



## تأثیر ابعاد و سفتی موضعی جسم متصله هوشمند حافظه‌دار بر پاسخ ارتعاشات آزاد ورق‌های ضخیم

کرامت ملک زاده فرد<sup>1\*</sup>، ناصر ذوالقدر<sup>2</sup>، علیرضا پورموید<sup>3</sup>

1- استاد، مهندسی مکانیک، مجتمع دانشگاهی هوافضا، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران

2- کارشناسی ارشد مهندسی هوافضا، سازه‌های هوایی، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران

3- دانشجوی دکتری، مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران

\* تهران، صندوق پستی 13445768، kmalekzadeh@mut.ac.ir

### چکیده

در این پژوهش برای اولین بار به بررسی تأثیر پارامترهایی نظیر سفتی موضعی و ابعاد جسم متصله بر رفتار دینامیکی ورق‌های ضخیم با حضور جسم متصله هوشمندسازی شده بواسطه آلیاژهای حافظه‌دار پرداخته شده است. در بدست آوردن معادلات حاکم‌ی حرکت این ورق از تئوری مرتبه بالای 12 مولفه‌ای گارک-کانت استفاده گردیده که در این حالت اثرات ناشی از آلیاژهای حافظه‌دار و سفتی موضعی جسم متصله در نظر گرفته شده و در ادامه معادلات ارتعاشی ورق مذکور با استفاده از اصل همیلتون بدست آورده شده است. به جهت گسسته سازی سیستم از روش گلرکین استفاده گردیده و سپس ماتریس‌های سفتی و جرمی سیستم مذکور برای دستیابی به یک مسئله ارتعاشی استاندارد مقادیر ویژه استخراج شده است. فرکانس‌های ارتعاشی سیستم محاسبه شده و تغییرات آن‌ها با نتایج مقالات و مجلات معتبر مقایسه و اثر پارامترهای مختلف ورق ضخیم ارزیابی شده است. نتایج حاصله نشان می‌دهد در نظر گرفتن سفتی موضعی جسم متصله ناشی از اثر آلیاژهای حافظه‌دار و سفتی خود ورق، نقش قابل ملاحظه‌ای در رفتار ارتعاشاتی ورق‌ها دارد به گونه‌ای که در صورت عدم فعال‌سازی مناسب هر یک از پارامترهای مختلف آلیاژ حافظه‌دار و یا در نظر نگرفتن سفتی جسم متصله هوشمند حافظه‌دار تغییرات در پاسخ‌های سیستم قابل ملاحظه خواهد بود. همچنین ابعاد جسم متصله نیز دارای اهمیتی خاص خواهد بود زیرا که اثر وزن آلیاژ حافظه‌دار، جسم متصله و همچنین نیروهای ناشی از استحاله‌ی آلیاژهای حافظه‌دار هر کدام تأثیرات زیاد و بعضاً ناهم‌سویی بر ارتعاشات سیستم دارند.

### اطلاعات مقاله

دریافت: 95/10/28

پذیرش: 96/01/11

### کلیدواژگان:

ارتعاشات آزاد  
جسم متصله هوشمند  
سفتی موضعی  
مواد مرکب هوشمند

DOI: 10.22068/jstc.2018.29902

## Effect Of Dimensions Smart Attached Mass And Local Stiffness On Dynamic Response Of Thick Plates

Keramata Malekzadeh Fard\*, Naser Zolghadr, Ali Reza Pourmoayed

Department of Aerospace Engineering, MalekAshtar University of Technology, Tehran, Iran

\* P.O.B.13445768, Tehran, Iran, kmalekzadeh@mut.ac.ir

### Keywords

Free Vibrations  
Smart Attached Mass  
Local Stiffness  
Smart composite material

### Abstract

In this article for the first time local stiffness and attached mass dimensions is concerned. The effects of these parameters are analysed on dynamic behavior of thick laminated plates with attached mass that made smart with shape memory alloy. In deriving governing equations, Gark-Kant's higher order theory is used and effects of SMA and attached mass's stiffness taken into account and finally vibration equations of thick plate carrying attached mass contain SMA is reached by using Hamilton's principal. Then by means of Galerkin method, mass and stiffness matrices are extracted for achieving to a standard eigenvalue vibration problem. In this problem simply supported boundary condition is used for each four edges. Some important parameters such as ratio of local stiffness to stiffness of host structure and smart attached mass dimension on main frequencies of laminated thick plate is studied. A Comparative result with those in published references is presented. These numerical results show that local stiffness due to smart attached mass has a great role on dynamic behavior of thick laminated plates that if SMA didn't active properly or ignore the effect of attached mass's stiffness the dynamic response of system will have a lot of changes.

### Please cite this article using:

Malekzadeh Fard, K. Zolghadr, N. and Pourmoayed, A.R. "Effect Of Dimensions Smart Attached Mass And Local Stiffness On Dynamic Response Of Thick Plates", In Persian, Journal of Science and Technology of Composites, Vol. 4, No. 4, pp. 443-452, 2018.

برای ارجاع به این مقاله از عبارت زیر استفاده نمایید:

## 1- مقدمه

با توجه به اهمیت بررسی رفتار دینامیکی سازه‌ها در صنایع مختلف، محققان دائماً در حال مطالعه و بررسی مواد جدید جهت استفاده از آن‌ها در بهبود عملکرد دینامیکی سیستم‌ها می‌باشند. با توجه به رفتار خاص آلیاژهای حافظه‌دار<sup>1</sup> در زمینه‌های مختلف مهندسی، استفاده از این نوع آلیاژها بطور فزاینده‌ای در حال گسترش است. از این رو تحلیل و بررسی رفتار این مواد در تعامل با دیگر اجزای قسمت‌های سازه محل مطالعه و بررسی است. آلیاژهای حافظه‌دار بعلاوه نمایش رفتارهای ویژه از جمله میرایی بالا، پاسخ‌های انطباقی، قابلیت حافظه‌داری و سوپر الاستیسیته برای کاربرد در سیستم‌های مختلف مهندسی مورد توجه قرار گرفته‌اند. لذا با توجه به گستردگی کاربرد آن‌ها در صنایع، بررسی اثر پارامترهای مختلف آلیاژهای حافظه‌دار و جسم متصله هوشمند بر روی رفتار ارتعاشاتی ورق‌های ضخیم به همراه جسم متصله هوشمند حافظه‌دار از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است.

تئوری‌های مختلفی برای مدل کردن یک ورق به منظور تجزیه و تحلیل آن مورد استفاده واقع می‌شوند. تئوری کلاسیک<sup>2</sup> که نقطه شروع و توسعه در امر تجزیه و تحلیل ورق‌ها است، تأثیر تنش‌ها و کرنش‌های خارج صفحه‌ای را به حساب نمی‌آورد و به این فرضیه به عنوان یک تئوری کلاسیک دیگر نمی‌توان اکتفا کرد چون شامل انحرافات مقطعی می‌باشد که در ورق‌های ضخیم قابل توجه می‌شود. یانگ و همکاران [1] تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول<sup>3</sup> ریسنر و میندلین را به ورق‌های چندلایه بسط دادند. مفروضات ساده کننده انجام شده در تئوری‌های کلاسیک و مرتبه اول درصد خطای بالایی را در نتایج ورق‌ها علی‌الخصوص ورق‌های ضخیم در بر دارند. استفاده از تئوری تغییرشکل برشی مرتبه بالا<sup>4</sup> که شامل تغییر سهموی واقع گرایانه تنش برشی عرضی در امتداد ضخامت لایه و انحراف مقطع عرضی می‌باشد، برای تجزیه و تحلیل مسائل ورق‌ها بویژه برای ورق‌های ضخیم بسیار پر کاربرد است. کانت و همکاران [2] اولین افرادی بودند که یک فرمول اجزاء محدود را برای یک تئوری خمشی مرتبه بالاتر ارائه دادند. این تئوری قانون سه بعدی هوک را در نظر می‌گیرد و تأثیر کرنش عمودی عرضی را علاوه بر تغییر شکل‌های برشی عرضی مد نظر قرار می‌دهد.

در مورد بررسی تأثیر جسم متصله می‌توان گفت که آثار زیادی در مورد تیرها و میله‌ها با جرم توزیع یافته به‌صورت یکنواخت وجود دارند. اما تنها قسمت معدودی از مطالعات در مورد ورق‌های با جرم‌های توزیع یافته موجودند. گورمن [3] مسئله ارتعاشات آزاد ورقی حامل جرمی با تکیه‌گاه نقطه‌ای را از طریق اصل بر هم نهش<sup>5</sup> حل کرد. روسی [4] مسئله ارتعاش یک ورق کاملاً گیردار با جرم اتصال یافته را توسط ترکیب روش‌های عناصر مرزی و عناصر محدود حل کرد. کوپماز و تلی [5] در مورد ارتعاشات آزاد ورق حامل جرم توزیع یافته از طریق یک مدل ریاضی پژوهش کردند. برای گسسته‌سازی معادله دیفرانسیلی جزئی بدست آمده، روش گلرکین را استفاده نمودند. سپس فرکانس‌های ویژه و بردارهای ویژه سیستم را بدست آوردند. وانگ [6] ارتعاش آزاد یک ورق مستطیلی با تکیه‌گاه ساده حامل بار جرمی توزیع یافته را توسط روش ریلی- ریتز تجزیه و تحلیل کرد. علی بیگلو و همکاران [7] مسئله ارتعاشات آزاد یک ورق کامپوزیت چند لایه با تکیه‌گاه ساده همراه با جرم متصله توزیع شده را با استفاده از اصل همپلتون و یک

سری فوریه دوتایی حل کردند. ملک‌زاده و همکاران [8] به بررسی تأثیر جسم متصله بر روی ارتعاشات ورق ضخیم پرداختند و با در نظر گرفتن سفتی خود ورق و با استفاده از تئوری مرتبه بالا به نتایج قابل توجهی دست یافتند.

