	0.0399483	0.0399483	0.0399482	0.0399482	0.7	
0.0382765	0.0383157	0.0382755	0.0382755	0.0382755	0.0382755	0.9	

5- نتیجه گیری

در پژوهش حاضر تحلیل رفتار ارتعاشی ورق های مرکب پروالاستیک با در نظر گرفتن تئوری پروالاستیسیته بر اساس تئوری تغییر شکل برشی اصلاح شده انجام گرفته است. در ورق های مرکب پروالاستیک از سه حالت مختلف توزیع تخلخل متقارن غیر یکنواخت، نامتقارن غیر یکنواخت و یکنواخت استفاده شده است. همچنین برای در نظر گرفتن اثر سیال از معادلات ساختاری بایوت بهره گرفته شده است. همان گونه که گفته شد، معادلات ساختاری وابسته به ضریب تخلخل، ضریب تنش مؤثر بایوت و ضریب اسکمپتون بودند. در ادامه برای به دست آوردن معادلات حاکم بر سیستم، انرژی های کرنشی، جنبشی و کار نیروهای خارجی محاسبه شده و با استفاده از اصل همپتون، معادلات و شرایط مرزی حاکم بر رفتار ارتعاشی ورق مرکب پروالاستیک استخراج شده اند. پس از به دست آوردن معادلات حاکم، با استفاده از روش باقی مانده وزنی گلرکین، فرکانس های سیستم به دست آمدند. نتایج عددی ارائه شده به صورت جداول و نمودارها مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفتند. با بررسی تاثیر پارامترهای مختلف بر رفتار سیستم از جمله نسبت طول به عرض، نسبت ضخامت به طول، ضریب تخلخل، ضریب تنش مؤثر بایوت، ضریب اسکمپتون و تئوری های مختلف اصلاح شده بر رفتار ارتعاشی ورق مرکب پروالاستیک، می توان نتیجه گرفت که:

(1) افزایش ضریب تخلخل سبب کاهش فرکانس طبیعی سیستم می شود. نتایج به دست آمده نشان داد که افزایش ضریب تخلخل، سختی سیستم را کاهش داده و در نتیجه پاسخ فرکانسی سیستم کاهش می یابد. اما به طور عکس، کاهش ضریب تخلخل باعث افزایش سختی و استحکام سیستم شده و در نتیجه آن فرکانس کاهش می یابد.

(2) افزایش ضریب تنش مؤثر بایوت، باعث افزایش سختی سازه شده و در نتیجه فرکانس ها افزایش می یابند. همچنین با کاهش ضریب تنش مؤثر بایوت، ماتریس سختی سیستم کاهش یافته و در نتیجه، پاسخ ارتعاشی سیستم نیز کوچک می شوند.

(3) افزایش ضریب اسکمپتون، باعث افزایش سختی سازه شده و در نتیجه فرکانس ها افزایش می یابند. همچنین با کاهش ضریب اسکمپتون، ماتریس سختی سیستم کاهش یافته و در نتیجه، پاسخ ارتعاشی سیستم نیز کوچک می شوند.

(4) تاثیر ضریب تخلخل و ضریب جفت شدگی، عکس یکدیگر می باشد. نمودارهای ارائه شده نشان داد که افزایش ضریب تخلخل سبب نرم تر شدن سازه و در نتیجه کاهش فرکانس می شود اما به طور عکس، افزایش ضریب جفت شدگی باعث افزایش سختی سیستم و در نتیجه، افزایش پاسخ ارتعاشی سیستم می شود.

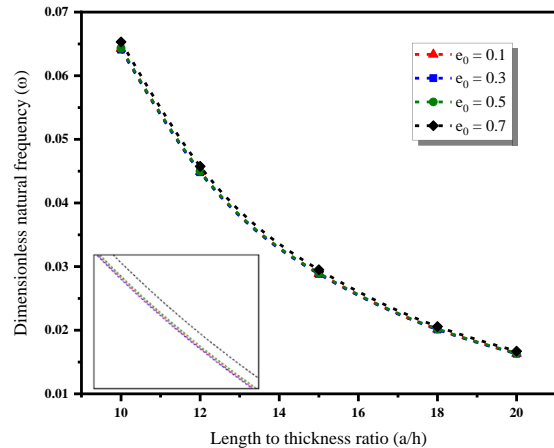


Fig. 12 Variations of the first dimensionless frequency of the proelastic plate versus length to thickness ratio (non-uniform symmetric porosity distribution)

