



## اثر نسبت پواسون منفی بر پاسخ مکانیکی و رفتار آسیب چندلایه‌های کامپوزیتی کربن/اپوکسی تحت ضربه کم سرعت

رضا صارمیان<sup>1</sup>، مجید جمال امید<sup>2\*</sup>، جاماسب پیرکندی<sup>3</sup>، سید مهدی نبوی<sup>2</sup>، مهدی جهرمی<sup>3</sup>

1- دانشجوی دکتری، مجتمع دانشگاهی هوافضا، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران

2- دانشیار، مجتمع دانشگاهی هوافضا، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران

3- استادیار، مجتمع دانشگاهی هوافضا، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران

\* ایران، تهران، صندوق پستی 19395-6835، j\_omidi@mut.ac.ir، m.jamalomidi@gmail.com

### چکیده

### اطلاعات مقاله:

در این مقاله، اثر نسبت پواسون منفی بر پاسخ مکانیکی و بهبود رفتار آسیب چندلایه‌های کامپوزیتی کربن/اپوکسی تحت ضربه کم سرعت بررسی شده است. برای این منظور، یک کد متلب با هدف تعیین محدوده زوایای چیدمان برای دستیابی به هر دو نسبت پواسون منفی داخل صفحه و در ضخامت بر اساس تئوری کلاسیک لایه‌ای توسعه داده شده است. همچنین، مدل آسیب پیش‌رونده با استفاده از یک زیربرنامه VUMAT متشکل از معیار خرابی هاشین و پاک و مدل تکامل آسیب بر اساس روش کرنش معادل برای پیش‌بینی شروع و تکامل آسیب برای زمینه و الیاف نوشته و اجرا شده است. در فرآیند تحقیق، عملکرد ضربه‌پذیری چندلایه‌های آگرتیکی در مقایسه با چندلایه‌های کامپوزیتی با نسبت پواسون مثبت با چیدمان‌های متعامد و زاویه‌دار مورد ارزیابی قرار گرفته است. نتایج نشان داد در برخی از حالت‌های آسیب، رفتار آگرتیکی می‌تواند منجر به بهبود آسیب چندلایه‌های کامپوزیتی شود. بر اساس تجزیه و تحلیل نتایج، بیشترین مقدار آسیب لایه‌لایه‌شدن، کششی زمینه، فشاری زمینه و کششی الیاف به ترتیب در چندلایه زاویه‌دار، آگرتیکی در ضخامت، متعامد و آگرتیکی در ضخامت مشاهده شده است. در این بین، چندلایه‌های متعامد، زاویه‌دار و آگرتیکی در ضخامت با ویژگی‌هایی همچون نیروی ضربه زیاد، زمان ضربه کم، بیشینه جابه‌جایی کم و انرژی اتلاف‌شده کمتر نسبت به چندلایه آگرتیکی داخل صفحه، برای کاربرد در سازه‌هایی با رویکرد طراحی دیوار سخت مناسب هستند. همچنین، چندلایه آگرتیکی داخل صفحه با ویژگی‌هایی مانند نیروی ضربه کم، زمان ضربه زیاد، جابه‌جایی زیاد و انرژی اتلاف‌شده بیشتر نسبت به سایر چندلایه‌های کامپوزیتی، برای استفاده در سازه‌های فداشونده کاربردی و عملیاتی است.

دریافت: 1403/01/28

پذیرش: 1403/04/31

### کلیدواژگان

چندلایه‌های کامپوزیتی آگرتیکی،  
نسبت پواسون منفی،  
تحلیل اجزای محدود،  
ضربه کم سرعت

## Effect of negative Poisson's ratio on mechanical response and damage behavior of carbon/epoxy composite laminates under low-velocity impact

Reza Saremian<sup>1</sup>, Majid Jamal-Omidi<sup>2\*</sup>, Jamasb Pirkandi<sup>3</sup>, Seyed Mehdi Nabavi<sup>4</sup>, Mehdi Jahromi<sup>5</sup>

1,2,3,4,5-Faculty of Aerospace Engineering, Malek-Ashtar University of Technology, Tehran, Iran.

\* P.O.B. 19395- 6835, Tehran, Iran, j\_omidi@mut.ac.ir, m.jamalomidi@gmail.com

### Keywords

Auxetic composite laminates  
Negative Poisson's ratio  
Finite element analysis  
Low-velocity impact

### Abstract

In this paper, the effect of negative Poisson's ratio on the mechanical response and improving the damage behavior of carbon/epoxy composite laminates under low-velocity impact is studied. For this purpose, a MATLAB code is developed to determine the range of sequence angles to achieve both negative Poisson's ratio in-plane and through-thickness based on CLT. Also, the progressive damage model is written and implemented using the user-material subroutine-VUMAT consisting of Hashin and Puck failure criteria and the damage evolution model based on the equivalent strain method to predict the initiation and evolution of damage for matrix and fiber. In the research process, the impact resistance performance of auxetic laminates is evaluated in comparison with composite laminates with positive Poisson's ratio with cross-ply and angle-ply sequences. The results showed that in some damage modes, auxetic behavior can lead to the improvement of composite laminate damage. Based on the analysis of the results, the highest damage amount of delamination, matrix tension, matrix compression, and fiber tension damage is observed in angle-ply, through-thickness auxetic, cross-ply, and through-thickness auxetic laminates, respectively. Meanwhile, cross-ply, angle-ply, and through-thickness auxetic laminates with characteristics such as high impact force, low impact time, low maximum displacement, and less dissipated energy than in-plane auxetic laminate are suitable for use in structures with hardwall design approach. Also, the in-plane auxetic laminate with features such as low impact force, high impact time, high displacement, and more dissipated energy than other composite laminates, is practical and operational for use in sacrificial structure.

Please cite this article using:

برای ارجاع به مقاله از عبارت زیر استفاده کنید:

Saremian, R., Jamal-Omidi, M., Pirkandi, J., Nabavi, S. M., Jahromi, M., "Effect of negative Poisson's ratio on mechanical response and damage behavior of carbon/epoxy composite laminates under low-velocity impact," In Persian, Journal of Science and Technology of Composites, Vol. 11, No. 1, pp. 2429-2443, 2024. <https://doi.org/10.22068/JSTC.2024.2026596.1882>

## 1- مقدمه

در طول دو دهه گذشته، استفاده از مواد کامپوزیتی در کاربردهای صنعتی به‌طور قابل‌توجهی افزایش یافته است. این مواد، استحکام ویژه و مدول ویژه بسیار بالاتری نسبت به معادل‌های فلزی خود دارند [1]. در حال حاضر، تقاضا برای مواد سبک‌وزن با استحکام بالا برای کاربردهای خاص در بازار رو به افزایش است. از این‌رو، کامپوزیت‌های تقویت‌شده با الیاف مصنوعی یا طبیعی اهمیت بیشتری پیدا کرده‌اند. طیف گسترده‌ای از ویژگی‌های متنوع باعث شده است که کامپوزیت‌ها در صنایع هوا-فضا، خودروسازی، عمرانی، زیست‌پزشکی، دریایی و بسیاری از صنایع تولیدی دیگر کاربرد پیدا کنند. عملکرد مناسب کامپوزیت‌های تقویت‌شده با الیاف در زمینه‌های کاربردی متعدد، آن‌ها را به جایگزینی امیدوارکننده نسبت به فلزات یا آلیاژها تبدیل کرده است [2-5].

برخلاف کامپوزیت‌های زمینه فلزی و سرامیکی، کامپوزیت‌های زمینه پلیمری<sup>1</sup> (PMCs) رایج‌ترین مواد مورد استفاده در صنایع مختلف هستند. به دلیل کیفیت عالی و فرآوری نسبتاً ساده آن‌ها، استفاده از PMCs در صنایع مختلف مرسوم است. زیرا، این مواد دارای ویژگی‌های مکانیکی قوی و چگالی کم هستند [6،1]. PMCs تقویت‌شده با الیاف کربن<sup>2</sup> (CFRP)، به دلیل وزن کم، دوام بالا، مقاومت حرارتی خوب و خواص مکانیکی بالا، به‌طور گسترده در سازه‌های هواپیما مورد استفاده قرار می‌گیرند [7]. امروزه، استفاده از CFRP در بدنه هواپیما و قطعات موتور برای کاهش مصرف سوخت هواپیما افزایش یافته است [8]. با توجه به اهمیت معیار وزن در صنایع هوا-فضا، استفاده از کامپوزیت‌ها در این صنایع از اهمیت بسزایی برخوردار است. با این حال، این مواد دارای اشکال عمده شکننده بودن<sup>3</sup> و به‌ویژه حساس به ضربه هستند. این میزان حساسیت به ضربه، منجر به ابعاد بیش از اندازه بزرگ و در نتیجه، کاهش قابلیت آن‌ها برای اطمینان از استحکام باقی‌مانده پس از ضربه و همچنین موجب پیچیدگی تعمیر آسیب ناشی از ضربه می‌شود [9،10].

بر اساس تئوری کلاسیک کشسانی<sup>4</sup>، نسبت پواسون<sup>5</sup>، نسبت بین کرنش جانبی ( $\epsilon_t$ ) و کرنش محوری ( $\epsilon_l$ ) با علامت منفی- برای مواد همسانگرد<sup>6</sup> در محدوده -1 تا 0.5 است [12،11]. به‌طوری‌که، نسبت پواسون منفی در مواد کشسان خطی و مواد همسانگرد مجاز است. بیشتر مواد معمولی، تحت فشار (کشش) حجیم (کم‌حجم) می‌شوند و بنابراین رفتار نسبت پواسون مثبتی از خود نشان می‌دهند. در مقابل، مواد با نسبت پواسون منفی (آگزتیکی یا پادکشسان) تحت بارگذاری محوری، رفتار متناقضی از خود نشان می‌دهند. این مواد، تحت فشار (کشش) کم‌حجم (حجیم) می‌شوند. مواد آگزتیکی دارای یک نوع ویژگی تغییرشکل منحصربه‌فرد تحت اثر فرورفتگی هستند؛ به‌طوری‌که، مواد در اطراف ناحیه اعمال بار تمایل دارند به سمت نقطه محل اثر نیرو (ضربه) متمرکز شوند که باعث افزایش قابل توجه سختی موضعی<sup>7</sup> می‌شود. در صورتی که در شرایط بارگذاری مشابه، مواد با نسبت پواسون مثبت به سمت بیرون گسترش می‌یابند و فرورفتگی را آسان‌تر می‌کنند [13].

چندلایه‌های کامپوزیتی زاویه‌دار می‌توانند به دلیل ناهمسانگردی زیاد تک لایه و همچنین عدم تطابق<sup>8</sup> در کرنش بین لایه‌های مجاور، برای تولید نسبت

پواسون منفی طراحی شوند. تسای<sup>9</sup> و هان<sup>11</sup> [14]، دونگوا<sup>12</sup> [15]، ایوانز<sup>13</sup> [16] و برخی از محققین دیگر [17-20]، مقدار نسبت پواسون داخل صفحه،  $\nu_{12}$  منفی در چندلایه‌های زاویه‌دار<sup>14</sup> را استخراج نمودند. دونگوا [15]، تغییرات  $\nu_{12}$  را برای یک محدوده‌ی زاویه  $\theta$  [±θ] با دستگاه مختصات عمومی (کلی)<sup>15</sup> چندلایه، مدل نمود. وی گزارش داد که نسبت پواسون داخل صفحه منفی بین زاویه‌های 35 تا 50 درجه با دستگاه مختصات عمومی رخ می‌دهد. بیشترین نسبت پواسون منفی برای  $\theta$  برابر 25 درجه، با مقدار -0.245، در یک زاویه بارگذاری 40 درجه با دستگاه مختصات عمومی ملاحظه گردید. همچنین، مقدار نسبت پواسون برای زاویه‌های کوچک‌تر جهت‌گیری الیاف، جایی که  $\theta$  در محدوده 15-10 درجه قرار دارد، به‌طور قابل‌توجهی کاهش داشته است.

تسای و هان [14]، هراکوویچ<sup>16</sup> [21]، هرکاتی<sup>17</sup> [22]، کُنن<sup>18</sup> [23] و برخی محققین دیگر [15،16،24،25]، وجود نسبت پواسون در ضخامت منفی در چندلایه‌های زاویه‌دار را به‌صورت تجربی، تحلیلی<sup>19</sup> یا به‌روش اجزای محدود مطالعه کردند. هرکاتی [22]، با استفاده از چندلایه‌های زاویه‌دار با الیاف کولار، شیشه و کربن، کمترین مقدار نسبت پواسون منفی را برای مقادیر مختلف  $\theta$  [±θ] گزارش نمود. هراکوویچ [21]، با استفاده از تئوری چندلایه دوبعدی و معادلات ساختاری سه‌بعدی، چندلایه‌هایی با مقادیر  $\nu_{13}$  منفی مدل کرد و گزارش داد که  $\nu_{13}$  به‌طور اساسی با جهت‌گیری الیاف تغییر می‌کند. هراکوویچ [21] نشان داد که مقادیر نسبت پواسون در ضخامت منفی برای زاویه جهت‌گیری الیاف،  $\theta$ ، در محدوده 15 تا 40 درجه ممکن است و در چندلایه‌های متقارن ساده، به دلیل درجه بالای جفت‌شدگی برشی-عمودی<sup>20</sup> و اثر محدودکننده لایه‌های مجاور است.