در رابطه با بررسی اثرات ناشی از در نظر گرفتن آلیاژ حافظه‌دار بر روی سازه تعداد محدودی از تحقیقات به بحث در مورد ارتعاشات آزاد ورق با اثرات آلیاژهای حافظه‌دار و یا پانل‌های ساندویچی حافظه‌دار پرداخته‌اند. استاکوویچ و همکارانش [9] علاوه بر بررسی اثر حرارت بر فرکانس طبیعی اول به بررسی تأثیر آلیاژهای حافظه‌دار بر تغییر دمای بحرانی کمناش ورق کامپوزیتی حافظه‌دار پرداختند و نشان دادند که افزایش پیش کرنش و دما سبب افزایش دمای بحرانی کمناش ورق می‌شود. لو و همکارانش [10] خواص ارتعاشی تیر کامپوزیتی حافظه‌دار را در شرایط مرزی مختلف مورد بررسی قرار دادند و با روش المان محدود نشان دادند که افزایش دما در کامپوزیت با آلیاژ حافظه‌دار پیش کشیده شده باعث افزایش فرکانس طبیعی خواهد شد و جهت افزایش نسبت میرایی، باید الیاف بدون پیش کشش در کامپوزیت تعبیه شوند. مجتبی احمدی و همکاران [11] در کار تحقیقاتی خود، نشان داد تعبیه آلیاژ حافظه‌دار در لایه‌های یک کامپوزیت هیبریدی باعث افزایش مقادیر فرکانس طبیعی سیستم می‌گردد. ژانگ و همکارانش [12] تغییرات فرکانس طبیعی یک نمونه ورق کامپوزیتی دارای آلیاژ حافظه‌دار را به روش المان محدود بررسی کرده و نشان دادند که اضافه کردن آلیاژ حافظه‌دار همراه با افزایش دما باعث افزایش فرکانس خواهد شد. پارک و همکارانش [13] رفتار ارتعاشی ورق کامپوزیتی حافظه‌دار را در حالت پس کمناش با استفاده از روش المان محدود و تئوری برشی مرتبه اول، مورد بررسی قرار دادند. نتایج عددی آن‌ها نشان می‌دهد که با افزایش کسر حجمی و مقدار پیش کرنش آلیاژ حافظه‌دار، فرکانس طبیعی در ناحیه پیش کمناش ابتدا افزایش یافته و سپس با غلبه خیز حرارتی ورق بر تنش بازیابی، فرکانس کاهش یافته تا اینکه کمناش روی دهد. همچنین فرکانس طبیعی ورق حاوی آلیاژ حافظه‌دار همواره از فرکانس طبیعی همان ورق بدون آلیاژ حافظه‌دار (در دمای مرجع) کمتر است. که این ناشی از افزایش وزن ورق و کاهش خیز حرارتی ناشی از آلیاژ حافظه‌دار است. کینگ نی و همکارانش [14] مشخصه‌های سفتی و ارتعاشات تیر کامپوزیتی حاوی آلیاژ حافظه‌دار را با آنالیز مکانیکی دینامیکی بررسی کرده و نشان دادند خواص وابسته به دمای ارتعاشی و مشخصه‌های مکانیکی دینامیکی تحت تأثیر اضافه کردن آلیاژ حافظه‌دار است که با افزودن این آلیاژها فرکانس طبیعی کاهش می‌یابد. ژانگ [15] تیر کامپوزیتی محتوی آلیاژهای حافظه‌دار تحت بارهای حرارتی و مکانیکی را بررسی کرد. وی پس از حل معادلات نشان داد که تنش‌های بازیابی فشاری با غلبه بر تنش‌های داخلی کششی ناشی از حرارت بر تیر باعث کاهش فرکانس‌های طبیعی تیر می‌شود. حریری و همکارانش [16] تغییرات فرکانس طبیعی سازه کامپوزیتی حاوی آلیاژ حافظه‌دار را بررسی کردند. در این کار معادلات حاکمه با روش آنالیز اغتشاشی انرژی کرنش ورق بدست آمده و با استفاده از روش تحلیلی ریلی ریتز حل گردیده است. نتایج حاصله بیانگر کاهش اندکی در فرکانس طبیعی‌های سیستم پس از تحریک آلیاژهای حافظه‌دار است. شکوه فر و همکارانش [17] یک ورق کامپوزیتی هیبریدی را تحت ضربه سرعت پایین آنالیز و بهینه‌سازی کردند. در این کار بیان شد که با جایگذاری آلیاژ حافظه‌دار کشیده شده در دمای زیر دمای مرجع به‌طور متقارن در لایه‌های مختلف می‌توان با اعمال حرارت تا بالای دمای فعال سازی تنش فشاری تولید کرد، در نهایت برای آنالیز دینامیکی ورق فوق از روش تحلیلی ناویر استفاده کردند.

<sup>1</sup> Shape Memory Alloy (SMA)

<sup>2</sup> CLPT

<sup>3</sup> FSDT

<sup>4</sup> HOST

<sup>5</sup> Superposition

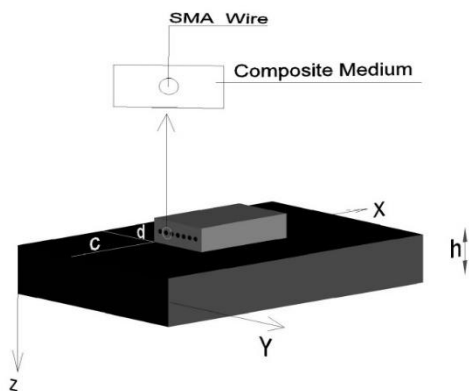


Fig. 1 Diagram of thick composite plate

شکل 1 ساختار هندسی ورق مورد بررسی

با بسط جابجایی‌ها به جمله مکعب در مختصات ضخامت، معادلات (1) حاصل می‌شوند:

$$\begin{cases} U = \sum_{i=0}^3 z^i u_i \\ V = \sum_{i=0}^3 z^i v_i \\ W = \sum_{i=0}^3 z^i w_i \end{cases} \quad (1)$$

که در رابطه‌ی (1)،  $U, V, W$  مؤلفه‌های جابجایی یک نقطه عمومی در ورق هستند. جملات  $(u_1, v_1, w_1)$ ،  $(u_2, v_2, w_2)$  و  $(u_3, v_3, w_3)$  تعریف شده در میانه صفحه هستند و به صورت (2) نشان داده می‌شوند:

$$\begin{cases} u_1 = \left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)_{z=0}, v_1 = \left(\frac{\partial v}{\partial z}\right)_{z=0}, w_1 = \left(\frac{\partial w}{\partial z}\right)_{z=0} \\ 2u_2 = \left(\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right)_{z=0}, 2v_2 = \left(\frac{\partial^2 v}{\partial z^2}\right)_{z=0}, 2w_2 = \left(\frac{\partial^2 w}{\partial z^2}\right)_{z=0} \\ 6u_3 = \left(\frac{\partial^3 u}{\partial z^3}\right)_{z=0}, 6v_3 = \left(\frac{\partial^3 v}{\partial z^3}\right)_{z=0}, 6w_3 = \left(\frac{\partial^3 w}{\partial z^3}\right)_{z=0} \end{cases} \quad (2)$$

که در رابطه‌ی (2)،  $u_1$  و  $v_1$  چرخش نرمال صفحه مرجع حول محورهای  $X$  و  $Y$  می‌باشند و توابع  $u_2, v_2, w_2, u_3, v_3, w_3$  ترم‌های مرتبه بالای بسط سری تیلور و بیانگر مدهای مرتبه بالای تغییر شکل مقطع عرضی هستند.

