نشریه علمی پژوهشی





تحليل ارتعاشات آزاد ورق چند لايه كاميوزيتي متعامد هيبريدي با استفاده از روش حل تربيع تفاضلي تعميم يافته

حورا مروجی طبسی ¹، جعفر اسکندری جم^{2*}، کرامت ملکزاده فرد ³، محسن حیدری بنی⁴، شاهین شاه محمدی بنی⁵

1- دانش آموخته کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران

2- استاد، مهندسی مکانیک، پژوهشکده مهندسی کامپوزیت، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران

3- استاد، مهندسی مکانیک، گروه سازههای هوافضایی، مجتمع دانشگاهی هوافضا، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران

4- دانشجوی دکتری، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران

5- کارشناسی، مهندسی مکانیک، دانشگاه آزاد شهرکرد، شهرکرد

* تهران، صندوق پستى eskandari@mut.ac.ir ،15875-1774

اطلاعات مقاله: چکیده
دریافت: 98/03/11 با توجه به کاربردهای گسترده صنعتی ورقهای چند لایه مرکب بر روی بستر الاستیک موضعی، بر
دریافت: 29/03/11 المحمد بالایی برخوردار است. در این تحقیق برای اولین بار این موضوع مورد بررسی قرار گرفته است. پذیرش: 99/03/22 المحمد بالایی برخوردار است. در این تحقیق برای اولین بار این موضوع مورد بررسی قرار گرفته است. عامال بستر الاستیک جزیی در تحلیل ارتعاشات آزاد ورق چند لایه کامپوزیتی هیبریدی میباشد مدلسازی رفتار سیستم، با استفاده از مدل ورق نسبتاً ضخیم انجام شده است. در این پژوهش مع ورق کامپوزیتی هیبریدی ورق کامپوزیتی هیبریدی استخراج و روش تحلیلی ناویر و تربیع تفاضلی تعمیمیافته جهت حل معادلات استفاده شده است. ازآر ورش تربیع تفاضلی تعمیمیافته به حرب الاستیک ازداد ارتعاش آزاد مروش تربیع تفاضلی تعمیمیافته به صور مرزی مختلف، شکل مودهای سازه نیز بدست آمده است. اثرات پارامترهای مختلفی مانند نسبت طول بر مرزی مختلف، شکل مودهای سازه نیز بدست آمده است. اثرات پارامترهای مختلفی مانند نسبت طول بر مرزی مختلف، شکل مودهای سازه نیز بدست آمده است. اثرات پارامترهای مختلفی مانند نسبت طول بر مشخص شد که با افزایش نسبت d/م و d/م فرکانس طبیعی سازه کاهش می یابد. همچنین با افزای سازه کاهش ازداد مشخص شد که با افزایش نسبت d/م و رام مرزی کامس طبیعی سازه کاهش می یابد. همچنین با افزایش مر مرزی مختلف، یافته، در حالیکه با افزایش ضخامت لایههای کامپوزیتی، فرکانس طبیعی سازه کاهش می یابد. محترین میزان فرکان مازه کاهش یافته، در حالیکه با افزایش نسبت d/م و مرام فریز یاد و شرط مرزی SFS. کمترین میزان فرکان
کمک به حل مسائل بهینه سازی سازهی ورق شکل با وجود بستر الاستیک موضعی استفاده شود.

Free vibration analysis of orthogonal multi-layer hybrid composite plate using generalized differential quadrature method

Horae Moraveji Tabasi¹, Jafar Eskandari Jam¹*, Keramat Malekzadeh Fard¹, Mohsen Heydari Beni¹, Shahin Shahmohammadi Beni²

1- School of Mechanical Engineering, Malek-Ashtar University of Technology, Tehran, Iran.

2- School of Mechanical Engineering, Islamic Azad University Shahrekord Branch, Shahrekord, Iran

* P.O.B. 1774-15875, Tehran, Iran, eskandari@mut.ac.ir

Keywords	Abstract
Partial elastic foundation FML composite plate Free vibration, GDQ method	Due to the widespread industrial applications of multilayer composite plates on local elastic foundation, vibration analysis is of great importance. For the first time in this research, this issue has been investigated. It should also be noted that the innovation of the present study is the application of a partial elastic foundation in the vibration analysis of hybrid composite multilayer plates. System behavior modeling is performed using a relatively thick plate model. In this research, the equations and boundary conditions are extracted using Hamilton's principle and Navier's analytical method and generalized differential equation are used to solve the equations. Since the solution of sheet equations on the local elastic foundation is performed on the structure using the Heaviside function. Then the natural frequencies are obtained analytically using the generalized differential quadratic solutions, the structural modes are also obtained. The effects of various parameters on the vibrational behavior of the plate with local elastic foundation have been studied. It was found that by increasing the a / b and a / h ratios the natural frequency of the structure decreased.

Please cite this article using:

د کامپوزیت

برای ارجاع به این مقاله از عبارت زیر استفاده نمایید: Moraveji Tabasi, H. Eskandari Jam, J. Malekzadeh Fard, K. Heydari Beni, M. Shahmohammadi Beni, SH., "Free vibration analysis of orthogonal multi-layer hybrid

composite plate using generalized differential quadrature method", In Persian, Journal of Science and Technology of Composites, Vol. 7, No. 1, pp. 779-790, 2020.

1- مقدمه

بررسی ارتعاشات ورق های چندلایه کامپوزیتی بر روی بستر الاستیک، بهطور گسترده مورد استفاده در صنایع مختلف قرار گرفته است. از کاربردهای متنوع آن، می توان در سازههای هوافضایی، باند هواپیما، راکتورهای هستهای، فونداسیون ساختمان، خطوط ریل آهن، زمینهای ورزشی داخل سالن، صنعت نفت(مخازن نفتی)، سازههای زیردریایی(بدنه)، پایه مخازن ذخیرهسازی، پایه ماشینآلات سنگین وغیره، اشاره نمود. به منظور بهبود بخشیدن به ویژگیهای این قبیل سازهها، درک رفتار دینامیکی و استاتیکی ورق ها و پوستهها بر روی بستر الاستیک همگن و ناهمگن بسیار حائز اهمیت است. همچنین قابل ذکر است که تحقیقات متعددی به منظور طراحی هرچه ایمنتر و مقرون به صرفه ورق ها بر روی بستر الاستیک انجام پذیرفته است.

