



بررسی تجربی نقش تنش‌های سه بعدی در لبه‌های آزاد در خرابی چند لایه‌های کامپوزیتی تحت بار گسترده جانبی

سیدعلی حسینی کردخیلی^{1*}، حامد رضا ولایتی²

۱- دانشیار، مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی شریف، تهران

۲- دانشجوی دکترا، مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی شریف، تهران

* تهران، صندوق پستی 11365-11155، ali.hosseini@sharif.edu

اطلاعات مقاله

دریافت: 98/06/03

پذیرش: 99/06/22

کلیدواژه‌ها:

کانترویچ

اثر لبه

چندلایه کامپوزیتی

صحه گذاری تجربی

چکیده

ایجاد و رشد ناگهانی تنش‌های برشی و عمود بر سطح بین‌لایه‌ای، در نزدیکی لبه‌های آزاد چندلایه کامپوزیتی که دارای لایه‌چینی با زوایای الیاف متفاوت است، با عنوان "اثر لبه" شناخته می‌شود. برای تحلیل چنین سازه‌هایی می‌بایست از روش‌های حل سه‌بعدی استفاده نمود. روش کانترویچ یکی از فنون حل تحلیلی است که علاوه بر اینکه در حل مسائل الاستیسیته مورد استفاده قرار گرفته، اخیراً برای حل معادلات الاستیسیته سه بعدی چندلایه‌های کامپوزیتی نیز معرفی شده است. در این روش، ابتدا میدان جابجایی به صورت یک سری از حاصل‌ضرب توابعی تک متغیره فرض می‌شود. سپس با حل معادلات دیفرانسیل در یک راستای مجهول و تکرار همین روال برای دیگر راستاها، با فرض جواب به‌دست آمده در راستای قبلی، و با یک یا چندین تکرار محدود، مسئله حل می‌شود. آنچه در این تحقیق به آن پرداخته شده است در مرحله اول تهیه برنامه‌ای محاسباتی برای حل تئوری مسئله چندلایه‌ی کامپوزیتی ضخیم تحت بار گسترده عرضی بر مبنای روش کانترویچ است که نتایج آن با تحقیقات قبلی صحت سنجی شده است. در مرحله دوم که هدف اصلی از این تحقیق در آن نهفته است، آزمایش‌هایی برای صحه‌گذاری و محک زدن دقت ابزار حل تئوری در پیش‌بینی خرابی بر روی یک چندلایه‌ی کامپوزیتی با لایه‌چینی‌های گوناگون اجرا شده است. با به کار بستن معیارهای شکست متناسب و مدل کاهش خواص ماده، نشان داده شده است که پیش‌بینی حل تئوری توانسته زمان و موقعیت شکست را با دقت خوبی نمایش دهد.

An Experimental Investigation on the Effect of 3-D Stresses at Free Edges on the Failure of Composite Laminates under Distributed Lateral Load

Seyed Ali Hosseini Kordkheili*, HamedReza Velayati

Department of Aerospace Engineering, Sharif University of Technology, Tehran, Iran.

* P.O.B. 11365-11155, Tehran, Iran, ali.hosseini@sharif.edu

Keywords

Kantrovich Method
Free Edge Effect
Composite Laminate
Experimental Validation

Abstract

Rapid increase in interlaminar and normal stresses of composite laminates with different lamina fiber directions at their free edges is known as "Free Edge Effect". Normally three dimensional elasticity solution methods are required to analyze such plates. Kantrovitch method is one of these analytical techniques. In this method displacement field is initially assumed to be a sum of multiplication of single variable functions and then the differential equations are solved in one of the unknowns coordinate direction. The results from this solution are then implemented for next step to find known functions for other directions. The process will repeat until getting convergency. In this paper the basic concepts of the required theory are firstly introduced. The problem is then solved and results are verified with those available in the literature works. In the second main part of the paper, a test setup is introduced which is used to test various composite laminates to validate the theory results for failure prediction. Comparing failure load results are shown that there is a good agreement between the results from the analytical and experimental methods.

1 مقدمه

مقابل، تحلیل سازه‌ای این مواد می‌تواند در مواردی نسبت به مواد فلزی پیچیده‌تر باشد. یکی از این پیچیدگی‌ها پدیده اثر لبه است. چنانچه فرض کنیم زوایای لایه چینی در لایه‌های کامپوزیتی متفاوت باشد، به دلیل بوجود آمدن خواص الاستیک متفاوت در لایه‌ها برای برقراری تعادل، و با توجه به لبه‌های آزاد، تنش‌های برشی و نرمال بین لایه‌ای ایجاد می‌گردد. این تنش‌ها می‌توانند در محل لبه‌های آزاد رشد کنند و تبدیل به تنش‌های بحرانی گردند. برای

با پیشرفت فن‌آوری در حوزه مواد کامپوزیتی و گسترش ابزارهای تحلیلی برای این مواد، به‌کارگیری آن‌ها در صنایع مختلف و به خصوص صنعت هوافضا روز به روز در حال افزایش است. هرچند استفاده از این مواد در این صنعت به دلیل نسبت استحکام به وزن بالا در مقابل مواد فلزی، مزایای چشم‌گیری دارد اما در

Please cite this article using:

Kordkheili. A., and Velayati. H., "An Experimental Investigation on the Effect of 3-D Stresses at Free Edges on the Failure of Composite Laminates under Distributed Lateral Load", In Persian, Journal of Science and Technology of Composites, Vol. 2, No.7, pp. 843-854, 2020.

برای ارجاع به این مقاله از عبارت زیر استفاده نمایید:

اثر سوراخ‌کاری چند لایه‌های کامپوزیتی در لبه‌های سوراخ بوجود می‌آیند کارهایی صورت پذیرفته که برای مثال می‌توان به مرجع [12] اشاره نمود. در این تحقیق اثر افزودن نانولوله‌های کربنی بر عدم جدایش بین لایه‌ای مورد مطالعه قرار گرفته است. در تحقیق دیگری [13] در این زمینه با استفاده از روش المان محدود به بررسی سه بعدی تنش در لبه‌های سوراخ چند لایه‌ی کامپوزیتی پرداخته شده است.

در تحقیق حاضر از روش جامع حل سه بعدی الاستیسیته با تکنیک کانتروپج استفاده شده و به لحاظ تئوری، توزیع تنش در راستای ضخامت و عرض یک چندلایه‌ی کامپوزیتی تحت بار گسترده عرضی مورد محاسبه قرار گرفته است. سپس با طراحی و ساخت چیدمانی برای آزمایش چندلایه‌ی کامپوزیتی ضخیم تحت بار یکنواخت گسترده عرضی، شکست آن با لایه‌چینی متفاوت مورد مطالعه قرار گرفته است. در نهایت با به‌کارگیری معیار شکست متناسب با شکست تجربی اتفاق افتاده و همچنین به‌کارگیری نتایج آزمایش‌های خواص استحکامی چندلایه‌ی کامپوزیتی، نتایج تئوری با نتایج تجربی مورد مقایسه قرار گرفته است.

2- معرفی مسئله و مروری بر تئوری

هندسه مورد بررسی در تحقیق حاضر شامل چندلایه‌ی کامپوزیتی ضخیم مستطیلی شکل با لایه‌چینی دلخواه است که تحت بار گسترده یکنواخت عرضی قرار گرفته است. دستگاه مختصات برای این مسئله در شکل 1 نشان داده شده است.

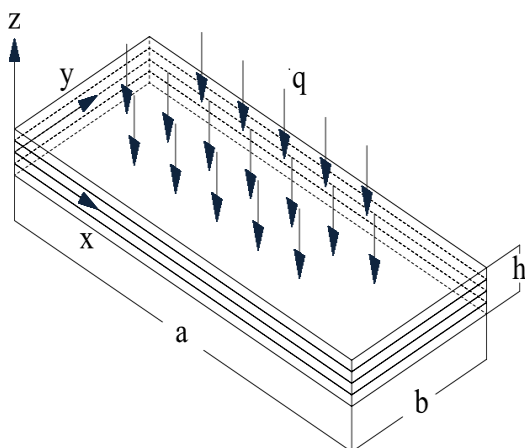


Fig. 1 Coordinate system for rectangular composite laminate under uniform distributed transverse loading

شکل 1 دستگاه مختصات برای چندلایه‌ی کامپوزیتی ضخیم مستطیلی تحت بار یکنواخت گسترده عرضی

همانطور که قبلاً هم اشاره شد، روش تحلیل مسئله فوق در مرجع [8] ارائه شده است. در این بخش، خلاصه‌ای از تئوری بیان شده در این مرجع، جهت آشنایی خواننده آورده می‌شود. در این روش که بر پایه روش "کانتروپج توسعه یافته" استوار است، میدان جابجایی به صورت زیر فرض می‌شود.