### 2-3 سینماتیک ورق

کرنش برشی و نرمال خطی در یک دستگاه مختصات کارتزین به صورت رابطه‌ی (3) تعریف می‌شود [22]:

$$\begin{cases} \epsilon_x = \frac{\partial U}{\partial y}, \gamma_{xy} = \frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x} \\ \epsilon_y = \frac{\partial V}{\partial x}, \gamma_{xz} = \frac{\partial U}{\partial z} + \frac{\partial W}{\partial x} \\ \epsilon_z = \frac{\partial W}{\partial z}, \gamma_{yz} = \frac{\partial V}{\partial z} + \frac{\partial W}{\partial y} \end{cases} \quad (3)$$

با جایگزین کردن معادله (1) در معادله (3)، کرنش‌های خطی را برحسب جابجایی‌های وسط ورق بدست می‌آید. روابط تنش-کرنش نیز با فرض محورهای ماده اصلی (1,2,3) و محورهای لایه‌ها  $(x, y, z)$  اصلی بصورت (4) بدست می‌آید:

$$\{\sigma_{ij}\}^L = [C_{ij}]^L \{\epsilon_{ij}\}^L \quad (4)$$

هشام حامد ابراهیم و همکارانش [18] در دانشگاه سنول مشخصه‌های آبروترمو مکانیکی ورق کامپوزیتی حافظه‌دار را مورد مطالعه قرار دادند. یک مدل المان محدودی برای بررسی رفتار استاتیکی و دینامیکی ورق مذکور که تحت اثر ترکیبی بارهای حرارتی، مکانیکی و آئرو دینامیکی بود، استفاده شد. آن‌ها نشان دادند در ناحیه پیش‌کمانش، با افزایش دما ابتدا فرکانس‌های طبیعی سیستم افزایش می‌یابد و سپس با غلبه بارهای حرارتی و آبرودینامیکی بر تنش بازیابی ناشی از آلیاژهای تعبیه شده در ورق فرکانس‌های طبیعی کاهش می‌یابد. شیه یانوکو و همکارانش [19] با بررسی اثر آلیاژهای حافظه-دار بر روی کمانش ورق کامپوزیتی به روش المان محدود نشان دادند تنش بازیابی کششی ناشی از پیش کرنش آلیاژهای حافظه دار بار کمانش را افزایش می‌دهد و بالطبع فرکانس‌های طبیعی سیستم افزایش می‌یابد. ملک زاده و همکارانش [20] به بررسی پاسخ ارتعاش آزاد ورق کامپوزیتی با وجود آلیاژهای حافظه‌دار پرداختند، در این مطالعه پارامترهای هندسی، فیزیکی و جنس مواد را بر روی پاسخ ورق کامپوزیتی فوق بررسی نمودند. آلیاژهای حافظه‌دار در لایه های کامپوزیتی قرارداده شده و تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول را برای بدست آوردن معادلات حاکمه بر ورق کامپوزیتی مورد استفاده قرارداده‌اند و معادلات را برای ورق کامپوزیتی هیبریدی با تکیه‌گاه ساده به روش ناوبر حل نمودند.

در کار حاضر با توجه به فعالیت‌های پیشین صورت گرفته در زمینه ارتعاشات سیستم‌های دارای جسم متصله و همچنین تحقیقات انجام شده بر روی هوشمندسازی سیستم به بررسی ارتعاشات آزاد ورق‌های ضخیم دارای جسم متصله هوشمند سازی شده به واسطه آلیاژهای حافظه‌دار پرداخته شده است. در این پژوهش از تئوری مرتبه بالای 12 مؤلفه ایی گارگ-کانت [21] برای مدل کردن ورق اصلی استفاده می‌شود. سپس با استفاده از روش گلرکین به حل معادلات بدست آمده پرداخته شده و در نهایت اثر پارامترهای مختلف آلیاژهای حافظه‌دار و همچنین ابعاد جسم متصله هوشمند بر روی فرکانس‌های طبیعی بررسی گردیده و نتایج کار جهت تصدیق درستی با تحلیل‌های موجود مقایسه شده است و نتایج قابل توجهی در مورد استفاده از آلیاژهای حافظه‌دار و جسم متصله در بررسی ارتعاشات سیستم بدست آمده است.

## 2- ساختار تئوری

### 2-1 توصیف هندسی

شکل 1 یک ورق ضخیم با ضخامت یکنواخت را نشان می‌دهد که دارای یک جسم متصله توزیع یافته روی سطح فوقانی‌اش می‌باشد.  $(X, Y, Z)$  نشان دهنده محورهای مختصات کارتری عمود بر هم است که در آن محورهای  $X$  و  $Y$  در میانه ضخامت ورق قرار دارند و  $Z$  مطابق با قاعده دست راست عمود بر قاعده این دو می‌باشد.

### 2-2 میدان جابجایی

در این پژوهش از میدان جابجایی 12 مؤلفه ایی گارگ-کانت [21] استفاده شده است. همانگونه که بیان گردید با استفاده از این میدان جابجایی می‌توان تقریبی بهتر نسبت به روش‌هایی نظیر تئوری کلاسیک و تئوری مرتبه اول برشی در مورد وضعیت ورق علی‌الخصوص در ورق‌های ضخیم داشت. در این روش به هیچ عامل تصحیح برشی نیاز نیست. همچنین توزیع تنش بین لایه-ای دقیق‌تری را به همراه دارد که همین امر مزیت این میدان جابجایی نسبت به دیگر میدان‌های جابجایی مرتبه بالا بویژه در ورق‌های ضخیم می‌باشد.

$$\int_0^T \delta K dt = - \int_0^T \left[ \int_V \rho (\dot{U} \delta U + \dot{V} \delta V + \dot{W} \delta W) dv \right] dt + \int_V \rho (\dot{U} \delta \dot{U} + \dot{V} \delta \dot{V} + \dot{W} \delta \dot{W}) \Big|_{t=t_0}^{t=T} dv \quad (12)$$

با قرار دادن شرایط اولیه برابر با صفر، جمله دوم حذف خواهد شد. بدست آوردن تغییرات انرژی کرنشی مهمترین بخش بدست آوردن معادلات حرکت است:

$$\delta U = \int_V \sigma_{ij} \delta \varepsilon_{ij} dv = \int \int_{h/2}^{h/2} \sigma_{ij} \delta \varepsilon_{ij} A_1 A_2 dx dy dz \quad i, j = 1, 2, 3 \quad (13)$$

که در رابطه (13)،  $\sigma_{i,j}$  و  $\varepsilon_{i,j}$  مؤلفه‌های تنش و کرنش هستند و انتگرال-گیری روی مساحت صفحه میانه ورق صورت می‌پذیرد.

همانطور که در شکل 2 مشاهده می‌شود، برای جایگذاری و همچنین به منظور افزودن یک جسم متصله هوشمند، می‌بایست انرژی‌های آن جسم باید به سیستم اصلی اضافه شوند. باید اشاره شود که این انرژی‌ها که با جسم متصله توزیع یافته در ارتباطاند، تنها در جایی از سطح اضافه می‌شوند که جسم متصله در آنجا واقع است. فرض می‌شود که جسم متصله مانع خمش ورق نمی‌شود. به عبارت دیگر جسم متصله می‌تواند به فرم منطقه‌ای از ورق که روی آن واقع است در آید.

از طریق توابع هویساید، تأثیر موقعیت جسم متصله در این روابط صدق می‌کند:

$$K_{total} = K_{plate} + H(x, y, x_0, y_0, c, d) K_{attached\ mass} \\ u_{total} = U_{plate} + H(x, y, x_0, y_0, c, d) U_{attached\ mass} \quad (14)$$

$x_0$  و  $y_0$  مختصات نقطه‌ای از جسم متصله هستند که به مبدا از همه نزدیکتر است،  $c$  و  $d$  عرض و طول جسم متصله هستند که در شکل 2 نشان داده شده است.  $H$  ترکیبی از توابع هویساید است که توسط کوپماز [5] معرفی گردیده است و به این صورت بیان می‌شود:

$$H(x, y, x_0, y_0, c, d) = [\hat{H}(x - x_0) \hat{H}(x - x_0 - c)] * [\hat{H}(y - y_0) - \hat{H}(y - y_0 - d)] \quad (15)$$

که در آن  $\hat{H}$  تابع هویساید است. تأثیر  $H$  در (16) نشان داده می‌شود:

$$\int_0^b \int_0^a H f(x, y) dx dy = \int_{y_0}^{y_0+d} \int_{x_0}^{x_0+c} f(x, y) dx dy \quad (16)$$

انتگرال گیری از تغییرات انرژی جنبشی در طی زمان می‌دهد:

$$\int_0^T \delta K_{total} dt = - \int_0^T \left[ \int_V \rho (\dot{U}_i \delta U + \dot{V}_i \delta V + \dot{W}_i \delta W) dv + \int_V \bar{\rho} (\dot{U}_i \delta U + \dot{V}_i \delta V + \dot{W}_i \delta W) d\bar{v} \right] dt \quad (17)$$

که در آن  $\bar{\rho}$  و  $\bar{v}$  به ترتیب نماینده چگالی جرمی و حجمی جسم متصله هستند. علاوه بر این تغییرات انرژی کرنشی نیز به صورت (18) است:

$$\delta U_{total} = \int_V \sigma_{ij} \varepsilon_{ij} dv + H \int_V \bar{\sigma}_{ij} \bar{\varepsilon}_{ij} dv \quad (18)$$

کاربرد المان‌های گوناگون آلیاژهای حافظه‌دار تعبیه شده در سازه‌ها به دو روش متفاوت خاصیت فعال<sup>1</sup> و انرژی کرنشی<sup>2</sup> صورت می‌پذیرد. در تکنیک خاصیت فعال، تغییرات مدول الاستیسیته آلیاژهای حافظه‌دار تعبیه شده در