زیانگ و همکاران [1] کمانش، ارتعاش آزاد و ارتعاشات به همراه شروع بارهای درون صفحهای برای ورق نسبتا ضخیم چندلایه مستطیلی شکل با لایه چینی متعامد و متقارن، شرایط تکیهگاهی ساده و بر روی بستر الاستیک را مورد بررسی قرار دادهاند. صبحی [2] رفتار ارتعاشی و کمانش مواد مدرج نمایی(EGM¹) و ورقهای ساندویچی را بر روی بستر الاستیک و برای انواع شرایط مرزی بررسی کرد. شرکو فاروغی و همکاران [3] به بررسی و تحلیل تنش ایزوژئومتری، ارتعاشات و پایداری درون صفحهای در ساختارهای کامپوزیتی چند لایه پرداخته است.

منصوری و همکاران [4] کمانش حرارتی ورقهای چهارضلعی ساخته شده از مواد غیر همگن، اورتوتروپیک، بر روی بستر الاستیک وینکلر-پاسترناک و تحت شرایط تکیهگاهی گیردار و ساده را بررسی کرد. شافعی و همکاران [5] پایداری دینامیکی ورقهای کامپوزیتی ناهسمان (غیر ایزوتروپیک) را با روش ایزوژئومتری HSDT به صورت کلی بررسی کرده نانو کامپوزیتی مدرج تابعی احاطه شده توسط بستر الاستیک تحت بارگذاری نانو کامپوزیتی مدرج تابعی احاطه شده توسط بستر الاستیک تحت بارگذاری ساختارهای کامپوزیتی چند لایه با لایههای ویسکوالاستیک پرداخته است. ساختارهای کامپوزیتی چند لایه با لایههای ویسکوالاستیک پرداخته است. بر روی بستر الاستیک پاسترناک را تحقیق کرد. سعیدی و همکاران [9] با استفاده از فرمولبندی جدیدی از معادلات حرکت ورقهای همسانگرد

عرضی، ارتعاشات آزاد آنها را با استفاده از بسط دوگانه فوریه و شرایط مرزی دلخواه مورد بررسی قرار داده است.

در این پژوهش تحلیل ارتعاشات آزاد ورق نسبتا ضخیم چندلایه کامپوزیتی برای حالتهای بدون بستر، در حضور بستر الاستیک سرتاسری و بستر الاستیک موضعی وینکلر و دو پارامتری (پاسترناک) انجام شده است. همچنین در این تحقیق حضور بارهای صفحهای یکنواخت و شرایط مرزی متفاوت، با استفاده از تئوری برشی مرتبه اول، مورد بررسی قرار گرفته است. مقادیر مختلف فرکانسهای طبیعی به ازای سفتیهای مختلف بستر، تغییر مساحت بستر الاستیک و نسبتهای منظری مختلف، محاسبه گردیده است. همچنین قابل ذکر است که با استفاده از روش حل تربیع تفاضلی تعمیمیافته، نتایچ شامل شکل مودهای مختلف به ازای شرایط مرزی متفاوت بدست آمده است. همچنین فرکانسهای طبیعی سازه مفروض برروی بستر موضعی با است. استفاده از روش حل زروش حاض برروی بستر موضعی با

الاستیک جزیی در تحلیل ارتعاشات آزاد ورق چند لایه کامپوزیتی هیبریدی میباشد که قبلا کمتر به این موضوع پرداخته شده است.

2- فرمولاسيون نظرى

FML^2 میدان جابجایی -1-2

 M_o بر اساس تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول، میدان جابجایی در نقطه M_o در صفحه میانی ورق به صورت رابطه (1) نشان داده شده است [1].

$$u_{0}(x, y, z, t) = u(x, y, t) + z \phi_{x}(x, y, t)$$

$$v_{0}(x, y, z, t) = v(x, y, t) + z \phi_{y}(x, y, t)$$

$$w_{0}(x, y, z, t) = w(x, y, t)$$
(1)

 ϕ_y و ϕ_x در رابطه (1)، t بیانگر زمان، w_0 , w_0 , w_0 جابجایی صفحه میانی، t (1) در رابطه (1)، t به جابجایی چرخش حول محور x و y میباشد. کرنشها توسط رابطه (2) به جابجایی ربط پیدا میکنند:

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\partial u_0}{\partial x} + z \frac{\partial \phi_x}{\partial x}; \quad \varepsilon_{yy} = \frac{\partial v_0}{\partial y} + z \frac{\partial \phi_y}{\partial y}$$
$$\gamma_{xy} = \left(\frac{\partial u_0}{\partial x} + \frac{\partial v_0}{\partial y}\right) + z \left(\frac{\partial \phi_x}{\partial x} + \frac{\partial \phi_y}{\partial y}\right)$$
$$\gamma_{xz} = \phi_x + \frac{\partial w_0}{\partial x}; \quad \gamma_{yz} = \phi_y + \frac{\partial w_0}{\partial y}$$
(2)

همچنین معادلات مشخصه برای ورق کامپوزیتی هیبریدی به صورت رابطه (3) بیان میشود [10]:

$$\begin{cases} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \\ \sigma_{xz} \\ \sigma_{yz} \end{cases} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 & 0 & 0 \\ Q_{21} & Q_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Q_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Q_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \end{bmatrix}$$
(3)

که ($\varepsilon_{xx}, \varepsilon_{yy}, \gamma_{xx}, \gamma_{yz}, \gamma_{yz}$) تنش، ($\varepsilon_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{xy}, \sigma_{xz}, \sigma_{yz}$) مولفه های کرنش صفحه در مختصات عمومی و \overline{Q}_{ij} ضرایب تبدیل پلاستیک هستند [11]. ضرایب سفتی کاهش یافته در معادلات فوق به صورت رابطه (4) محاسبه می شود.

$$A_{ij} = \sum_{k=1}^{N} \left(\overline{Q}_{ij}\right)_{k} \left[Z_{k} - Z_{k-1}\right]$$

$$B_{ij} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{N} \left(\overline{Q}_{ij}\right)_{k} \left[Z_{k}^{2} - Z_{k-1}^{2}\right]$$

$$D_{ij} = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^{N} \left(\overline{Q}_{ij}\right)_{k} \left[Z_{k}^{3} - Z_{k-1}^{3}\right] \quad (i, j = 1, 2, 6)$$

$$A_{ij} = K \sum_{k=1}^{N} \left(\overline{Q}_{ij}\right)_{k} \left[Z_{k} - Z_{k-1}\right] \quad (i, j = 4, 5)$$
(4)

در رابطه (4)، N تعداد لایه ها و Z_K , Z_{K-1} مختصات رویههای بالایی و پایینی لایه k هستند.