بررسی اثر لبه باید روشی ارائه شود تا به وسیله آن میدان تنش در سه بعد قابل محاسبه و بررسی باشد. پیشینه پژوهش در بخش تئوری تحلیل سه بعدی لایه‌های کامپوزیتی برای مطالعه اثر لبه را می‌توان در دو دسته کلی روش‌های تحلیلی-تقریبی و روش‌های عددی دسته‌بندی کرد. از میان این دو دسته تنها به کارهای تحلیلی پرداخته می‌شود چراکه هدف از این پژوهش صحت گذاری روش تحلیلی در عمل است و روش‌های عددی مدنظر نیست. برای حل تحلیلی مسئله اثر لبه، روش‌های گوناگونی ارائه شده است. روش انحراف از حل الاستیسیته دقیق¹ در مرجع [1] ارائه گردید. این تئوری بر پایه فرضیات برای میدان جابجایی بنا گذاشته شد. روش دیگر، روش تئوری لایه مرزی است که در مرجع [2] ارائه گردید. این روش توسعه یافته‌ی روشی مشابه در مواد ایزوتروپیک بوده و بر پایه بسط مقادیر تنش استوار است. پاگانو در مرجع [3] تئوری جدیدی بر پایه اصل تغییراتی ریزنر² برای تحلیل چندلایه‌های کامپوزیتی ارائه نمود. در همین راستا، وی در کاری دیگر [4] تئوری خود را برای حل مسئله اثر لبه استفاده کرد. یکی از محدودیت‌های روش او این بود که تنها می‌توانست لایه‌چینی متقارن متوازن و تحت بار محوری را تحلیل کند. در ادامه، حل دقیق اثر لبه در یک صفحه کامپوزیتی با فرض توابع سینوسی و کسینوسی توسط بکر [5] انجام شد. در این تحقیق از تئوری مرتبه بالای ورق استفاده شده است. روش حلی که مدنظر پژوهش حاضر است روش حل دستگاه معادلات دیفرانسیل الاستیسیته سه بعدی با به‌کارگیری روش کانتروپج توسعه یافته است. از مزایای روش کانتروپج توسعه یافته نسبت به دیگر روش‌های عددی می‌توان به دقت بالا، همگرایی سریع، محاسبات کم و عدم نیاز به ارضاء دقیق شرایط مرزی در حدس اولیه اشاره کرد. در این روش حدس اولیه تنها به سرعت همگرایی کمک می‌کند اما نمی‌تواند مانع از پیشرفت حل شود. در این حوزه، اولین بار کانتروپج [6] جهت تبدیل معادلات دیفرانسیل پاره‌ای دوبعدی به یک معادله دیفرانسیل معمولی که با روش‌های متداول قابل حل خواهند بود، روشی جدید را پیشنهاد نمود. پس از آن کر [7] با بهره‌گیری از روش کانتروپج، برای اولین بار روش "کانتروپج توسعه یافته"³ را برای حل مسئله پیچش یک میله با مقطع مستطیلی ارائه کرد. مرور دیگر کارها در حوزه روش کانتروپج به همراه راه حلی جدید به همین روش برای یک چندلایه‌ی کامپوزیتی ضخیم تحت بار عرضی و با لایه‌چینی و شرایط مرزی دلخواه توسط طهانی و همکارش [8] ارائه شده است. همین نویسندگان در تحقیقی دیگر [9] برای پوسته استوانه‌ای با شرایط لایه چینی و شرایط مرزی نیز مقاله‌ای را منتشر کرده‌اند که تنها تفاوت آن در هندسه مسئله است. روش حل این دو پژوهش آخر مبنای پژوهش حاضر قرار گرفته است. مقایسه نتایج تئوری کانتروپج و نتایج تجربی در چندلایه‌های کامپوزیتی، بیشتر در زمینه تحلیل‌های ارتعاشات صورت پذیرفته است و مقایسه استحکامی به ندرت دیده می‌شود. در این زمینه می‌توان به تحقیق کیم و همکارانش [10] اشاره کرد که با فرض کرنش صفحه-ای و مستقل بودن تغییرات از راستای طولی، چندلایه‌ی کامپوزیتی طولی را که دارای لبه‌های آزاد است به روش کانتروپج مورد تحلیل قرار دادند. در این تحقیق از توابع تنش لخنیتسکی و روش انرژی مکمل سازه در بسط روابط استفاده شده است. نتایج این تحقیق با نتایج تجربی تحقیق دیگری که قبلاً انجام شده [11] مورد مقایسه قرار گرفته و تطابق نسبتاً خوبی مشاهده شده است. از آنجا که تنش در راستای ضخامت به دلیل اثر لبه افزایشی است از معیار تنش میانگین برای مقایسه نتایج تئوری با نتایج تجربی استفاده شده است. در برخی کارهای دیگر با موضوع بررسی اثرات تنش بین لایه‌ای که بر

3 Extended Kantrovich Method(EKM)

1 Perturbation Theory
2 Reissner's variational principle

ماتریس $[\tilde{A}^{(k)}]$ نیز ماتریسی با ضرایب ثابت است. بالا نویسنده k نیز بیانگر آن است که دستگاه معادله فوق مربوط به لایه ی k - ام است. به عبارت دیگر برای هر لایه، دستگاه معادلاتی وجود دارد که باید با اعمال شرایط مرزی در بالا و پایین چندلایه و همچنین شرایط مرزی بین لایه‌های آن را حل کرد. حل دستگاه معادلات فوق به صورت زیر است.

$$\{Z^{(k)}\} = [\tilde{U}^{(k)}][\tilde{Q}^{(k)}(z)][\tilde{K}^{(k)}] \quad (5)$$

اگر ماتریس $[\tilde{U}^{(k)}]$ ماتریس بردارهای ویژه و $\tilde{\lambda}_m^{(k)}$ مقادیر ویژه ماتریس $[\tilde{A}^{(k)}]$ باشند، ماتریس $[\tilde{Q}^{(k)}(z)]$ به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$[\tilde{Q}^{(k)}(z)] = \text{diag} \left(e^{\tilde{\lambda}_1^{(k)} z}, e^{\tilde{\lambda}_2^{(k)} z}, \dots, e^{\tilde{\lambda}_{6n}^{(k)} z} \right) \quad (6)$$

بردار $\{\tilde{K}^{(k)}\}$ بردار ضرایب ثابتی است که از قرار دادن جواب معادله (5) در شرایط مرزی حاصل می‌شود. پس از حل در راستای z ، این بار با استفاده از جواب به دست آمده برای توابع جابجایی در این راستا، راستای x را به عنوان راستای مجهول انتخاب می‌کنیم و این بار مسئله را در راستای x حل می‌کنیم. دستگاه معادلات دیفرانسیل در راستای x را نیز در فضای حالت می‌توان به طور خلاصه به شکل ماتریسی زیر نوشت.

$$\{X'(x)\} = [A]\{X(x)\} + \{F\} \quad (7)$$

در رابطه فوق بردار فضای حالت $\{X(x)\}$ به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$\{X(x)\}^T = \{u(x) \ u'(x) \ v(x) \ v'(x) \ w(x) \ w'(x)\} \quad (8)$$

ماتریس $[A]$ ، ماتریس ضرایب ثابت است و بردار $\{F\}$ نیز از انتگرال‌گیری نیروهای خارجی به دست می‌آید. حل دستگاه فوق به صورت زیر است.

$$\begin{aligned} \{X(x)\} &= [U][Q(x)][K] \\ &+ [U][Q(x)] \int_0^x [Q(\xi)]^{-1} [U]^{-1} \{F(\xi)\} d\xi \end{aligned} \quad (9)$$

اگر ماتریس $[U]$ ماتریس بردارهای ویژه و λ_m مقادیر ویژه ماتریس $[A]$ باشند، ماتریس $[Q(x)]$ به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$[Q(x)] = \text{diag}(e^{\lambda_1 x}, e^{\lambda_2 x}, \dots, e^{\lambda_{6n} x}) \quad (10)$$