که در آن مؤلفه‌های C در منبع [21] موجودند. بعد از تبدیل روابط تشکیل دهنده از محورهای لایه‌ها (1,2,3) به محورهای مرجع، معادلات (5) بدست می‌آید:

$$\sigma = Q \times \varepsilon \quad (5)$$

که در آن مؤلفه‌های ماتریس  $Q$  ثابت‌های کشسانی کاهش یافته ماده ارتوتروپیک در لایه  $L$  ام هستند. با انتگرال‌گیری از معادله (5) روی ضخامت ورق خواهیم داشت:

$$\bar{\sigma} = D \bar{\varepsilon} \quad (6)$$

که در آن:

$$\bar{\sigma} = \left\{ N_x, N_y, N_{xy}, N_x^*, N_y^*, N_{xy}^*, N_z, N_z^*, M_x, M_y, M_{xy}, M_x^*, M_y^*, M_{xy}^*, M_z, Q_x, Q_y, Q_x^*, Q_y^*, S_x, S_y, S_x^*, S_y^* \right\} \\ \bar{\varepsilon} = \left\{ \varepsilon_{x0}, \varepsilon_{y0}, \varepsilon_{xy0}, \varepsilon_{x0}^*, \varepsilon_{y0}^*, \varepsilon_{xy0}^*, \varepsilon_{z0}, \varepsilon_{z0}^*, X_x, X_y, X_{xy}, X_x^*, X_y^*, X_{xy}^*, X_z, \varphi_x, \varphi_y, \varphi_x^*, \varphi_y^*, X_{xz}, X_{yz}, X_{xz}^*, X_{yz}^* \right\} \quad (7)$$

و  $D$  به این صورت (8) تعریف می‌شود:

$$D = \begin{bmatrix} D_F & 0 \\ 0 & D_S \end{bmatrix} \quad (8)$$

که مؤلفه‌های ماتریس  $D$  در مرجع [23] موجود است. بنابراین مؤلفه-های برآیند تنش برای  $N$  لایه به این صورت (9) تعریف می‌شوند:

$$\begin{bmatrix} N_{xx} & N_{yy} & N_{zz} & N_{xy} & N_{yx} \\ N_{xx}^* & N_{yy}^* & N_{zz}^* & N_{xy}^* & N_{yx}^* \\ M_{xx} & M_{yy} & M_{zz} & M_{xy} & M_{yx} \\ M_{xx}^* & M_{yy}^* & M_{zz}^* & M_{xy}^* & M_{yx}^* \end{bmatrix} = \sum_{L=1}^N \int_{z_L}^{z_{L+1}} \begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yx} \end{Bmatrix} \{1, z, z^2, z^3\} dz \\ \begin{bmatrix} Q_x & Q_y \\ Q_x^* & Q_y^* \\ S_x & S_y \\ S_x^* & S_y^* \end{bmatrix} = \sum_{L=1}^N \int_{z_L}^{z_{L+1}} \begin{Bmatrix} \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \end{Bmatrix} \{1, z, z^2, z^3\} dz \quad (9)$$

#### 4-2- معادلات حرکت

از اصل همیلتون برای تعریف معادلات حرکت بر حسب میدان جابجایی، معادله (1) و میدان کرنش-جابجایی، معادلات (2) و (3)، استفاده می‌شود. فرم تحلیلی صورت (10) بیان می‌شود:

$$\int_0^T \delta L dt \equiv \int_0^T [\delta K - (\delta U - \delta V)] dt = 0 \quad (10)$$

که در رابطه (10)،  $\delta K$  نشان دهنده انرژی جنبشی،  $\delta U$  انرژی کرنشی و  $\delta V$  انرژی پتانسیل در نتیجه بارهای اعمال شده می‌باشد. هرکدام می‌توانند با استفاده از معادلات (1) تا (3) بسط داده شوند: تغییرات انرژی جنبشی به صورت (11) است:

$$\delta k = \int_V \rho (\dot{U} \delta \dot{U} + \dot{V} \delta \dot{V} + \dot{W} \delta \dot{W}) dv \quad (11)$$

که در آن  $\rho$  چگالی جرمی ورق است. بعد از انتگرال‌گیری روی زمان  $T$ ، معادله (11) به صورت (12) تبدیل می‌شود [24]:

<sup>1</sup> Active Property Tuning (APT)

<sup>2</sup> Active Strain Energy Tuning (ASET)

توابع شکل معادلات باید در معادله حرکت متناسب‌شان ضرب شود و بعد روی سطح ورق انتگرال‌گیری شود، که در نهایت روابط به فرم ماتریس به شکل (20) بدست می‌آیند:

$$\{[A] - \omega^2[B]\}\{C\} = \{0\} \quad (20)$$

که در آن  $\{C\}$  بردار جابجایی بدست آمده با جمع کردن ضرایب در مرحله قبل است که به ترتیب صعودی مرتب می‌شوند.  $[A]$  ماتریس سفتی و  $[B]$  ماتریس جرم است.

### 3- نتایج عددی و بحث

#### 3-1- تأثیر افزایش سفتی موضعی هوشمند

در این قسمت با توجه به این موضوع که جسم متصله‌ایی که به رویه فوقانی ورق اصلی اضافه گردیده است هوشمند بوده و حاوی آلیاژ حافظه‌دار می‌باشد و از آنجا که آلیاژهای حافظه‌دار این توانایی را دارا می‌باشند که سفتی جسم متصله را با رعایت شرایطی به نحو مطلوبی افزایش دهند، لذا همین امر منجر به افزایش سفتی کل سیستم خواهد شد از این رو با توجه به مشخصات بیان شده از آلیاژهای حافظه‌دار، تأثیر این آلیاژها به چه صورت و به چه مقدار خواهد بود، دارای اهمیتی خاص است. از جهت دیگر حضور جسم متصله به معنی حضور یک سفتی موضعی و یک جرم موضعی در سیستم می‌باشد که با در نظر گرفتن سفتی آن می‌توان به نتایج خاصی دست یافت. اما نکته قابل تأمل در تمامی مباحث ایجاد یک رابطه بهینه ما بین وزن جسم متصله، تأثیرات آلیاژ حافظه‌دار و سفتی جسم متصله است که هدف این پژوهش نیز تبیین قسمتی از این فرآیند است. پاسخ‌ها در این جا به دو گروه تقسیم می‌شوند، گروه اول بدون در نظر گرفتن سفتی جسم متصله گسترده، و گروه دوم با در نظر گرفتن این اثر است. از آنجایی که در مراجع مورد بررسی از ورق هایی با مشخصات ذیل استفاده شده در اینجا نیز همان مشخصات به جهت صحه سنجی بکار می‌رود. ابعاد ورق بطور نسبی برابر  $a = 1.5b$  می‌باشد.

فاکتور بی بعد ساز فرکانس طبیعی به صورت  $(D/\rho a^2)^{-1/2}$  انتخاب شده است که در آن  $D$  سفتی خمشی ورق می‌باشد که به صورت  $D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$  تعریف می‌شود.

مشخصات جسم متصله‌ی گسترده هوشمند سازی شده با آلیاژهای حافظه‌دار که در مرکز ورق به صورت متقارن قرار دارد به شرح ذیل می‌باشد:

$$\frac{h}{a} = 0.01, \quad \rho_a h_a = 10\rho h, \quad c = 0.1a, \quad d = 0.15a$$

$$\Delta T = 100, \quad SMA \varepsilon = 1\%$$

$$Ks = SMA \text{ Volume Fraction} = 0.1 \quad (21)$$

لازم بذکر است که اندیس  $a$  معرف جسم متصله می‌باشد. جدول 1، نشان دهنده‌ی 10 فرکانس طبیعی ورق ایزوتروپیک به‌همراه جسم متصله‌ی گسترده دارای آلیاژهای حافظه‌دار و بدون در نظر گرفتن سفتی خمشی می‌باشد. مقایسه نتایج بدست آمده با نتایج مراجع [8]، [5] و نرم افزار انسیس 1 می‌باشد.

همانطور که در جدول 1 مشاهده می‌گردد با حضور آلیاژهای حافظه‌دار در جسم متصله فرکانس‌های طبیعی سیستم بطور محسوسی افزایش پیدا می‌کنند بگونه‌ایی که اختلاف بین نتایج بدست آمده از مراجع و نتایج این پژوهش در فرکانس اول تقریباً برابر 0.3 می‌باشد که مسلماً با افزایش پارامترهای مربوط به آلیاژهای حافظه‌دار مقدار این افزایش قابل تغییر است.