¹ Exponentially graded material

² Fiber metal-laminated

 ${N_{xy}, N_{xy}, N_{xy}} = \int_{-h/2}^{h/2} {\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{xy}} dz$

 $\left\{M_{xy}, M_{xy}, M_{xy}\right\} = \int_{-h/2}^{h/2} \left\{\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{xy}\right\} z dz$

 $\{Q_{xz}, Q_{yz}\} = \int_{-h/2}^{h/2} k_s \{\sigma_{xz}, \sigma_{xy}\} dz; k_s = \frac{5}{6}$

 $\left[\left(\frac{\partial u_0}{\partial t} + Z \, \frac{\partial \phi_x}{\partial t}\right)\right]$

 $\delta T = \int_{-h/2}^{h/2} \int_{A} \rho \left\{ \left(\frac{\partial v_0}{\partial t} + Z \frac{\partial \phi_y}{\partial t} \right) \right\} dV dt$

 $\left| \left(\frac{\partial}{\partial t} \delta u_0 + Z \frac{\partial}{\partial t} \delta \phi_x \right) + \right|$

 $\left| \left(\frac{\partial}{\partial t} \delta v_0 + Z \frac{\partial}{\partial t} \delta \phi_y \right) + \right|$

 $\left|\frac{\partial w_0}{\partial t}\frac{\partial}{\partial t}\delta w_0\right|$

 $\delta w = \delta w_1 + \delta w_2$

 $=\delta \left| \frac{1}{2} \int_{0}^{a} N_{1} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^{2} dx + \frac{1}{2} \int_{0}^{b} N_{2} \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^{2} dy \right|$

 $\frac{\delta w_1}{\delta w_0 N_1 \frac{\partial w_0}{\partial x} - \int_0^a \delta w_0 \frac{\partial}{\partial x} \left(N_1 \frac{\partial w_0}{\partial x} \right) dx$

 $= \delta w_0 N_2 \frac{\partial w_0}{\partial y} - \int_0^b \delta w_0 \frac{\partial}{\partial y} \left(N_2 \frac{\partial w_0}{\partial y} \right) dy$

همان طور که در شکل 1 نشان داده شده است، x_0, y_0 مرکز سطح

بستر الاستیک موضعی، c طول و d سطح بستر الاستیک موضعی است.

 $H(x, y, x_0, y_0, c, d) =$

 $\begin{bmatrix} u(x - (x_0 - c)) - u((x_0 + c) - x) \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} u(y - (y_0 - d)) - u((y_0 + c) - y) \end{bmatrix}$

همچنین انرژی جنبشی ورق ضخیم FML به صورت رابطه (10) بیان

می شود. کار انجام شده توسط نیروهای خارجی نیز به صورت رابطه (11)

بيان مى شود. با استفاده از تابع پله هويسايد [13] H، استخراج معادلات حاكم

بر ورقهای مستطیلی FML روی محور الاستیک موضعی در رابطه (12) نشان

که عبارتهای اینرسی جرمی در رابطه (5) تعریف میشوند:

$$I_{i} = \sum_{k=1}^{N} \int_{z_{k}}^{z_{k+1}} \rho^{(k)} z^{i} dz, \quad (i = 0, 1, 2)$$
(5)

که $ho^{(k)}$ چگالی جرمی لایه K ام میباشد.

2-2- معادلات حاکم و شرایط مرزی

جهت استخراج معالات حرکت و شرایط مرزی، اصل حداقل انرژی پتانسیل به کار برده میشود که در رابطه (6) بیان شده است [12]:

$$\int_{t_2}^{t_1} \left(\delta T - \delta U + \delta W \right) \mathrm{d}t = 0 \tag{6}$$

انرژی کرنشی FML نیز بر اساس تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول به صورت روابط (7) و (8) بیان می،شود:

$$U = \frac{1}{2} \iiint_{V} \sigma_{ij} \varepsilon_{ij} dV \tag{7}$$

$$\int_{0}^{t} \delta U dt = \int_{0}^{t} \iint_{A} \int_{-h/2}^{h/2} \left[\begin{pmatrix} N_{x} \frac{\partial}{\partial x} \delta u_{0} + \\ M_{x} \frac{\partial}{\partial x} \delta \phi_{x} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} N_{y} \frac{\partial}{\partial y} \delta v_{0} + \\ M_{y} \frac{\partial}{\partial y} \delta \phi_{y} \end{pmatrix} + N_{xy} \left(\frac{\partial}{\partial y} \delta u_{0} + \frac{\partial}{\partial x} \delta v_{0} \right) + M_{xy} \left(\frac{\partial}{\partial y} \delta \phi_{x} + \frac{\partial}{\partial x} \delta \phi_{y} \right) + Q_{xz} \left(\delta \phi_{x} + \frac{\partial}{\partial x} \delta w_{0} \right) + Q_{yz} \left(\delta \phi_{y} + \frac{\partial}{\partial y} \delta w_{0} \right)$$

$$(8)$$

که نیرو و مومنتوم کلاسیک و غیر کلاسیک به صورت رابطه (9) تعریف میشوند:



(9)

داده شده است.

