



## تأثیر رشد جدایش بین رویه و هسته بر روی فرکانس‌های طبیعی سازه‌های ساندویچی کامپوزیتی با روش آنالیز مودال تجربی و عددی

حسین ملکی نژاد بهابادی<sup>1</sup>، امین فرخ آبادی<sup>2\*</sup>، محمدمهدی خطیبی<sup>3</sup>، رحمت رحمانی<sup>1</sup>

1- کارشناس ارشد، مهندسی هوافضا، دانشگاه تربیت مدرس، تهران

2- استادیار، مهندسی هوافضا، دانشگاه تربیت مدرس، تهران

3- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه سمنان، سمنان

\* تهران، صندوق پستی 14115-111، amin-farrokhi@modares.ac.ir

چکیده	اطلاعات مقاله
در این پژوهش تأثیر ایجاد جدایش بین رویه و هسته در رفتار ارتعاشی آزاد برای تیرهای عریض ساندویچی با رویه کامپوزیتی و هسته‌ای از جنس فوم PVC؛ به صورت تجربی و عددی مورد بررسی قرار گرفته است. ابعاد جدایش به شدت بر روی فرکانس‌های طبیعی سازه تأثیر می‌گذارد به نحوی که، با کاهش در سفتی سازه که بعلاوه وجود جدایش در ناحیه‌ی بین رویه بالایی و هسته اتفاق می‌افتد، فرکانس‌های طبیعی کاهش می‌یابد و افزایش طول و عمق جدایش باعث کاهش سفتی موضعی نمونه شده و در نتیجه باعث کاهش فرکانس‌های طبیعی سازه شده است. برای ساخت رویه‌ها و اتصال آن‌ها به هسته به منظور ایجاد نمونه‌هایی با کیفیت بهتر و یکنواخت تر از تکنیک VIP استفاده شده است. برای صحت سنجی نتایج بدست آمده از آزمون تجربی مودال و همچنین بررسی تأثیر ابعاد جدایش اولیه بر فرکانس‌های طبیعی و شکل مودها از نرم افزار آباکوس استفاده شده است. نتایج بیانگر تطابق خوبی بین تحلیل عددی و آزمون تجربی می‌باشد.	دریافت: 95/3/23 پذیرش: 96/7/2  کلیدواژه‌گان: کامپوزیت سازه‌های ساندویچی آنالیز مودال اجزای محدود

## The influence of skin/core debonding effects on the natural frequencies of composite sandwich structures using experimental and numerical modal analysis

Hossein Malekinejad Bahabadi<sup>1</sup>, Amin Farrokhabadi<sup>1\*</sup>, Mohammad Mahdi Khatibi<sup>2</sup>, Rahmat Rahmani<sup>1</sup>

1- Department of Mechanical Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran

2- Department of Mechanical Engineering, Semnan University, Semnan, Iran

\* P.O.B. 14115-111, Tehran, Iran, amin-farrokhi@modares.ac.ir

### Keywords

Composite  
Sandwich structure  
Modal analysis  
Finite element

### Abstract

In this paper, the effect of skin/core debonding on the dynamic response of sandwich structures with composite skins and a PVC foam core is investigated experimentally and also numerically. The separation size affects strongly on the natural frequency so that with a reduction in structural stiffness due to the separation zone between the upper skin and the core occurs, the natural frequencies decreases. Increase the length and depth of separation reduces the local stiffness and thereby reduces the natural frequency of the structure. The composite skins are bonded to the foam using VIP (Vacume Infusion Process) method because of VIP method can make more qualify specimens. In order to validate the obtained results, the results of modal test and also the effect of separation length on the natural frequencies and mode shapes in ABAQUS software are used. The results show good agreement between the numerical and experimental tests respectively.

شوند. لایه میانی می‌تواند از جنس مواد پلاستیکی متخلخل مثل فوم، مواد لانه زنبوری با فویل‌های فلزی با ضخامت پائین، پروفیل‌های جدار نازک جدا از هم که دو لایه بیرونی را به هم متصل می‌کنند و یا ورق‌های موجی شکل با ضخامت پائین باشند. به دلیل مصارف و کاربردهای فراوان این سازه‌های ساندویچی در صنعت، در دو دهه اخیر بررسی و تحلیل این نوع سازه‌ها در ابعاد مختلف مورد توجه محققین و دانشمندان علوم مختلف قرار گرفته

### 1- مقدمه

امروزه ورق‌های ساندویچی کامپوزیتی یکی از اجزای اصلی در سازه‌های مورد استفاده در صنایع هوافضا، صنایع دریایی، صنعت حمل و نقل، صنایع بسته بندی، مهندسی مکانیک، مهندسی عمران، عایق کاری و غیره می‌باشند. صفحات سبک ساندویچی دارای نسبت استحکام به وزن بالایی هستند. این صفحات معمولاً از دو رویه کامپوزیتی و یک هسته با چگالی پائین انتخاب می

### Please cite this article using:

Malekinejad Bahabadi, H. Farrokhabadi, A. Khatibi, M. M. and Rahmani, R., "The influence of skin/core debonding effects on the natural frequencies of composite sandwich structures using experimental and numerical modal analysis", In Persian, Journal of Science and Technology of Composites, Vol. 5, No. 1, pp. 91-98, 2018.

برای ارجاع به این مقاله از عبارت زیر استفاده نمایید:

است [1]. همچنین بسیاری از سازه‌های موجود در محیط پیرامون ما سازه‌های بزرگ و پیچیده‌ای می‌باشند که طراحی، تعمیر و نگهداری آن‌ها از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. بنابراین تحلیل دینامیکی چنین سازه‌هایی به منظور یافتن مشخصات دینامیکی آن‌ها بسیار حائز اهمیت می‌باشد. یکی از روش‌های تحلیل دینامیکی سازه‌های اجزای محدود است. اما این روش بدلیل ساده‌سازی در شرایط مرزی، بارگذاری و جزئیات سازه‌های پیچیده و نیز عدم اطلاع دقیق از خواص مواد، معمولاً در موارد عملی با خطاهایی همراه است. بنابراین نتایج حاصل از روش اجزای محدود در موارد عملی از دقت لازم برخوردار نمی‌باشد. آنالیز مودال یکی از روش‌های تحلیل دینامیکی است که این خطاها را تا حد زیادی کاهش می‌دهد. آنالیز مودال فرآیند تعیین خواص ذاتی یک سیستم در قالب فرکانس‌های طبیعی، ضرایب دمپینگ و شکل مودها می‌باشد که از آن‌ها برای ایجاد یک مدل ریاضی از رفتار دینامیکی سیستم استفاده می‌شود. این مدل ریاضی، مدل مودال سیستم و اطلاعات مربوط به مشخصات آن، داده‌های مودال نامیده می‌شوند [2].