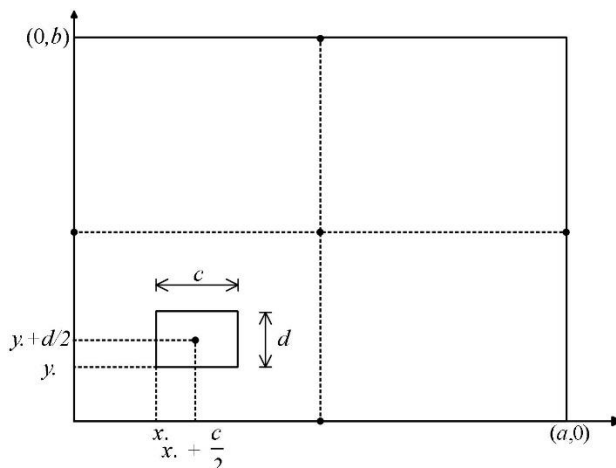


Fig. 2 Position of attached mass which contain SMA

شکل 2 نحوه جایگذاری جسم متصله هوشمند

سازه که وابسته به دماست، برای بررسی سختی سازه مورد مطالعه قرار می‌گیرد که در واقع استفاده از خاصیت سوپرالاستیسیته آلیاژهای حافظه‌دار است. در تکنیک انرژی کرنشی المان‌های آلیاژهای حافظه‌دار قبل از جایگذاری در سازه، تحت کرنش ابتدایی قرار می‌گیرند سپس با گرمایش المان‌های آلیاژهای حافظه‌دار تعبیه شده در سازه تنش بازیافتی بزرگی در سازه تولید می‌شود. در کار حاضر از تکنیک انرژی کرنشی جهت کاربرد آلیاژهای حافظه‌دار استفاده شده است. و از آنجا که اثر آلیاژهای حافظه‌دار در این پژوهش بصورت بار خارجی در تجزیه و تحلیل‌ها در نظر گرفته می‌شود، پس می‌بایست تغییر انرژی پتانسیل مجدداً مد نظر قرار داده شود. با توجه به روش استفاده شده توسط مرجع [19] و با فرض کردن اینکه هیچگونه انتقال حرارتی ما بین جسم متصله و آلیاژ حافظه‌دار وجود ندارد، و همچنین نادیده گرفتن خواص میکرومکانیک آلیاژهای حافظه‌دار به ادامه حل پرداخته می‌شود.

نیروی بازیافتی بر جسم متصله است که ناشی از تحریک آلیاژهای حافظه‌دار بواسطه دما می‌باشد و با توجه به مطالب بیان شده در مرجع [19] می‌تواند به فرم (19) نمایش داده شود:

$$N^T = \iint_{A_w} [\varepsilon_0 - \alpha_s(T - T_0)] E_s dA_w = \sigma^T h_s V_s \quad (19)$$

که در آن  $T$  و  $T_0$  به ترتیب مربوط به مدول الاستیسیته، ضریب انبساط حرارتی، سطح مقطع و ضخامت لایه محتوی آلیاژهای حافظه‌دار، کسر حجمی آلیاژهای حافظه‌دار موجود در لایه، دمای مرجع، دمای محیط و  $\varepsilon_0$  پیش کرنش مربوط به آلیاژهای حافظه‌دار است. در نهایت با اعمال نیروی  $N^T$  به انرژی سیستم و با انتگرال‌گیری عبارت‌های حاصله بر اساس بخش‌ها و جمع کردن ضرایب، می‌توان اثر آلیاژهای حافظه‌دار را روی سیستم در نظر گرفت.

#### 5-2- حل معادلات

بعد از افزودن یک جسم متصله هوشمند حاوی آلیاژ حافظه‌دار به ورق، روش حل نایبر دیگر صدق نمی‌کند. بنابراین در این مطالعه از روش گلرکین استفاده می‌شود. برای حل کردن معادلات حرکت، این معادلات باید به ضرایب جابجایی تبدیل شوند. این امر را می‌توان با بکارگیری معادلات (1)، (3) و (9) در معادلات حرکت انجام داد. شرایط مرزی در این پژوهش بصورت تکیه‌گاه ساده در نظر گرفته می‌شود. گام بعدی بکارگیری معادلات ناشی از شرایط مرزی برای معادلات حرکت بر حسب ضرایب جابجایی می‌باشد. سپس

<sup>1</sup> Ansys

**جدول 2** فرکانس‌های بی بعد ورق ایزوتروپیک به همراه جسم متصله گسترده دارای آلیاژ حافظه دار، بدون در نظر گرفتن سفتی جسم متصله با استفاده از تئوری مرتبه بالای برشی

**Table 2** Frequencies of non-dimensional isotropic plate with distributed attached mass that contain SMA, without considering stiffness of attached mass and using HOST12

کار حاضر				ردیف
HOST12	HOST12	Kopmaz [5]	FSDT [8]	
بدون آلیاژ حافظه‌دار				
با آلیاژ حافظه‌دار				
12.300	12.000	12.009	12.079	$\omega_{11}$
27.917	27.236	27.240	27.217	$\omega_{12}$
44.285	43.204	43.210	43.545	$\omega_{21}$
58.577	57.128	56.985	56.948	$\omega_{22}$

علت در نظر گرفتن فرضیات ساده کننده در تئوری‌های استفاده شده توسط مراجع است. در حالتی که اختلاف بین نتایج تئورهای برشی مرتبه اول و کلاسیک با نتایج حاصل از این پژوهش در حالت به همراه داشتن آلیاژ حافظه دار برابر تقریباً 0.3 است که این اختلاف مقادیر ناشی از تئوری مورد استفاده و قسمت عمده‌ای نیز ناشی از تأثیرات آلیاژهای حافظه‌دار است. باید توجه داشت که اضافه کردن جسم متصله گسترده دارای آلیاژ حافظه‌دار بدون در نظر گرفتن سفتی، همیشه باعث افزایش فرکانس‌های سیستم نمی‌شود. زیرا که این افزایش به‌طور محسوس و وابسته به شرایط حاکمه بر آلیاژهای حافظه‌دار می‌باشد.

همانطور که قبلاً نیز بیان شده در صورتی که اثرگذاری ناشی از آلیاژهای حافظه‌دار و سفتی خود جسم متصله بیشتر از اثر ناشی از وزن جسم متصله و سنگینی خود آلیاژهای حافظه‌دار باشد، فرکانس‌های سیستم افزایش می‌یابند. در غیر اینصورت ممکن است فرکانس‌ها از حالت بررسی ارتعاشات ورق تنها نیز کمتر شوند.

حال اگر در قسمت قبل سفتی خمشی جسم متصله گسترده هوشمندسازی شده بواسطه آلیاژهای حافظه‌دار با ورق اصلی برابر گرفته شود، نتایج حاصله متعلق به فرکانس‌های طبیعی بی‌بعد ورق به همراه جسم متصله گسترده دارای آلیاژ حافظه‌دار و با در نظر گرفتن سفتی خمشی آن می‌باشد که در جدول 3 مقادیر آن با دو حالت موجود در مراجع (تئوری کلاسیک و نرم افزار انسیس) مقایسه می‌شود.

همانطور که در جدول 3 قابل ملاحظه است در نظر گرفتن سفتی جسم متصله گسترده هوشمندسازی شده بواسطه آلیاژهای حافظه‌دار در پاسخ ارتعاشی سیستم حائز اهمیت بوده و در خیلی از موارد قابل چشم پوشی و صرف نظر گرفتن نمی‌باشد. بطوری که در مقایسه‌ای بین جداول 3 و 1 مشاهده خواهد شد که این تغییرات حتی تا 2.6٪ هم خواهد رسید.

برای نشان دادن اثر سفتی، چگالی جسم متصله گسترده هوشمندسازی شده بواسطه آلیاژهای حافظه‌دار با چگالی ورق اصلی برابر در نظر گرفته می‌شود، و از آنجا که سفتی خمشی برابری نیز با ورق اصلی دارد مقادیر فرکانس‌های بی بعد با همان پارامتر بی‌بعد ذکر شده در قسمت قبل در جدول 4 آورده شده است. با مقایسه پاسخ‌های این جدول با نتایج مرجع [8] قابل مشاهده است که فرکانس پایه در این حالت 2/54٪ تفاوت دارد.

**جدول 1** فرکانس‌های بی بعد ورق ایزوتروپیک به همراه جسم متصله گسترده دارای آلیاژ حافظه‌دار، بدون در نظر گرفتن سفتی جسم متصله

**Table 1** Frequencies of non-dimensional isotropic plate with distributed attached mass that contain SMA, without considering stiffness of attached mass

کار حاضر					ردیف
HOST12	HOST12	CLPT [8]	Kopmaz [5]	ANSYS	
بدون آلیاژ حافظه‌دار					
با آلیاژ حافظه‌دار					
12.3002	12.0002	11.9660	12.00292	12.0034	1
27.9177	27.2368	27.2773	27.2403	27.2320	2
44.2850	43.2049	43.1898	43.2103	43.0457	3
44.6171	43.5288	43.5136	43.5832	43.5707	4
58.5572	57.1298	57.1090	57.0125	56.9853	5
80.1854	78.1808	78.1535	78.1580	77.4079	6
80.5084	78.5448	78.5173	78.4819	78.9178	7
84.2388	82.1842	82.1554	82.4184	81.4992	8
108.4632	105.8177	105.7808	105.7888	105.589	9
112.1608	109.4252	109.3869	109.5762	109.434	10

این در صورتی است که با حضور جسم متصله بدون آلیاژهای حافظه‌دار فرکانس‌ها با توجه به نتایج مراجع [5] و نرم افزار انسیس کاهش می‌یابند. که هرگاه این کاهش ناشی از جسم متصله بیشتر از اثر افزایشی ناشی از آلیاژهای حافظه‌دار گردد. فرکانس‌های طبیعی کاهش می‌یابند و بالعکس، در چنین شرایطی ممکن است حضور آلیاژهای حافظه‌دار در سیستم خود موجب کار منفی گردد. یعنی از آنجا که آلیاژهای حافظه‌دار موادی چگال بوده و دارای وزن مخصوص بالایی می‌باشند، از این رو لازم بذکر است که سیستم می‌تواند به حالتی دست یابد که اضافه کردن آلیاژهای حافظه‌دار نه تنها سودی برای بهبود وضعیت ارتعاشاتی سیستم نداشته بلکه باعث تضعیف پاسخ‌های دینامیکی اش نیز به واسطه افزایش جرم شود.