تاکنون، بیشتر پژوهش‌های انجام‌شده در حوزه بررسی مقاومت به‌ضربه سازه‌های کامپوزیتی آگزتیکی معطوف به ساختارهای مشبک یا متخلخل آگزتیکی هستند. درحالی‌که، یک راه‌حل برای افزایش مقاومت به‌ضربه کامپوزیت‌ها می‌تواند طراحی چندلایه‌های کامپوزیتی زاویه‌دار با رفتار آگزتیکی باشد که کمتر به آن پرداخته شده است. در این زمینه، آلدسون و همکاران [26]، مقاومت به‌ضربه با سرعت کم چندلایه‌های کامپوزیتی آگزتیکی CFRP با نسبت پواسون‌های نزدیک به صفر و مثبت را به‌صورت تجربی مورد بررسی و مقایسه قرار دادند. نتایج نشان داد که در سطوح پایین انرژی ضربه، مقاومت به‌ضربه چندلایه‌های آگزتیکی بهتر است که می‌تواند نشان از یک وابستگی به نرخ در پاسخ چندلایه‌های آگزتیکی باشد. وانگ [27]، اثر نسبت پواسون در ضخامت منفی بر روی رفتار ضربه‌ای کم سرعت چندلایه‌های کامپوزیتی CFRP را به‌صورت عددی بررسی نمود. نتایج تحلیل‌های اجزای محدود نشان داد که آسیب کششی الیاف و زمینه در چندلایه‌های آگزتیکی در مقایسه با چندلایه‌های غیر آگزتیکی به‌طور متوسط تا 40 درصد کاهش می‌یابد. همچنین، ملاحظه شد که چندلایه‌های آگزتیکی مزیت آشکاری در کاهش آسیب لایه‌لایه‌شدن یا آسیب فشاری زمینه ندارند. لین و همکاران [28]، اثر نسبت پواسون داخل صفحه منفی بر رفتار ضربه‌ای با سرعت کم چندلایه‌های کامپوزیتی CFRP را به‌صورت عددی مورد بررسی قرار دادند. در فعالیت

11 Hahn

12 Donoghue

13 Evans

14 Angle-ply laminate

15 Off-axis

16 Herakovich

17 Harkati

18 Coenen

19 Analytical

20 High degree of normal-shear coupling

1 Polymer matrix composites (PMCs)

2 Carbon fiber reinforced polymer

3 Durability

4 Being fragile

5 Classical theory of elasticity

6 Poisson's ratio

7 Isotropic

8 Local hardness

9 Mismatch

10 Tsai

## 2- نسبت پواسون داخل صفحه منفی، $\nu_{21}$ ، چندلایه‌ها

بر اساس روابط CLT [14]، رابطه تنش-کرنش در دستگاه مختصات عمومی مطابق با معادله (1) است.

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{16} \\ S_{21} & S_{22} & S_{26} \\ S_{61} & S_{62} & S_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} \quad (1)$$

که در آن،  $S$  ماتریس سازگاری<sup>7</sup> است. همچنین، رابطه تنش-کرنش در دستگاه مختصات عمومی برای یک کامپوزیت تک‌جهت بر حسب ثابت‌های مهندسی در معادله (2) آورده شده است.

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & -\frac{\nu_{12}}{E_2} & \frac{\nu_{16}}{E_6} \\ -\frac{\nu_{21}}{E_1} & \frac{1}{E_2} & \frac{\nu_{26}}{E_6} \\ \frac{\nu_{61}}{E_1} & \frac{\nu_{62}}{E_2} & \frac{1}{E_6} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} \quad (2)$$

با توجه به تقارن ماتریس سازگاری، می‌توان نوشت:

$$S_{12} = S_{21}, \quad S_{16} = S_{61}, \quad S_{26} = S_{62} \quad (3)$$

اندیس‌های نسبت‌های پواسون تقارن ندارند. زیرا تقارن ماتریس سازگاری منجر به معادله‌های متقابل (4) می‌شود.

$$\frac{\nu_{21}}{\nu_{12}} = \frac{E_1}{E_2} = \frac{S_{22}}{S_{11}}, \quad \frac{\nu_{61}}{\nu_{16}} = \frac{E_1}{E_6} = \frac{S_{66}}{S_{11}}, \quad \frac{\nu_{62}}{\nu_{26}} = \frac{E_2}{E_6} = \frac{S_{66}}{S_{22}} \quad (4)$$

رابطه تنش-کرنش داخل صفحه برای یک چندلایه به صورت رابطه بین منتهجه تنش<sup>8</sup> و کرنش داخل صفحه است. رابطه تنش-کرنش داخل صفحه چندلایه‌های متقارن بر حسب سفتی، مطابق با معادله (5) است.

$$\begin{bmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} \\ A_{21} & A_{22} & A_{26} \\ A_{61} & A_{62} & A_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_6 \end{bmatrix} \quad (5)$$

که در آن،  $N$  و  $A$  به ترتیب منتهجه تنش و ماتریس سفتی داخل صفحه<sup>9</sup> برای یک چندلایه کامپوزیتی هستند. معادله (5) بر حسب سفتی چندلایه است که با معکوس کردن آن، ماتریس سازگاری متناظر مطابق با معادله (6) به دست می‌آید.

$$a = A^{-1} \quad (6)$$

این روابط تنش-کرنش برای تغییر شکل داخل صفحه چندلایه‌های متقارن هستند. بر اساس معادله (6)، ثابت‌های مهندسی مؤثر<sup>6</sup> شامل: سفتی طولی<sup>7</sup> مؤثر داخل صفحه، سفتی عرضی<sup>8</sup> مؤثر داخل صفحه، سفتی برشی<sup>9</sup> مؤثر داخل صفحه، نسبت پواسون مؤثر داخل صفحه، ضریب جفت‌شدگی برشی<sup>10</sup> مؤثر داخل صفحه و ضریب جفت‌شدگی قائم<sup>11</sup> مؤثر داخل صفحه به ترتیب در معادله (7) آورده شده است.

انجام شده، به منظور مقایسه خواص مکانیکی، چندلایه‌های کامپوزیتی با نسبت پواسون مثبت نیز مورد بررسی و تحلیل قرار گرفتند. نتایج نشان داد که نواحی آسیب لایه‌لایه‌شدن در سطح مشترک‌های بالا و پایین و آسیب نواحی فشاری زمینه در لایه‌های بالا و پایین چندلایه‌های آگرتیکی داخل صفحه در انرژی‌های ضربه 5 و 8 ژول به ترتیب به طور میانگین 12.6 درصد و 38 درصد کاهش داشته است. همچنین برای انرژی ضربه 5 ژول، نواحی آسیب کششی زمینه چندلایه‌های آگرتیکی داخل صفحه در دو لایه بالا و دو لایه پایین کاهش داشته است. علاوه بر این، نواحی آسیب کششی الیاف چندلایه‌های آگرتیکی داخل صفحه به طور میانگین 14.6 درصد کاهش را نشان داده است.

تاکنون پژوهش‌های زیادی به بررسی رفتار و عملکرد چندلایه‌های متعامد<sup>1</sup> تحت شرایط بارگذاری ضربه‌ای پرداخته‌اند [29-33]. همچنین، شرکت جنرال الکتریک به منظور مهار ضربه ناشی از جدایش پره فن موتور، از چندلایه‌های زاویه‌دار کربن/اپوکسی با زاویه قرارگیری الیاف در راستای  $\pm 60^\circ$  درجه در طراحی پوسته فن موتور جت استفاده کرده است. پیشرفتی که می‌تواند باعث کاهش قابل توجه وزن، کاهش مصرف سوخت و افزایش دوام موتور شود [34]. در این راستا، در این تحقیق به منظور بررسی و ارزیابی عملکرد ضربه‌پذیری چندلایه‌های آگرتیکی در مقابل چندلایه‌های غیرآگرتیکی، چندلایه‌های کامپوزیتی با چیدمان‌های متعامد و زاویه‌دار (با زاویه  $\pm 60^\circ$  درجه) انتخاب شده است.

با توجه به هزینه‌های بالای آزمون‌های تجربی و همچنین دشوار بودن ثبت رفتار آسیب پیش‌رونده در حین آزمون‌های بارگذاری ضربه‌ای، بسیاری از محققین به منظور مطالعه رفتار و پاسخ کامپوزیت‌ها در شرایط بارگذاری ضربه‌ای به توسعه روش‌های عددی پرداختند. تاکنون مطالعات محدودی در خصوص عملکرد ضربه‌پذیری چندلایه‌های کامپوزیتی آگرتیکی CFRP تحت ضربه با سرعت کم انجام شده است. بنابراین، چگونگی روند آسیب در این نوع چندلایه‌ها تا حد زیادی ناشناخته باقی مانده است. از این رو، دستیابی به یک درک درست از رفتار آسیب چندلایه‌های کامپوزیتی آگرتیکی CFRP منجر به بهبود عملکرد و استفاده از آن‌ها در کاربردهای سازه‌ای مقاوم به ضربه خواهد شد. در این راستا، در تحقیق حاضر مطالعه اثر نسبت پواسون منفی بر پاسخ مکانیکی با هدف بهبود رفتار آسیب چندلایه‌های کامپوزیتی تحت اثر ضربه با سرعت کم مورد توجه قرار گرفته است. برای این کار، در ابتدا یک مدل به منظور مشخص نمودن محدوده زوایای قرارگیری الیاف برای دستیابی به هر دو نسبت پواسون داخل صفحه منفی و در ضخامت منفی بر اساس تئوری کلاسیک لایه‌ای<sup>2</sup> (CLT) توسعه داده شده است. بر این اساس، چیدمان‌هایی که بیشترین مقدار منفی نسبت پواسون داخل صفحه و در ضخامت را دارند، استخراج شده است. همچنین، برای بررسی فرآیند رخداد آسیب چندلایه‌ها، مدل آسیب پیش‌رونده با استفاده از یک زیربرنامه VUMAT متشکل از معیار خرابی هاشین و پاک و مدل تکامل آسیب بر اساس روش کرنش معادل نوشته و اجرا شده است.

<sup>7</sup> Longitudinal modulus

<sup>8</sup> Transverse modulus

<sup>9</sup> Shear modulus

<sup>10</sup> Shear coupling coefficient

<sup>11</sup> Normal coupling coefficient

<sup>1</sup> Cross-ply laminate

<sup>2</sup> Classical lamination theory (CLT)

<sup>3</sup> Compliance matrix

<sup>4</sup> Stress resultant

<sup>5</sup> In-plane modulus matrix

<sup>6</sup> Effective engineering constants

که در آن،

$$\varepsilon = \varepsilon_i = \{\varepsilon_1 \quad \varepsilon_2 \quad \varepsilon_3 \quad \varepsilon_6\}^T, \quad N = N_i = \{N_1 \quad N_2 \quad N_3 \quad N_6\}^T \quad (16)$$

ضرایب خارج از صفحه، در ماتریس سفتی داخل صفحه  $A$ ، ماتریس سفتی جفت‌شدگی  $B$  و ماتریس سفتی خمشی  $D$  کامپوزیت گنجانده شده است (معادله (17)).

$$A = A_{ij} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} & A_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{23} & A_{26} \\ A_{13} & A_{23} & A_{33} & A_{36} \\ A_{16} & A_{26} & A_{36} & A_{66} \end{bmatrix}, \quad B = B_{ij} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{13} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{23} & B_{26} \\ B_{13} & B_{23} & B_{33} & B_{36} \\ B_{16} & B_{26} & B_{36} & B_{66} \end{bmatrix}, \quad D = D_{ij} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} & D_{16} \\ D_{12} & D_{22} & D_{23} & D_{26} \\ D_{13} & D_{23} & D_{33} & D_{36} \\ D_{16} & D_{26} & D_{36} & D_{66} \end{bmatrix} \quad (17)$$

بنابراین، نسبت‌های پواسون مؤثر در ضخامت بر اساس معادله (18) قابل استخراج هستند.

$$v_{31}^{eff} = -\frac{\alpha_{31}}{\alpha_{11}}, v_{32}^{eff} = -\frac{\alpha_{32}}{\alpha_{22}} \quad (18)$$

درایه‌های ماتریس‌های سفتی  $A$ ،  $B$  و  $D$  در معادله (17)، با انتگرال‌گیری نشان داده شده در معادله (19) به‌دست می‌آیند.

$$[A_{ij}, B_{ij}, D_{ij}] = \int_{-h/2}^{h/2} Q_{ij}[1, z, z^2] dz \quad (19)$$

که در آن،  $Q_{ij}$  ضرایب سفتی در دستگاه مختصات عمومی منتقل‌شده از ماتریس سفتی در دستگاه مختصات محلی<sup>۴</sup>،  $Q$ ، برای گروه لایه نام هستند. مطابق با معادله (20)، ضرایب  $Q_{ij}$  بر اساس ضرایب سفتی در دستگاه مختصات محلی و زاویه لایه محاسبه می‌شوند.

$$\begin{aligned} Q_{11} &= Q_{xx}m^4 + (2Q_{xy} + 4Q_{ss})m^2n^2 + Q_{yy}n^4, \\ Q_{22} &= Q_{yy}m^4 + (2Q_{xy} + 4Q_{ss})m^2n^2 + Q_{xx}n^4, \\ Q_{33} &= Q_{zz}, \\ Q_{66} &= (Q_{xx} + Q_{yy} - 2Q_{xy} - 2Q_{ss})m^2n^2 \\ &+ Q_{ss}(m^4 + n^4), \\ Q_{12} &= (Q_{xx} + Q_{yy} - 4Q_{ss})m^2n^2 + Q_{xy}(m^4 + n^4), \\ Q_{13} &= Q_{xz}m^2 + Q_{yz}n^2, \\ Q_{16} &= (Q_{xx} - Q_{xy} - 2Q_{ss})m^3n \\ &+ (Q_{xy} - Q_{yy} - 2Q_{ss})mn^3, \\ Q_{23} &= Q_{yz}m^2 + Q_{xz}n^2, \\ Q_{26} &= (Q_{xx} - Q_{xy} - 2Q_{ss})mn^3 \\ &+ (Q_{xy} - Q_{yy} + 2Q_{ss})m^3n, \\ Q_{36} &= (Q_{xz} - Q_{yz})mn \end{aligned} \quad (20)$$

where  $m = \cos \theta$ ,  $n = \sin \theta$

$$\begin{aligned} E_1^{eff} &= \frac{1}{a_{11}h}, E_2^{eff} = \frac{1}{a_{22}h}, E_6^{eff} = \frac{1}{a_{66}h}, \\ v_{21}^{eff} &= -\frac{a_{21}}{a_{11}}, v_{12}^{eff} = -\frac{a_{12}}{a_{22}}, \\ v_{61}^{eff} &= \frac{a_{61}}{a_{11}}, v_{62}^{eff} = \frac{a_{62}}{a_{22}}, \\ v_{16}^{eff} &= \frac{a_{16}}{a_{66}}, v_{66}^{eff} = \frac{a_{26}}{a_{66}} \end{aligned} \quad (7)$$

در این روابط  $h$  ضخامت کل چندلایه است.