(10)

(11)

(12)

Fig.1 Applying Heaviside step function for FML on partial elastic foundation

شکل 1 اعمال تابع پله هویساید برای FML بر قسمتی از بستر الاستیک

معادله حرکت برای FML روی بستر الاستیک کلی با استفاده از روش تحلیلی به صورت رابطه (13) بیان میشود:

برای حل تحلیلی معادلات (13)، روش ناویر تحت شرایط مرزی خاص و برای
بستر الاستیک کامل و بدون بستر الاستیک استفاده شده است. توابع
جابجایی که معادلات تکیهگاه ساده را ارضا میکنند، به صورت سریهای
فوریه رابطه (16) انتخاب میشود:
$$\begin{cases} u(x,y,z) \\ v(x,y,z) \\ w(x,y,z) \\ w(x,y,z) \\ \\ \phi_x(x,y,z) \\ \phi_y(x,y,z) \end{cases}$$

$$\sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \begin{cases} U_{mn} \cos \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} e^{i \, ox} \\ V_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} e^{i \, ox} \\ W_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} e^{i \, ox} \\ X_{mn} \cos \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} e^{i \, ox} \\ Y_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} e^{i \, ox} \end{cases}$$
(16)

که W_{mn}, X_{mn}, Y_{mn} پارامترهای دلخواهی هستند که بایستی $U_{mn}, W_{mn}, X_{mn}, Y_{mn}$ تعیین گردند و \emptyset فرکانس ویژه میباشد.

2-3- حل عددی

3- فرایند حل 3-1- حل تحلیلی

ایده کلی روش 1 GDQM بدین صورت است که مشتق یک تابع نسبت به یک متغیر در یک نقطه را با ترکیب خطی مقادیر وزن یافته تابع در تمام نقاط در جهت آن متغیر تخمین میزنند. به عنوان اولین گام در استفاده از این روش، دامنه حل مساله باید گسستهسازی شود. سپس ضرایب وزنی بر اساس نقاط گسسته شده محاسبه میشوند. پس از گسستهسازی ناحیه حل مساله، نوبت به تقریب مشتقات موجود در معادلات حاکم میرسد. بنابر ایده روش GDQA، مشتق مرتبه m تابع f(x) در ix در رابطه (17) نشان داده شده است :

$$f^{(m)}(x_{i}) = \sum_{j=1}^{N} C_{i,j}^{(m)} f(x_{j}); \ i = 1...N$$
(17)

که در رابطه فوق، f(x) (X_i مشتق مرتبه m تابع f(x) در نقطه x_i و x_i و X_i مشتق مرتبه m تابع f(x) در نقطه x_i و $C^{(m)}_{i,j}$ خند مرایب وزنی هستند. برای تعیین این ضرایب وزنی، از چند جملهای های درونیابی لاگرانژ که در روابط (18) و (19) نشان داده شده است، استفاده می شود:

$$g_{j}(x) = \prod_{k=1,k\neq j}^{N} \frac{x - x_{k}}{x_{j} - x_{k}}; j = 1...$$
 (18)

$$g_{j}(x) = \frac{M(x)}{(x - x_{j})M^{(1)}(x_{j})}i, \ j = 1, 2, ..., n \text{ and } i \neq j$$
(19)

$$\begin{split} \delta u_{0} &: \\ \frac{\partial}{\partial x} \left(A_{11} \frac{\partial u_{0}}{\partial x} + B_{11} \frac{\partial \phi_{x}}{\partial x} + A_{12} \frac{\partial v_{0}}{\partial y} + B_{12} \frac{\partial \phi_{y}}{\partial y} \right) + \\ \frac{\partial}{\partial y} \left(A_{44} \left(\frac{\partial u_{0}}{\partial y} + \frac{\partial v_{0}}{\partial x} \right) + B_{44} \left(\frac{\partial \phi_{x}}{\partial y} + \frac{\partial \phi_{y}}{\partial x} \right) \right) \\ &= I_{0} \frac{\partial^{2} u_{0}}{\partial t^{2}} + I_{1} \frac{\partial^{2} \phi_{x}}{\partial t^{2}} \\ \delta v_{0} &: \\ \frac{\partial}{\partial x} \left(A_{44} \left(\frac{\partial u_{0}}{\partial y} + \frac{\partial v_{0}}{\partial x} \right) + B_{44} \left(\frac{\partial \phi_{x}}{\partial y} + \frac{\partial \phi_{y}}{\partial x} \right) \right) + \\ \frac{\partial}{\partial y} \left(A_{21} \frac{\partial u_{0}}{\partial x} + B_{21} \frac{\partial \phi_{x}}{\partial x} + A_{22} \frac{\partial v_{0}}{\partial y} + B_{22} \frac{\partial \phi_{y}}{\partial y} \right) \\ &= I_{0} \frac{\partial^{2} v_{0}}{\partial t^{2}} + I_{1} \frac{\partial^{2} \phi_{x}}{\partial t^{2}} \\ \delta w_{0} &: \\ \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{5}{6} A_{55} \left(\frac{\partial w_{0}}{\partial x} + \phi_{x} \right) \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{5}{6} A_{66} \left(\frac{\partial w_{0}}{\partial y} + \phi_{y} \right) \right) + \\ N^{*} \left(\frac{\partial^{2} w_{0}}{\partial x^{2}} + \frac{\partial^{2} w_{0}}{\partial y^{2}} \right) - k_{w} \times w_{0} \times H_{heavi} = I_{0} \frac{\partial^{2} w_{0}}{\partial t^{2}} \\ \delta \phi_{x} &: \\ \frac{\partial}{\partial x} \left(B_{11} \frac{\partial u_{0}}{\partial x} + D_{11} \frac{\partial \phi_{x}}{\partial x} + B_{12} \frac{\partial v_{0}}{\partial y} + D_{12} \frac{\partial \phi_{y}}{\partial y} \right) \\ + \frac{\partial}{\partial y} \left(B_{44} \left(\frac{\partial u_{0}}{\partial y} + \frac{\partial v_{0}}{\partial x} \right) + D_{44} \left(\frac{\partial \phi_{x}}{\partial y} + \frac{\partial \phi_{y}}{\partial x} \right) \right) - \\ \frac{5}{6} A_{55} \left(\frac{\partial u_{0}}{\partial x} + \phi_{x} \right) = I_{1} \frac{\partial^{2} u_{0}}{\partial t^{2}} + I_{2} \frac{\partial^{2} \phi_{x}}{\partial t^{2}} \\ \delta \phi_{y} &: \\ \frac{\partial}{\partial y} \left(B_{21} \frac{\partial u_{0}}{\partial x} + D_{21} \frac{\partial \phi_{x}}{\partial x} + B_{22} \frac{\partial v_{0}}{\partial y} + D_{22} \frac{\partial \phi_{y}}{\partial y} \right) - \\ \frac{5}{6} A_{66} \left(\frac{\partial w_{0}}{\partial y} + \phi_{y} \right) = I_{1} \frac{\partial^{2} v_{0}}{\partial t^{2}} + I_{2} \frac{\partial^{2} \phi_{y}}{\partial t^{2}} \\ \end{cases} \right)$$

$$(13)$$

که ^{*} N بارگذاری فشاری درون صفحهای روی لبههای ورق FML میباشد. برای مدل بستر پاسترناک با توجه به رابطه (14) داریم:

$$F_{foundation} = K_{w} w + K_{p} \nabla^{2} w$$
(14)