در سال 1830 میلادی نخستین تیرهای ساندویچی که از ورق‌های آهنی که به دو طرف یک هسته چوبی متصل شده بودند؛ به منظور کاهش وزن در لوکوموتیوهای برادران استفنسون استفاده شده و موفقیت اقتصادی چشمگیری را برایشان به ارمغان آورد. اما استفاده وسیع از سازه‌های ساندویچی به جنگ جهانی دوم برمی‌گردد که نخستین بار در هواپیمای مسکویتو 1 استفاده شد. به طوریکه رویه‌ها از جنس چوب چندلا و هسته از چوب بالسا ساخته شده بود. در سال 1915 هاگو جانکر 2 یک ساختار هانی-کامب را با استفاده از دو ورق فولادی که به دو طرف یک شبکه سلولی شش ضلعی متصل بودند؛ را برای استفاده در هواپیماها ارائه داد؛ که در سال 1919 برای نخستین بار در هواپیمای جنگنده F-13 آلمانی استفاده شد [3]. لوک و همکاران در سال 2001 ارتعاشات آزاد و اجباری پانل ساندویچی ارتوتروپیک را با تکیه گاه‌های ساده بررسی کردند. برای حل ارتعاشات آزاد از تحلیل المان محدود دو و سه بعدی استفاده شده است. برای حل عددی، از تکنیک ناپور و فرض جواب‌های اولیه با در نظر گرفتن دو سری مثلثاتی استفاده شده است [4]. در سال 2005 زنگور کمانش و ارتعاشات آزاد ورق‌های ساندویچی ساخته شده از مواد مدرج تابعی را ارائه کردند. در این تحقیق حلی دو بعدی از خمش ورق ساندویچی بر روی تکیه‌گاه ساده انجام دادند [5]. در سال 2012 نترجان و مانکم با استفاده از تئوری مرتبه بالای تغییر شکل خمش و ارتعاشات ورق ساندویچی از جنس مواد مدرج تابعی را بررسی کردند. این مطالعه را بر روی دو نمونه ورق ورق ساندویچی انجام دادند که در یکی هسته از جنس مواد مدرج تابعی و رویه‌ها همگن، در دیگری هسته همگن و رویه‌ها از جنس مواد مدرج تابعی می‌باشند [6]. ملک زاده و همکاران در سال 2005 تئوری بهبود یافته مرتبه بالای ورق‌های ساندویچی را بر پایه تئوری مرتبه بالای فرستینگ و تامسون ارائه و از آن برای تحلیل ارتعاشات آزاد در پانل‌های ساندویچی با رویه‌های همگن و کامپوزیتی استفاده کردند. در این تئوری سهم نیروهای صفحه‌ای رویه‌های بالایی و پایینی ورق ساندویچی و فاکتور استهلاک معادل ورق ساندویچی محاسبه شد و همچنین، میرایی سیستم نیز برای تحلیل ارتعاشات مورد بررسی قرار گرفت [7]. سروکین و همکاران ارتعاشات اجباری پانل ساندویچی مستطیلی تحت تأثیر نیروی عرضی با فرکانس تحریک در محدوده فرکانس طبیعی اول را مورد بررسی قرار دادند. بر این اساس و با در دست بودن فرکانس طبیعی اول، براساس پاسخ ارتعاشات اجباری در حوزه فرکانس، سایر فرکانس‌های طبیعی

خواص مکانیکی سازه‌های کامپوزیتی به دلیل وجود عیوب، ممکن است به سرعت کاهش پیدا کند. شکست سازه به‌خصوص در سازه‌های فضایی، عواقب فاجعه باری را در پی خواهد داشت. از عیوب رایج در مواد کامپوزیتی می‌توان به ترک در ماده زمینه<sup>1</sup>، شکست الیاف<sup>2</sup>، جدایش الیاف و ماده زمینه<sup>3</sup>، لایه‌لایه شدن (یا تورق)<sup>4</sup>، عدم اتصال بین لایه‌های<sup>5</sup>، میکروتورک‌ها<sup>6</sup>، کمانش میکرو<sup>7</sup> و ناخالصی<sup>8</sup> اشاره کرد. این عیوب داخلی، معمولاً از فرآیند تولید و یا در طول مدت زمان سرویس دهی سازه، نشأت می‌گیرند [11]. به طور کلی مودهای مختلفی در شکست سازه‌ها وجود دارد که مطابق گزارشات ارائه شده در حدود 90 درصد شکست‌ها را ترک خوردگی‌ها به خود اختصاص می‌دهند. باید به این نکته اشاره کرد که به دلیل اعمال تنش‌های عمودی حاصل از

1 matrix cracking

2 fiber breakage

3 fiber-matrix debonding

4 delamination

5 inter-laminar debonding

6 micro cracks

7 micro buckling

8 inclusion

حین ساخت در فاصله‌ی بین رویه‌ی بالایی و هسته قرار داده شده است. پس از ساخت و برش نهایی نمونه‌ها، پارچه‌ی نجسب تفلون از فاصله‌ی بین رویه‌ی بالایی و هسته بیرون کشیده می‌شود. در شکل 2 نمونه‌های ساخته شده نمایش داده شده است.

## 2-2-2-2 آزمون تجربی مودال

در پژوهش حاضر، فرکانس‌های طبیعی سازه‌های ساندویچی کامپوزیتی با استفاده از آزمایش مودال محیطی (عملیاتی) و بکارگیری روش شناسایی زیرفضای اتفاقی (SSI) بدست آمده‌اند. برای این منظور همانطور که در شکل 3 نشان داده شده است، شرایط مرزی آزاد برای نمونه‌ها در نظر گرفته شده است، به گونه‌ای که تحت تحریک می‌تواند ارتعاش کند. برای ایجاد شرایط تکیه گاهی آزاد در این آزمون‌ها از فوم‌هایی با سفتی بسیار پایین که کمترین تأثیر ممکن را در نتایج ایجاد کنند استفاده شده است. برای اندازه‌گیری پاسخ از نوسان سنج داپلر لیزری نوع OMETRON VH300+ استفاده شده است. سیگنال پاسخ توسط آنالایزر B&K از نوع 3560 D به کامپیوتر ارسال می‌شود. به منظور آنالیز سیگنال پاسخ، از روش زیرفضای اتفاقی (SSI<sup>3</sup>) [13] در نرم افزار پالس [14] استفاده شده است که در بخش بعدی به تفصیل نحوه‌ی استفاده از این روش آورده شده است. در این روش با تجزیه مقادیر ویژه ماتریس سیستم، قطب‌های سیستم بدست آمده و دیاگرام پایداری ترسیم شده است قطب‌های پایدار، ناپایدار و نویزی با توجه به معیارهای مطرح شده در مرجع [15] از یکدیگر متمایز شده‌اند. سپس مرتبه مناسب مدل، با توجه به روابط موجود در مرجع [16] انتخاب شده است و فرکانس‌های طبیعی تخمین زده شده‌اند.