### 3- نسبت پواسون در ضخامت منفی، $v_{31}$ چندلایه‌ها

به‌منظور مطالعه اثر نسبت پواسون در ضخامت منفی چندلایه‌ها، روابط CLT [14] به‌صورت سه‌بعدی گسترش یافته است [35]. برای چندلایه‌ها با چیدمان دلخواه رابطه بین بار و تغییرشکل مطابق با معادله (8) است.

$$\begin{Bmatrix} N \\ M \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ B & D \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon \\ \kappa \end{Bmatrix} \quad (8)$$

که در آن،  $M$ ،  $A$ ،  $D$ ،  $B$  و  $\kappa$  به‌ترتیب ممان خمشی، ماتریس سفتی کششی<sup>۱</sup>، ماتریس سفتی خمشی<sup>۲</sup>، ماتریس سفتی جفت‌شدگی<sup>۳</sup> و انحنا برای یک چندلایه کامپوزیتی هستند. بر اساس معادله (8)، معادله‌های (9) و (10) به‌صورت زیر به‌دست می‌آیند.

$$\varepsilon = aN - aB\kappa \quad (9)$$

که در آن،  $a$  ماتریس سازگاری متناظر با ماتریس سفتی کششی است.

$$M = BaN + (D - BaB)\kappa \quad (10)$$

مطابق با معادله (11)، معادله‌های (9) و (10) را می‌توان به‌صورت ماتریسی نمایش داد.

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon \\ M \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} a & -aB \\ Ba & D - BaB \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} N \\ \kappa \end{Bmatrix} \quad (11)$$

رابطه موجود در معادله (11) یک معکوس جزئی از معادله (8) است. به‌منظور استخراج معکوس کامل، بر اساس معادله (11) معادله‌های (12) و (13) به‌دست می‌آیند.

$$\kappa = -(D - BaB)^{-1}BaN + (D - BaB)^{-1}M \quad (12)$$

$$\varepsilon = [a + aB(D - BaB)^{-1}Ba]N - aB(D - BaB)^{-1}M \quad (13)$$

نمایش ماتریسی معادله‌های (11) تا (13) به‌صورت معادله (14) است.

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon \\ \kappa \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} a + aB(D - BaB)^{-1}Ba & -aB(D - BaB)^{-1} \\ -(D - BaB)^{-1}Ba & (D - BaB)^{-1} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} N \\ M \end{Bmatrix} \quad (14)$$

در صورتی که ممان خمشی به چندلایه اعمال نشود، بردار کرنش مطابق معادله (15) به‌دست می‌آید.

$$\varepsilon = (a + aB(D - BaB)^{-1}Ba)N = \alpha N \quad (15)$$

<sup>3</sup> Coupling modulus matrix

<sup>4</sup> On-axis

<sup>1</sup> Extension modulus matrix

<sup>2</sup> Flexural modulus matrix

چنین موادی دارای پنج ثابت مهندسی مستقل است. با تعریف متغیرهای آسیب مختلف برای در نظر گرفتن تنزل مواد<sup>7</sup> در طول بارگذاری بعدی، معادلات ساختاری اصلاح شده<sup>8</sup> را می‌توان برای بیان رابطه تنش-کرنش لایه آسیب دیده استفاده کرد. بر این اساس، ماتریس سفتی تنزل یافته در معادله (26) نشان داده شده است.

$$C_d = \frac{1}{\Delta} \times \begin{bmatrix} d_f E_{xx}(1 - d_m v_{yz} v_{zy}) & d_f d_m E_{xx}(v_{yx} + v_{yz} v_{zx}) \\ d_m E_{yy}(1 - d_f v_{xz} v_{zy}) & \\ & sym \\ d_f E_{xx}(v_{zx} + d_f v_{yx} v_{zy}) & 0 \\ d_m E_{yy}(v_{zy} + d_f v_{xy} v_{zx}) & 0 \\ E_{zz}(1 - d_f d_m v_{xy} v_{yx}) & \Delta d_f d_m G_{xy} \\ & \\ & \\ & \\ & \\ \Delta d_f d_m G_{yz} & \Delta d_f d_m G_{xz} \end{bmatrix}_{6 \times 6} \quad (26)$$

که در آن،  $d_f$  و  $d_m$  به صورت زیر تعریف می‌شوند.

$$\begin{cases} d_f = (1 - d_{ft})(1 - d_{fc}), \\ d_m = (1 - S_{mt} d_{mt})(1 - S_{mc} d_{mc}), \\ \Delta = 1 - d_f d_m v_{xy} v_{yx} - d_m v_{yz} v_{zy} - d_f v_{xz} v_{zx} \\ - 2d_f d_m v_{yx} v_{zy} v_{xz} \end{cases} \quad (27)$$

که در آن،  $d_{ft}$ ،  $d_{fc}$ ،  $d_{mt}$  و  $d_{mc}$  به ترتیب متغیرهای آسیب برای الیاف و زمینه در حالت‌های کششی و فشاری هستند. پارامترهای  $d_{ft}$ ،  $d_{fc}$ ،  $d_{mt}$  و  $d_{mc}$  با روش‌های تکامل آسیب به دست می‌آیند. همچنین، ضرایب  $S_{mt}$  و  $S_{mc}$  برای از بین بردن اعوجاج عنصر<sup>9</sup> مربوط به تنزل سفتی برشی<sup>10</sup> معرفی شده‌اند. که مقادیر آن‌ها به ترتیب 0.9 و 0.5 در نظر گرفته شده است [37، 38]. تکامل آسیب، روشی را تعریف می‌کند که در آن سفتی چندلایه پس از شروع آسیب تنزل<sup>11</sup> می‌یابد. اغلب روش‌های تکامل آسیب سفتی ماده را در جهت رشد آسیب ناشی از حالت‌های مختلف آسیب، کاهش می‌دهند و در نتیجه ظرفیت حمل بار ماده کامپوزیت کاهش می‌یابد. در این تحقیق، از رویکرد کرنش معادل بر اساس انرژی شکست بحرانی عنصر [39]، برای مطالعه تکامل آسیب چندلایه‌ها استفاده شده است. که در آن متغیر آسیب مطابق با معادله (28) تعیین می‌شود:

$$d_i = \frac{\varepsilon_{eq,i}^f (\varepsilon_{eq,i} - \varepsilon_{eq,i}^0)}{\varepsilon_{eq,i} (\varepsilon_{eq,i}^f - \varepsilon_{eq,i}^0)} \quad (28)$$

با داشتن درایه‌های ماتریس سازگاری بر اساس معادله (20)، ماتریس سفتی با محاسبه معکوس ماتریس سازگاری حاصل می‌شود (معادله (21)).

$$Q = S^{-1} \quad (21)$$

#### 4- مدل آسیب کامپوزیت

به طور کلی دو نوع آسیب در چندلایه‌های کامپوزیتی وجود دارد که شامل آسیب لایه‌ای<sup>1</sup> و آسیب بین‌لایه‌ای<sup>2</sup> است. آسیب لایه‌ای شامل ترک‌های زمینه و شکسته شدن الیاف در کشش و فشار است. در حالی که، آسیب بین‌لایه‌ای به دلیل لایه‌لایه شدن چندلایه است. آسیب داخل لایه‌ای<sup>3</sup> شامل دو قسمت است؛ شروع آسیب که با یکی از معیارهای خرابی تعیین می‌شود و قسمت پیش‌رونده آسیب که می‌تواند خطی یا نمایی باشد. همچنین، آسیب بین‌لایه‌ای شامل دو بخش است؛ شروع آسیب که با یکی از معیارهای خرابی بین‌لایه‌ای مشخص می‌شود و قسمت پیش‌رونده آسیب که با روش‌های مبتنی بر انرژی تعیین می‌شود.

#### 4-1 مدل آسیب برای یک لایه

در این تحقیق، رفتار رخداد آسیب یک تک‌لایه تک‌جهته از الیاف کربن با استفاده از یک زیر برنامه VUMAT نوشته شده و به عنوان ابزار به کار گرفته شده است. معیار خرابی آسیب هاشین سه‌بعدی<sup>4</sup> برای حالت‌های خرابی الیاف و معیار پاک برای حالت‌های خرابی زمینه - به دلیل پیش‌بینی بهتر آسیب مواد زمینه برای ضربه فشاری عرضی<sup>5</sup> [36]- استفاده شده است. روابط مورد استفاده برای پیش‌بینی رخداد آسیب الیاف و زمینه به شرح زیر است:

- کشش الیاف

$$r_{ft} = \left( \frac{\sigma_{xx}}{X_T} \right)^2 + \left( \frac{\sigma_{xy}}{S_{xy}} \right)^2 + \left( \frac{\sigma_{xz}}{S_{xz}} \right)^2, \quad \sigma_{xx} > 0 \quad (22)$$

- فشار الیاف

$$r_{fc} = \frac{|\sigma_{xx}|}{X_C}, \quad \sigma_{xx} < 0 \quad (23)$$

- کشش زمینه

$$r_{mt} = \left[ \left( \frac{\sigma_{xx}}{2X_T} \right)^2 + \frac{\sigma_{yy}^2}{|Y_T Y_C|} + \left( \frac{\sigma_{xy}}{S_{xy}} \right)^2 \right] + \sigma_{yy} \left( \frac{1}{Y_T} + \frac{1}{Y_C} \right), \quad (\sigma_{xx} + \sigma_{yy}) > 0 \quad (24)$$

- فشار زمینه

$$r_{mc} = \left[ \left( \frac{\sigma_{xx}}{2X_T} \right)^2 + \frac{\sigma_{yy}^2}{|Y_T Y_C|} + \left( \frac{\sigma_{xy}}{S_{xy}} \right)^2 \right] + \sigma_{yy} \left( \frac{1}{Y_T} + \frac{1}{Y_C} \right), \quad (\sigma_{xx} + \sigma_{yy}) < 0 \quad (25)$$

برای یک کامپوزیت چندلایه تک‌جهته، هر لایه به طور کلی به عنوان یک ماده همسانگرد عرضی<sup>6</sup> در نظر گرفته می‌شود. بنابراین، ماتریس سفتی

<sup>1</sup> Laminar

<sup>2</sup> Inter-laminar

<sup>3</sup> Intra-laminar

<sup>4</sup> The 3D Hashin damage failure criterion

<sup>5</sup> Transverse compressive impact

<sup>6</sup> Transversely isotropic material

<sup>7</sup> Material degradation

<sup>8</sup> Modified constitutive equations

<sup>9</sup> Eliminate element distortion

<sup>10</sup> Shear stiffness degradation

<sup>11</sup> Degrades

چیدمان‌ها و خواص مؤثر چندلایه‌های کامپوزیتی CFRP غیرآگزتیکی و آگزتیکی در جدول 2 آورده شده است.

جدول 1 خواص مکانیکی لایه تک‌جهته T700GC/M21 [42]

Table 1 Mechanical properties of the T700GC/M21 UD lamina [42]		Property	Values
Composite lamina	Density		$\rho = 1600 \text{ kg/m}^3$
	Modulus		$E_{xx} = 130 \text{ GPa}, E_{yy} = E_{zz} = 7.7 \text{ GPa},$ $G_{xy} = G_{xz} = 4.8 \text{ GPa}, G_{yz} = 3.8 \text{ GPa}$
Composite lamina	Poisson's ratio		$\nu_{xy} = \nu_{xz} = 0.33, \nu_{yz} = 0.35$
	Strength		$X_T = 2080 \text{ MPa}, X_C = 1250 \text{ MPa},$ $Y_T = 60 \text{ MPa}, Y_C = 140 \text{ MPa}$ $S_{xy} = S_{xz} = S_{yz} = 110 \text{ MPa}$
Composite lamina	Fracture energy		$G_{ft} = 133 \text{ N/mm}, G_{fc} = 40 \text{ N/mm},$ $G_{mt} = 0.6 \text{ N/mm}, G_{mc} = 2.1 \text{ N/mm}$
	Modulus		$E = 5 \text{ GPa}$
Interface	Strength		$t_n^0 = t_s^0 = t_t^0 = 30 \text{ MPa}$
	Fracture energy		$G_n^c = 0.6 \text{ N/mm}, G_s^c = 2.1 \text{ N/mm}$

### 6- شبیه‌سازی عددی ضربه کم سرعت

به‌منظور بررسی اثر نسبت پواسون منفی مؤثر بر رفتار و عملکرد ضربه‌پذیری چندلایه‌های کامپوزیتی CFRP تحت شرایط ضربه کم سرعت، شبیه‌سازی عددی با استفاده از روش اجزای محدود در نرم‌افزار آباکوس انجام شده است. در این بخش، ابتدا به‌منظور صحت‌سنجی فرآیند شبیه‌سازی عددی، از نتایج تحقیق انجام‌شده توسط هونگ کارنجاناکول<sup>9</sup> و همکاران [42] روی صفحه کامپوزیتی با چیدمان  $[0_2/45_2/90_2/-45_2]_s$  و ابعاد هندسی  $150 \times 100 \times 4$  میلی‌متر تحت ضربه کم سرعت استفاده شده است. در ادامه با توجه به اهداف تحقیق، به بررسی چیدمان‌های ارائه‌شده در جدول 2 پرداخته شده است.