اگر بستر به صورت بستر وینکلر خطی مدل شود، ضریب K_w در معادله (14) صفر میباشد. شرایط مرزی که باید برای لبههای ورق K_p تعریف گردد، به صورت رابطه (15) بدست میآید. لازم به ذکر است که K_w و π_v و ربیب بستر الاستیک وینکلر و پاسترناک میباشد.

$$\delta u_0 = 0 \quad or \quad N_{xx} dy + N_{xy} dx = 0$$

$$\delta v_0 = 0 \quad or \quad N_{yy} dx + N_{xy} dy = 0$$

$$\delta w_0 = 0 \quad or \quad Q_{xz} dy + Q_{yz} dx = 0$$

$$\delta f_x = 0 \quad or \quad M_{xx} dy + M_{xy} dx = 0$$

$$\delta f_y = 0 \quad or \quad M_{yy} dx + M_{yy} dy = 0$$
(15)

782

¹Generalized differential quadrature method

که در آن $M(x_i)$ در رابطه (20) تعریف شده است:

$$\mathbf{M}(\mathbf{x}_{i}) = \prod_{k=1}^{N} (\mathbf{x}_{i} - \mathbf{x}_{k})$$
(20)

ضرایب وزنی مشتقات مرتبه بالاتر (مشتق مرتبه n) از رابطه (21) محاسبه خواهد شد:

$$\mathbf{C}_{ij}^{(n)} = \begin{cases} n \left(\mathbf{C}_{ij}^{(1)} \mathbf{C}_{ii}^{(n-1)} - \frac{\mathbf{C}_{ij}^{(n-1)}}{\mathbf{x}_{i} - \mathbf{x}_{j}} \right) & j \neq i \\ \\ -\sum_{j=1, j \neq i}^{N} \mathbf{C}_{ij}^{(n)} & j = i \end{cases}$$
(21)

با جایگذاری معادله (2) در معادلات (13) و (14)، به معادله مقدار ویژه رابطه (22) برای هر مقدار ثابت n و m در مساله ارتعاشات آزاد خواهیم رسید:

$$\begin{bmatrix} K_{ij} \end{bmatrix} + \omega^2 \begin{bmatrix} M_{ij} \end{bmatrix} = \{0\}, \ i, j = 1:5$$
⁽²²⁾

ماترسی سفتی [K] و ماتریس جرم [M] با اعمال روش GDQ در معادلات حرکت و شرایط مرزی بدست میآید.

4- اعتبار سنجى

در این بخش به اعتبارسنجی نتایج فرکانس بهدست آمده از مقالات معتبر با پژوهش حاضر پرداخته میشود. در جدول 1، نتایج فرکانس بی بعد ورق دولایه متعامد بدون حضور بستر الاستیک با دو مرجع ردی[10] و سین[14] برای دو روش حل عددی GDQ و تحلیلی مقایسه و اعتبار سنجی شده است.

همانطور که در جدول 1 مشاهده میشود، نتایج فرکانس بیبعد در پژوهش حاضر به ازای نسبتهای مختلفی از طول به ضخامت و برای لایهچینی (00/900) با دو مرجع معتبر ذکر شده، مقایسه شده است. نتایج با اختلاف کمتر از 4 درصد گزارش شده که نشان از دقت بالای روش حل پژوهش حاضر میباشد. در جدول 2 و 3 به مقایسه نتایج حل تحلیلی و روش GDQM فرکانس بیبعد ورق چهار لایه متعامد با لایهچینی/00/00) ورداخته شده است. علاوه بر آن نتایج جدول 2 با دو مرجع سین[14] و خدیر[15] و جدول 3 با دو مرجع ردی [10] و آکواسی [16] به ازای تغییرات پارامتر مدول الاستیک، مقایسه شده است.

جدول 1 صحتسنجی نتایج ارتعاشات آزاد ورق دولایه متعامد Table 1 Verification of free vibration results of two-layer orthogonal plate

	$\Omega = (\omega \times a^2 / h) \sqrt{\rho / E_2}$ فرکانس بیبعد							
	G13/ E2=0.5			G23/ E2=0).5		E1/E2=15	
	a/b = 1			$G_{12}/E_2=0$	0.5		$v_{12} = 0.25$	
a/h	Reddy[5]	, حاضر	پژوهش	Thinh[9]	حاضر	پژوهش	اختلاف/	
	,[-1	تحليلى	GDQM	[/]	تحليلى	GDQM	,	
100	8.56394	8.35910	8.35914	8.56394	8.3591	8.3590	2%	
20	8.44807	8.22797	8.22796	8.44807	8.2280	8.2275	2%	
10	8.11956	7.8631	7.8630	8.11956	7.8631	7.8652	3%	
5	7.14661	6.8317	6.8314	7.14661	6.8317	6.8318	4%	

جدول 2 صحتسنجي نتايج ارتعاشات آزاد ورق چهارلايه متعامد

 Table 2 Verification of free vibration results of four-layer orthogonal

 plate

$\Omega = (\omega imes a^2 / h) \sqrt{ ho / E_2}$ فرکانس بیبعد							
G ₁₂ /	$E_2 = 0.6$	a = b = 1r	n	$v_{12} = 0.25$			
$G_{12} / E_2 = 0.6$		$G_{13} / E_2 = 0.6$		$G_{23} / E_2 = 0.5$			
E_1 / E_2	Khdeir [10]	Thinh[9]	، حاضر تحلیلی	پژوهش GDQM	اختلاف٪		
10	8.2982	8.2981	8.8485	8.8482	6%		
20	9.5671	9.5671	10.0328	10.0326	4%		
30	10.326	10.326	10.6318	10.6311	2%		
40	10.854	10.854	11.0045	11.0045	1%		

مقایسه نتایج مقالات معتبر با پژوهش حاضر نیز برای هر دو روش عددی و تحلیلی، اختلاف کمتر از 6 درصد را نشان میدهد. به ازای پارامتر مدول الاستیک 20، مرجع خدیر [15] فرکانس بیبعد (5671) و نتایج روش حل GDQM در پژوهش حاضر، فرکانس بیبعد (10.0326) را نشان میدهد که اختلاف آن 4 درصد بوده و دقت روش حل را نشان میدهد.