بردار $\{K\}$ بردار ضرایب ثابتی است که از قرار دادن جواب معادله (9) در شرایط مرزی حاصل می‌شود. در نهایت به عنوان آخرین سعی در حلقه سعی و خطا برای نزدیک شدن به جواب مسئله، جواب‌های به دست آمده در راستای z و x را به عنوان جواب‌های معلوم فرض کرده و این بار مسئله را در راستای y حل می‌کنیم. روش حل همانند راستای x است. برای جزئیات بیشتر حل مسئله می‌بایست به مرجع [8] مراجعه شود. نکته حائز اهمیت در روش فوق، همگرایی سریع و عدم وابستگی جواب به حدس اولیه است. برای مثال در تحقیق حاضر با توسعه کد محاسباتی برای یک چندلایه‌ی کامپوزیتی با مقادیر هندسی $h = 5\text{mm}, a = 10h, b = 4h$ و مشخصات مواد معرفی شده در مرجع [8] پس از سه بار سعی و خطا و با درجه تقریب $n = 3$ ، نتایج با دقت خوبی با نتایج مرجع فوق، انطباق یافته است. در این مسئله فرض شده چندلایه‌ی کامپوزیتی تحت بار گسترده عرضی $q = -5\text{MPa}$ قرار گرفته و شرایط مرزی در لبه‌های $y = 0, b$ به صورت تکیه‌گاه آزاد و در لبه‌های x

$$\begin{aligned} u(x, y, z) &= \sum_{i=1}^n u_i(x) \tilde{u}_i(y) \tilde{u}_i(z) \\ v(x, y, z) &= \sum_{i=1}^n v_i(x) \tilde{v}_i(y) \tilde{v}_i(z) \\ w(x, y, z) &= \sum_{i=1}^n w_i(x) \tilde{w}_i(y) \tilde{w}_i(z) \end{aligned} \quad (1)$$

با فرض میدان جابجایی فوق می‌توان میدان کرنش را نیز با مشتق‌گیری محاسبه کرد. سپس با استفاده از اصل کمینه بودن انرژی پتانسیل کل می‌توان به معادلات دیفرانسیلی تعادل و همچنین شرایط مرزی دست یافت. برای این کار لازم است تا در معادله تغییرات انرژی پتانسیل تنش بر حسب کرنش در هر لایه نوشته شود و در نهایت نیز کرنش بر حسب میدان جابجایی مفروض فوق جایگزین گردد. بار عرضی نیز در معادله تغییرات کار نیروهای خارجی قرار می‌گیرد و با انتگرال‌گیری جزء به جزء می‌توان به دستگاه معادلات دیفرانسیلی مرتبه دوم تعادل و شرایط مرزی رسید. به دلیل حجم بالای روابط، در اینجا از بیان تکراری جزئیات که در مرجع [8] موجود است، پرهیز می‌شود. شرایط مرزی در راستای سه گانه مختصات می‌تواند متفاوت باشد. برای مثال در راستای x شرایط مرزی به صورت زیر تعریف می‌شود.

C(Clamped)

$$@x = 0, a: u_i = v_i = w_i = 0$$

S(Simply Supported)

$$@x = 0, a: N_x^i = v_i = w_i = 0$$

F(Free)

$$@x = 0, a: N_x^i = N_{xy}^i = Q_{xz}^i = 0 \quad (2)$$

در معادلات فوق N_{xy}^i و Q_{xz}^i منته‌های تنش نرمال و برشی هستند. در راستای y نیز شرایط مرزی مشابه راستای x خواهد بود. اما در راستای z شرایط متفاوت است. شرایط مرزی در راستای z شامل شرایط مرزی در بالا و پایین چندلایه و همچنین شرایط تساوی جابجایی‌ها و منته‌های تنش در بین لایه‌هاست. جزئیات بیشتر در مرجع [8] موجود است. پس از آنکه دستگاه معادلات دیفرانسیل و شرایط مرزی در هر یک از راستای سه‌گانه به دست آمد، با تغییر متغیر توابع جابجایی به فضای حالت، یک دستگاه معادلات دیفرانسیل خطی با ضرایب ثابت حاصل می‌شود. برای مثال برای حل مسئله در راستای z این دستگاه معادلات به شکل ماتریسی زیر به دست می‌آید.

$$\{Z'^{(k)}(z)\} = [\tilde{A}^{(k)}]\{Z^{(k)}(z)\} \quad (3)$$

در رابطه فوق بردار فضای حالت $\{Z^{(k)}(z)\}$ به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$\{Z^{(k)}(z)\}^T = \{\tilde{u}(z) \ \tilde{u}'(z) \ \tilde{v}(z) \ \tilde{v}'(z) \ \tilde{w}(z) \ \tilde{w}'(z)\} \quad (4)$$

استفاده شده است تا بار کاملاً به صورت یکنواخت اعمال شود. نمونه‌های تست، چندلایه کامپوزیتی از جنس کربن/اپوکسی با لایه‌چینی‌های متفاوت است. سطح بالای نمونه، از فشار آب با غشایی لاستیکی آب‌بندی شده که تنها بار فشار هیدرواستاتیک را به قطعه وارد می‌سازد. شکل 3 تصویری از مقطع قالب و نحوه قرارگیری اجزای مختلف درون قالب را نشان می‌دهد.

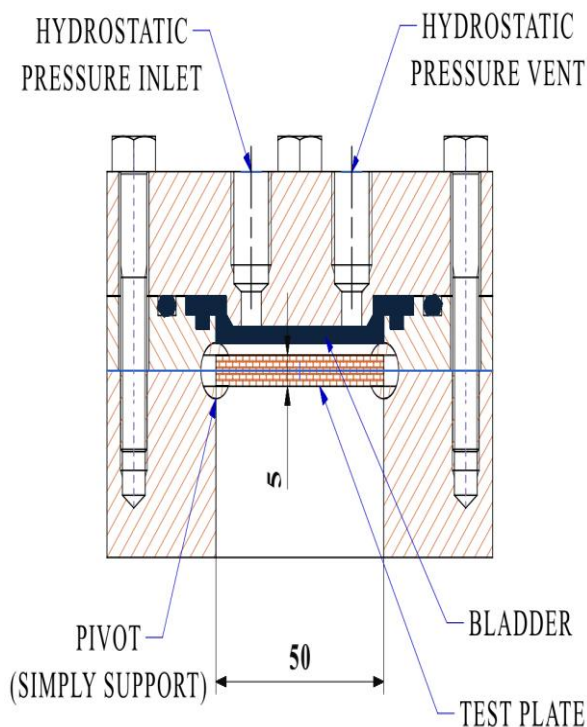


Fig. 3 Designed hydrostatic test setup for uniform distributed loading on a SFSF thick composite plate with arbitrary stack-up

شکل 3 چیدمان قالب طراحی شده برای آزمون هیدرواستاتیک جهت بارگذاری توزیع شده یکنواخت بر روی چندلایه‌ی کامپوزیتی ضخیم با شرایط مرزی SFSF و لایه چینی دلخواه

شکل 4 نیز تصاویری از قالب ساخته شده را نشان می‌دهد. شکل 5 نمونه‌های آزمایش ساخته شده را نشان می‌دهد. این نمونه‌ها از لایه‌چینی الیاف تک جهته کربن T300 پیش آغشته شده به رزین اپوکسی و پخت تحت خلأ ساخته شده که با روش واترجت تا ابعاد نهایی برش داده شده است. این روش برش به این دلیل انتخاب شده که کمترین تخریب را در لبه‌ها ایجاد می‌کند. مشخصات مکانیکی و خواص استحکامی ماده مورد استفاده در ساخت نمونه‌ها در جدول 1 معرفی شده است. در آزمایش اول، نمونه‌های نشان داده شده در شکل 5 تحت بارگذاری هیدرواستاتیک قرار گرفت. همانطور که در شکل 6 مشخص است شکست در لایه‌های با زاویه الیاف 90 درجه نسبت به راستای x اتفاق افتاده است. خط شکست تقریباً عمود بر سطح است که نشان از شکست بر اثر تنش غالب نرمال خمشی در راستای x دارد.

$0, a$ به صورت تکیه‌گاه آزاد است. تنش نرمال بی‌بعد شده در راستای ضخامت را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$\bar{\sigma}_z = \frac{\sigma_z}{q} \quad (11)$$

توزیع تنش نرمال بی‌بعد شده بین لایه‌ای فوق در شکل 2 نشان داده شده است. در این شکل مشخص است که تنش نرمال بین لایه‌های همانگونه که انتظار می‌رود در سطح زیرین برابر صفر و در سطح بالا برابر با بار وارده است. همچنین بیشترین مقدار تنش نرمال بین لایه‌ی صفردرجه و نود درجه اتفاق می‌افتد که افزایشی تقریباً برابر 2.5 برابر بار وارده را دارد.