در فرآیند مدل‌سازی چندلایه‌ها برای ساده‌کردن مدل و راندمان محاسباتی بهتر، با توجه به چیدمان‌های موردبررسی هر دو لایه مجاور با جهت الیاف یکسان به‌عنوان یک لایه در نظر گرفته شده است. در نتیجه، مدل نهایی در مجموع دارای هشت لایه و ضخامت هر لایه 0.5 میلی‌متر است. به‌منظور بررسی آسیب، از مدل آسیب پیش‌رونده‌ایی که با استفاده از زیربرنامه VUMAT نوشته شده، بهره گرفته شده است. خواص ماده مورداستفاده در فرآیند شبیه‌سازی عددی در جدول 1 آورده شده است. در این کار، پرتابه فولادی با سر نیمه‌کره‌ای با قطر 16 میلی‌متر و جرم متمرکز 2 کیلوگرم بر اساس اطلاعات مرجع [42]، مدل‌سازی شده است. سرعت پرتابه 5 متر بر ثانیه است که نشان‌دهنده انرژی ضربه‌ای 25 ژول است. صفحه کامپوزیتی، متناظر با شرایط اعمالی در مرجع [42] در بالای یک قاب صلب قرار گرفته و تمام درجات آزادی قاب صلب بسته شده است. همچنین، برای جلوگیری از حرکت خارج از صفحه چندلایه، جابه‌جایی گره‌ها بر روی مکان‌های مشخص‌شده در شکل 2 در راستای محور 3 مقید شده است.

برای اعمال تماس بین پرتابه، چندلایه کامپوزیتی، قاب تکیه‌گاه و همچنین تماس بین لایه‌ها از الگوریتم تماس عمومی با رفتار تماسی سخت و ضریب

که در آن،  $i$  نشان‌دهنده چهار حالت مختلف آسیب (آسیب‌های کششی و فشاری زمینه و الیاف) است. همچنین،  $\varepsilon_{eq,i} = X_i/E_{0,j}$ ،  $\varepsilon_{eq,i}$ ، کرنش شروع آسیب و کرنش پایان آسیب را نشان می‌دهند. علاوه‌براین، مدول اولیه چندلایه کامپوزیتی در جهت مربوطه،  $X_i$  استحکام زمینه یا الیاف،  $G_i$  انرژی شکست<sup>1</sup> بحرانی ماده و  $l_c$  طول مشخصه<sup>2</sup> عنصر هستند.

### 2- مدل آسیب برای سطح مشترک

در این پژوهش، رفتار چسب بین لایه‌ها بر اساس روش مکانیک آسیب<sup>3</sup> و قانون کشش-جدایش<sup>4</sup> دوخطی برای شبیه‌سازی آسیب بین‌لایه‌های چندلایه‌های کامپوزیتی در نظر گرفته شده است. مدل آسیب بین‌لایه‌های شامل معیارهای شروع و تکامل آسیب است (معادله (29)). بر اساس این معادله، آسیب سطح‌مشترک زمانی آغاز می‌شود که تابع معیار خرابی تنش درجه دوم به عدد یک برسد [40].

$$\left\{ \frac{t_n}{t_n^0} \right\}^2 + \left\{ \frac{t_s}{t_s^0} \right\}^2 + \left\{ \frac{t_t}{t_t^0} \right\}^2 = 1 \quad (29)$$

جاییکه  $t_n^0$  استحکام قائم و  $t_s^0$  و  $t_t^0$  استحکام‌های برشی سطح‌مشترک و همچنین  $t_n$ ،  $t_s$  و  $t_t$  کشش‌های<sup>5</sup> قائم و برشی هستند. علاوه بر این، مطابق با معادله (30) تکامل آسیب سطح‌مشترک بر اساس روش مکانیک شکست و مبتنی بر قانون بنزگاگ-کنان<sup>6</sup> (B-K) [41] در نظر گرفته شده است.

$$G_n^c + (G_s^c - G_n^c) \left\{ \frac{G_s}{G_t} \right\}^\eta = G^c \quad (30)$$

که در آن،  $G_n^c$  و  $G_s^c$  به‌ترتیب انرژی شکست بحرانی در جهت قائم و برشی هستند. همچنین،  $G_s$  مقدار انرژی تلف‌شده<sup>7</sup> در جهت‌های برشی خارج از صفحه،  $G_t$  انرژی تلف‌شده کل در هر سه جهت و  $\eta$  ثابت ماده است که در این تحقیق 1.45 در نظر گرفته شده است [38].

### 5- چندلایه‌های کامپوزیتی زاویه‌دار آگزتیکی

به‌منظور مطالعه پاسخ چندلایه‌های کامپوزیتی CFRP در بارگذاری ضربه‌ای، چندلایه‌هایی شامل 8 گروه لایه<sup>8</sup> و به‌صورت متقارن در نظر گرفته شده است. برای شناسایی و استخراج چیدمان چندلایه‌هایی با بیشترین مقدار منفی نسبت پواسون داخل صفحه و در ضخامت، یک کد متلب توسعه داده شده است. به‌طوری‌که انتظار می‌رود بیشترین افزایش مقاومت ضربه‌ای حاصل شود. در این تحقیق، ماده موردبررسی الیاف تک‌جهته کربن T700GC با زمینه اپوکسی M21 است (جدول 1).

شکل 1، نتایج محاسباتی نسبت پواسون‌های داخل صفحه (1 (الف-a)) و در ضخامت (1 (ب-b)) چندلایه‌ها بر حسب تغییر زاویه  $\theta$  از 0 تا 90 درجه را نشان می‌دهد. مطابق با شکل 1 (الف-a)، چیدمان  $[0_2/65_2/\theta_2/65_2]_s$  با  $\theta = 15$  درجه، بیشترین مقدار منفی نسبت پواسون داخل صفحه را برای یک چندلایه متقارن با 8 گروه لایه ایجاد می‌کند. به‌طور مشابه، بیشترین مقدار منفی نسبت پواسون در ضخامت برای یک چندلایه متقارن با 8 گروه لایه توسط چیدمان  $[25_2/-25_2/25_2/-25_2]_s$  حاصل می‌شود (1 (ب-b)).

<sup>6</sup> Benzeggagh-Kenane

<sup>7</sup> Dissipated energy

<sup>8</sup> Ply pairs

<sup>9</sup> Hongkarnjanakul

<sup>1</sup> Fracture energy

<sup>2</sup> Characteristic length

<sup>3</sup> Damage mechanics

<sup>4</sup> Traction-separation

<sup>5</sup> Tractions

جدول 2 چیدمان‌ها و خواص مؤثر چندلایه‌های کامپوزیتی CFRP با رفتار غیرآگزتیکی و آگزتیکی

Table 2 Layups and effective properties of CFRP composite laminates with non-auxetic and auxetic behavior

$\nu_{21}^{eff}$	$\nu_{31}^{eff}$	$E_1^{eff}$ (MPa)	$E_2^{eff}$ (MPa)	$E_3^{eff}$ (MPa)	$E_6^{eff}$ (MPa)
Cross-ply laminate: $[0_2/90_2/0_2/90_2]_s$					
0.0366	0.3888	69.22	69.22	8.55	4.80
Angle-ply laminate: $[60_2/-60_2/60_2/-60_2]_s$					
0.3050	0.2513	9.78	44.99	8.25	26.24
In-plane auxetic laminate: $[15_2/65_2/15_2/65_2]_s$					
-0.3137	0.4914	40.95	24.30	8.10	5.84
Through-thickness auxetic laminate: $[25_2/-25_2/25_2/-25_2]_s$					
1.4898	-0.1260	63.31	8.92	8.10	21.57

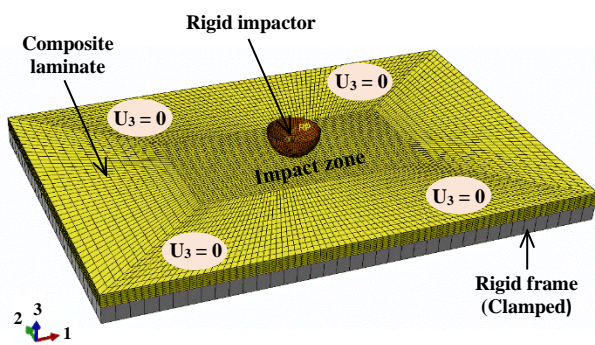


Fig. 2 Numerical simulations of laminated composite plate under low-velocity impact

شکل 2 شبیه‌سازی عددی صفحه کامپوزیتی چندلایه تحت ضربه کم سرعت

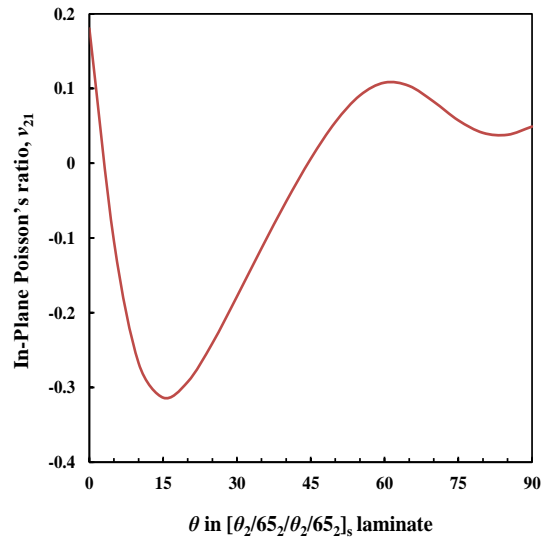
### 7- نتایج و بحث

در این بخش، ابتدا نتایج حاصل از فرآیند شبیه‌سازی عددی در مقایسه با نتایج تجربی موجود مورد بررسی قرار گرفته است. سپس، به مطالعه و مقایسه هم‌زمان رفتار چندلایه‌های آگزتیکی داخل صفحه و در ضخامت با چندلایه‌های غیرآگزتیکی متعامد و زاویه‌دار با هدف مطالعه اثر نسبت پواسون منفی بر بهبود عملکرد رفتار آسیب چندلایه‌های کامپوزیتی در بارگذاری ضربه‌ای پرداخته شده است.

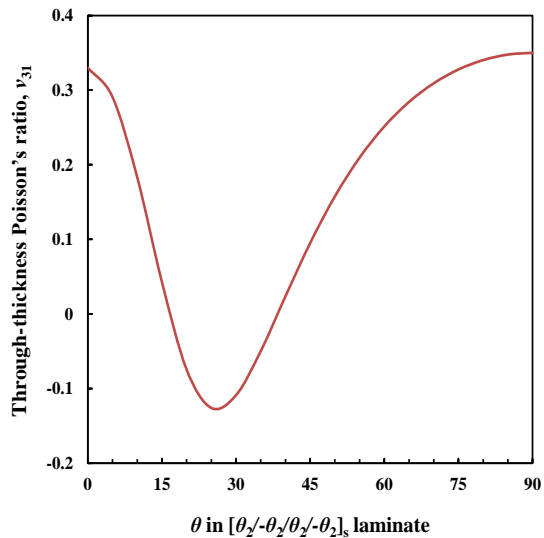
#### 1-7- صحت‌سنجی فرآیند شبیه‌سازی عددی

به‌منظور صحت‌سنجی شبیه‌سازی عددی، نتایج حاصل از شبیه‌سازی شامل منحنی‌های نیرو-زمان و نیرو-جابجایی در مقایسه با نتایج آزمون تجربی [42] در شکل 3 نمایش داده شده است. مطابق با شکل 3 (الف-a)، تاریخچه نیروی پیش‌بینی شده از جمله بار بیشینه، زمان رسیدن به بار بیشینه و مدت زمان ضربه همخوانی خوبی با داده‌های تجربی دارند. همچنین، مقایسه منحنی‌های نیرو-جابجایی در شکل 3 (ب-b)، نشان می‌دهد که رفتار کلی ضربه همخوانی قابل‌قبولی با داده‌های تجربی دارد. علاوه بر این، مقایسه الگوهای آسیب لایه‌لایه‌شدن بین نتایج شبیه‌سازی عددی با نتایج آزمون تجربی [42] در شکل 4 ارائه شده است. به‌طورکلی، نتایج حاکی از آن است که فرآیند شبیه‌سازی عددی ضربه کم سرعت و الگوریتم محاسباتی زیربرنامه VUMAT استفاده‌شده در تحقیق حاضر، به‌خوبی قابلیت پیش‌بینی شروع و تکامل آسیب برای زمینه، الیاف و لایه‌لایه‌شدن را دارا است.