همان گونه که در جدول 3 مشاهده می گردد، مقایسه نتایج فرکانس طبیعی برای ورق چهارلایه متعامد در پژوهش حاضر با نتایج بدست آمده از پژوهشهای دو مرجع نامبرده، اختلاف کمتر از 6 درصد را نشان می دهد. لازم به ذکر است که جنس ورق چندلایه، مطابق با خواص آورده شده در مراجع نامبرده است.

5- خواص مکانیکی مواد به کاربرده شده در چندلایه

قبل از بررسی نتایج بدست آمده در پژوهش حاضر، به تشریح خواص مکانیکی مواد به کارگرفته شده در این پژوهش میپردازیم. در جدول 4 خواص مکانیکی AI و شیشه اپوکسی نمایش داده شده است.

6- همگرایی نتایج فرکانس

با بررسی نتایج بدست آمده از جدول 5، ملاحظه میشود که برای ورق هیبریدی برروی بستر الاستیک سرتاسری، تحت شرایط مرزی چهارسر لولا به ازای افزایش گرهها از 9 به بعد، عدد بدست آمده برای فرکانس بیبعد ورق، هم گرا میشود. به همین ترتیب برای شرایط مرزی دوسر آزاد دوسر لولا(SFSF) (بعد از افزایش گره تا 11) و برای شرایط مرزی دوسرگیردار دوسر لولا(CSCS) (بعد از افزایش گره تا 9)، عدد فرکانس بیبعد هم گرا میشود که نشاندهنده دقت بالای روش حل عددی GDQ در تحلیل فرکانسی ورق نسبتا ضخیم میباشد.

7- بررسی اثر پارامتر ضخامت در ورق هیبریدی بدون بستر الاستیک

در این بخش به بررسی و تحلیل اثر تغییرات ضخامت هسته و رویههای ورق هیبریدی برروی فرکانس طبیعی پرداخته میشود. در شکل 2 اثر تغییرات



Fig. 2 The frequency of thick hybrid plate for Core thickness variations and different lengths of the plate

شکل 2 نتایج فرکانس ورق نسبتا ضخیم هیبریدی به ازای تغییرات ضخامت هسته

و برای طول های مختلفی از ورق (K_w = 0, a = 2, b = 1, h = 0.1, n = 1, Bc: SSSS)



Fig. 3 The frequency of thick hybrid plate for shell thickness variations and different lengths of the plate

شکل 3 نتایج فرکانس ورق نسبتا ضخیم هیبریدی به ازای تغییرات ضخامت پوسته و برای طولهای مختلفی از ورق

 $(K_w = 0, a = 2, b = 1, h = 0.1, n = 1, Bc: SSSS)$

بررسی اثر تغییر ضخامت پوسته بالایی و پایینی کامپوزیتی برای ورق هیبریدی، به ازای شرط مرزی CSCS در شکل 4 ارائه شده است. همانطور که ملاحظه می شود، افزایش ضخامت لایه های کامپوزیت، فرکانس طبیعی ورق را افزایش می دهد. علاوه بر آن این افزایش فرکانس برای شرط مرزی CSCS از دیگر شرایط مرزی بیشتر است.

8- بررسی اثر تعداد لایه ها و لایه چینی در ورق هیبریدی بدون بستر الاستیک

در جدول 6، فرکانس بی بعد ورق هیبریدی به ازای لایه چینی های متعامد مختلف و برای شماره مودهای 1 تا 4، بدون حضور بستر الاستیک ارائه شده است. هم چنین لازم به ذکر است که، شرایط مرزی مختلف در جدول 6 مورد بررسی و تحقیق قرار گرفته است. ضخامت لایه میانی ورق هیبریدی برروی فرکانس طبیعی، برای نسبتهای مختلفی از طول ورق و شرایط مرزی چهار طرف ساده ارائه شده است. همان طور که ملاحظه میشود با افزایش ضخامت هسته ورق هیبریدی، فرکانس بیبعد ورق کاهش مییابد. لازم به ذکر است با افزایش ضخامت هسته، ضخامت لایه های کامپوزیتی به نوعی کاهش یافته و همین امر موجب کاهش در استحکام ماده شده و فرکانس کاهش مییابد. همچنین این کاهش فرکانس در نسبتهای طول به عرض بالا، تقریبا ثابت میشود.

در شکل 3 اثر افزایش ضخامت رویه ورق هیبریدی بر روی فرکانس بیبعد ورق و بدون بستر الاستیک نشان داده شده است. همانطور که مشاهده میشود افزایش ضخامت رویه ورق هیبریدی تاثیر مستقیمی بر افزایش فرکانس طبیعی ورق دارد. لازم به ذکر است که افزایش ضخامت رویههای کامپوزیت باعث افزایش در استحکام و پایداری سازه شده و به نوعی میتوان گفت باعث افزایش فرکانس طبیعی سازه میشود.

جدول 3 صحتسنجی نتایج ارتعاشات آزاد ورق چهارلایه متعامد **Table 3** Verification of free vibration results of four-layer orthogonal plate

$\Omega = (\omega imes a^2 / h) \sqrt{ ho / E_2}$ فرکانس بی بعد							
G ₂₃ /	$E_2 = 0.5$	a = b = 1m			0.25		
	$G_{12} / E_2 = 0.6$		G	$_{3}/\mathrm{E}_{2}=0.6$			
E_{1} / E_{2}	Akavci [11]	Reddy[5]	، حاضر تحلیلی	پژوهش GDQM	اختلاف./		
10	8.2985	8.2982	8.8485	8.8482	6%		
20	9.5674	9.5671	10.0328	10.0326	4%		
30	10.328	10.326	10.6318	10.6311	2%		
40	10.854	10.854	11.0045	11.0045	1%		

جدول 4 خواص ورق نسبتا ضخيم هيببريدى Table 4 Thick hybrid composite plate properties