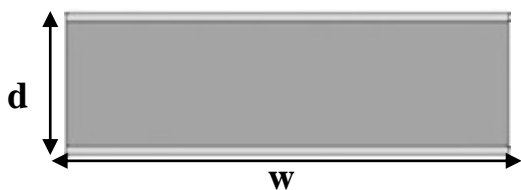


Fig. 1 cross section of specimens

شکل 1 سطح مقطع نمونه‌ها

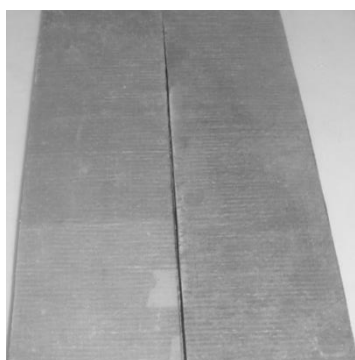


Fig. 2 Intact and defective specimen

شکل 2 نمونه سالم و با وجود جدایش

جدول 1 ابعاد نمونه‌ها

Table 1 Dimention of specimens

ضخامت رویه	ضخامت هسته	ضخامت نمونه	عرض	طول
1.85mm	15mm	18.5mm	94mm	365mm

شکل موده‌های فرکانس طبیعی ورق بر محور جدایش (مود خمشی ورق) مود اول ترک (مود باز شونده) در نمونه مشاهده می‌شود. یکی از اصلی ترین مکانیزم‌های خرابی این سازه‌ها جدایش بین رویه و هسته می‌باشد [12].

نیاز به تشخیص زود هنگام عیب، قبل از آن‌که به یک نقص بزرگ‌تر و خطرناک‌تری تبدیل شود، ضروری می‌نماید؛ در نتیجه پیش وضعیت سازه<sup>1</sup>، به‌صورت باثبات و آنالین برای این نوع سازه‌ها، به‌منظور جلوگیری از شکست ناگهانی امری بسیار مهم است. در دو دهه گذشته، آنالیز مودال به دانشی فراگیر با هدف تعیین، بهبود و بهینه‌سازی مشخصات دینامیکی سازه‌های مهندسی تبدیل شده است. طراحی امروزی سازه‌های پیچیده مکانیکی، هوایی و ساختمانی به گونه‌ای است که علاوه بر مقاومت بالا بایستی دارای وزن کم و قابلیت اعتماد زیاد باشند. بنابراین شناسایی عیب در سازه‌ها که در صورت عدم شناسایی و اصلاح آن، سبب از بین رفتن سازه و در نتیجه خسارت‌های جانی و مالی می‌شود، از اهمیت بالایی برخوردار است. در این پژوهش به بررسی تأثیر اندازه جدایش بین رویه و هسته بر فرکانس‌های طبیعی و شکل مودها در سازه‌های ساندویچی با رویه کامپوزیتی و هسته فومی پرداخته شده است. از آنجاییکه هیچگاه امکان آزمون تجربی برای تمامی نمونه‌ها با طول جدایش‌های متفاوت وجود نداشته است؛ نیاز به استفاده از روشی جایگزین آزمون تجربی برای بدست آوردن فرکانس‌های طبیعی و شکل مودها ضروری به نظر می‌رسد. در این مقاله فرکانس‌های طبیعی سازه‌های ساندویچی با رویه کامپوزیتی و هسته از جنس فوم پی‌وی‌سی در بازه‌ای گسترده از ابعاد جدایش بررسی شده است تا تأثیر مثبت استفاده از تحلیل عددی در بررسی فرکانس طبیعی در سازه ساندویچی نشان داده شود.

## 2- تحلیل تجربی

### 2-1 مواد و روش ساخت

برای ساخت رویه‌های کامپوزیتی از پارچه بافته شده شیشه ساخت شرکت کلان استرالیا با کد AF301، رزین اپوکسی CY219 و هاردنر HY5161 استفاده شده است. نسبت ترکیب رزین به هاردنر 100 به 50 است. فوم استفاده شده در هسته از نوع پی‌وی‌سی، ساخت شرکت ایرکس آمریکا با کد C70.75، چگالی  $80 \text{ kg/m}^3$  و ضخامت 15 mm می‌باشد. به منظور ایجاد جدایش مصنوعی بین رویه‌ی بالایی و هسته‌ی نمونه از یک لایه پارچه تفلون با ضخامت 0.1 mm استفاده شده است. در ماتریس کامپوزیت مورد استفاده در ساخت رویه‌ی نمونه‌ها از اپوکسی CY219 به همراه هاردنر HY5161 با نسبت حجمی 50 درصد بنابر توصیه شرکت سازنده رزین استفاده شده است. ابعاد و هندسه نمونه‌ها با توجه به محدودیت‌ها و حساسیت دستگاه آنالیز مودال تجربی، مطابق آنچه در جدول 1 نمایش داده شده است، انتخاب شده‌اند. مطابق شکل 1، w عرض نمونه و d ضخامت کل نمونه می‌باشد. برای ساخت رویه‌ها از هشت لایه پارچه شیشه و به روش انتقال رزین به کمک خلاء (VIP) استفاده شده است. استفاده از روش VIP باعث شده است تا نمونه‌هایی با کیفیت بالا و یکنواخت ساخته شود و تأثیر عیوب هنگام ساخت در نتایج تحلیل تجربی به کمترین مقدار ممکن رسیده است [11]. در نمونه‌های ساخته شده در این تحقیق مطالعه اثر جدایش رویه از هسته بر رفتار ارتعاشی سازه‌های ساندویچی، قسمتی از سطح هسته به طول 110 mm به رویه‌ی بالایی نجسبیده است و این بخش به عنوان جدایش اولیه در نظر گرفته شده است. برای ایجاد این جدایش یک لایه پارچه نازک تفلون در

<sup>1</sup> Structural Health Monitoring (SHM)

<sup>2</sup> Vacume Infusion process

<sup>3</sup> . Stochastic Subspace Identification

که ماتریس  $C$  معادل با  $l$  سطر ابتدایی ماتریس  $O$  است و  $l$  تعداد کانال‌های اندازه‌گیری می‌باشد. با استفاده از ماتریس مشاهده پذیری مبسوط می‌توان ماتریس سیستم را محاسبه نمود (رابطه (6)).