اصطکاک 0.3 [39,38,35] استفاده شده است. علاوه بر این، به‌منظور مطالعه اثر لایه‌لایه‌شدن از معیار B-K برای شروع و تکامل آسیب لایه‌لایه‌شدن استفاده شده است. برای گسسته‌سازی مدل اجزای محدود، چندلایه‌های کامپوزیتی به دو ناحیه مرکزی (ناحیه ضربه) و ناحیه بیرونی تقسیم شده‌اند. اندازه مش در ناحیه مرکزی و بیرونی به ترتیب 0.9 و 3.5 میلی‌متر لحاظ شده است که منجر به پیش‌بینی دقیق در ناحیه ضربه و همچنین کاهش هزینه محاسباتی می‌شود. چندلایه‌های کامپوزیتی با استفاده از المان‌های C3D8R گسسته‌سازی شده‌اند. درحالی‌که، پرتابه و قاب تکیه‌گاه به‌عنوان جسم صلب مدل‌سازی و با استفاده از المان‌های R3D4 گسسته شده‌اند.



(الف-a)



(ب-b)

Fig. 1 Calculated layups to produce effective negative Poisson's ratio for CFRP composite laminates: (a) in-plane, and (b) through-thickness

شکل 1 چیدمان‌های محاسبه‌شده برای ایجاد نسبت پواسون منفی مؤثر برای چندلایه‌های کامپوزیتی CFRP. (الف) داخل صفحه و (ب) در ضخامت

## 2-7- بررسی و مقایسه آسیب در چندلایه‌های کامپوزیتی CFRP با رفتار غیرآگزتیکی و آگزتیکی

پاسخ کلی نیرو-زمان ناشی از ضربه کم سرعت چندلایه‌های غیرآگزتیکی و آگزتیکی در شکل 5 (الف-ا) نمایش داده شده است. بر اساس شکل 5 (ب-ب) چندلایه آگزتیکی داخل صفحه کمترین مقدار نیروی ضربه را نشان می‌دهد. در حالی که، چندلایه آگزتیکی در ضخامت در مقایسه با سایر چندلایه‌ها، نیروی ضربه بالاتری را نشان می‌دهد. مطابق با شکل 5 (ج-ج)، چندلایه آگزتیکی داخل صفحه زمان ضربه طولانی‌تری نسبت به سایر چندلایه‌ها دارد. در این بین، چندلایه آگزتیکی داخل صفحه بیشترین و چندلایه زاویه‌دار کمترین زمان ضربه را دارند که نزدیک به 16 درصد اختلاف را نشان می‌دهند. در این خصوص وانگ [27] نشان داد که چندلایه آگزتیکی در ضخامت، زمان ضربه کوتاه‌تری را نسبت به پیکربندی‌های غیرآگزتیکی  $[50_2/0_2/50_2/0_2/50_2]_s$  و  $[20_2/10_2/5_2/10_2/20_2]_s$  از خود نشان می‌دهد. همان‌طور که در شکل 5 (د-د) نشان داده شده است، چندلایه آگزتیکی داخل صفحه بیشترین مقدار بیشینه جابه‌جایی را دارد (17 درصد بیشتر از چندلایه زاویه‌دار). ضربه مکانیکی یک مسئله تماسی است که در آن مدول تماسی مؤثر<sup>1</sup> تابعی از مدول ضخامت<sup>2</sup> است [35]. همچنین، ضربه شامل خمش دومیحوره است که در آن سفتی عرضی<sup>3</sup> نیز نقش مهمی ایفا می‌کند [27]. بنابراین، بالاتر بودن مدول‌های مؤثر طولی، عرضی و در ضخامت یک چندلایه منجر به افزایش مقاومت به ضربه آن می‌شود. علاوه بر این، رفتار آگزتیکی باعث بهبود مقاومت در برابر فرورفتگی می‌شود. به‌طور خاص، نیروی ضربه چندلایه آگزتیکی در ضخامت از چندلایه متعامد بیشتر است. در حالی که، مدول‌های مؤثر طولی، عرضی و در ضخامت چندلایه آگزتیکی در ضخامت نسبت به چندلایه متعامد کمتر است که این به دلیل اثر نسبت پواسون منفی در بهبود مقاومت به ضربه است.

انرژی اتلاف‌شده<sup>4</sup> به رفتار آسیب چندلایه‌های کامپوزیتی مرتبط است. مقادیر انرژی اتلاف‌شده در شکل 5 (ه-ه) نمایش داده شده است. همان‌طور که ملاحظه می‌شود، چندلایه متعامد انرژی اتلاف‌شده کمتری را نسبت به سایر چندلایه‌ها از خود نشان می‌دهد. بیشترین مقدار انرژی اتلاف‌شده مربوط به چندلایه آگزتیکی داخل صفحه است (حدود 22 درصد بیشتر از چندلایه متعامد).

مقایسه الگوهای آسیب لایه‌لایه‌شدن پیش‌بینی‌شده در هر سطح مشترک از چندلایه‌های غیرآگزتیکی و آگزتیکی در شکل 6 آورده شده است. در این شکل، رنگ‌های آبی و قرمز به ترتیب نشان‌دهنده ناحیه بدون آسیب و ناحیه با آسیب کامل هستند. همچنین، برای بررسی بیشتر اثر نسبت پواسون منفی بر آسیب لایه‌لایه‌شدن، مقایسه کمی از مساحت آسیب‌دیده لایه‌لایه‌شدن ناحیه مرکزی هر سطح مشترک از چندلایه‌های کامپوزیتی در شکل 7 نمایش داده شده است. مساحت‌های محاسبه‌شده برای المان‌هایی است که متغیر آسیب در آن‌ها از 0.5 بیشتر باشد. نتایج نشان می‌دهد که برای اغلب سطح مشترک‌ها، انتشار آسیب لایه‌لایه‌شدن تقریباً موازی با جهت‌گیری الیاف لایه زیرین فصل مشترک مربوطه است. این نتیجه با یافته‌های گزارش‌شده در مراجع [28، 38، 39] مطابقت دارد.

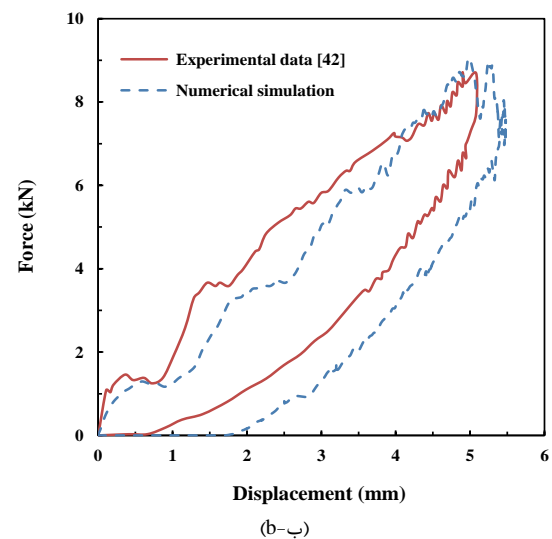
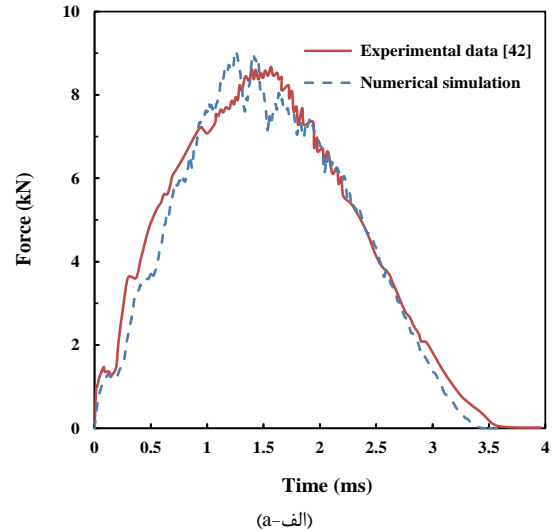


Fig. 3 Verification of numerical simulations with experimental data [42] under low-velocity impact: (a) load-time history, and (b) load-displacement curves

شکل 3 صحت‌سنجی شبیه‌سازی عددی با داده‌های تجربی [42] تحت ضربه کم سرعت: (الف) تاریخچه نیرو-زمان و (ب) منحنی‌های نیرو-جابه‌جایی

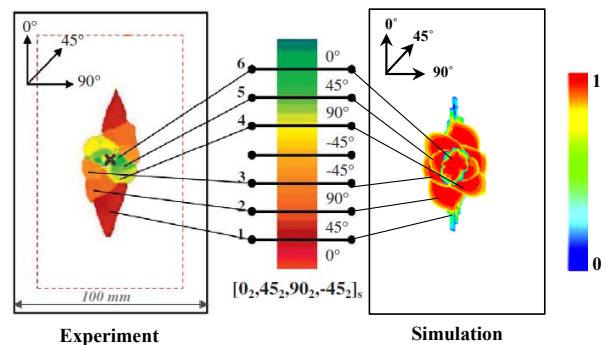
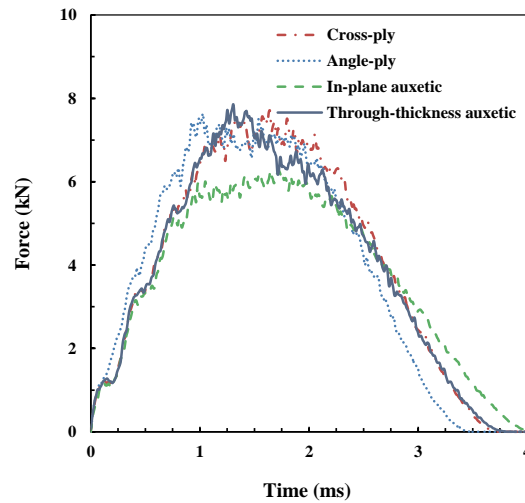


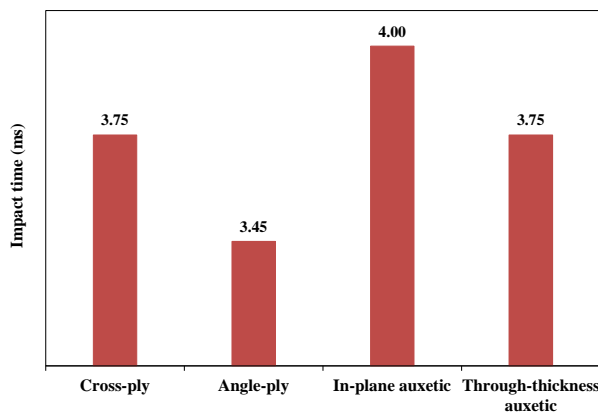
Fig. 4 Comparison of delamination damage patterns between the results of the numerical simulations with the experimental data [42] شکل 4 مقایسه الگوهای آسیب لایه‌لایه‌شدن بین نتایج شبیه‌سازی عددی با داده‌های تجربی [42]

<sup>3</sup> Transverse stiffness  
<sup>4</sup> Dissipated energy

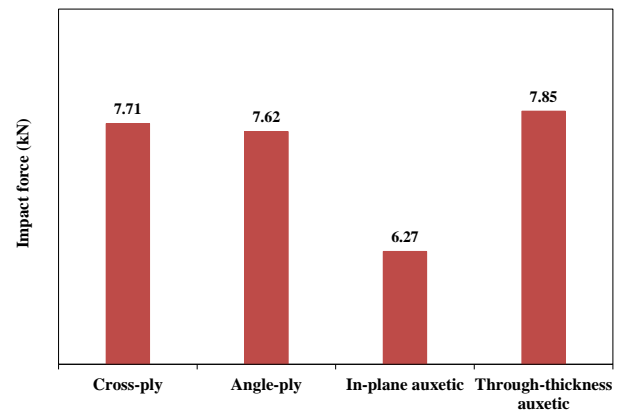
<sup>1</sup> Effective contact modulus  
<sup>2</sup> Through-thickness modulus



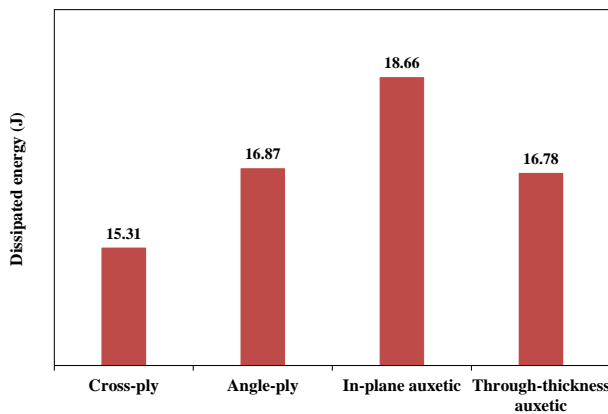
(الف-ا)



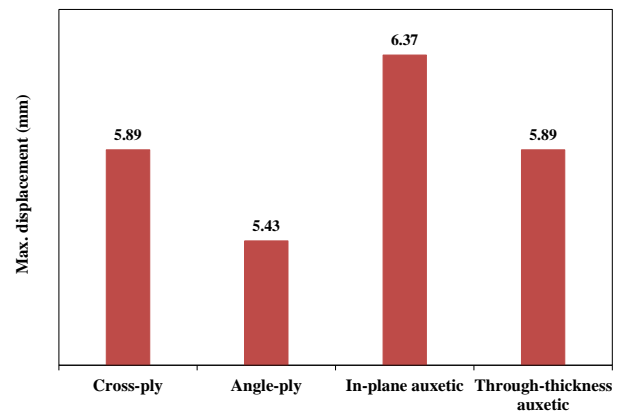
(ج-ب)



(ب-ب)



(ع-ه)



(د-د)

**Fig. 5** The impact response of the non-auxetic and auxetic CFRP composite laminates: (a) Overall force-time response, (b) impact force, (c) impact time, (d) maximum displacement, and (e) dissipated energy

شکل 5 پاسخ ضربه چندلایه‌های کامپوزیتی CFRP غیراگزوتیکی و اگزوتیکی: (الف) پاسخ کلی نیرو-زمان، (ب) نیروی ضربه، (ج) زمان ضربه، (د) بیشینه جابه‌جایی و (ه) انرژی اتلاف‌شده

مؤثر می‌تواند منجر به اثر نامطلوب بر انتشار آسیب لایه‌لایه‌شدن شود. همچنین، لین و وانگ [28] اظهار داشتند ایجاد نسبت پواسون منفی داخل صفحه برای کاهش نواحی آسیب لایه‌لایه‌شدن در سطح‌مشترک‌های بالا و پایین به‌ویژه در انرژی‌های ضربه نسبتاً بالا می‌تواند مفید باشد.