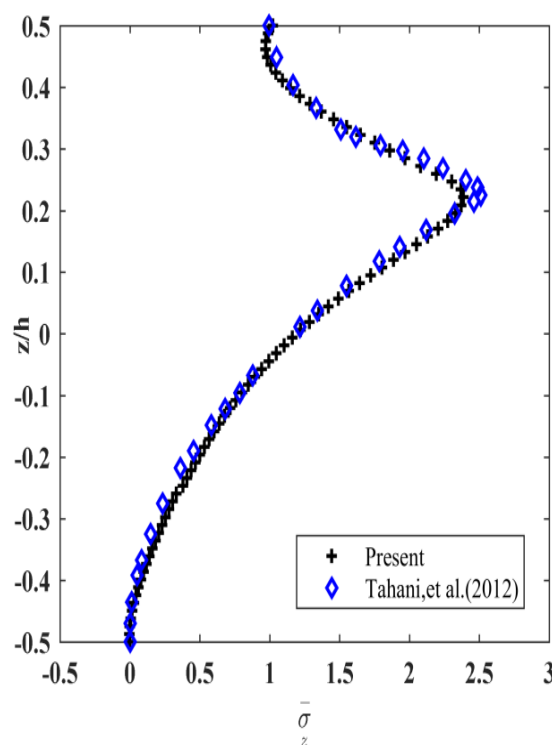


Fig. 2 Distribution of interlaminar normal stress $\bar{\sigma}_z$ through the thickness at $x=a/2, y=b$ in a $[90_3/0_7]$ SFSF laminated plate

شکل 2 توزیع تنش نرمال $\bar{\sigma}_z$ بی‌بعد شده در راستای ضخامت بی‌بعد شده در $x=a/2, y=b$ در یک چند لایه با لایه چینی $[90_3/0_7]$ و شرایط مرزی SFSF

پس از اطمینان از صحت کد محاسباتی تهیه شده در کار حاضر، فرآیند صحت-گذاری تجربی انجام شد که نتایج آن در بخش بعدی توضیح داده شده است.

3- بررسی و صحت گذاری تجربی

جهت صحت‌گذاری تجربی سعی شده تا شرایط بارگذاری همانند آن چیزی باشد که در بخش تئوری فرض شده است. برای این منظور قالبی طراحی و ساخته شد که در آن، چندلایه‌ی کامپوزیتی مورد آزمایش از ابتدا و انتها در راستای طولی دارای تکیه‌گاهی ساده و در دو انتهای عرضی دارای شرایط تکیه‌گاهی آزاد است. همچنین برای اعمال بار گسترده عرضی از فشار هیدرواستاتیک

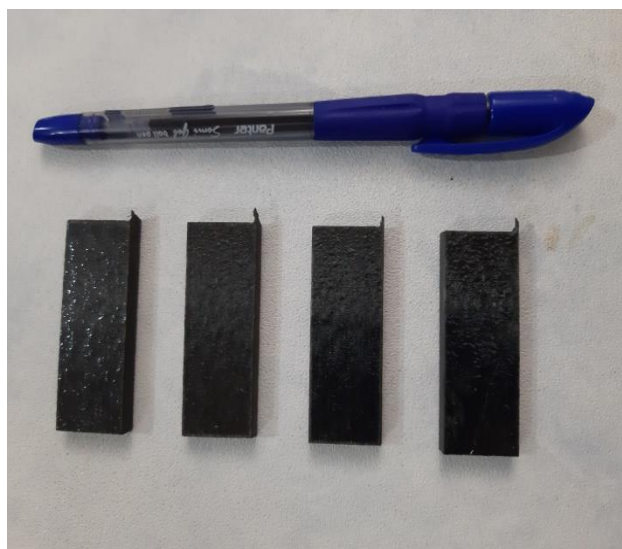


Fig. 5 Carbon/Epoxy test samples with $[90^\circ_3/0^\circ]$ stack-up ($a=50\text{mm}$, $b=20\text{mm}$, $h=5\text{mm}$)

شکل 5 نمونه‌های آزمایش کربن/اپوکسی با لایه چینی $[90^\circ_3/0^\circ]$ ($a=50\text{mm}$, $b=20\text{mm}$, $h=5\text{mm}$)

جدول 1 مشخصات مکانیکی و خواص استحکامی تک لایه کربن/اپوکسی مورد

استفاده در ساخت نمونه‌های آزمایش

Table 1 Mechanical Properties of T300 carbon/epoxy composite which are used for preparing test samples

E_1	140GPa	σ_{1T}	1520MPa
E_2, E_3	9GPa	σ_{1C}	-1480MPa
ν_{12}, ν_{13}	0.3	σ_{2T}, σ_{3T}	36MPa
ν_{23}	0.3	σ_{2C}, σ_{3C}	-160MPa
G_{12}	6GPa	S_{12}	41MPa
G_{13}	5GPa	S_{13}	41MPa
G_{32}	3GPa	S_{23}	25MPa



Fig. 6 Failure due to normal stress σ_x through the layers with fibers in 90° direction in laminate with $[90^\circ_3/0^\circ]$ stackup

شکل 6 شکست بر اثر تنش نرمال σ_x در لایه‌های با زاویه الیاف 90° در چند لایه‌ای با لایه چینی $[90^\circ_3/0^\circ]$



Fig. 4 Hydrostatic test setup for uniform distributed loading on a SFSF thick composite plate with arbitrary stack-up

شکل 4 چیدمان برای آزمون هیدرواستاتیک جهت بارگذاری توزیع شده یکنواخت بر روی چندلایه‌ی کامپوزیتی ضخیم با شرایط مرزی SFSE و لایه چینی دلخواه

برای بررسی دقیق‌تر فرآیند تخریب در مسئله حاضر، باید از یکی از مدل‌های کاهش خواص از دیدگاه ماکرومکانیک استفاده نمود. به عبارت دیگر پس از اعمال بار، بررسی خواهد شد که چه لایه یا لایه‌هایی بر اساس روابط 12 دچار خرابی شده‌اند و سپس برای حذف مقاومت آن لایه یا لایه‌ها، ضرایب سفتی مربوط به آن‌ها برابر صفر یا برابر یک عدد کوچک فرض شده و محاسبات مجدداً با ضرایب جدید تکرار می‌شود. در نهایت بررسی خواهد شد که در شرایط جدید، وضعیت خرابی دیگر لایه‌ها به چه صورت است. از میان روش‌های مرسوم در شبیه‌سازی کاهش خواص، از مدل کاهش خواص ناگهانی لی [15] استفاده می‌شود. در این مدل، در مورد خرابی ماتریس فرض می‌شود که ضرایب سفتی که در رابطه (13) ذکر شده، به عدد صفر یا یک عدد کوچک تقلیل خواهد یافت. با این فرض مجدداً محاسبات تکرار خواهد شد.

$$C_{12} = C_{22} = C_{23} = C_{44} = C_{66} = 0 \quad (13)$$

برای مقایسه نتایج تئوری و نتایج تجربی، شرایط چندلایه‌ی کامپوزیتی مورد آزمایش که نتایج آن در شکل‌های 6 و 7 نشان داده شد، در کد محاسباتی شبیه‌سازی گردید. شکل 8، توزیع تنش نرمال در راستای x را پس از اعمال بار گسترده -20 bar نشان می‌دهد. در این شکل مشخص است که لایه‌های نود درجه کاملاً در کشش و لایه صفر درجه در فشار قرار دارد. همچنین بر اساس کاهش خواص، محاسبات در چهار گام تکرار شده و در هر گام فرض شده که یکی از لایه‌های نود درجه، سفتی ماتریس خود را از دست داده‌اند. در شکل 8 مشخص است که به تدریج که لایه‌ها سفتی خود را از دست می‌دهند تنش کششی در لایه‌های باقیمانده افزایش می‌یابد.

برای بررسی زمان شکست توزیع مقدار معیار هاشین در راستای ضخامت و در هر گام از گام‌های سه گانه اول کاهش خواص در شکل 9 رسم شده است. نواحی بزرگتر از عدد 1 بیانگر وقوع شکست است. در این شکل مشخص است که در گام اول تقریباً نواحی واقع در مختصات $z = -h/2$ تا $z = -h/4$ یعنی لایه 1 اول دچار شکست در ماتریس شده‌اند. در گام دوم با کاهش سفتی لایه اول، لایه‌های دوم و سوم مورد بررسی قرار گرفت. در گام دو نیز مشخص است که نواحی مابین $z = -h/4$ و $z = 0$ یعنی لایه دوم نیز دچار شکست شده است. در مورد لایه سوم نیز در گام بعدی مشخص است که شکست اتفاق افتاده است.