0.42	4.70 GPa	3.28 GPa	1600 Kg/m ³	
	E_1	E_2	<i>V</i> ₁₂	
	50 GPa	15.20 GPa	0.25	
v	Е	G	ρ	A 1
0.3	72.4 GPa	27.85 GPa	2770 Kg/m ³	AI

جدول 5 بررسی همگرایی نتایج ارتعاش فرکانس اول ورق نسبتا ضخیم هیبریدی
برروي بستر الاستیک وینکلر سرتاسري با افزایش تعداد نود
$(a=2, b=1, h=0.1b, K_{m}=5e18)$

 Table 5 Convergence analysis of the results of first frequency vibration of thick hybrid plate on the Winkler Elastic foundation by increasing the number of nodes

		عداد نود(N	ï		
5	7	9	11	15	سرايط مرزى
3.2346	3.2352	3.2352	3.2352	3.2352	SSSS
3.153	3.148	3.147	3.146	3.146	FSFS
3.2595	3.2569	3.2597	3.2597	3.2597	CSCS





Part 2 Mode shape 2

قسمت 2 شکل مود دوم Fig. 5 Mode shape and dimensionless frequency of hybrid plate for SSSS boundary conditions

شکل 5 شکل مود و اندازه فرکانس بی بعد ورق هیبریدی به ازای شرایط مرزی SSSS

همان طور که درشکل 7 ملاحظه می شود، شکل مود اول دارای یک شکم و شکل مود دوم دارای 2 شکم می باشد. هم چنین لازم به ذکر است که فرکانس بی بعد محاسبه شده در شکل مود دوم ورق کامپوزیتی با شرط مرزی CSFS، (3.5806) است که به مراتب بیشتر از فرکانس بی بعد در شکل مود اول آن (2.7602) می باشد.





Fig. 4 The frequency of thick hybrid plate for shell thickness variations and different lengths of the plate

شکل 4 نتایج فرکانس ورق نسبتا ضخیم هیبریدی به ازای تغییرات ضخامت پوسته و برای طولهای مختلفی از ورق

$$(K_w = 0, a = 2, b = 1, h = 0.1, n = 1, Bc: CSCS)$$

جدول 6 نتایج فرکانس طبیعی ورق هیبریدی به ازای لایهچینیهای مختلف ((K_w = 0, a = 2.5, b = 1)

 Table 6 The natural frequency results of hybrid plate for different Layups

Ĺ	شرايط مرزي		لایه چینی/تعداد لایهها
SSSS	CSCS	CSFS	
3.42808	3.61975	2.73608	$[0^0 90^0 0^0]$
3.89052	3.89052	3.29925	$[0^0 90^0 90^0 0^0]$

9– بررسی شکل مود در ورق هیبریدی بدون بستر الاستیک

در این بخش شکل مودها برای دو مود اول فرکانس بیبعد و خیز ورق هیبریدی، به ازای شرایط مرزی SSSS، CSCS بدست آمده است. مشخصات هندسی و ترتیب لایهچینی ورق هیبریدی در جدول 7 نمایش داده شده است.

جدول 7 مشخصات ورق هیبریدی

Table 7 Hybrid plate characteristics	
$[0^0/90^0/0^0/al/0^0/90^0/0^0]$	چندلایه فلزی
h=0.1	ضخامت
a=4, b=1	ابعاد

همان طور که درشکل 5 ملاحظه می شود، شکل مود اول دارای یک شکم و شکل مود دوم دارای دو شکم می باشد. همچنین لازم به ذکر است که فرکانس بی بعد محاسبه شده در شکل مود دوم ورق کامپوزیتی همه طرف ساده (2.5997)، به مراتب بیشتر از فرکانس بی بعد در شکل مود اول آن (2.48001) می باشد. همچنین برای شرایط مرزی CSCS، همان طور که در شکل 6 ملاحظه می شود، مود اول دارای فرکانس (3.7598) می باشد که از فرکانس مود دوم (3.8622) کمتر است. علاوه برآن خیز و شیب آن در هر دو شکل مود صفر است.



Part 2 Mode shape 2

قسمت 2 شكل مود دوم Fig. 6 Mode shape and dimensionless frequency of hybrid plate for CSCS boundary conditions

شکل 6 شکل مود و اندازه فرکانس بی بعد ورق هیبریدی به ازای شرایط مرزی CSCS



Part 1 Mode shape 1



Part 2 Mode shape 2

قسمت 2 شکل مود دوم Fig. 7 Mode shape and dimensionless frequency of hybrid plate for

CSFS boundary conditions شکل 7 شکل مود و اندازه فرکانس بی بعد ورق هیبریدی به ازای شرایط مرزی

10- فركانس طبيعي در ورق هيبريدي با بستر الاستيك سرتاسري

در شکل 8، فرکانس طبیعی برای شرط مرزی CSCS، 0.01736 است که نسبت به 3 شرط مرزی دیگر بیشتر است. همچنین کمترین فرکانس مربوط به شرط مرزی FSFS، با عدد فرکانس طبیعی 0.01293 میباشد که از دیگر شرایط مرزی، به علت نوع شرط مرزی آن، کمتر میباشد.

شکل 9 نتایج فرکانس طبیعی ورق نسبتا ضخیم هیبریدی برروی بستر الاستیک سرتاسری به ازای تغییرات پارامتر مدول الاستیک را نشان میدهد. ورق تحت شرط مرزی SSSS و به ازای ضریب بستر وینکلر 4e10، میباشد. همچنین طول ورق 2.5 و عرض آن 1 در نظر گرفته شده است. لازم به ذکر است که فرکانس بی بعد ورق به ازای افزایش مدول الاستیک در مودهای بالاتر، افزایش مییابد. به طور کلی فرکانس طبیعی ورق با افزایش پارامتر مدول الاستیک، کاهش مییابد که این نرخ کاهش با افزایش شماره مود بیشتر میشود.