به این ترتیب می‌توان به شرایطی رسید که اضافه کردن جسم متصله و آلیاژهای حافظه‌دار به سیستم، تأثیری در پاسخ‌های کل سیستم نداشته باشد که این حالات را می‌توانیم بعنوان حالات خنثی در سیستم در نظر گرفت. باید توجه داشت که اختلاف موجود ما بین مراجع و نتایج بدست آمده قسمتی نیز ناشی از نوع تئوری‌های مورد استفاده می‌باشد.

در جدول 2، مقایسه انجام شده در جدول 1 این بار با استفاده از تئوری کلاسیک ورق، تئوری برشی مرتبه اول و تئوری برشی مرتبه‌ی بالا مجدداً تکرار شده است. این مقایسه برای چهار فرکانس اول انجام گردیده و همانطور که مشاهده می‌شود اختلافی برابر تقریباً 0.08 در فرکانس اول مابین نتایج حاصل از مراجع با نتایج حاصل از این پژوهش وجود دارد که این اختلاف به

جنس خود ورق و با همان ضخامت مشابه جدول 4، به مرکز آن بوده است) آورده شده است.

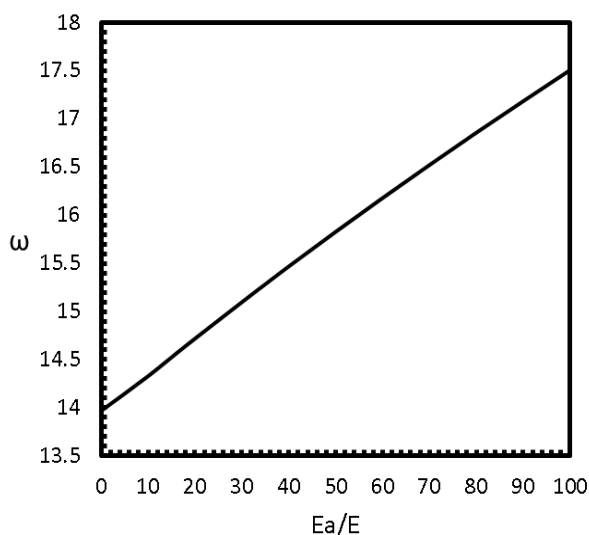
همانطور که مشاهده می‌شود، با افزایش نسبت مدول الاستیسیته، به دلیل افزایش سفتی جسم متصله گسترده دارای آلیاژهای حافظه‌دار و همچنین به دلیل وجود نیروی ناشی از استحاله آلیاژهای حافظه‌دار بر سیستم، فرکانس‌های طبیعی کل سیستم افزایش می‌یابد، و حتی از حالتی که جسم متصله گسترده نیز نباشد بیشتر می‌شود. البته این موضوع نیز کاملاً قابل درک است که مقدار افزایش فرکانس‌ها در این شرایط با وجود نیروی ناشی از استحاله آلیاژهای حافظه‌دار با مقدار افزایش فرکانس‌ها در مرجع [8] برابر است. که علت آن نیز به دلیل ثابت بودن پارامترهای آلیاژها در تمامی حالات می‌باشد البته شایان ذکر است که در حالتی که آلیاژهای حافظه‌دار در سیستم قرار دارد با عدم برقراری شرایط فعال شدن این آلیاژها میتوان به شرایطی دست یافت که وجود این آلیاژها سودی به حال سیستم نداشته باشند. نمودار تغییرات فرکانس در جدول 5، در نمودار شکل 3 رسم شده است. همانگونه که مشاهده می‌شود به وضوح قابل ملاحظه است که این تغییرات بصورت خطی می‌باشند.

فکتور تأثیرگذار دیگر در سفتی جسم متصله گسترده علاوه بر آلیاژهای حافظه‌دار، ضخامت آن می‌باشد. جدول 6 در حالت تساوی مدول الاستیسیته ورق و جسم متصله برای نسبت ضخامت‌های مختلف می‌باشد.

**جدول 5** تأثیر مدول الاستیسیته جسم متصله گسترده دارای آلیاژهای حافظه‌دار بر فرکانس‌های طبیعی بی بعد ورق ایزوتروپیک

**Table 5** Module of elasticity's effect on non-dimensional natural frequencies of attached mass which contain SMA

100	80	60	40	20	10	1	$E_d/E$
17.51	16.86	16.18	15.47	14.72	14.33	13.97	$\bar{\omega}$
							درصد
25.30	20.65	15.79	10.70	5.36	2.57	-	اختلاف



**Fig.3** Module of elasticity's effect on non-dimensional natural frequencies of attached mass which contain SMA

شکل 3 تأثیر مدول الاستیسیته جسم متصله گسترده دارای آلیاژ حافظه‌دار بر فرکانس‌های طبیعی بی بعد ورق ایزوتروپیک

**جدول 3** فرکانس‌های بی بعد ورق ایزوتروپیک به همراه جسم متصله دارای آلیاژهای حافظه‌دار، با در نظر گرفتن سفتی جسم متصله

**Table 3** Frequencies of non-dimensional isotropic plate with distributed attached mass that contain SMA, with considering stiffness of attached mass and using HOST12

$\bar{\omega}_i$	کار حاضر		
	HOST12	HOST12	CLPT [8]
	با آلیاژ حافظه‌دار	بدون آلیاژ حافظه‌دار	ANSYS
1	12.6243	12.3164	12.1734
2	27.9505	27.2687	27.2445
3	44.7208	43.6301	43.5927
4	51.7573	50.4950	43.9961
5	58.4595	57.0377	57.2675
6	81.0080	79.0322	78.1942
7	81.3236	79.3401	78.4833
8	94.5796	92.2321	84.1004
9	107.936	105.304	105.727
10	112.408	109.666	110.018

**جدول 4** فرکانس‌های بی بعد ورق ایزوتروپیک به همراه جسم متصله گسترده دارای آلیاژ حافظه‌دار با سفتی خمشی و چگالی برابر

**Table 4** Non-dimensional frequencies of isotropic plate with distributed attached mass and containing SMA, effect of stiffness and equal density

$\bar{\omega}_i$	HOST [8]	دارای آلیاژ حافظه‌دار - HOST12
1	14.2429	14.5990
2	27.4194	28.1049
3	43.8551	44.9514
4	49.3228	50.5558
5	57.1290	58.5572
6	78.9686	80.9428
7	93.0166	95.3421
8	106.3319	108.9902
9	128.2487	131.4549

این نکته بدین معناست که اضافه کردن جسم متصله گسترده دارای آلیاژ حافظه‌دار تأثیراتی را بر پاسخ‌های فرکانسی سیستم گذاشته است. اما بار دیگر اعلام می‌شود که این امر خود بیانگر این است که می‌توان با اعمال تغییرات در پارامترهای آلیاژهای حافظه‌دار به شرایطی دست یافت که اضافه کردن جسم متصله گسترده تأثیری بر فرکانس پایه سیستم نگذارد.

دلیل این موضوع بدین صورت می‌باشد که وزن و ممان اینرسی جسم متصله گسترده باعث کاهش فرکانس‌های طبیعی سیستم می‌شود، حال آنکه سفتی آن و همچنین تأثیرات هوشمندسازی بواسطه آلیاژهای حافظه‌دار در جهت عکس عمل می‌کند و باعث افزایش فرکانس‌های طبیعی سیستم می‌شوند. لذا در شرایطی می‌توان به حالتی دست یافت که عملکرد آلیاژهای حافظه‌دار بمانند حالت خنثی باشد. در ادامه کار اثر مدول الاستیسیته جسم متصله گسترده هوشمندسازی شده بواسطه آلیاژهای حافظه‌دار مورد بررسی قرار گرفته است. جدول 5، حاوی فرکانس‌های طبیعی بی بعد ورق ایزوتروپیک به همراه جسم متصله دارای آلیاژ حافظه‌دار می‌باشد.