$$A = o(1:l(i-1),:) + o(l+1:li,:) \quad (6)$$

ماتریس  $A$  بیانگر ماتریس سیستم و بالا نویس<sup>+</sup> نشان دهنده شبه معکوس می‌باشد. در رابطه (6) عبارت  $O(1:l(i-1),:)$ ،  $l$  سطر انتهایی و عبارت  $O(l+1:li,:)$ ،  $l$  سطر ابتدایی ماتریس مشاهده پذیری را حذف می‌کند. سپس با استفاده از تجزیه مقدار ویژه ماتریس سیستم مطابق رابطه 7 قطب‌های سیستم ( $\mu$ ) و بردارهای ویژه متناظر با هر قطب ( $\Psi$ ) بدست می‌آیند. این قطب‌ها در نموداری به نام نمودار پایداری<sup>6</sup> رسم می‌شوند [15].

$$A = \psi[\mu]\psi^{-1} \quad (7)$$

در نمودار پایداری در هر مرتبه از مدل، قطب‌های پایدار، ناپایدار و نویزی با توجه به معیارهای ذکر شده (برای تشخیص نوع قطب) در مرجع [15] از یکدیگر متمایز می‌شوند. پس از تشکیل نمودار پایداری، مرتبه‌های مختلفی از سیستم مدل شده، بدست می‌آیند. تعداد مرتبه مدل سیستم برابر با بعد ماتریس تئوپلیتز یعنی  $i \times l$  می‌باشد. با انتخاب مرتبه بهینه برای مدل [16] و بر اساس قطب‌های پایدار؛ فرکانس‌های طبیعی، ضرایب دمپینگ و شکل مدهای سیستم طبق روابط (8) تا (11) محاسبه می‌شوند [18].

$$\lambda = \frac{\ln(\mu)}{\Delta T} \quad (8)$$

$$\omega = |\lambda| \quad (9)$$

$$\xi = \frac{\text{Re}(\mu)}{|\lambda|} \quad (10)$$

$$\phi = \alpha\psi \quad (11)$$

که  $\Delta T$  دوره نمونه برداری،  $\lambda$  فرکانس مختلط،  $\omega$  فرکانس طبیعی،  $\xi$  ضریب دمپینگ و  $\phi$  شکل مود می‌باشد.

### 3- مدل سازی و تحلیل عددی

دینامیک یک سازه، از دو بخش فرکانس و موقعیت تشکیل می‌شود. در آنالیز مودال، اصل بر آن است که پاسخ ارتعاشی یک سیستم دینامیکی خطی و نامتغیر با زمان را میتوان به صورت ترکیب خطی مجموعه‌ای از حرکات هارمونیک ساده، که به شکل مدهای ارتعاشی موسومند، در نظر گرفت. شکل مد، میتواند حقیقی یا موهومی باشد و هر مد متناظر با یک فرکانس طبیعی می‌باشد. میزان مشارکت هر مد در ارتعاش کلی سیستم، به مشخصات منبع تحریک و همچنین به شکل مد مربوطه بستگی دارد.

یکی از روش‌ها برای محاسبه پارامترهای مودال یک سیستم، روش آنالیز مودال نظری که هدف آن تهیه ماتریس‌های سازه ای یعنی، ماتریس سفتی  $K$ ، ماتریس جرم  $M$  و ماتریس میرایی  $C$  است، می‌باشد. در این حالت، مسئله به یک مسئله مقادیر ویژه تبدیل می‌شود. برای مثال، در حالت نامیرایی یک سیستم، فرکانس‌های طبیعی  $\omega_i$  و شکل مدهای  $X_i$  در رابطه (12) خلاصه می‌شوند:



Fig. 3 B.C of Specimen under experimental modal analysis

شکل 3 شرایط مرزی نمونه‌ی تحت آزمون

### 2-2-1 تئوری روش زیرفضاهای اتفاقی بر مبنای کواریانس

در این روش، کواریانس بین پاسخ‌های زمانی در ماتریسی به نام ماتریس بلوکی تئوپلیتز<sup>1</sup> مطابق رابطه (1) جمع آوری می‌شود [15].

$$T_{1i} = \begin{bmatrix} R_i & R_{i-1} & \dots & R_1 \\ R_{i+1} & R_i & \dots & R_2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ R_{2i-1} & R_{2i-2} & \dots & R_i \end{bmatrix} \quad (1)$$

که  $R_i$  کواریانس بین پاسخ‌ها می‌باشد که از رابطه (2) محاسبه می‌شود [15].

$$\hat{R}_i = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} y_{k+i} y_k^T \quad (2)$$

که  $N$  تعداد نمونه برداری،  $y_k$  بردار خروجی سیستم در زمان  $K$  ام، بالانویس  $T$  نماد ترانپوز<sup>2</sup> و  $i$  تاخیر زمانی ایجاد شده می‌باشد.

تجزیه مقادیر تکین یک ابزار معتبر عددی برای تخمین مرتبه یک ماتریس می‌باشد این ابزار برای ماتریس بلوکی تئوپلیتز به صورت رابطه (3) به کار گرفته می‌شود [17]

$$T_{11} = USV^T \quad (3)$$

ماتریس‌های  $U$  و  $V$  در رابطه (3) ماتریس‌های متعامد هستند و  $S$  یک ماتریس قطری است که شامل مقادیر ویژه مثبت می‌باشد. با استفاده از تجزیه مقادیر تکین<sup>3</sup> ماتریس تئوپلیتز، ماتریس مشاهده پذیری مبسوط<sup>4</sup> و ماتریس کنترل پذیری اتفاقی مبسوط برگردان<sup>5</sup> به ترتیب از روابط (4) و (5) محاسبه می‌شوند.

$$O = US\bar{z}^T \quad (4)$$

$$C = O(1:l,:) \quad (5)$$

<sup>1</sup> Toeplitz

<sup>2</sup> Transpose

<sup>3</sup> Singular Value Decomposition (SVD)

<sup>4</sup> Extended observability matrix

<sup>5</sup> Reversed extended stochastic controllability matrix

<sup>6</sup> Stabilization diagram

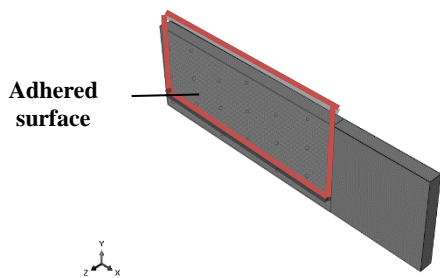


Fig. 4 Adhered surface

شکل 4 سطح چسبیده شده رویه و هسته

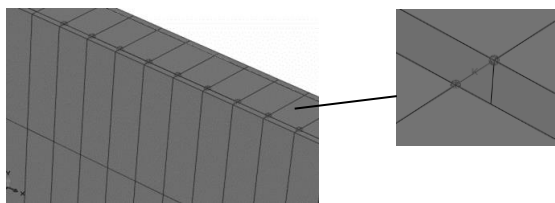


Fig. 5 Contact with nonlinear spring

شکل 5 ایجاد تماس با فنرهای غیر خطی

4- نتایج

در این تحقیق به بررسی تأثیر ایجاد جدایش بین رویه و هسته و تأثیر ابعاد جدایش بر روی فرکانس‌های طبیعی سازه پرداخته شده است. لازم به ذکر است که آزمون‌های تجربی تنها برای نمونه بدون عیب و نمونه با جدایش یازده سانتی متری انجام شده است و فرکانس‌های گزارش شده برای سایر ابعاد جدایش فقط حاصل مدل‌سازی عددی می‌باشد.