بر اساس شکل‌های 6 و 7، بیشترین آسیب لایه‌لایه‌شدن به‌ترتیب مربوط به چیدمان‌های زاویه‌دار و متعامد است که در سطح‌مشترک اول رخ می‌دهد. در رابطه با اثر نسبت پواسون منفی بر آسیب لایه‌لایه‌شدن، وانگ [27] گزارش داد وجود نسبت پواسون منفی در ضخامت و همچنین افزایش مدول عرضی

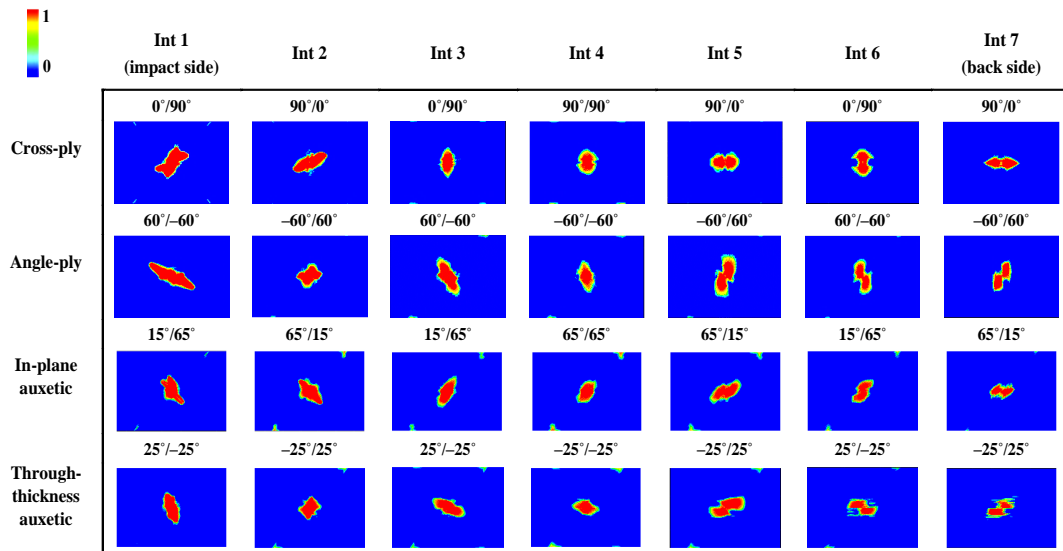


Fig. 6 The predicted delamination damage in each interface of the non-auxetic and auxetic CFRP composite laminates

شکل 6 آسیب لایه‌لایه‌شدن پیش‌بینی شده در هر سطح مشترک از چندلایه‌های کامپوزیتی CFRP غیرآگزتیکی و آگزتیکی

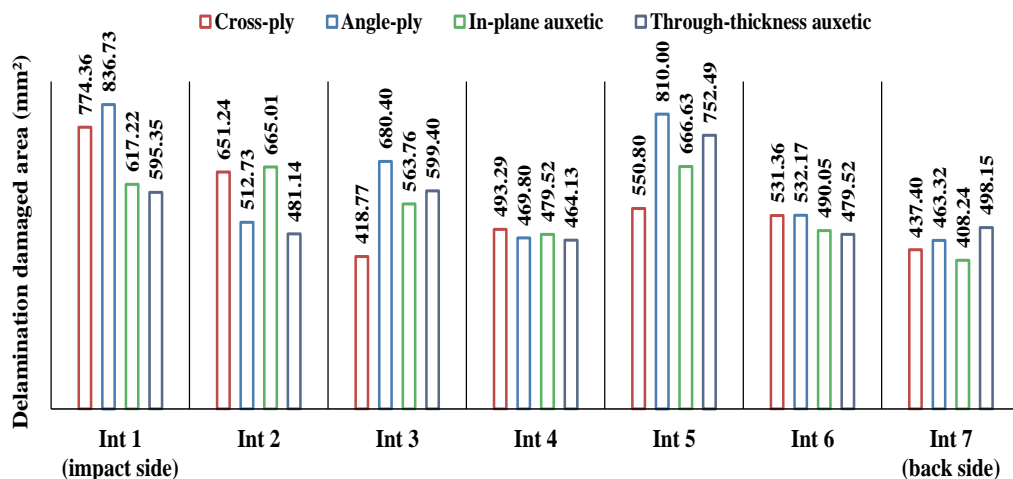


Fig. 7 Comparison of predicted delamination damaged areas in each interface of the non-auxetic and auxetic CFRP composite laminates

شکل 7 مقایسه کمی مساحت‌های آسیب‌دیده لایه‌لایه‌شدن پیش‌بینی شده در هر سطح مشترک از چندلایه‌های کامپوزیتی CFRP غیرآگزتیکی و آگزتیکی

الیاف گسترش پیدا کرده‌اند. چنین الگوهایی برای آسیب کششی زمینه چندلایه‌های کامپوزیتی CFRP تحت اثر ضربه کم سرعت متداول است [27،39].

مطابق با شکل‌های 8 و 9، مقایسه نواحی و مساحت‌های آسیب‌دیده کششی زمینه برای چندلایه‌های آگزتیکی داخل صفحه و در ضخامت نشان می‌دهد که چندلایه آگزتیکی در ضخامت با وجود مدول عرضی مؤثر کمتر، آسیب کششی زمینه کمتری را در لایه‌های اول تا پنجم نسبت به چندلایه آگزتیکی داخل صفحه از خود نشان می‌دهد. با این حال، در سه لایه پایینی این نتایج صدق نمی‌کند. در این رابطه، وانگ [27] نشان داد تولید نسبت پواسون منفی در ضخامت موجب فرونشاندن گسترش آسیب کششی زمینه می‌شود. با مقایسه آسیب‌های کششی زمینه پیش‌بینی شده برای چندلایه‌های غیرآگزتیکی و آگزتیکی، ملاحظه شد که چندلایه‌های متعامد و زاویه‌دار آسیب کششی زمینه کمتری نسبت به چندلایه‌های آگزتیکی دارند. این به دلیل مدول عرضی مؤثر بالاتر چندلایه‌های متعامد و زاویه‌دار نسبت به چندلایه‌های آگزتیکی است.

حالت‌های آسیب چندلایه‌های کامپوزیتی CFRP تحت اثر ضربه کم سرعت اغلب شامل کشش زمینه، فشار زمینه و کشش الیاف هستند. در بیشتر مواقع از آسیب فشاری الیاف به دلیل ناچیزبودن صرف نظر می‌شود [27]. الگوهای آسیب کششی زمینه پیش‌بینی شده چندلایه‌های غیرآگزتیکی و آگزتیکی در شکل 8 نمایش داده شده است. همچنین، به منظور مقایسه بهتر نتایج، مقادیر کمی نواحی آسیب‌دیده کششی زمینه در شکل 9 آورده شده است. به طور کلی، در یک مسئله ضربه کم سرعت بر روی یک صفحه مسطح، نیروی ناشی از برخورد پرتابه با صفحه باعث خمش آن و در نتیجه کشش در قسمت پشتی و فشار در قسمت جلویی صفحه (سمت ضربه) می‌شود. بنابراین، برای چندلایه‌های کامپوزیتی، شروع آسیب کششی زمینه اغلب از قسمت پشتی و گسترش آن به طرف قسمت جلویی صفحه است که این در الگوهای آسیب کششی زمینه چندلایه‌ها در شکل 8 و داده‌های کمی آورده شده در شکل 9 قابل مشاهده است. همان‌طور که در شکل 8 مشاهده می‌شود، الگوهای نواحی آسیب‌دیده کششی زمینه در لایه‌های بالایی به صورت آسیب موضعی در ناحیه برخورد است. در حالی که، در لایه‌های پایینی، نواحی آسیب‌دیده اغلب در امتداد

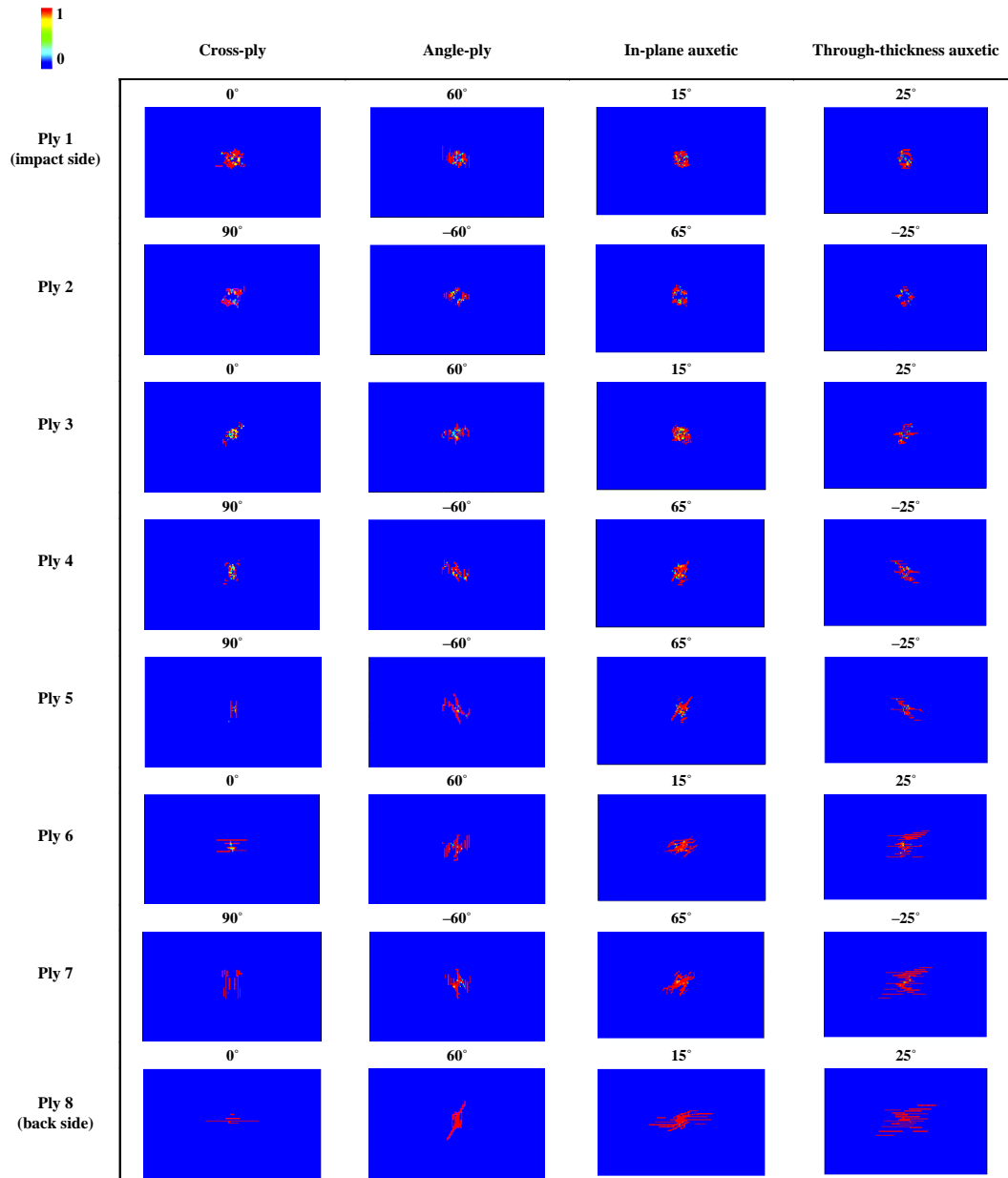


Fig. 8 The predicted matrix tensile damage in each ply of the non-auxetic and auxetic CFRP composite laminates

شکل 8 آسیب کششی زمینه پیش‌بینی شده برای هر لایه از چندلایه‌های کامپوزیتی CFRP غیراگزوتیکی و اگزوتیکی

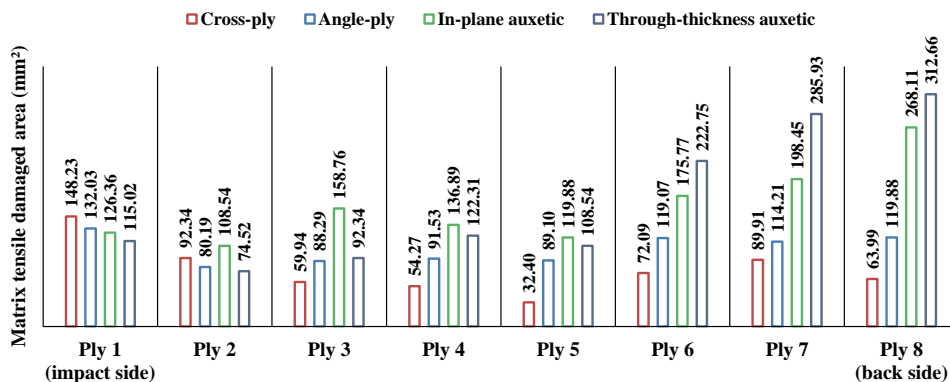


Fig. 9 Comparison of predicted matrix tensile damaged areas in each ply of the non-auxetic and auxetic CFRP composite laminates

شکل 9 مقایسه کمی مساحت‌های آسیب‌دیده کششی زمینه پیش‌بینی شده برای هر لایه از چندلایه‌های کامپوزیتی CFRP غیراگزوتیکی و اگزوتیکی

نتایج نشان می‌دهد که در لایه‌های اول و دوم آسیب فشاری زمینه برای چندلایه آگرتیکی در ضخامت بیشتر است. در حالی که، در سایر لایه‌ها آسیب فشاری زمینه برای چندلایه آگرتیکی در ضخامت کمتر است. به‌طور خاص، آسیب فشاری زمینه برای چندلایه آگرتیکی در ضخامت در لایه‌های سوم و چهارم، 58 درصد کمتر از چندلایه آگرتیکی داخل صفحه می‌باشد. در این خصوص، وانگ [27] گزارش داد رفتار آگرتیکی در ضخامت می‌تواند به‌طور نامطلوبی نواحی آسیب‌دیده فشاری زمینه را نسبت به چندلایه‌های غیرآگرتیکی گسترش دهد. این می‌تواند به‌دلیل انقباض چندلایه در طول رخداد ضربه ناشی از نسبت پواسون منفی در ضخامت باشد که منجر به تشدید آسیب فشاری زمینه می‌شود.