در شکل 7 مشخص است که پس از وقوع شکست در لایه‌های اول تا سوم افت فشار ناگهانی اتفاق افتاده است. این موضوع را از تغییرات خیز تیر در گام‌های مختلف بارگذاری می‌توان در شکل 10 مشاهده کرد. در این شکل مشخص است که با شکست ماتریس در لایه‌های اول تا سوم، خیز چندلایه از 0.4 mm در ابتدای بارگذاری به 6 mm پس از شکست ماتریس خواهد رسید. این تغییر شکل شدید تیر موجب افت لحظه‌ای فشار هیدرواستاتیک خواهد شد. در شکل 7 همچنین مشخص است که پس از شکست و رسیدن به تعادل نهایتاً فشار 17 bar به چندلایه‌ی کامپوزیتی اعمال شده است. این فشار را لایه چهارم تحمل خواهد کرد. شکست در این لایه به معنای شکست در الیاف خواهد بود لذا معیار هاشین در شکست الیاف، معیار قضاوت در تعیین زمان شکست می‌باشد.

حین اجرای آزمایش مقدار فشار هیدرواستاتیک توسط سنسور فشار در طول زمان داده برداری شد. نتیجه این داده برداری و زمان وقوع شکست در شکل 7 نشان داده شده است. نتایج آزمایش، تکرار پذیری خوبی را نشان می‌دهد و تقریباً می‌توان گفت که شکست نمونه‌ها در فشار هیدرواستاتیک 20 bar اتفاق افتاده است.

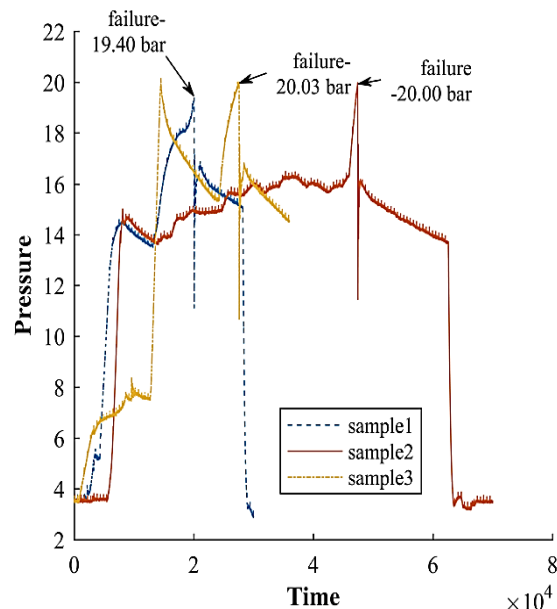


Fig. 7 Hydrostatic pressure loading vs time on a laminate with $[90^\circ/0^\circ]$ stackup

شکل 7 بارگذاری فشار هیدرواستاتیک در طول زمان بر روی چندلایه کامپوزیتی با لایه چینی $[90^\circ/0^\circ]$

شکست طبق نتایج تجربی، در ماتریس رخ داده است و از معیار هاشین [14] برای بررسی خرابی کامپوزیت بهره می‌بریم. استفاده از معیار هاشین از آن جهت است که هم برای شکست ماتریس و هم برای شکست الیاف معیارهای متفاوتی معرفی می‌کند و هم اینکه حالت تنش کششی و حالت فشاری را در متمایز می‌سازد. همچنین این معیار اثرات مولفه‌های سه بعدی تنش را در محاسبات لحاظ می‌کند. این معیار برای خرابی که در ماتریس اتفاق می‌افتد به صورت زیر تعریف می‌شود. در حالت کشش ماتریس یا به عبارتی دیگر زمانی که $\sigma_2 + \sigma_3 > 0$ باشد شکست زمانی اتفاق خواهد افتاد که رابطه زیر برقرار باشد:

$$\left(\frac{\sigma_{22} + \sigma_{33}}{\sigma_{2T}}\right)^2 + \frac{(\sigma_{23}^2 - \sigma_{22}\sigma_{33})}{S_{23}^2} + \frac{(\sigma_{12}^2 + \sigma_{13}^2)}{S_{12}^2} = 1 \quad (12-a)$$

در حالت فشار ماتریس یا به عبارتی دیگر زمانی که $\sigma_2 + \sigma_3 < 0$ باشد آنگاه شکست، زمانی اتفاق خواهد افتاد که رابطه زیر برقرار باشد:

$$\frac{1}{\sigma_{2C}} \left[\left(\frac{\sigma_{2C}}{2S_{23}} \right)^2 - 1 \right] (\sigma_{22} + \sigma_{33}) + \frac{(\sigma_{22} + \sigma_{33})^2}{4S_{23}^2} + \frac{(\sigma_{23}^2 - \sigma_{22}\sigma_{33})}{S_{23}^2} + \frac{(\sigma_{12}^2 + \sigma_{13}^2)}{S_{12}^2} = 1 \quad (12-b)$$

در روابط فوق، σ_{ij} ، σ_{iC} ، σ_{iT} مقادیر استحکامی ماده است که در جدول 1 معرفی شده است. مقادیر σ_{ij} هم درایه‌های تانسور تنش در دستگاه مختصات ماده است که از کد محاسباتی به دست می‌آید.

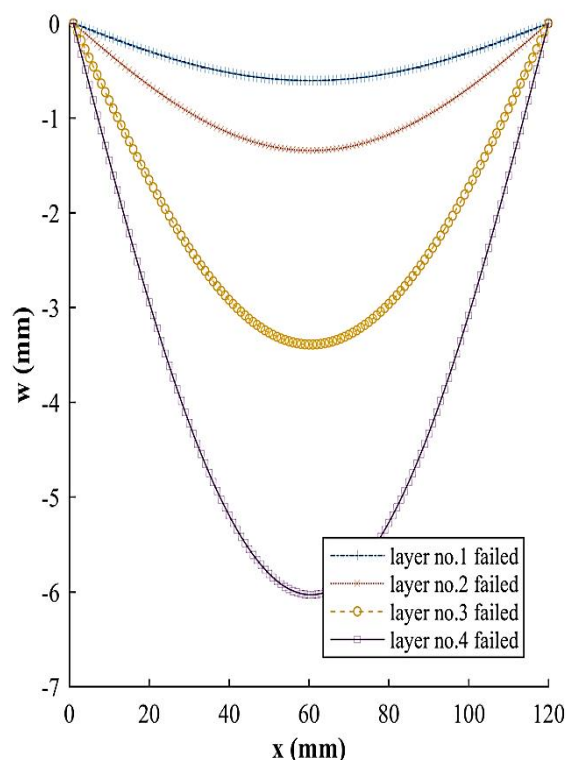


Fig. 10 Distribution of Hashin failure criteria value across thickness in $[90^\circ/0^\circ]$ SFSF laminated plate with $q = 20 \text{ bar}$ at $x = a/2$, $y = b$

شکل 10 توزیع مقدار معیار شکست هاشین در راستای ضخامت در چند لایه با لایه چینی $[90^\circ/0^\circ]$ و شرایط مرزی SFSF با بار گسترده $q = 20 \text{ bar}$

معیار هاشین برای بررسی شکست در الیاف به صورت زیر تعریف می‌شود. در حالت کشش الیاف یعنی زمانی که $\sigma_{11} > 0$ است معیار هاشین به صورت زیر است:

$$\left(\frac{\sigma_{11}}{\sigma_{1T}}\right)^2 + \frac{(\sigma_{12}^2 + \sigma_{13}^2)}{S_{12}^2} = 1 \quad (14-a)$$

در حالت فشار الیاف یعنی زمانی که $\sigma_{11} < 0$ است معیار هاشین به صورت زیر است:

$$-\frac{\sigma_{11}}{\sigma_{1C}} = 1 \quad (14-b)$$

شکل 11 نشان می‌دهد که با رسم معیار هاشین در گام چهارم بارگذاری، اعمال فشار 15bar بار نمی‌تواند موجب شکست لایه چهارم شود. هرچند در آزمایش چندلایه به صورت لحظه‌ای فشار 17bar بار را نیز تجربه کرده است. این میزان خطا که در حدود یازده درصد است به عنوان مجموع خطاهای تاثیر گذار در مدل‌سازی حاضر محسوب می‌شود. هر چند تجربه فشار 17bar برای چندلایه به صورت لحظه‌ای بوده و بلافاصله فشار کاهش یافته است و شاید اگر افزایش فشار رخ می‌داد در نمونه‌ها در بالا و پایین لایه صفر درجه ترک‌هایی قابل مشاهده بود.

در آزمایش دوم سعی شده تا با طراحی لایه‌چینی دیگری بتوان این بار شکست در مقابل تنش‌های بین لایه‌ای را بررسی کرد. برای این منظور نمونه‌هایی که مشخصات و نتایج آزمایش بر روی آن‌ها در شکل 12 نشان داده شده ساخته و آزمایش شد.