4-1 صحت سنجی نتایج عددی

در این بخش فرکانس‌های طبیعی حاصل از تحلیل عددی و تجربی (آنالیز مودال) برای دو نمونه سالم و با جدایش در جدول 3 و جدول 4 به منظور مقایسه و اطمینان از درستی مدل‌سازی عددی در کنار یکدیگر آورده شده است. برای مدل‌سازی عددی از تعداد 8280 المان آجری 20 گره ای که در نرم افزار آباکوس تحت عنوان (C3D20R) شناخته می‌شود، استفاده شده است [21]. شرایط تکیه گاهی برای نمونه‌ها از نوع آزاد در نظر گرفته شده است. همانطور که در جدول 3 نشان داده شده است. متوسط اختلاف بین نتایج عددی و تجربی برای نمونه سالم و بدون وجود جدایش که از رابطه (14) محاسبه شده است، 3.1 درصد شده است که نشان از صحت مدل‌سازی عددی می‌باشد. با توجه به جدول 4 متوسط اختلاف بین نتایج تجربی و عددی برای نمونه با وجود جدایش بین رویه و هسته مطابق رابطه (14)، 8.8 درصد شده است که با توجه به استفاده از فنرهای غیر خطی در فاصله‌ی بین رویه و هسته در محدوده‌ی جدایش به نظر مقداری منطقی و قابل قبول می‌باشد.

$$Discrepancy = \frac{F_{exp} - F_{num}}{F_{exp}} \times 100 \quad (14)$$

در جدول 5 مقادیر فرکانس طبیعی که از آزمون تجربی و تحلیل عددی بدست آمده است برای دو نمونه سالم و با وجود جدایش در کنار یکدیگر آورده شده است و درصد تغییر فرکانس از رابطه (15) و (16) در هر مود بین نمونه سالم و با جدایش که از آزمون تجربی و عددی بدست آمده، آورده شده است.

$$Change = \frac{F_{num \ i} - F_{num \ d}}{F_{num \ i}} \times 100 \quad (15)$$

$$Change = \frac{F_{exp \ i} - F_{exp \ d}}{F_{exp \ i}} \times 100 \quad (16)$$

$$(K - \omega_i^2 M) X_i = 0 \quad (12)$$

اگر  $\omega_i^2$  ریشه معادله جبری رابطه (13) باشد:

$$Det(K - \omega^2 M) = 0 \quad (13)$$

مدل سازی و تحلیل ارتعاشات آزاد نمونه‌ی سالم و نمونه با وجود جدایش توسط نرم افزار آباکوس انجام شده است. برای مدل کردن نمونه‌ها در نرم افزار آباکوس، از فضای مدل‌سازی سه بعدی استفاده شده است. هر یک از نمونه‌ها از سه بخش رویه‌های بالایی و پایینی و هسته فومی، تشکیل شده‌اند. در اولین مرحله از مدل‌سازی ورق کامپوزیتی به عنوان رویه بالایی و پایینی نمونه در یک پارت ایجاد گردید. سپس هسته فوم در پارت جداگانه ای ایجاد گردیده است. ابعاد و هندسه نمونه‌ها مطابق آنچه در جدول 1 آورده شده می‌باشد. به منظور مدل‌سازی فوم با توجه به تغییر شکل‌های کوچک مشاهده شده در هنگام آزمون‌های تجربی، از خواص الاستیک فوم با توجه به اطلاعات فوم ساخته شده که توسط شرکت در مرجع [19] ارائه، مدول الاستیسیته فوم برابر 75 GPa و ضریب پواسون 0.1 در نظر گرفته شده است. مدول یانگ رویه‌های کامپوزیتی با استفاده از نتایج آزمون کشش مقدارگذاری شده است. سایر خواص مکانیکی رویه‌های کامپوزیتی از پژوهش‌های مشابه صورت گرفته در مرجع [5]، مطابق با جدول 2 است.

جدول 2 خواص مکانیکی رویه‌ها

Table 2 Material properties of composite skin

E <sub>11</sub>	E <sub>22</sub>	E <sub>33</sub>	G <sub>12</sub>	G <sub>13</sub>	G <sub>23</sub>	$\nu_{12}$	$\nu_{13}$	$\nu_{23}$
(GPa)	(GPa)	(GPa)	(GPa)	(GPa)	(GPa)			
13.7	13.7	1.02	1.7	1.7	1.6	0.1	0.1	0.1

سیستم مختصات عمومی پل‌ها مطابق شکل 4 به صورتی انتخاب گردیده است که طول ورق در صفحه X قرار گرفته و عرض آن در جهت مثبت محور Y است. همچنین جهت Z در راستای ضخامت تیر ساندویچی قرار گرفته است. با توجه به این‌که در این گزارش، شرایط تکیه-گاهی برای ورق ساندویچی کامپوزیتی، از نوع آزاد در نظر گرفته شده است، بنابراین هیچ شرط مرزی در این قسمت تعریف نمی‌شود. برای مدل کردن هسته از المان‌های سالیید بیست گره‌ای استفاده شده برای رویه‌ها از هر دو حالت شل و سالیید استفاده شده و تفاوت نتایج مدل‌سازی در این دو حالت با یکدیگر مقایسه شده است.

برای پس‌انداز رویه‌ها به هسته در بخشی که در شکل 4 نشان داده شده، از قید تای 1 استفاده شده است. برای قسمت‌هایی از رویه که به هسته نچسبیده-اند و بعنوان جدایش ایجاد شده‌اند. با توجه به اینکه این قسمت از سطح رویه نیاز دارد تا در اثر نیروی تحریک آزادانه ارتعاش کرده و باز و بسته شود در عین حال تداخلی بین سطوح جدا از هم اتفاق نیفتد، همانطور که در شکل 5 نمایش داده شده از فنرهایی غیرخطی که در فشار سفتی زیادی از خود نشان داده و جابجایی آن در حد صفر باشد ولی در کشش سفتی کمی داشته باشد و اجازه باز شدن رویه را بدهد، استفاده شده است. با توجه به عدم وجود این امکان در محیط گرافیکی آباکوس برای ایجاد فنر غیر خطی از امکان کپی‌بورد نویسی با نوشتن کد استفاده شده است [20]. این فنرها مطابق شکل 5 بین گره‌های المان‌های تشکیل دهنده سطوح رویه و هسته قرار گرفته‌اند.