نتایج حاصل از پیش‌بینی الگوهای آسیب فشاری زمینه و همچنین مساحت‌های آسیب‌دیده مربوطه در شکل‌های 10 و 11 نمایش داده شده است. برخلاف آسیب کششی زمینه، آسیب فشاری زمینه به تدریج از قسمت جلویی صفحه به طرف قسمت پشتی صفحه کاهش یافته است. این رخداد آسیب با نتایج گزارش شده در مرجع [39] مطابقت دارد.

بر اساس شکل‌های 10 و 11، مقایسه نواحی و مساحت‌های آسیب‌دیده فشاری زمینه نشان می‌دهد که بیشترین مقدار مساحت آسیب‌دیده فشاری زمینه مربوط به چندلایه متعامد است که در لایه دوم رخ داده است. باین‌حال، از لایه چهارم به بعد آسیب فشاری زمینه ناچیزی برای چندلایه متعامد مشاهده شده است. همچنین، برای چندلایه‌های آگرتیکی داخل صفحه و در ضخامت،

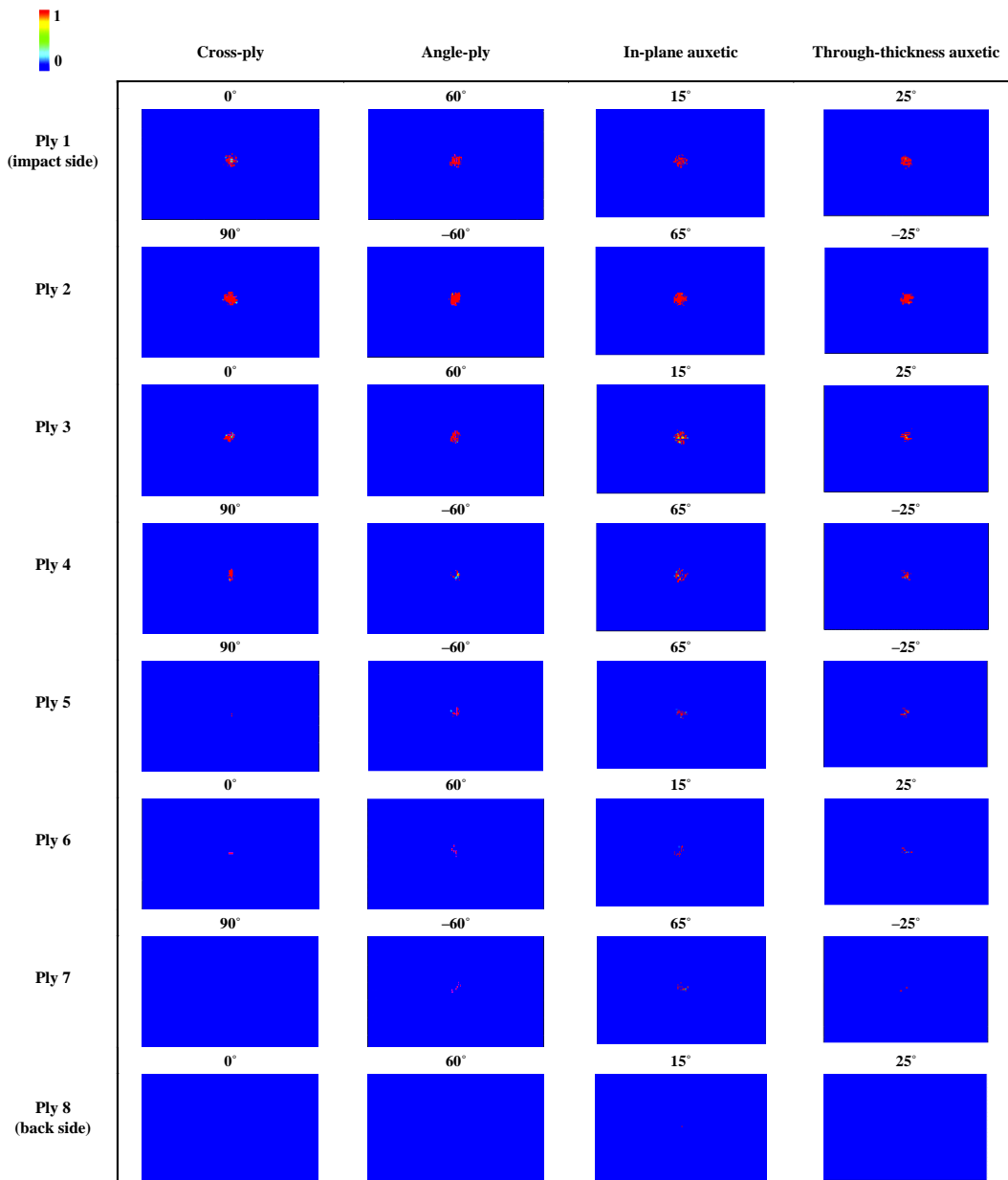


Fig. 10 The predicted matrix compression damage in each ply of the non-auxetic and auxetic CFRP composite laminates

شکل 10 آسیب فشاری زمینه پیش‌بینی شده برای هر لایه از چندلایه‌های کامپوزیتی CFRP غیرآگرتیکی و آگرتیکی

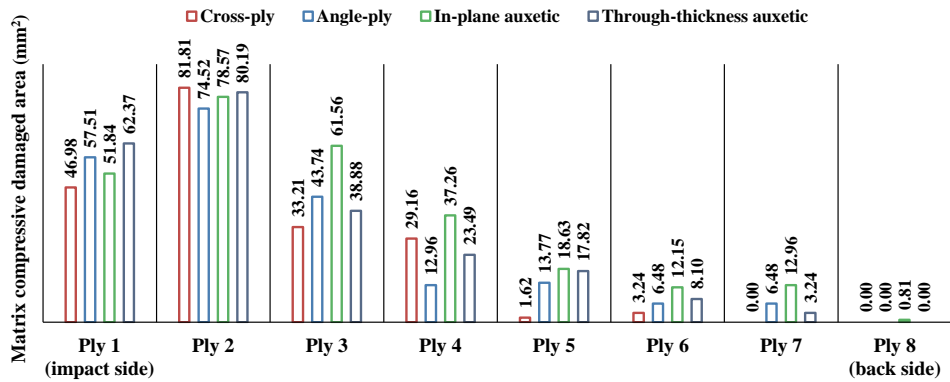


Fig. 11 Comparison of predicted matrix compression damaged areas in each ply of the non-auxetic and auxetic CFRP composite laminates

شکل 11 مقایسه کمی مساحت‌های آسیب‌دیده فشاری زمینه پیش‌بینی‌شده برای هر لایه از چندلایه‌های کامپوزیتی CFRP غیرآگزتیکی و آگزتیکی

مساحت‌های پیش‌بینی‌شده برای آسیب کششی الیاف چندلایه‌های غیرآگزتیکی و آگزتیکی در شکل 12 آورده شده است. مطابق با شکل 12، شروع آسیب کششی الیاف از قسمت جلویی صفحه و گسترش آن به‌طرف قسمت پشتی آن است که از لایه سوم به بعد، آسیب کششی الیاف در چندلایه‌های کامپوزیتی ناچیز یا بدون آسیب است. بر اساس شکل 12،

مساحت‌های پیش‌بینی‌شده برای آسیب کششی الیاف چندلایه‌های غیرآگزتیکی و آگزتیکی در شکل 12 آورده شده است. مطابق با شکل 12، شروع آسیب کششی الیاف از قسمت جلویی صفحه و گسترش آن به‌طرف قسمت پشتی آن است که از لایه سوم به بعد، آسیب کششی الیاف در چندلایه‌های کامپوزیتی ناچیز یا بدون آسیب است. بر اساس شکل 12،

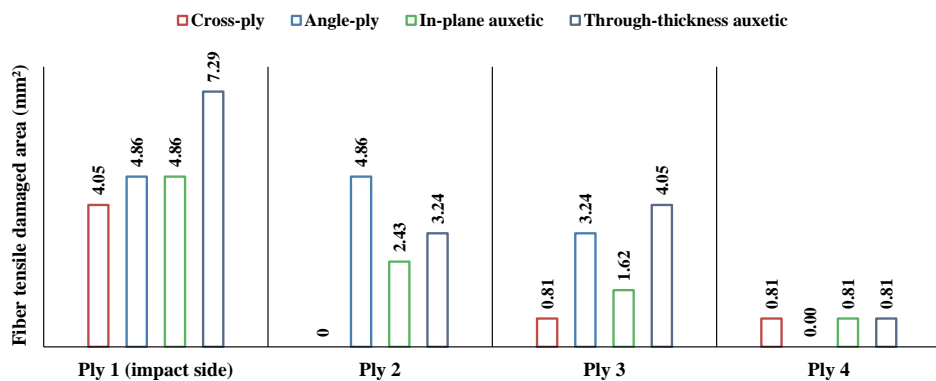


Fig. 12 Comparison of predicted fiber tensile damaged areas in each ply of the non-auxetic and auxetic CFRP composite laminates

شکل 12 مقایسه کمی مساحت‌های آسیب‌دیده کششی الیاف پیش‌بینی‌شده برای هر لایه از چندلایه‌های کامپوزیتی CFRP غیرآگزتیکی و آگزتیکی

قابلیت توسعه و استفاده در سازه‌های فداشونده با هدف ارتقا سطح ایمنی و حفاظت را دارند. حال آنکه چندلایه‌های متعامد، زاویه‌دار و آگزتیکی در ضخامت با خصوصیتی همچون نیروی ضربه زیاد، زمان ضربه کم، بیشینه جابه‌جایی کم و انرژی اتلاف‌شده کم برای استفاده در سازه‌هایی با رویکرد طراحی دیوار سخت مناسب هستند. با توجه به بررسی نتایج ملاحظه گردید بیشترین مقدار آسیب لایه‌لایه‌شدن، کششی زمینه، فشاری زمینه و کششی الیاف به‌ترتیب در چندلایه‌های زاویه‌دار، آگزتیکی در ضخامت، متعامد و آگزتیکی در ضخامت صورت می‌پذیرد.

### 9- فهرست علائم

عناصر ماتریس سفتی داخل صفحه یا ماتریس سفتی کششی  $A_{ij}$  ;  $i$  و  $j$  برابر است با  $x, y, z$  یا  $1, 2, 3$  و  $6$   $(Nm^{-1})$   
 عناصر ماتریس سازگاری داخل صفحه یا ماتریس سازگاری کششی  $a_{ij}$  ;  $i$  و  $j$  برابر است با  $x, y, z$  یا  $1, 2, 3$  و  $6$   $(N^{-1}m)$   
 عناصر ماتریس سفتی جفت‌شدگی  $B_{ij}$  ;  $i$  و  $j$  برابر است با  $x, y, z$  یا  $1, 2, 3$  و  $6$   $(N)$

### 8- نتیجه‌گیری

در این مقاله به بررسی تأثیر نسبت پواسون منفی بر پاسخ مکانیکی و رفتار آسیب چندلایه‌های کامپوزیتی کربن/اپوکسی تحت شرایط ضربه کم سرعت پرداخته شده است. روند انجام پژوهش با ارزیابی و تجزیه و تحلیل عملکرد ضربه‌پذیری چندلایه‌های کامپوزیتی آگزتیکی داخل صفحه و در ضخامت در مقایسه با چندلایه‌های کامپوزیتی غیرآگزتیکی (متعامد و زاویه‌دار) تحقق یافته است. به‌منظور مشخص نمودن محدوده زوایای قرارگیری الیاف برای ایجاد رفتار آگزتیکی، یک کد در نرم‌افزار متلب بر اساس تئوری کلاسیک لایه‌ای توسعه داده شده است. همچنین، برای بررسی فرآیند رخداد آسیب در چندلایه‌ها، مدل آسیب پیش‌رونده با استفاده از یک زیربرنامه VUMAT متشکل از معیار خرابی هاشین و پاک و مدل تکامل آسیب بر اساس روش کرنش معادل برنامه‌نویسی و اجرا شده است. نتایج نشان داد در برخی از حالت‌های آسیب، رفتار آگزتیکی منجر به کاهش آسیب در چندلایه‌های کامپوزیتی می‌شود. پاسخ کلی چندلایه آگزتیکی داخل صفحه تحت ضربه کم سرعت نشان داد این نوع چندلایه‌ها نسبت به سایر چندلایه‌های بررسی‌شده در این پژوهش با داشتن ویژگی‌هایی نظیر نیروی ضربه کم، زمان ضربه زیاد و بیشینه جابه‌جایی زیاد

10- مراجع

[1] Sharma, A.K., Bhandari, R., Sharma, C., Dhakad, S.K. and Pinca-Bretotean, C., "Polymer Matrix Composites: A State of Art Review", *Materials Today: Proceedings*, Vol. 57, pp.2330–2333, 2022.