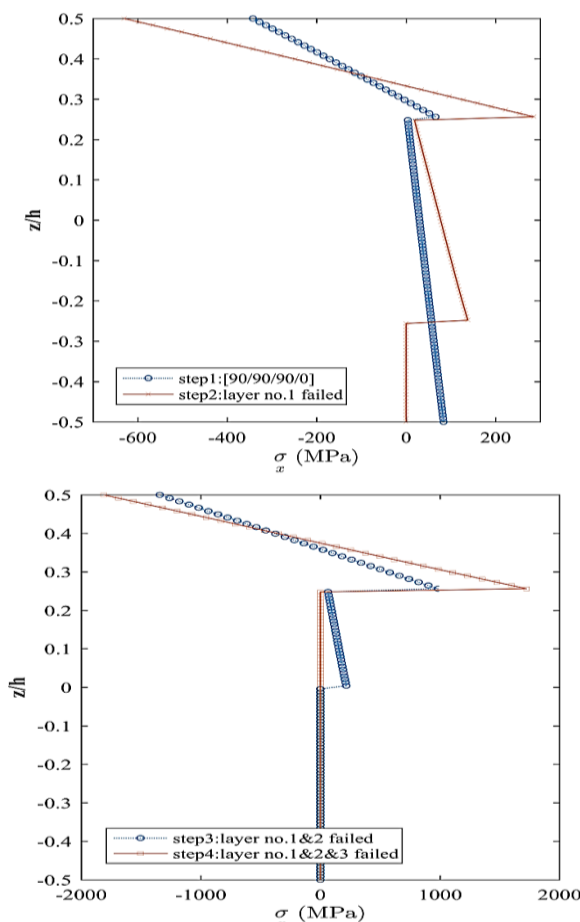


Fig. 8 Distribution of normal stress σ_x through the thickness in a $[90^\circ/0^\circ]$ SFSF laminated plate

شکل 8 توزیع تنش نرمال σ_x در راستای ضخامت بی بعد شده در یک چند لایه با لایه چینی $[90^\circ/0^\circ]$ و شرایط مرزی SFSF

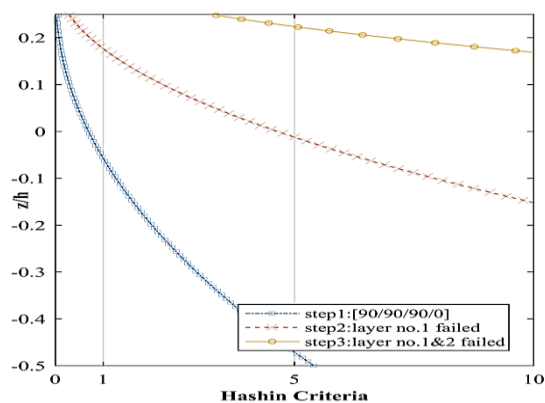


Fig. 9 Distribution of Hashin failure criteria value across thickness in $[90^\circ/0^\circ]$ SFSF laminated plate with $q = 20 \text{ bar}$ at $x = a/2$, $y = b$

شکل 9 توزیع مقدار معیار شکست هاشین در راستای ضخامت در چند لایه با لایه چینی $[90^\circ/0^\circ]$ و شرایط مرزی SFSF با بار گسترده $q = 20 \text{ bar}$

پراکندگی رخداد شکست که در شکل 13 نشان داده شده، در این آزمایش نسبت به آزمایش قبل کمی بیشتر است. فشار شکست نمونه‌ها در بازه 42.6bar تا 48.7bar قرار دارد. میانگین این اعداد برابر 45.8bar است. این مقدار در بررسی تئوری به عنوان بار اعمالی انتخاب می‌شود.

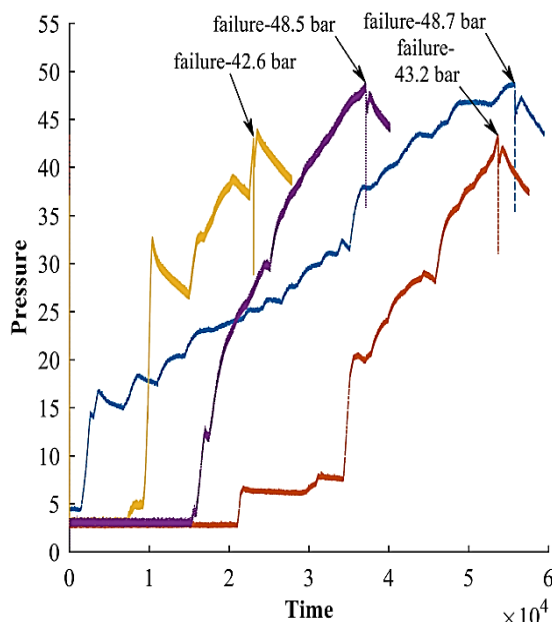


Fig. 13 Hydrostatic pressure time history on samples with $[0^\circ/90^\circ_2/0^\circ]$ stackup sequence- mean failure load: $q = 45.8$ bar

شکل 13 تاریخچه زمانی اعمال فشار هیدرواستاتیک بر روی نمونه‌های با لایه چینی $[0^\circ/90^\circ_2/0^\circ]$ - میانگین بار گسترده در شکست: $q = 45.8$ bar

با توجه بیشتر به شکل 12 می‌توان مشاهده کرد که شکست بین لایه‌های با زاویه الیاف صفر و نود از مختصات $x = 0, z = -h/4$ آغاز می‌شود. در ناحیه در بازه $x = a/10$ و $x = a/8$ شکست وارد لایه‌های با زاویه الیاف نود درجه می‌شود و تا مرز بین لایه با زاویه الیاف صفر و نود درجه در بالا یعنی در مختصات $z = h/4$ ادامه می‌یابد. پس از آن نیز در همین مختصات در راستای x ادامه می‌یابد. این رفتار شکست، در آزمایش استاندارد برش سه نقطه که برای استخراج استحکام برشی بین لایه‌های ماده انجام شد نیز مشاهده گردید. این موضوع بیانگر آن است که این شکست بر اثر تنش‌های برشی غالب صورت پذیرفته است. در ادامه نشان داده می‌شود که نتایج تئوری نیز این موضوع را تایید می‌کند.

شکل 14 و شکل 15 به ترتیب تنش‌های نرمال در راستای z و راستای x را نشان می‌دهد. مقادیر به دست آمده نشان می‌دهد که وضعیت بحرانی در مورد این مولفه‌ها وجود ندارد. هرچند در محاسبات معیار شکست هاشین اثر این مقادیر نیز لحاظ خواهد شد.

در شکل 16 توزیع تنش برشی بین لایه‌های τ_{xz} در لبه‌ها یعنی در مختصات $y = b$ رسم شده است. در این شکل مشخص است که همانطور که قبلاً در مورد نتایج آزمایش نیز مشاهده می‌شود در بازه $x = a/10$ و $x = a/8$ کل مقطع لایه‌های نود درجه تحت تنش برشی بین لایه‌های نسبتاً یکنواختی در حدود 25MPa، یعنی استحکام برشی بین لایه‌های ماده قرار می‌گیرد. لذا در همین ناحیه نیز انتظار شکست کل مقطع می‌رود.

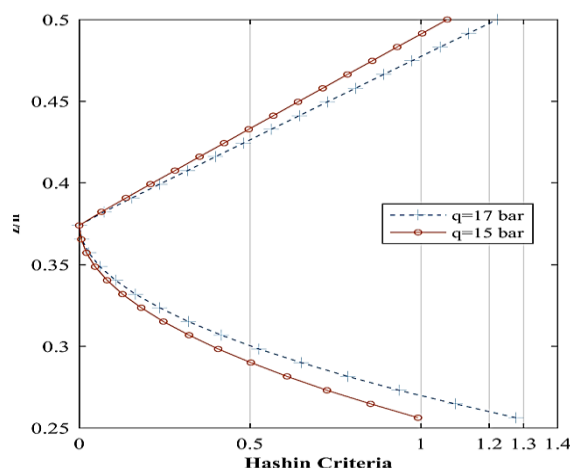


Fig. 11 Distribution of Hashin failure criteria value across thickness in $[90^\circ_3/0^\circ]$ SFSF laminated plate at $x = a/2, y = b$

شکل 11 توزیع مقدار معیار شکست هاشین در راستای ضخامت در چند لایه با لایه چینی $[90^\circ_3/0^\circ]$ و شرایط مرزی SFSF با بار گسترده $q = 20$ bar



Fig. 12 Failure due to interlaminar shear stress through the layers with fibers in 90° direction in $[0^\circ/90^\circ_2/0^\circ]$ SFSF laminated plate under distributed load

شکل 12 شکست بر اثر تنش برشی بین لایه‌های در لایه‌های با زاویه الیاف 90° در چند لایه با لایه چینی $[0^\circ/90^\circ_2/0^\circ]$ و شرایط مرزی SFSF تحت بار گسترده - میانگین بار گسترده در شکست: $q = 45.8$ bar