<sup>1</sup> Tie

شکل 6 شکل مودها برای نمونه سالم و شکل 7 شکل مودها برای نمونه با وجود جدایش و در حالتی که شرایط مرزی آزاد برای چهار طرف نمونه در نظر گرفته شده است، را نمایش داده است. مطابق آنچه در شکل 7 مشاهده می‌شود، شکل مودها بصورت محلی در اطراف ناحیه دهانه جدایش رویه از هسته دچار تغییر شکل می‌شوند.

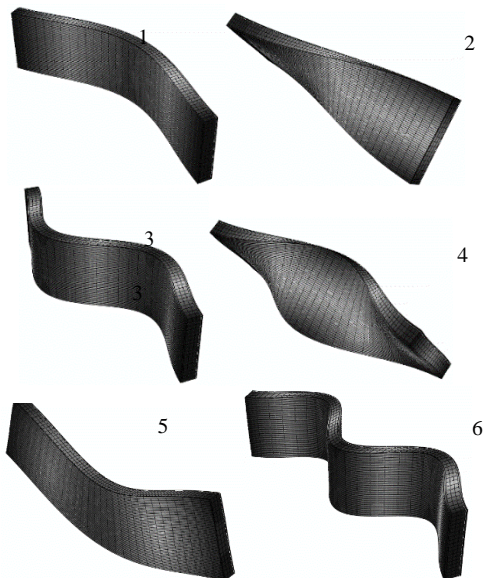


Fig. 6 The six primary mod shapes of an intact specimen

شکل 6 شش شکل مود اول برای نمونه سالم

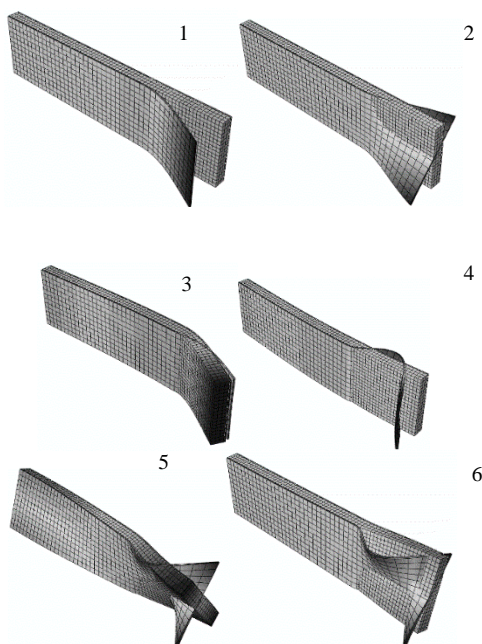


Fig. 7 The six primary mod shape of a specimen that containing debonding

شکل 7 شش شکل مود اول برای نمونه با وجود جدایش

جدول 3 مقایسه فرکانس‌های طبیعی حاصل از تحلیل عددی و تجربی برای نمونه سالم

Table3 Experimental and numerical results for the intact specimen

شماره مود	نتایج تجربی (Hz)	نتایج عددی (Hz)	خطا (%)
1	529.20	529	0.03
2	599.90	554	7
3	1026.00	1062	-3
4	1160.00	1092	5
5	1532.00	1530	0.13
6	1672.00	1602	4
		AVE	3.1

جدول 4 مقایسه فرکانس‌های طبیعی حاصل از تحلیل عددی و تجربی برای نمونه با وجود جدایش

Table4 Experimental and numerical results of specimen containing debonding zone

شماره مود	نتایج تجربی (Hz)	نتایج عددی (Hz)	خطا (%)
1	141	139	1
2	313	292	6
3	399.8	463	-13
4	537.1	499	7
5	719.4	554	19
6	791.6	731	7
		AVE	8.8

جدول 5 درصد اختلاف مقادیر تجربی و عددی فرکانس‌های طبیعی برای دو نمونه سالم و با جدایش

Table5 Percentage difference between experimental and numerical results of intact and specimen containing debonding zone natural frequencies

شماره مود	نمونه با جدایش		نمونه سالم		تغییرات تجربی (%)	تغییرات عددی (%)
	Exp. (Hz)	Num. (Hz)	Exp. (Hz)	Num. (Hz)		
1	141	139	529.2	529	73	73
2	313	292	599.9	554	47	47
3	399.8	463	1026	1062	56	61
4	537.1	499	1116	1092	54	51
5	719.4	554	1532	1530	63	53
6	791.6	731	1627	1602	54	51
			AVE		57	56

4-2 بررسی تأثیر جدایش بر فرکانس‌های طبیعی و شکل مودها

در این بخش با تعریف پارامتر جدایش (D) که در رابطه (17) آورده شده است، می‌توان مقایسه‌ی خوبی بین تغییرات فرکانس‌های طبیعی در مودهای مختلف برای درصد جدایش‌های مختلف ارائه کرد. پارامتر جدایش (D) از تقسیم مساحت سطح قسمت جدا شده در نمونه‌ها به مساحت کل سطح حاصل می‌شود.

$$D = \frac{A_d}{A_{total}} \times 100 \quad (17)$$

شکل 10 برای  $D=41,33,25,16,13$  رسم شده است. در محور عمودی، درصد کاهش فرکانس نمونه با عیب نسبت به نمونه سالم و در محور افقی، شماره مودها نمایش داده شده است. با توجه به شکل 10 در هر یک از مودها با افزایش ابعاد جدایش درصد تغییرات فرکانس طبیعی سازه نسبت به نمونه سالم افزایش داشته و همچنین با بالاتر رفتن شماره مودها تأثیرات طول جدایش بر فرکانس‌های طبیعی سازه مقادیر کمتری شده است.