در این جدول همانند مرجع [8]، شش نسبت مدول الاستیسیته دیگر علاوه بر حالت تساوی آورده شده است، و در ردیف پایین، درصد اختلاف با حالت تساوی (در حالتی که اتصال جسم متصله گسترده هوشمند سازی شده از

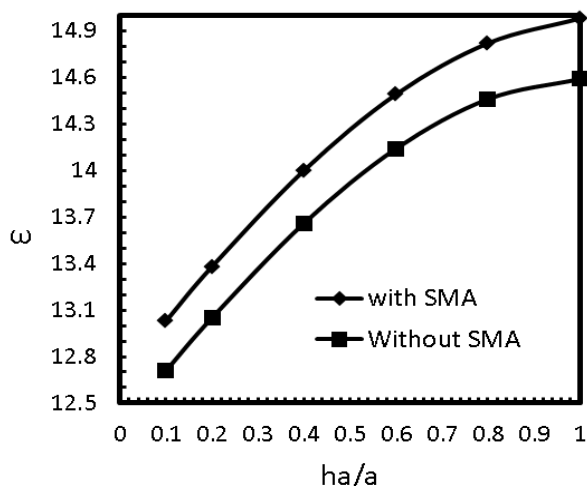


Fig. 4 Effect of thickness on non-dimensional natural frequencies of isotropic plate

شکل ۴ تأثیر ضخامت جسم متصله گسترده بر فرکانس‌های طبیعی بی بعد ورق ایزوتروپیک

جدول ۷ مشخصات ورق کامپوزیتی

Table 7 specifications of composite plate

مدول الاستیسیته	مدول برشی	چینش	ضریب پواسون	ضریب بی بعد ساز
$E_1/E_2 = 25$ $E_2 = E_3$	$G_{12} = G_{13} = 0.5E_2$ $G_{23}/E_2 = 0.2$	$(0^\circ/90^\circ)_s$	$\nu_{12} = 0.25$	$\bar{\omega} = \omega x^{2*}$ $* (p/E_2)^{1/2}$ $/h$

جدول ۸ مشخصات جسم متصله گسترده

Table 8 specifications of attached mas

مدول الاستیسیته	ضریب پواسون	موقعیت	ابعاد	چگالی
$E = E_1$ (of panel)	$\nu = 0.33$	Center	$c/a = 0.2$ $d/b = 0.2$	$p_a h_a / p h = 10$

جدول ۹ مشخصات آلیاژهای حافظه دار

Table 9 specifications of SMA

پیش کرنش آلیاژ حافظه‌دار	تغییر دما آلیاژ حافظه‌دار	کسر حجمی آلیاژ حافظه‌دار
SMA $\epsilon_s = \% 1$	$\Delta T = 100^\circ C$	$K_s = \text{SMA Volume Fraction}$

نزول است که علت آن نیز مجدداً به نحوه اعمال اثر آلیاژهای حافظه‌دار بصورت کسر حجمی از مقطع جسم متصله گسترده می‌باشد. لازم بذکر است در صورت افزایش پارامترهای مختلف آلیاژ حافظه‌دار مسلماً مقدار افزایش فرکانس‌های طبیعی بیشتر خواهد شد. اما افت ابتدایی شدید نمودار شکل ۵ به علت آن است که نمودار در ابتدا حالتی را نمایش می‌دهد که جسم متصله‌ای وجود ندارد به همین علت با حضور جسم متصله هوشمند و افزایش مساحت آن فرکانس‌ها تغییرات چشم‌گیری می‌کنند.

جدول ۶ تأثیر ضخامت جسم متصله گسترده دارای آلیاژهای حافظه دار بر فرکانس

های طبیعی بی بعد ورق ایزوتروپیک

Table 6 Effect of thickness on non-dimensional natural frequencies of isotropic plate

1	0.8	0.6	0.4	0.2	0.1	$h_a/h$
$\bar{\omega}$						
14.98	14.82	14.49	14.00	13.38	13.03	(با آلیاژ حافظه‌دار) $\bar{\omega}$
14.59	14.46	14.14	13.66	13.05	12.71	(بدون آلیاژ حافظه‌دار) [8]

برای اینکه تأثیر ممان اینرسی جرمی کمتر شود، نسبت ممان اینرسی اول ورق و جسم متصله ثابت در نظر گرفته می‌شود،  $p_a h_a = 10 p h$  دلیل این امر تأثیر مثبت افزایش ضخامت بر ممان اینرسی جرمی می‌باشد و در انتها برای نمایش تأثیر آلیاژهای حافظه‌دار بر فرکانس‌های سیستم، نتایج با اطلاعات بدست آمده از مرجع [8] مقایسه می‌شود.

همانطور که مشاهده می‌شود، افزایش ضخامت باعث افزایش سفتی جسم متصله، و با ثابت گرفتن ممان اینرسی جرمی اول، باعث افزایش فرکانس‌های طبیعی سیستم می‌شود و با دقت بیشتر به نمودار شکل ۴ مشاهده می‌شود که تأثیر آلیاژهای حافظه‌دار در فرکانس‌های سیستم بخوبی قابل ملاحظه است. از آنجا که آلیاژهای حافظه‌دار بصورت کسر حجمی بر سیستم اثر می‌کنند لذا تأثیر این آلیاژها با افزایش ضخامت بصورت ثابت افزوده می‌شود از این رو همانطور که در نمودار شکل ۴ مشاهده می‌شود شیب هر دو نمودار ثابت است. دلیل ثابت گرفتن ممان اینرسی جرمی اول، کم‌رنگ کردن اثر ماتریس جرمی در فرکانس‌های سیستم می‌باشد. مقادیر جدول ۶ در نمودار شکل ۴ رسم شده است. همانطور که مشاهده می‌شود، شیب نمودار با افزایش نسبت ضخامت کم می‌شود که به معنای کاسته شدن از اثر سفتی جسم متصله و آلیاژهای هوشمند است.

### 3-2- تأثیر ابعاد جسم متصله

در این قسمت تأثیر ابعاد جسم متصله گسترده در حالات مختلف بدون آلیاژهای حافظه‌دار و با آلیاژهای حافظه‌دار مورد بررسی قرار گرفته است. مشخصات سیستم سازه‌ای در جدول‌های ۷ الی ۹ آورده شده است. نسبت ابعاد ورق در این حالت برابر  $a/b=1$  می‌باشد. این تغییرات در نمودار ۵ برای فرکانس پایه بی‌بعد رسم شده است. همانطور که مشاهده می‌شود، با افزایش ابعاد جسم متصله فرکانس‌های سیستم کاهش می‌یابد و با کاهش شیب روبرو می‌شود. علت کاهش فرکانس‌های سیستم نیز در این است که با توجه به افزایش ابعاد جسم متصله مسلماً وزن سیستم نیز افزایش خواهد یافت که این افزایش وزن باعث کاهش فرکانس سیستم خواهد شد. همانطور که مشخص است در صورت فعال‌سازی آلیاژهای حافظه‌دار مشاهده می‌شود که تحریک این آلیاژها باعث افزایش فرکانس‌ها شده که این امر نیز ناشی از نیروی حاصل از تنش بازیابی بوده و نهایتاً منجر به افزایش سفتی سیستم شده است. اما نکته قابل توجه در این است که شیب هر دو نمودار در حالت دارای آلیاژهای حافظه‌دار و بدون آلیاژهای حافظه‌دار یکسان بوده و بطور یکنواخت روبه



بدیهی‌ست که اضافه شدن جسم متصله به سیستم باعث تغییراتی در پاسخ فرکانسی آن می‌شود. ممان‌های جرمی در نظر گرفته شده در جسم متصله باعث کاهش فرکانس پایه سیستم می‌شود، حال آنکه در نظر گرفتن سفتی جسم متصله باعث افزایش آن می‌شود. به بیان بهتر، ماتریس جرمی جسم متصله گسترده در جهت خلاف ماتریس سفتی آن عمل می‌کند و در نظر نگرفتن این سفتی باعث بروز خطا در پاسخ می‌شود. و در این بین وجود آلیاژهای حافظه‌دار به کمک ماتریس سفتی آمده و به رفتار بهتر سیستم کمک می‌کند.

ابعاد جسم متصله توزیع یافته می‌توانند بر فرکانس‌های طبیعی کل سیستم تأثیر فراوانی بگذارند. بگونه‌ای که شاید بتوان گفت که در صورت ثابت بودن حجم خاصی از جسم متصله بهتر است که بجای مساحت، ضخامت آن را افزایش داد. زیرا همانطور که مشخص است در صورت افزایش تقریباً 40 درصدی مساحت جسم متصله با کاهش تقریبی 16 درصدی فرکانس‌های سیستم مواجه خواهیم شد. که تمامی اینها در حالتی است که با افزایش مساحت سفتی جسم متصله نیز افزایش پیدا می‌کند.

فرکانس‌های طبیعی سیستم با افزودن جسم متصله بدون در نظر گرفتن اثر آلیاژهای حافظه‌دار تغییر می‌کنند. اینرسی‌های جسم متصله با افزایش فرکانس‌های طبیعی سیستم کاهش می‌یابد و سفتی جسم متصله فرکانس‌های طبیعی سیستم را افزایش می‌دهد.