شکل 12 تغییرات فرکانس اول بی بعد ورق پروالاستیک در مقابل نسبت طول به ضخامت (توزیع تخلخل متقارن غیر یکنواخت)

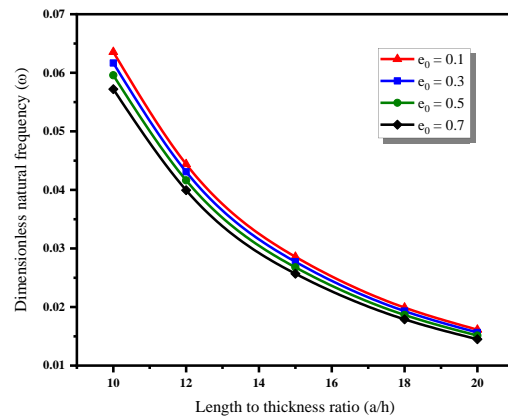


Fig. 13 Variations of the first dimensionless frequency of the proelastic plate versus the length to thickness ratio (non-uniform asymmetric porosity distribution)

شکل 13 تغییرات فرکانس اول بی بعد ورق پروالاستیک در مقابل نسبت طول به ضخامت (توزیع تخلخل نامتقارن غیر یکنواخت)

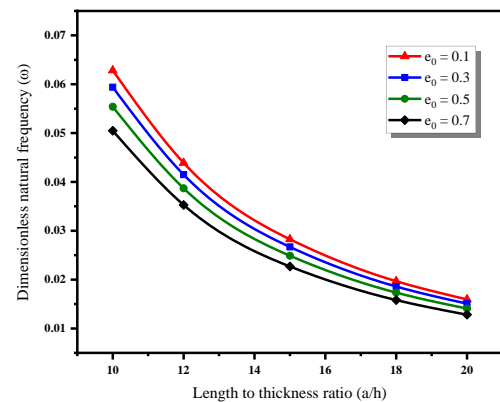


Fig. 14 Variations of the first dimensionless frequency of the proelastic plate versus the length to thickness ratio (uniform porosity distribution)

شکل 14 تغییرات فرکانس اول بی بعد ورق پروالاستیک در مقابل نسبت طول به ضخامت (توزیع تخلخل یکنواخت)