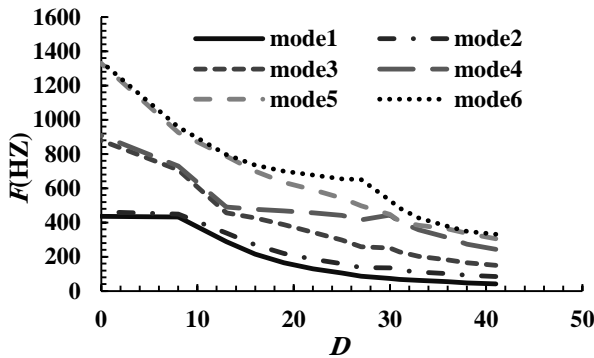


Fig. 9 Changes in natural frequencies due to crack length (mode1-6)  
شکل 9 تغییرات فرکانس‌های طبیعی بر حسب ابعاد جدایش (مود1-6)

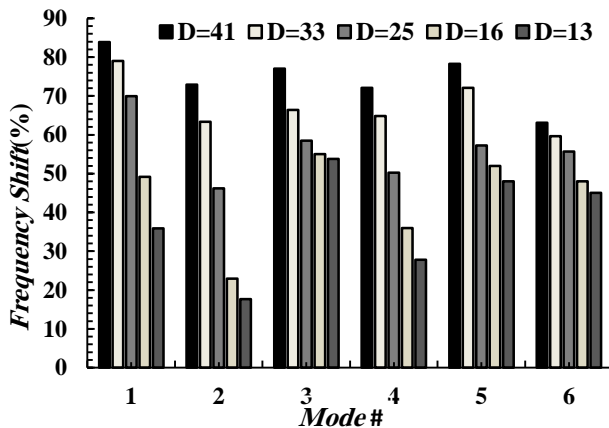


Fig. 10 shift in the natural frequency of the containing debonding specimen comparison intact samples for different damage parameter ( $D=41, 33, 25, 16, 13$ )

شکل 10 تغییرات ایجاد شده در فرکانس طبیعی نمونه با جدایش در مقابل نمونه سالم برای درصد جدایش‌های مختلف ( $D=41,33,25,16,13$ )

### 5- بحث و جمع بندی

استفاده از سازه‌های ساندویچی به دلیل قیمت ارزان و نسبت خواص مکانیکی بالا به وزن کم به سرعت در حال افزایش است. با توجه به کاربرد این سازه‌ها در همه صنایع به خصوص در صنعت هوافضا، بررسی و عیب‌یابی این سازه‌ها به منظور پیشگیری از وقوع حوادث جبران‌ناپذیر و افزایش ایمنی در صنایع در طراحی‌های مهندسی به شدت مورد توجه می‌باشد. در این پژوهش به بررسی تأثیر خرابی سازه‌های ساندویچی روی فرکانس‌های طبیعی آن‌ها با مقایسه فرکانس‌های طبیعی سازه سالم و سازه با وجود جدایش، پرداخته شده است. در نهایت با بررسی دقیق نتایج زیر بدست آمده است:

1- ابعاد جدایش به شدت بر روی فرکانس‌های طبیعی سازه تأثیر می‌گذارد به نحوی که: با کاهش در سفتی سازه که بعلت وجود جدایش در

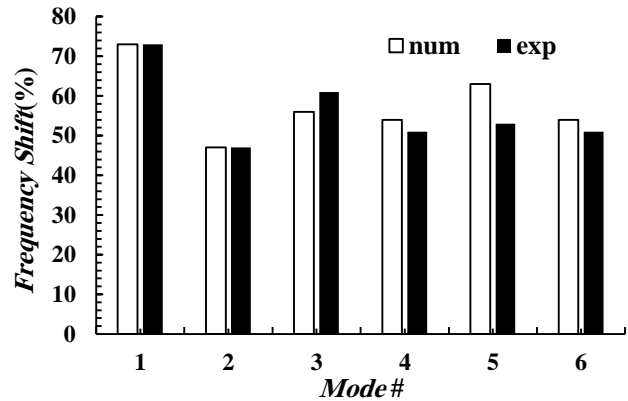


Fig. 8 Shift in the natural frequency of the containing debonding specimen comparison intact samples for  $D=30\%$

شکل 8 تغییرات ایجاد شده در فرکانس طبیعی نمونه با جدایش در مقابل نمونه سالم برای  $D=30\%$

همچنین بیشترین تغییر شکل‌ها برای نمونه دارای جدایش به رویه بالایی که سفتی کمتری دارد اختصاص پیدا کرده است. با مقایسه فرکانس‌های طبیعی نمونه سالم و نمونه دارای جدایش در حالتی که شرایط مدل-سازی یکسان باشد تغییر در فرکانس‌ها بخوبی قابل مشاهده می‌باشد. شکل 8 که برای  $D=30\%$  (طول جدایش 11 cm) رسم شده است، در محور عمودی، درصد کاهش فرکانس نمونه با عیب نسبت به نمونه سالم و در محور افقی، شماره مودها را نمایش داده است، بیان می‌کند که با افزایش شماره مودها درصد تغییرات در فرکانس‌های طبیعی سازه سالم و با عیب نسبت به یکدیگر کمتر شده است.

بخوبی مشخص است که وجود خرابی اولیه و اندازه این خرابی بر روی واماندگی نهایی سازه به شدت تأثیر گذار می‌باشد. بنابراین تأثیر خرابی سازه بر روی پاسخ‌های ارتعاشی آن بعنوان یکی از فاکتورهای مهم و تأثیر گذار در خرابی سازه‌ها معرفی می‌شود. به جهت بررسی این عامل بر روی فرکانس‌های طبیعی سازه‌های ساندویچی مورد بحث به مطالعه موردی طیف وسیعی از این سازه‌ها با ابعاد جدایش متفاوت (از 5 سانتی متر تا 15 سانتی متر) پرداخته شده است. همانطور که از نتایج مشخص است با افزایش سایز جدایش فرکانس‌های طبیعی سازه کاهش داشته است. در شکل 9 تغییرات فرکانس طبیعی بصورت تابعی از ابعاد جدایش برای شش مود اول الاستیک سازه رسم شده است. این شکل که برای افزایش طول جدایش از 5 تا 15 سانتی متر ( $D$ ) از 13 تا 41 درصد) رسم شده، بیان می‌کند که تغییرات فرکانس‌های طبیعی با افزایش ابعاد جدایش روندی نزولی داشته‌اند. این روند نزولی تا  $D=15\%$  شدت زیادی دارد اما با بزرگتر شدن جدایش از این مقدار روند نزولی شیب کمتری پیدا کرده و کاهش می‌یابد. با افزایش طول جدایش سفتی سازه کاهش می‌یابد. کاهش سفتی سازه روی فرکانس‌های طبیعی سازه نیز تأثیر گذار است. این کاهش سفتی با افزایش طول جدایش تا جایی ادامه دارد که اجزای تشکیل دهنده سازه ساندویچی (رویه و هسته) رفتاری هماهنگ و یکپارچه داشته باشند. عملاً با افزایش طول جدایش از مقداری مشخص عملکرد یکپارچه رویه و هسته از بین رفته و در واقع سازه ساندویچی خواص مکانیکی مورد انتظار را برآورده نکرده و تبدیل به دو سازه مجزا (رویه و هسته) با خواص مکانیکی مجزا خواهد شد. از این رو زیاد شدن طول جدایش از یک مقداری مشخص روی فرکانس سازه ساندویچی تأثیر گذار نخواهد بود.