#### 5- مراجع

- [1] Yang, P. C., Norris, C. H. and Stavsky, Y., "Elastic Wave Propagation in Heterogeneous Plates", International Journal of Solids and Structures, Vol. 2, No. 4, pp. 665-684, 1966.
- [2] Kant, T., Owen, D. R. J. and Zienkiewicz, O. C., "A Refined Higher Order Co Plate Bending Element", Computers and Structures, Vol. 15, No. 2, pp. 177-183, 1982.
- [3] Gorman, DJ. and Singal, RK., "Analytical and Experimental Study of Vibrating Rectangular Plates on Rigid Point Supports", AIAA Journal, Vol. 29, No. 5, pp. 838-844, 1991.
- [4] Rossi, R. E. and Laura, P. A. A., "Symmetric and Antisymmetric Normal Modes of a Cantilever Rectangular Plate :Effect of Poisson's Ratio and a Concentrated Mass", Journal of Sound and Vibration, Vol. 195, No. 1, pp. 142-148, 1996.
- [5] Kopmaz, O. and Telli, S., "Free Vibration of Rectangular Plate Carrying a Distributed Mass", Journal of Sound and Vibration, Vol. 251, No. 1, pp. 39-57, 2002.
- [6] Wong, W. O., "The Effect of Distributed Mass Loading on Plate Vibration Behavior", Journal of Sound and Vibration, Vol. 252, No. 3, pp. 577-583, 2002.
- [7] Alibeiglooa, A., Shakeri, M. and Kari, M. R., "Free Vibration Analysis of Antisymmetric Laminated Rectangular Plates with Distributed Patch Mass Using Third-Order Shear Deformation Theory", Ocean Engineering, Vol. 35, No. 2, pp. 183-190, 2008.
- [8] Malekzadeh, K., Tafazoli, S. and Khalili, S.M.R., "Free Vibrations of Thick Rectangular Composite Plate With Uniformly Distributed Attached Mass Including Stiffness Effect", Journal of Composite Materials, 2010
- [9] Ostachowicz, W., krawczuk, M. and Zak, A., "Dynamic and Buckling of a Multilayer Composite Plate with Embedded SMA Wires", Composite structures, Vol. 48, No. 1-3, pp. 163-167, 2000.
- [10] Lau, K. T., Zhou, L. M. and Tao, X. M., "Control of Natural Frequencies of a Clamped-Clamped Composite Beam with Embedded Shape Memory Alloy Wires", Composite Structures,

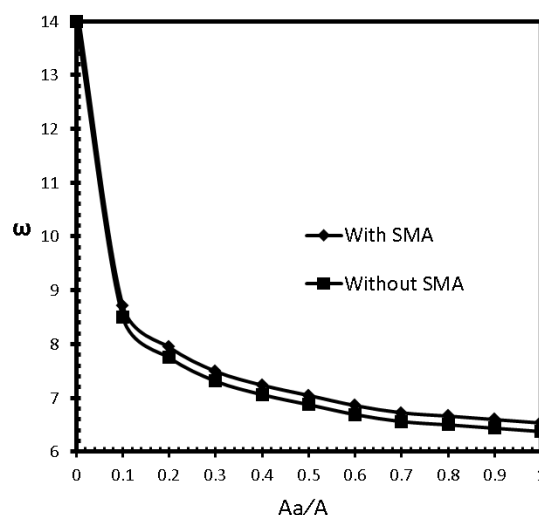


Fig. 5 Changes of basic frequency according on variety of attached mass area

شکل 5 تغییرات فرکانس پایه،  $\omega_{11}$  بر حسب تغییرات در ابعاد جسم متصله گسترده

#### 4- نتیجه‌گیری

در این پژوهش با استفاده از تئوری مرتبه بالای 12 مولفه ایی گارگ- کانت ارتعاشات آزاد ورق حامل جسم متصله گسترده هوشمندسازی شده بواسطه آلیاژهای حافظه‌دار مورد بررسی قرار گرفت. سپس با استفاده از روش گلرکین معادلات حل شد و در نهایت اثر پارامترهای مختلف آلیاژهای حافظه‌دار، ابعاد جسم متصله و سفتی جسم متصله بر روی فرکانس‌های طبیعی بررسی شد. که مهمترین نتایج بدست آمده عبارتند از:

تحریک مناسب آلیاژهای حافظه‌دار می‌تواند تأثیر مطلوبی در افزایش فرکانس‌های طبیعی سیستم سازه‌ای داشته باشد. بگونه‌ای که اختلاف بین نتایج بدست آمده از مراجع و نتایج این پژوهش در فرکانس اول ورقی با مشخصات یکسان تقریباً برابر 0.3 می‌باشد که این نشان از تأثیرگذاری آلیاژهای حافظه‌دار است که البته باید به این نکته نیز توجه شود در صورتی که مشخصات آلیاژهای حافظه‌دار کمتر از مشخصات مورد نیاز برای رسیدن به حالت خنثی باشد وجود آلیاژهای حافظه‌دار منجر به کاهش فرکانس‌های سیستم خواهد شد که علت آن نیز ناشی از افزایش جرم سیستم است.

از آنجا که تأثیر آلیاژهای حافظه‌دار بر سیستم بصورت تابعی از کسر حجمی و سایر پارامترهای آن می‌باشد، لذا با توجه به روش بکار گرفته شده در این پژوهش تغییرات ناشی از آلیاژهای هوشمند با تغییر پارامترها بصورت خطی تغییر می‌کند.

به جهت جلوگیری از کاهش فرکانس طبیعی سیستم سازه‌ای در حالتی که مساحت جسم متصله گسترده هوشمندسازی شده بواسطه آلیاژهای حافظه‌دار افزایش می‌یابد، می‌بایست تغییراتی را در سایر پارامترهای آلیاژهای حافظه‌دار علی‌الخصوص کسر حجمی آنها داشت البته در این بین باید به افزایش جرم سیستم هم دقت کرد.

الصاق جسم متصله به ورق بدون در نظر گرفتن سفتی جسم متصله با توجه به چگالی آن منجر به کاهش فرکانس‌ها و افزایش خیز ورق می‌شود و در صورت در نظر نگرفتن سفتی جسم متصله باید اثر آلیاژهای حافظه‌دار به اندازه‌ای باشد که بتوان مانع از کاهش فرکانس‌های سیستم گردد.

- Vol. 58, No. 1, pp. 39-47, 2002.
- [11] Mozafari, A., Malekzade, K., Ahmadi, M. and Azarnia, A. H., "Analyze Of Free Vibration Of Composite Plate With Embedded Shape Memory Alloy", in ISME16, Kerman, 2008.
- [12] Zhang, R. X., Ni, Q. Q., Masuda, A., Yamamura, T. and Iwamoto, M., "Vibration Characteristics of Laminated Composite Plates with Embedded Shape Memory Alloys", *Composite Structures*, Vol. 74, No. 4, pp. 389-398, 2006.
- [13] Park, J. S., Kim, J. H. and Moon, S. H., "Vibration of Thermally Post-Buckled Composite Plates Embedded with Shape Memory Alloy Fibers", *Composite Structures*, Vol. 63, No. 2, pp. 179-188, 2004.
- [14] Ni, Q. Q., Zhang, R. X., Natsuki, T. and Iwamoto, M., "Stiffness and Vibration Characteristics of SMA/ER3 Composites with Shap Memory Alloy Short Fibers", *Composite Structures*, Vol. 79, No. 4, pp. 501-507, 2007.
- [15] Zhang, Y. and Zhao, Y. P., "A Study of Composite Beam with Shape Memory Alloy Arbitrarily Embedded Under Thermal and Mechanical Loadings", *Materials and Design*, Vol. 28, No. 4, pp. 1096-1115, 2007.
- [16] John, S. and Hariri, M., "Effect of Shape Memory Alloy Actuation on the Dynamic Respons of Polymeric Composite Plates", *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, Vol. 39, No. 5, pp. 769-776, 2008.
- [17] Shokuhfar, A., Khalili, S. M. R., Ghasemi, F. A., Malekzadeh, K. and Raissi, S., "Analysis and Optimization of Smart Hybrid Composite Plates Subjected to Low-Velocity Impact Using the Response Surface Methodology (RSM)", *Thin-Walled Structures*, Vol. 46, No. 11, pp. 1204-1212, 2008.
- [18] Ibrahim, H. H., Yoo, H. H. and Lee, K. S., "Aero-Termo-Mechanical Characteristics of Imperfact Shap Memory Alloy Hybrid Composite Panels", *Journal o Sound and Vibration*, Vol. 325, No. 3, pp. 583-596, 2009.
- [19] Kuo, S. Y., Shiau, L. C. and Chen, K. H., "Buckling Analysis of Shape Memory Alloy Reinforced Composite Laminates", *Composite Structures*, Vol. 90, No. 2, pp. 188-195, 2009.
- [20] Malekzadeha, K., Mozafari, A. and Ghasemi, F. A., "Free Vibration Response of a Multilayer Smart Hybrid Composite Plate with Embedded SMA wires", *Solids And Structures*, Vol. 11, No. 2, pp. 279 - 298, 2014.
- [21] Garg, A. K., Khare, R. . and Kant, T., "Higher-Order Closed-Form Solutions for Free Vibration of Laminated Composite and Sandwich Shells", *Sandwich Structures and Materials*, Vol. 8, No. 3, pp. 205-235, 2006.
- [22] Sadd, M. H., "Elasticity: Theory and Applications", Second Edition, 1993.
- [23] Reddy, J. N., "Mechanics of Laminated Composite Plates and Shells", 2nd Edition, CRC Press, 2004.
- [24] Reddy, J. N., "Energy Principles and Variational Methods in Applied Mechanics", 2nd Edition, John Wiley and Sons, 2002.