- [16] Leclaire, P., Horoshenkov, K. V., Swift, M. J., and Hothersall, D. C. "The vibrational response of a clamped rectangular porous plate," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 247, No. 1, pp. 19-31, 2001.
- [17] Debowski, D., and Magnucki, K. "Dynamic stability of a porous rectangular plate," In *PAMM: Proceedings in Applied Mathematics and Mechanics*, Vol. 6, No. 1, pp. 215-216, 2006.
- [18] Jabbari, M., Mojahedin, A., and Haghi, M. "Buckling analysis of thin circular FG plates made of saturated porous-soft ferromagnetic materials in transverse magnetic field," *Thin-Walled Structures*, Vol. 85, pp. 50-56, 2014.
- [19] Jabbari, M., Hashemitaheeri, M., Mojahedin, A., and Eslami, M. R. "Thermal buckling analysis of functionally graded thin circular plate made of saturated porous materials," *Journal of thermal stresses*, Vol. 37, No. 2, pp. 202-220, 2014.
- [20] Feyzi, M. R., and Khorshidvand, A. R. "Axisymmetric post-buckling behavior of saturated porous circular plates," *Thin-Walled Structures*, Vol. 112, pp. 149-158, 2017.
- [21] Rezaei, A. S., and Saidi, A. R. "On the effect of coupled solid-fluid deformation on natural frequencies of fluid saturated porous plates," *European Journal of Mechanics-A/Solids*, Vol. 63, pp. 99-109, 2017.
- [22] Ebrahimi, F., and Habibi, S. "Deflection and vibration analysis of higher-order shear deformable compositionally graded porous plate," *Steel and Composite Structures*, Vol. 20, No.1, pp. 205-225, 2016.
- [23] Panah, M., Khorshidvand, A. R., Khorsandijou, S. M., and Jabbari, M. "Pore pressure and porosity effects on bending and thermal postbuckling behavior of FG saturated porous circular plates," *Journal of Thermal Stresses*, Vol. 42, No. 9, pp. 1083-1109, 2019.
- [24] Mojahedin, A., Jabbari, M., Khorshidvand, A. R., and Eslami, M. R. "Buckling analysis of functionally graded circular plates made of saturated porous materials based on higher order shear deformation theory," *Thin-Walled Structures*, Vol. 99, pp. 83-90, 2016.
- [25] Panah, M., Khorshidvand, A. R., Khorsandijou, S. M., and Jabbari, M. "Axisymmetric nonlinear behavior of functionally graded saturated poroelastic circular plates under thermo-mechanical loading," *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, Vol. 236, No. 8, pp. 4313-4335, 2022.
- [26] Babaei, H., Jabbari, M., and Eslami, M. R. "The effect of porosity on elastic stability of toroidal shell segments made of saturated porous functionally graded materials," *Journal of Pressure Vessel Technology*, Vol. 143, No. 3, pp. 031501, 2021.
- [27] Jabbari, M., Rezaei, M., and Mojahedin, A. "Mechanical buckling of FG saturated porous rectangular plate with piezoelectric actuators," *Iranian Journal of Mechanical Engineering Transactions of the ISME*, Vol. 17, No. 2, pp. 46-66, 2016.
- [28] Jabbari, M., Rezaei, M., Mojahedin, A., and Eslami, M. R. "Mechanical buckling of FG saturated porous rectangular plate under temperature field," *Iranian Journal of Mechanical Engineering Transactions of the ISME*, Vol. 17, No. 1, pp. 61-78, 2016.
- [29] Rezaei, A. S., and Saidi, A. R. "Exact solution for free vibration of thick rectangular plates made of porous materials," *Composite Structures*, Vol. 134, pp. 1051-1060, 2015.
- [30] Rad, E. S., Saidi, A. R., Rezaei, A. S., and Askari, M. "Shear deformation theories for elastic buckling of fluid-infiltrated porous plates: An analytical approach," *Composite Structures*, Vol. 254, pp. 112829, 2020.
- [31] Akbari, H., Azadi, M., and Fahham, H. "Free vibration analysis of thick sandwich cylindrical panels with saturated FG-porous core," *Mechanics Based Design of Structures and Machines*, Vol. 50, No. 4, pp. 1268-1286, 2022.
- [32] Babaei, M., Asemi, K., and Kiarasi, F. "Dynamic analysis of functionally graded rotating thick truncated cone made of saturated porous materials," *Thin-Walled Structures*, Vol. 164, pp. 107852, 2021.
- [33] Babaei, M., Asemi, K., and Kiarasi, F. "Static response and free-vibration analysis of a functionally graded annular elliptical sector (5) با افزایش نسبت طول به عرض ورق، فرکانس ورق افزایش می‌یابد. در طول ثابت با کاهش عرض ورق، درجات آزادی سیستم کاهش یافته و در نتیجه سختی سیستم افزایش می‌یابد. در نتیجه با افزایش سختی سیستم، فرکانس نیز افزایش می‌یابد. روند تغییرات نشان می‌دهد که افزایش فرکانس در نسبت‌های طول به عرض کمتر با شیب ملایمی همراه است؛ اما با افزایش نسبت طول به عرض شیب تغییرات بیشتر می‌شود.