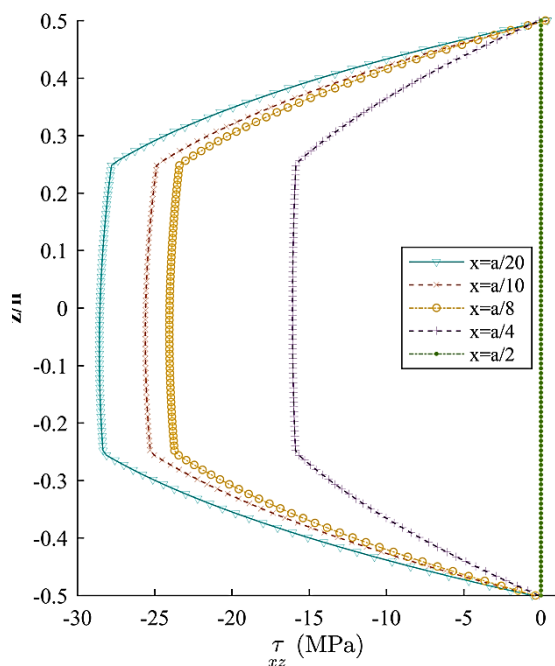


Fig. 16 Distribution of interlaminar shear stress τ_{xz} through the thickness at $y=b$ in a $[0^\circ/90^\circ_2/0^\circ]$ SFSF laminated plate

شکل 16 توزیع تنش برشی τ_{xz} در راستای ضخامت بی بعد شده در $y=b$ و در یک چند لایه با لایه چینی $[0^\circ/90^\circ_2/0^\circ]$ و شرایط مرزی SFSF

شکل 17 نیز همین نتایج شکل 16 را در مقطع وسط چندلایه کامپوزیتی و دور از لبه‌ها نشان می‌دهد. می‌توان مشاهده کرد که در مقاطع طولی در راستای x که مشابه یکدیگرند، در $y=b/2$ نسبت به $y=b$ مقادیر تنش برشی در حدود ۱۰ درصد کمتر است. لذا شکست از لبه‌ها آغاز می‌شود.

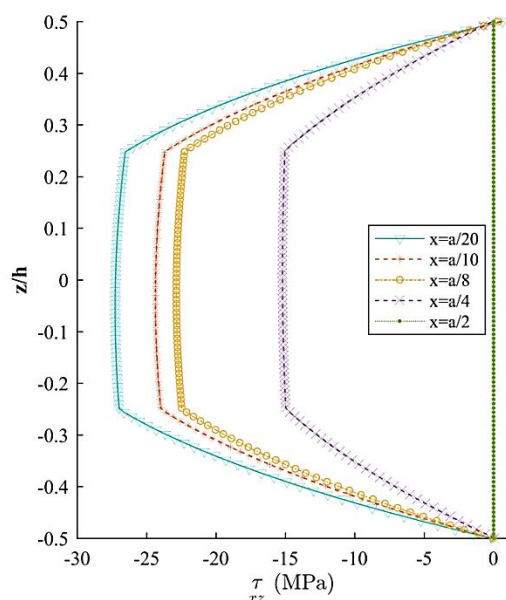


Fig. 17 Distribution of interlaminar shear stress τ_{xz} through the thickness at $y=b/2$ in a $[0^\circ/90^\circ_2/0^\circ]$ SFSF laminated plate

شکل 17 توزیع تنش برشی τ_{xz} در راستای ضخامت بی بعد شده در $y=b/2$ و در یک چند لایه با لایه چینی $[0^\circ/90^\circ_2/0^\circ]$ و شرایط مرزی SFSF

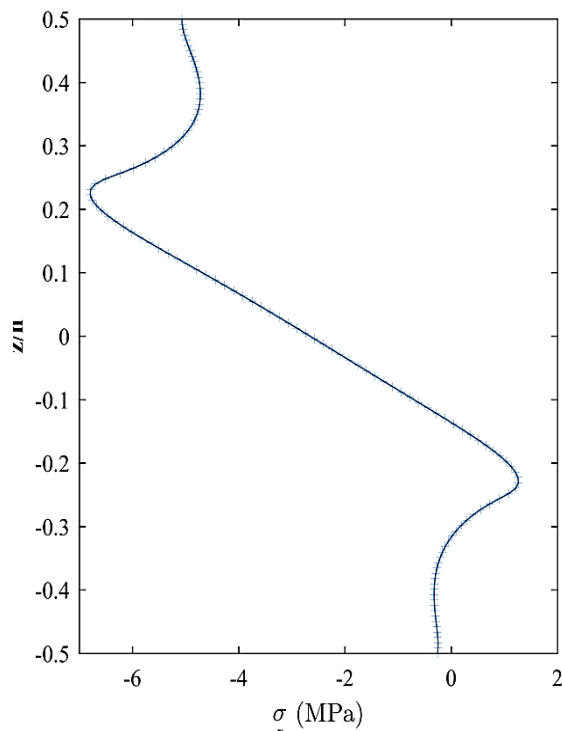


Fig. 14 Distribution of interlaminar normal stress σ_z through the thickness at $x=a/8, y=b$ in a $[0^\circ/90^\circ_2/0^\circ]$ SFSF laminated plate

شکل 14 توزیع تنش نرمال σ_z در راستای ضخامت بی بعد شده در $x=a/8, y=b$ در یک چند لایه با لایه چینی $[0^\circ/90^\circ_2/0^\circ]$ و شرایط مرزی SFSF

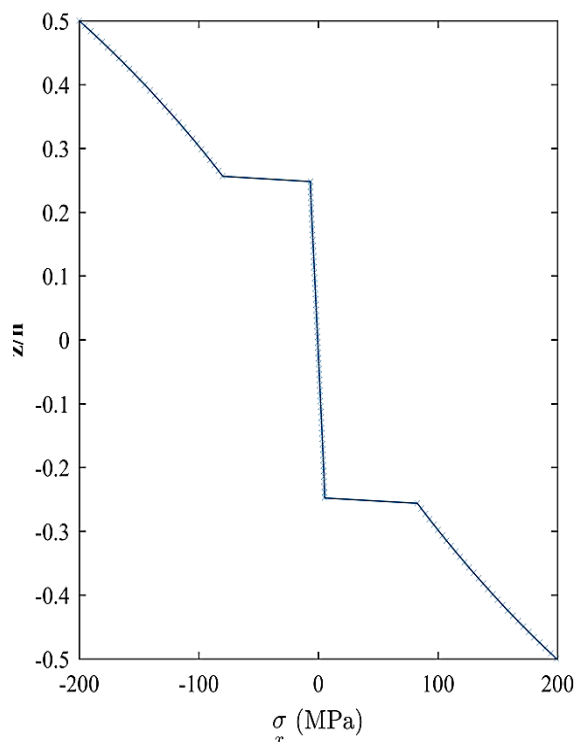


Fig. 15 Distribution of normal stress σ_x through the thickness at $x=a/8, y=b$ in a $[0^\circ/90^\circ_2/0^\circ]$ SFSF laminated plate

شکل 15 توزیع تنش نرمال σ_x در راستای ضخامت بی بعد شده در $x=a/8, y=b$ در یک چند لایه با لایه چینی $[0^\circ/90^\circ_2/0^\circ]$ و شرایط مرزی SFSF

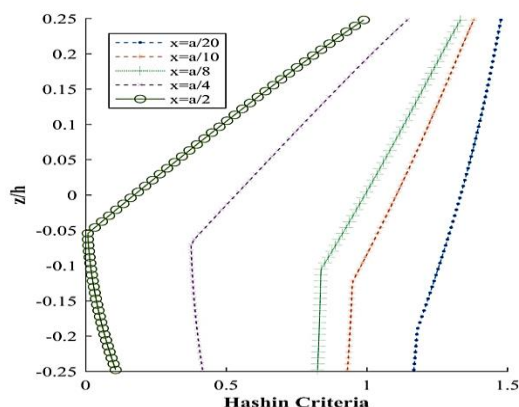


Fig. 19 Distribution of Hashin failure criteria value across thickness in $[0^\circ/90^\circ_2/0^\circ]$ SFSF laminated plate at free edge $y = b/2$

شکل 19 توزیع مقدار معیار شکست هاشین در راستای ضخامت در چند لایه با لایه چینی $[0^\circ/90^\circ_2/0^\circ]$ و شرایط مرزی SFSF در لبه آزاد $y = b/2$