[2] Rajak, D. K., Pagar, D. D., Menezes, P. L. and Linul, E., "Fiber-Reinforced Polymer Composites: Manufacturing, Properties, and Applications", *Polymers (Basel)*, Vol. 11, No. 10, pp. 1667, 2019.

[3] Zeinedini, A., Hosseini, Y., Mahdi, A.S., Akhavan-Safar, A. and Da Silva, L.F., "Impact of the Manufacturing Process on the Flexural Properties of Laminated Composite-Metal Riveted Joints: Experimental and Numerical Studies", *Applied Composite Materials*, Vol. 31, No. 2, pp. 583–610, 2024.

[4] Shahbazi, A. and Zeinedini, A., "Impact Response of E-Glass/Epoxy Composite Bi-Directional Corrugated Core Sandwich Panels", *Polymers and Polymer Composites*, Vol. 29, No. 9, pp. 1563–1574, 2021.

[5] Doostvandi, B. and Zeinedini, A., "Repair of Inclined Notches in the Pressurized Steel Pipes Using Laminated Composites", *Material Design & Processing Communications*, Vol. 1, No. 2, pp. e49, 2019.

[6] Mousavi-Bafrouyi, S.M.S., Eslami-Farsani, R. and Geranmayeh, A., "Effects of Stacking Sequence of Fibers and Thermal Environments on the Flexural Properties of the Basalt Fibers/Thin-Ply Unidirectional Carbon Fibers/Epoxy Hybrid Composites", *Journal of Science and Technology of Composites*, Vol. 8, No. 2, pp. 1514–1521, 2021.

[7] Barile, C. and Casavola, C., "Mechanical Characterization of Carbon Fiber-Reinforced Plastic Specimens for Aerospace Applications", In *Mechanical and physical testing of biocomposites, fibre-reinforced composites and hybrid composites*, Elsevier, pp. 387–407, 2019.

[8] Parveez, B., Kittur, M.I., Badruddin, I.A., Kamangar, S., Hussien, M. and Umarfarooq, M.A. "Scientific Advancements in Composite Materials for Aircraft Applications: A Review", *Polymers (Basel)*, Vol. 14, No. 22, pp. 5007, 2022.

[9] Bouvet, C. and Rivallant, S., "Damage Tolerance of Composite Structures under Low-Velocity Impact", In *Dynamic Deformation, Damage and Fracture in Composite Materials and Structures*, Elsevier, pp. 3–28, 2023.

[10] Amirashjaee, A.K., Fakhreddini, N.S., and Taheri, B.F., "Numerical and Experimental Study of Carbon/Epoxy Composite Laminate Response to Low Velocity Impact", *Journal of Science and Technology of Composites*, Vol. 8, No. 1, pp. 1461–1472, 2021.

[11] Gercek, H., "Poisson's Ratio Values for Rocks", *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, Vol. 44, No. 1, pp. 1–13, 2007.

[12] Greaves, G.N., Greer, A.L., Lakes, R.S. and Rouxel, T., "Poisson's Ratio and Modern Mmaterials", *Nature Materials*, Vol. 10, No. 11, pp. 823–837, 2011.

[13] Jiang, W., Ren, X., Wang, S.L., Zhang, X.G., Zhang, X.Y., Luo, C., Xie, Y.M., Scarpa, F., Alderson, A. and Evans, K.E., "Manufacturing, Characteristics and Applications of Auxetic Foams: A State-of-the-Art Review", *Composites Part B: Engineering*, Vol. 235, pp. 109733, 2022.

[14] Tsai, S.W. and Hahn, H.T., "Introduction to Composite Materials, Technomic Publ", Co., Westport, 1980.

[15] Donoghue, J.P., "Negative Poisson's Ration Effects on the Mechanical Performance of Composite Laminates", PhD Thesis, University of Liverpool, UK, 1992.

[16] Evans, K.E., Donoghue, J.P. and Alderson, K.L., "The Design, Matching and Manufacture of Auxetic Carbon Fibre Laminates", *Journal of composite materials*, Vol. 38, No. 2, pp. 95–106, 2004.

[17] Miki, M. and Murotsu, Y., "The Peculiar Behavior of the Poisson's Ratio of Laminated Fibrous Composites", *JSME international journal. Ser. 1, Solid mechanics, strength of materials*, Vol. 32, No. 1, pp. 67–72, 1989.

[18] Zhang, R., Yeh, H.-L. and Yeh, H.-Y., "A Preliminary Study of Negative Poisson's Ratio of Laminated Fiber Reinforced Composites", *Journal of Reinforced Plastics and Composites*, Vol. 17, No. 18, pp. 1651–1664, 1998.

$D_{ij}$	عناصر ماتریس سفتی خمشی (Nm) ؛ $i$ و $j$ برابر است با $x, y, z$ و $s$ یا $1, 2, 3$ و $6$
$d$	متغیر آسیب
$E$	مدول یانگ ( $Nm^{-2}$ )
$G$	مدول برشی ( $Nm^{-2}$ )
$G$	انرژی شکست ( $Nm^{-1}$ )
$h$	ضخامت کل چندلایه (m)
$M$	ممان خمشی (N)
$N$	منتجه تنش ( $Nm^{-1}$ )
$Q_{ij}$	عناصر ماتریس سفتی ( $Nm^{-2}$ ) ؛ $i$ و $j$ برابر است با $x, y, z$ و $s$ یا $1, 2, 3$ و $6$
$r$	معیار خرابی چندلایه کامپوزیتی
$S$	استحکام برشی ( $Nm^{-2}$ )
$S_{ij}$	عناصر ماتریس سازگاری ( $N^{-1}m^2$ ) ؛ $i$ و $j$ برابر است با $x, y, z$ و $s$ یا $1, 2, 3$ و $6$
$t$	کشش سطح مشترک ( $Nm^{-2}$ )
$t^0$	استحکام سطح مشترک ( $Nm^{-2}$ )
$X$	استحکام در راستای الیاف ( $Nm^{-2}$ )
$Y$	استحکام در راستای زمینه ( $Nm^{-2}$ )
علائم یونانی	
$\varepsilon$	کرنش
$\kappa$	انحنا ( $m^{-1}$ )
$\nu$	نسبت پواسون
$\rho$	چگالی ( $kgm^{-3}$ )
$\sigma$	تنش ( $Nm^{-2}$ )
بالانویس‌ها	
$C$	بحرانی
$eff$	موثر
$T$	ترانهاده
زیرنویس‌ها	
$C$	فشار
$eq$	معادل
$f$	الیاف
$fc$	فشار الیاف
$ft$	کشش الیاف
$m$	زمینه
$mc$	فشار زمینه
$mt$	کشش زمینه
$n$	راستای قائم
$s$	راستای برشی
$T$	کشش
$t$	راستای تماسی (برشی)
$x, y, z$	محوره‌های مختصات در دستگاه محلی (محوره‌های اصلی مواد)
$1, 2, 3$	محوره‌های مختصات در دستگاه عمومی (محوره‌های هندسی سازه)

- [39] Li, X., Ma, D., Liu, H., Tan, W., Gong, X., Zhang, C. and Li, Y., "Assessment of Failure Criteria and Damage Evolution Methods for Composite Laminates under Low-Velocity Impact", *Composite Structures*, Vol. 207, pp. 727–739, 2019.
- [40] Sokolinsky, V.S., Indermuehle, K.C. and Hurtado, J.A., "Numerical Simulation of the Crushing Process of a Corrugated Composite Plate," *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, Vol. 42, No. 9, pp. 1119–1126, 2011.
- [41] Benzeggagh, M.L. and Kenane, M.J.C.S., "Measurement of Mixed-Mode Delamination Fracture Toughness of Unidirectional Glass/Epoxy Composites with Mixed-Mode Bending Apparatus", *Composites science and technology*, Vol. 56, No. 4, pp. 439–449, 1996.
- [42] Hongkarnjanakul, N., Bouvet, C. and Rivallant, S., "Validation of Low Velocity Impact Modelling on Different Stacking Sequences of CFRP Laminates and Influence of Fibre Failure", *Composite Structures*, Vol. 106, pp. 549–559, 2013.
- [19] Yeh, H.-L., Yeh, H.-Y. and Zhang, R., "A Study of Negative Poisson's Ratio in Randomly Oriented Quasi-Isotropic Composite Laminates", *Journal of composite materials*, Vol. 33, No. 19, pp. 1843–1857, 1999.
- [20] Abrate, S., "Impact on Composite Structures", Cambridge university press, 1998.
- [21] Herakovich, C.T., "Composite Laminates with Negative Through-the-Thickness Poisson's Ratios", *Journal of composite materials*, Vol. 18, No. 5, pp. 447–455, 1984.
- [22] Hadi Harkati, E.L., Bezazi, A., Scarpa, F., Alderson, K. and Alderson, A., "Modelling the Influence of the Orientation and Fibre Reinforcement on the Negative Poisson's Ratio in Composite Laminates", *Physica Status Solidi (b)*, Vol. 244, No. 3, pp. 883–892, 2007.
- [23] Coenen, V.L. and Alderson, K.L., "Mechanisms of Failure in the Static Indentation Resistance of Auxetic Carbon Fibre Laminates", *Physica Status Solidi (b)*, Vol. 248, No. 1, pp. 66–72, 2011.
- [24] Clarke, J.F., Duckett, R.A., Hine, P.J., Hutchinson, I.J. and Ward, I.M., "Negative Poisson's Ratios in Angle-Ply Laminates: Theory and Experiment", *Composites*, Vol. 25, No. 9, pp. 863–868, 1994.
- [25] Alderson, K.L., Simkins, V.R., Coenen, V.L., Davies, P.J., Alderson, A. and Evans, K.E., "How to Make Auxetic Fibre Reinforced Composites", *Physica. Status Solidi (b)*, Vol. 242, No. 3, pp. 509–518, 2005.
- [26] Alderson, K.L. and Coenen, V.L., "The Low Velocity Impact Response of Auxetic Carbon Fibre Laminates", *Physica. Status Solidi (b)*, Vol. 245, No. 3, pp. 489–496, 2008.
- [27] Wang, Y., "Auxetic Composite Laminates with Through-Thickness Negative Poisson's Ratio for Mitigating Low Velocity Impact Damage: A Numerical Study", *Materials (Basel)*, Vol. 15, No. 19, pp. 6963, 2022.
- [28] Lin, W. and Wang, Y., "Low Velocity Impact Behavior of Auxetic CFRP Composite Laminates with In-Plane Negative Poisson's Ratio", *Journal of Composite Materials*, Vol. 57, No. 12, pp. 2029–2042, 2023.
- [29] Zhou, J., Wen, P. and Wang, S., "Numerical Investigation on the Repeated Low-Velocity Impact Behavior of Composite Laminates", *Composites Part B: Engineering*, Vol. 185, pp. 107771, 2020.
- [30] Mili, F. and Necib, B., "Impact Behavior of Cross-Ply Laminated Composite Plates under Low Velocities", *Composite Structures*, Vol. 51, No. 3, pp. 237–244, 2001.
- [31] Zhang, C., Duodu, E.A. and Gu, J., "Finite Element Modeling of Damage Development in Cross-Ply Composite Laminates subjected to Low Velocity Impact", *Composite Structures*, Vol. 173, pp. 219–227, 2017.
- [32] Sy, B.L., Fawaz, Z. and Bougherara, H., "Damage Evolution in Unidirectional and Cross-Ply Flax/Epoxy Laminates subjected to Low Velocity Impact Loading", *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, Vol. 112, pp. 452–467, 2018.
- [33] Roupheal, S.E.K., Lebrun, G., Touchard, F. and Truong-Hoang, T.-Q., "Low Energy Impact Behavior of Unidirectional and Cross-Ply Flax/Epoxy Laminates and Comparison with Similar Glass/Epoxy Laminates", *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, Vol. 175, pp. 107746, 2023.
- [34] "GE-Composites Get in Deep with New-Generation Engine.pdf".
- [35] Fan, Y. and Wang, Y., "The Effect of Negative Poisson's Ratio on the Low-Velocity Impact Response of an Auxetic Nanocomposite Laminated Beam", *International Journal of Mechanics and Materials in Design*, Vol. 17, No. 1, pp. 153–169, 2021.
- [36] Paris, F. and Jackson, K.E., "A Study of Failure Criteria of Fibrous Composite Materials", No. NAS 1.26: 210661, 2001.
- [37] Lee, C.S., Kim, J.H., Kim, S.K., Ryu, D.M. and Lee, J.M., "Initial and Progressive Failure Analyses for Composite Laminates Using Puck Failure Criterion and Damage-Coupled Finite Element Method", *Composite Structures*, Vol. 121, pp. 406–419, 2015.
- [38] Liu, P.F., Liao, B.B., Jia, L.Y. and Peng, X.Q., "Finite Element Analysis of Dynamic Progressive Failure of Carbon Fiber Composite Laminates under Low Velocity Impact", *Composite Structures*, Vol. 149, pp. 408–422, 2016.