6- مراجع

- [1] Silva, E. C. N., Walters, M. C., and Paulino, G. H., "Modeling bamboo as a functionally graded material: lessons for the analysis of affordable materials," *Journal of Materials Science*, Vol. 41, pp. 6991-7004, 2006.
- [2] Oxman, N., Keating, S., and Tsai, E. "Functionally graded rapid prototyping," *Innovative developments in virtual and physical prototyping*, pp. 483-489, 2011.
- [3] Ali, M., Qamhiyah, A., Flugrad, D., and Shakoor, M. "Theoretical and finite element study of a compact energy absorber," *Advances in Engineering Software*, Vol. 39, No. 2, pp. 95-106, 2008.
- [4] Chen, P. Y., Lin, A. Y. M., Lin, Y. S., Seki, Y., Stokes, A. G., Peyras, J., Olevsky, E.A., Meyers, M.A., and McKittrick, J. "Structure and mechanical properties of selected biological materials," *Journal of the mechanical behavior of biomedical materials*, Vol. 1, No. 3, pp. 208-226, 2008.
- [5] Kalita, S. J., Bose, S., Hosick, H. L., and Bandyopadhyay, A. "Development of controlled porosity polymer-ceramic composite scaffolds via fused deposition modeling," *Materials Science and Engineering: C*, Vol. 23, No. 5, pp. 611-620, 2003.
- [6] Cui, L., Kiernan, S., and Gilchrist, M. D. "Designing the energy absorption capacity of functionally graded foam materials," *Materials Science and Engineering: A*, Vol. 507, No. 1-2, pp. 215-225, 2009.
- [7] Leong, K. F., Phua, K. K. S., Chua, C. K., Du, Z. H., and Teo, K. O. M. "Fabrication of porous polymeric matrix drug delivery devices using the selective laser sintering technique," *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part H: Journal of Engineering in Medicine*, Vol. 215, No. 2, pp. 191-192, 2001.
- [8] Khorshidi K., and Shabani Y. "Free vibration analysis of sandwich plates with magnetorheological smart fluid core by using modified shear deformation theory," *Journal of Science and Technology of Composites*, Vol. 8, No. 4, pp. 1826-1835, 2022.
- [9] Shabani Y., and Khorshidi K. "Free vibration analysis of rectangular doubly curved auxetic-core sandwich panels integrated with cnt-reinforced composite layers using galerkin method," *Journal of Science and Technology of Composites*, Vol. 8, No. 3, pp. 1686-1677, 2021.
- [10] Hashemi S., Jafari AA. "Nonlinear free vibration analysis of functionally graded rectangular plate using modified Lindstedt-Poincare method," *Journal of Science and Technology of Composites*, Vol. 6, No. 4, pp. 637-648, 2020.
- [11] Biot, M. A., and Willis, D. G. "The elastic coefficients of the theory of consolidation," 1957.
- [12] Mansutti, D., Pontrelli, G., and Rajagopal, K. R. "Steady flows of non-Newtonian fluids past a porous plate with suction or injection," *International journal for numerical methods in fluids*, Vol. 17, No. 11, pp. 927-941, 1993.
- [13] Schanz, M., and Diebels, S. "A comparative study of Biot's theory and the linear theory of porous media for wave propagation problems," *Acta Mechanica*, Vol. 161, No. 3, pp. 213-235, 2003.
- [14] Farzaneh Joubaneh, E., Mojahedin, A., Khorshidvand, A. R., and Jabbari, M. "Thermal buckling analysis of porous circular plate with piezoelectric sensor-actuator layers under uniform thermal load," *Journal of Sandwich Structures & Materials*, Vol. 17, No. 1, pp. 3-25, 2015.
- [15] Ebrahimi, F., and Jafari, A. "A higher-order thermomechanical vibration analysis of temperature-dependent FGM beams with porosities," *Journal of Engineering*, 2016.

- plate made of saturated porous material based on 3D finite element method," *Mechanics Based Design of Structures and Machines*, Vol. 51, No. 3, pp. 1272-1296, 2023.
- [34] Khorshidi, K., Bahrami, M., Eshaghi, M., and Ghasemi, M. "A comprehensive nonlocal surface-piezoelectricity model for thermal and vibration analyses of piezoelectric nanoplates," *Composite Structures*, Vol. 263, pp. 113654, 2021.
- [35] Khorshidi, K., Bahrami, M., Karimi, M., and Ghasemi, M. "A theoretical approach for flexural behavior of FG vibrating microplates with piezoelectric layers considering a hybrid length scale parameter," *Journal of Theoretical and Applied Vibration and Acoustics*, Vol. 6, No. 1, pp. 51-68, 2020.
- [36] Zhao, J., Wang, Q., Deng, X., Choe, K., Zhong, R., and Shuai, C. "Free vibrations of functionally graded porous rectangular plate with uniform elastic boundary conditions," *Composites Part B: Engineering*, Vol. 168, pp. 106-120, 2019.
- [37] Rezaei, A. S., and Saidi, A. R. "Exact solution for free vibration of thick rectangular plates made of porous materials," *Composite Structures*, Vol. 134, pp. 1051-1060, 2015.