4- جمع بندی نتایج

در این مقاله روابط مورد نیاز برای بررسی اثر لبه‌های آزاد در چند لایه کامپوزیتی ارائه شده است. این روابط به همراه الگوریتمی مناسب در کدی بکار گرفته شده که برای حل تحلیلی مسائل مورد نظر بکار گرفته می‌شود. نتایج کد، اثر لبه و تغییرات تنش بین لایه‌های را به خوبی نمایش می‌دهد. به منظور ارزیابی دقت حل الگوریتم و روش بکار گرفته شده، از تست تجربی کمک گرفته شده است. چیدمان آزمایشی مناسب طراحی و سپس ساخته شده است. نمونه‌های تست با لایه‌گذاری‌های متنوع تهیه و تست به منظور محاسبه فشار خرابی، انجام شده است. در آزمایش اول، نمونه آزمایش بر اثر تنش کششی که بر اثر خمش بوجود می‌آید دچار شکست شده است. فشار هیدرواستاتیکی که موجب شکست شده تکرار پذیری بسیار عالی را نشان می‌دهد. همچنین تحلیل تئوری نیز پیشروی شکست را تحت این فشار به خوبی نشان می‌دهد. برای این بررسی از مدل کاهش خواص لی استفاده شده است. در آزمایش دوم، با طراحی لایه-چینی دیگری، نمونه‌هایی ساخته شد که با بارگذاری عرضی در آن‌ها، شکستی تحت تنش برشی بین لایه‌ای بوجود آمد. نتایج معیار شکست هاشین و نتایج آزمایش تطابق بسیار خوبی را در موقعیت و زمان شکست نشان می‌دهد. به طور کلی مقایسه نتایج بدست آمده از حل تحلیلی و آزمایش تجربی انجام گرفته نشان می‌دهد که روش کانترویچ در تحلیل چندلایه‌ی کامپوزیتی اگر با الگوریتمی مناسب برای حل مسائل بکار گرفته شود، می‌تواند نتایج را بطور دقیقی پیش‌بینی نماید.

5- مراجع

- [1] Hsu, P. W. and Herakovich, C. T., "Interlaminar Stresses in Composite Laminates: A Perturbation Analysis", NASA, 1976.
- [2] Tang, S. J. J. o. c. m., "A Boundary Layer Theory-Part I: Laminated Composites in Plane Stress", Vol. 9, No. 1, pp. 33-41, 1975.
- [3] Pagano, N. J., "Free Edge Stress Fields in Composite Laminates" International Journal of Solids and Structures, Vol. 14, No. 5, pp. 401-406, 1978.
- [4] Pagano, N. J., "Stress Fields in Composite Laminates" International Journal of Solids and Structures, Vol. 14, No. 5, pp. 385-400, 1978.
- [5] Becker, W. J. C. S., "Closed-Form Solution for the Free-Edge Effect in Cross-Ply Laminates", Vol. 26, No. 1-2, pp. 39-45, 1993.

در شکل 18 مقدار معیار شکست هاشین برای ماتریس لایه‌های با زاویه الیاف نود درجه را نشان می‌دهد. با نگاه دقیق به این نمودار می‌توان متوجه شد که از موقعیتی واقع در بازه $x = 0$ تا $x = a/10$ و حتی کمی بیشتر، مقدار معیار هاشین در کل مقطع بزرگتر از یک است لذا شکست در آن اتفاق می‌افتد. کما اینکه در آزمایش نیز شکست در این ناحیه و در ضعیف‌ترین ارتفاع یعنی مرز بین لایه‌ای گسترش یافته است. پس از رسیدن ترک بین لایه‌ای به موقعیت طولی کمی بیشتر از $x = a/10$ معیار شکست بزرگتر از یک در ارتفاع‌های بالاتر یعنی $z > -h/4$ اتفاق می‌افتد. لذا ترک به سمت ارتفاع‌های بالاتر تغییر جهت می‌دهد. همچنانکه در نتایج آزمایش نیز اتفاق افتاده است. این گسترش ترک تا جدایش کامل بین لایه‌ای در $z = h/4$ ادامه خواهد یافت.

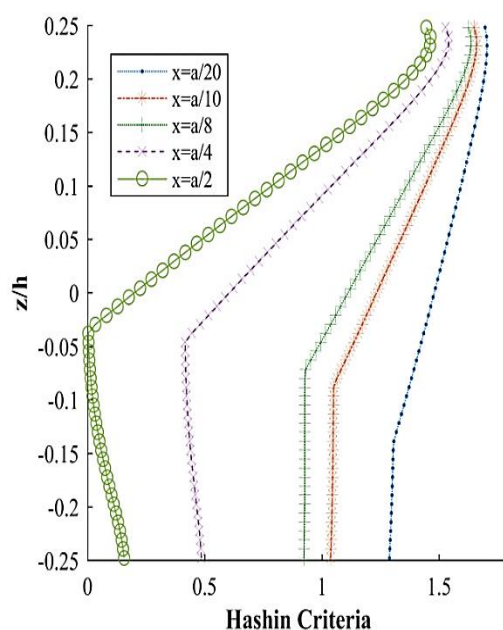


Fig. 18 Distribution of Hashin failure criteria value across thickness in $[0^\circ/90^\circ_2/0^\circ]$ SFSF laminated plate at free edge $y = b$

شکل 18 توزیع مقدار معیار شکست هاشین در راستای ضخامت در چند لایه با لایه چینی $[0^\circ/90^\circ_2/0^\circ]$ و شرایط مرزی SFSF در لبه آزاد $y = b$

به عبارت دیگر صحت سنجی تنش در لبه‌ها با مطالعه موقعیت شروع شکست و رشد آن در لبه نمونه‌ها قابل انجام است. در نمونه‌های آزمایش شده مشخص است که محل آغاز شکست در مختصات طولی در بازه $x = 0$ تا $x = a/10$ اتفاق افتاده است. با به کارگیری تئوری مورد بحث و استفاده از معیار هاشین نیز در شکل 18 نشان داده شده است که موقعیت شکست در لبه‌ها در همین مختصات است. شکل 19 نیز نتایجی مشابه شکل 18 را نشان می‌دهد با این تفاوت که این نتایج مربوط به مقطع میانی چندلایه‌ی کامپوزیتی و در $y = b/2$ استخراج شده است. این شکل نشان می‌دهد که وضعیت لبه‌ها که در شکل 18 نشان داده شده بحرانی‌تر است. یعنی آغاز شکست در نواحی کوچکتر از $x = a/10$ باید اتفاق افتد. یعنی انتظار می‌رود با نزدیک شدن به لبه‌ها وضعیت بحرانی‌تر گردد.

- [6] Kantorovich, L. V. e. J. I., "Approximate Methods of Higher Analysis", 1958.
- [7] Kerr, A. D. J. Q. o. A. M., "An Extension of the Kantorovich Method", Vol. 26, No. 2, pp. 219-229, 1968.
- [8] Tahani, M. and Andakhshideh, A., "Interlaminar Stresses in Thick Rectangular Laminated Plates with Arbitrary Laminations and Boundary Conditions under Transverse Loads" Composite Structures, Vol. 94, No. 5, pp. 1793-1804, 2012.
- [9] Tahani, M., Andakhshideh, A. and Maleki, S., "Interlaminar Stresses in Thick Cylindrical Shell with Arbitrary Laminations and Boundary Conditions under Transverse Loads" Composites Part B: Engineering, Vol. 98, No. Supplement C, pp. 151-165, 2016.
- [10] Kim, H. S., Cho, M. and Kim, G.-I. J. C. S., "Free-Edge Strength Analysis in Composite Laminates by the Extended Kantorovich Method", Vol. 49, No. 2, pp. 229-235, 2000.
- [11] Kim, R. Y. and Soni, S. R., "Experimental and Analytical Studies on the Onset of Delamination in Laminated Composites" Journal of Composite Materials, Vol. 18, No. 1, pp. 70-80, 1984.
- [12] Abasi, R., Heidary, H., Hossein Pol, M., "Experimental investigation of carbon nanotube addition on delamination induced drilling of glass-epoxy composites" Journal of Sciency and Technology of Composites, Vol. 3, No. 3, pp. 225-232, 2015.
- [13] Shokrieh, M. M., Ghasemi, A. R., "Effects of Free Edge Interlaminar Shear Stress on the Residual Stresses of Polymer Composites Using Hole Drilling Method" Iranian Journal of Polymer Science and Technology, Vol. 20, No. 4, pp. 337-347, 2007.
- [14] Hashin, Z. J. J. o. a. m., "Failure Criteria for Unidirectional Fiber Composites", Vol. 47, No. 2, pp. 329-334, 1980.
- [15] Garnich, M. R. and Akula, V. M. J. A. M. R., "Review of Degradation Models for Progressive Failure Analysis of Fiber Reinforced Polymer Composites", Vol. 62, No. 1, 2009.