- Investigation of Interlayer Crack Effects on the Free-Vibration of Corrugated-Face Sheet Composite Sandwich Plates", *Modares Mechanical Engineering*, Vol.16, No. 5, pp. 39-50, 2016 (In Persian).
- [11] Feng, D. Aymerich, F., "Damage Prediction in Composite Sandwich Panels Subjected to Low-Velocity Impact", *Composite Part A: Applied Science and Manufacturing*, Vol. 52, pp. 12-22, 2013.
- [12] Malekinejad, H. Rahimi, G. H. Farrokhabadi, A., "Numerical and Experimental Investigation of Skin/Core Debonding in Composite Sandwich Structures with Corrugated Core Under Bending Loading" *Modares Mechanical Engineering Journal*, Vol. 16, No. 6, pp. 52-62, 2016. (In Persian).
- [13] Sarparast, H. Ashory, M. R. Khatibi, M. M., "Investigation of the Accuracy of SSI-COV Method in Estimation of Modal Parameters: Numerical and Experimental Case Studies", *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 13, No. 10, pp. 127-139, 1392. (In Persian).
- [14] Brüel, Kjaer. "PULSE", Version 8.0, Sound & Vibration Measu. 1996-2003.
- [15] Peeters, B., "System Identification and Damage Detection in Civil Engineering", PhD. Thesis, Katholieke Universiteit Leuven, Belgium, 2000.
- [16] Aibinu, A. M. Rahman, N. A. Salami, M.J.E. Shafie, A.A., "Optimal Model Order Selection for Transient Error Autoregressive Moving Average (TERA) MRI Reconstruction Method" *Proceedings of World Academy of Science, Engineering and Technology*, Vol. 32, , pp. 2070-3740, 2008.
- [17] Peeters, B. De Roeck, G., "Stochastic Subspace Identification for Operational Modal Analysis: A Review", *Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, 021104JDS, 2001.
- [18] Brincker, R. Andersen, P., "Understanding Stochastic Subspace Identification", *Proc. of International Modal Analysis Conference (IMAC)*, 2006.
- [19] AIREXC 70 DATA SHEET (available at [www.corematerials.3AComposites.com](http://www.corematerials.3AComposites.com)).
- [20] Vyacheslav., Burlayenko, N. TomaszSadowski. "Influence of Skin/Core Debonding on Free Vibration Behavior of Foam and Honeycomb Cored Sandwich Plates", *Journal of Non-Linear Mechanics*, Vol. 45, pp. 959 – 968, 2010.
- [21] Abaqus6.14/CAE User's Guide.
- ناحیه‌ی بین رویه بالایی و هسته اتفاق می‌افتد، فرکانس‌های طبیعی کاهش می‌یابد.
- 2- این روند نزولی تا  $D=15\%$  شدت زیادی دارد اما با بزرگتر شدن جدایش از این مقدار روند نزولی شیب کمتری پیدا کرده و کاهش می‌یابد.
- 3- افزایش طول و عمق جدایش باعث کاهش سفتی موضعی نمونه شده و در نتیجه باعث کاهش فرکانس طبیعی سازه شده است.
- 4- هرچه سفتی هسته با روش‌های مختلفی مانند استفاده از فوم‌هایی با چگالی بالاتر، استفاده از هسته‌های موج‌دار فوم/کامپوزیت، استفاده از هسته‌های لانه زنبوری و سایر هسته‌های مورد استفاده در ساخت سازه‌های ساندویچی افزایش یابد، تأثیر جدایش بر کاهش فرکانس‌ها کمتر خواهد شد.
- 5- در هر یک از مودها با افزایش ابعاد جدایش درصد تغییرات فرکانس طبیعی سازه نسبت به نمونه سالم افزایش داشته و همچنین با بالاتر رفتن شماره مودها تأثیرات طول جدایش بر فرکانس‌های طبیعی سازه مقادیر کمتری شده است.
- 6- شکل مودها بصورت محلی در اطراف ناحیه دهانه جدایش رویه از هسته دچار تغییر شکل می‌شوند.
- 7- ابعاد و اندازه جدایش به عنوان یکی از شاخصه‌های حساسیت پاسخ فرکانسی در حضور جدایش عمل می‌کند.
- 8- در برخی از شرایط بروز جدایش بین رویه و هسته تأثیر چندانی روی برخی از فرکانس‌های طبیعی نخواهد داشت. این موضوع به دلیل موقعیت قرارگیری جدایش بین رویه و هسته بر روی گره در شکل مود فرکانس طبیعی است که اثر آن بر کاهش سفتی کمتر دیده می‌شود.

#### 6- مراجع

- [1] Malekzadeh Fard, K. and Rezaei Hassanabadi, M., "Free Vibration and Static Bending Analysis of Curved Sandwich Panel with Magneto-Rheological Fluid Layer in Sheets using Improved High Order Sandwich Panel Theory" *Journal of Science and Technology of Composite*, Vol. 1, No. 2, pp. 49-62, 2015. (In Persian )
- [2] He, J. Fu, Z. F., "Modal Analysis" Oxford Auckland Boston Johannesburg Melbourne New Delhi, Butterworth-Heinemann, 2001, pp. 1-4.
- [3] Application of sandwich panels, Accessed 25 October 2011; <http://www.sandwichpanels.org/index.html>.
- [4] Lok, T.S. and Cheng, Q.H., "Free and Forced Vibration of Simply Supported, Orthotropic Sandwich anel", *Journal of Computers and Structures*, Vol. 79, No. 3, pp. 301-312, 2001.
- [5] Zenkour, A.M., "A Comperhensive Analysis of Functionally Graded Sandwich Plates, part2" *journal of International olid structures*, Vol.42, No. 18-19, pp. 5243-5258, sep.2005
- [6] Natarjan, S., "Bending and Vibration of Functionally Graded Material Sandwich Plates Using an Accurate Theory" *Finite Elements in Analysis and Design*, Vol. 57, pp. 32-42, sep2012.
- [7] Malekzadeh, K. Khalili, M.R. and Mittal, R.K., "Local and Global Damped Vibrations of Plates with a Viscoelastic Soft Flexible Core: An Improved High-order Approach" *Journal of Sandwich Structures and Materials*, Vol. 7, No. 5, pp. 431-456, 2005.
- [8] Sorokin, S.V. and Ershova, O.A., "Forced and Free Vibrations of Rectangular Sandwich Plates with Parametric Stiffness Modulation" *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 259, No. 1, pp. 119-143, 2003.
- [9] Malekzadeh Fard, K. and Rezaei Hassanabadi, M., "Free Vibration and Static Bending Analysis of Curved Sandwich Panel with Magneto-Rheological Fluid Layer in Sheets using improved high Order Sandwich Panel Theory" *Journal of Science and Technology of Composite*, Vol. 1, No. 2, pp. 49-62, 2015. (In Persian )
- [10] Naeimi Abkenari, A. Karimi, M., "Experimental and Numerical