Fig. 8 The results of thick hybrid plate on total elastic foundation for E2 / E1 Elastic Modulus Parameters and different boundary conditions

شكل 8 نتایج فركانس ورق نسبتا ضخیم هیبریدی برروی بستر الاستیک سرتاسری به ازای تغییرات پارامتر مدول الاستیک E1/E2 و برای شرایط مرزی مختلف E1/E2 E1/E1 و برای شرایط مرزی مختلف E40, a = 2.5, b = 1, h = 0.1, n = 1در شكل 10، اثر افزایش طول ورق بر فركانس طبیعی مورد مطالعه قرار گرفته است. همان طور كه مشاهده می شود، هرچه طول ورق برروی بستر الاستیک را افزایش می دهیم، فركانس طبیعی ورق به ازای افزایش مدول الاستیک افت قابل ملاحظه ای پیدا می كند. به بیان دیگر ورق در حالت مربعی شكل، نسبت به ورق مستطیلی برروی بستر الاستیک، از فركانس طبیعی

11 بررسی اثر پارامتر ضخامت در ورق هیبریدی با بستر الاستیک سرتاسری

همان طور که در نتایج بدست آمده در جدول 8 نشان داده می شود، افزایش ضخامت هسته ورق هیبریدی برروی بستر الاستیک سرتاسری با سفتی بستر CSFS

جدول 8 نتایج فرکانس بی بعد ورق هیبریدی به ازای ضخامتهای مختلفی از هسته و $(K_w = 4e10, a = 2.5, b = 1, h = 0.1, n = 1)$ برای شرایط مرزی مختلف

 Table 8 Frequency results of hybrid plate for different core thicknesses

 and boundary conditions

	ایط مرزی .Bc	شرا		ضخامت هسته ورق
SSSS	CSCS	FSFS	CSFS	h _c
4.6347	5.0243	3.4207	3.4308	0
4.3299	4.6477	3.2863	3.3440	h/7
4.2048	4.4987	3.2175	3.2718	h/5
3.8906	4.1356	3.0210	3.6862	h/3
3.4280	3.6197	2.6958	2.7360	h/2

12- بررسی اثر تعداد لایهها و لایهچینی در ورق هیبریدی با بستر الاستیک سرتاسری

با توجه به نتایج بدست آمده از جدول 9، اثرات تعداد لایهها و لایهچینی برای سفتیهای مختلفی از ورق هیبریدی بر روی بستر الاستیک سرتاسری مورد مطالعه قرار گرفت. ورق با طول 2.5 برای مود اول فرکانسی در نظر گرفته شده است. فرکانس طبیعی برای رویه بالایی و پایینی ورق هیبریدی 2 لایه و 6 لایه بدست آمده است. هسته میانی در هر دو حالت، AI و جنس چندلایه، شیشه اپوکسی میباشد. با افزایش سفتی بستر الاستیک سرتاسری از 0 تا 12019، فرکانس طبیعی افزایش میبابد. دلیل این امر آن است که با افزایش سفتی بستر الاستیک، جسم پایدارتر شده و فرکانس آن افزایش میبابد. همچنین فرکانس طبیعی ورق هیبریدی با رویه 6 لایه در مقایسه با رویه 2 لایه بیشتر میباشد.

در جدول 10 مشاهده میشود که با افزایش تعداد لایههای رویه بالایی و پایینی در ورق هیبریدی، استحکام ورق بیشتر شده و فرکانس بیبعد آن افزایش مییابد.

جدول 9 نتایج فرکانس طبیعی ورق به ازای لایهچینیها و تعداد لایههای مختلف، تغییرات سفتی بستر الاستیک سرتاسری و برای نسبت a/b=2.5

Table 9 The natural frequency results of plate for different Lay-ups and number of different layers, the stiffness variations of total elastic foundation and for the ratio of a/b = 2.5

K_w	0	8e15	7e16	12e19	لايه چيني/تعداد لايهها
3.448 3.490	815 028	3.48431 3.52759	3.87599 3.80437	6.14061 6.27649	$[0^0 90^0] [0^0 90^0 0^0 0^0 90^0 0^0]$

جدول 10 نتایج فرکانس طبیعی ورق به ازای لایه چینیها و تعداد لایههای مختلف،

a/b=4 تغییرات سفتی بستر الاستیک سرتاسری و برای نسبت Table 10 The natural frequency results of plate for different Lay-ups and number of different layers, the stiffness variations of total elastic foundation and for the ratio of a/b = 4

$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	K _w 0	8e15	7e16	12e19	لايه چيني/تعداد لايهها
367717 - 370777 - 306875 - 6777777 - 10°00°00°0°1°1	3.15263	3.19299	3.49005	6.20599	$\begin{bmatrix} 0^0 & 90^0 & 0^0 \end{bmatrix}$

10¹⁰ × 4 در شرایط تکیهگاهی مختلف بررسی شده است. با افزایش ضخامت هسته ورق از جنس AI با مشخصات آورده شده در جدول 4 (از ورق بدون داشتن هسته تا ورق با ضخامت هسته معادل نصف ضخامت کل ورق هیبریدی) فرکانس طبیعی ورق از (4.6347) تا رقم (3.4308)، برای شرایط تکیهگاهی چهارسر ساده کاهش مییابد. دلیل این امر آن است که با افزایش ضخامت هسته، استحکام ماده کمتر میشود و در نتیجه فرکانس طبیعی برای شرایط مرزی دیگر نیز کاهش مییابد. کاهش فرکانس برای شرط مرزی FSFS نسبت به دیگر شرایط مرزی، بیشتر است.



Fig. 9 The results of a relatively thick hybrid plate on total elastic foundation for E2 / E1 Elastic Modulus Parameters



Fig. 10 The results of thick hybrid plate on total elastic foundation for E2 / E1 Elastic Modulus Parameters

13- شروط مرزی 13-1- شرط مرزی SSSS

خیز ماکزیمم برای ورق هیبریدی برروی بستر الاستیک سرتاسری با سفتی فنر 1.05e20، نسبت به خیز بیشینه برای همان ورق اما بدون بستر الاستیک بیشتر میباشد که دلیل این امر، وجود بستر الاستیک است. همچنین در کلیه شکلها، نسبتها به صورت بیبعد بوده تا وضوح آنها بهتر نمایش داده شود. بنابراین w/w_{max} هرکدام از شکلها دارای بیشینه برابر یک میباشد. وجود بستر الاستیک باعث افزایش سفتی ورق و کاهش میزان فرورفتگی یا بر آمدگی در آن میشود. همچنین فرکانس طبیعی ورق در حالت قرارگرفته برروی بستر الاستیک سرتاسری تحت شرایط مرزی چهارسر ساده بیشتر از حالت بدون بستر میباشد. میزان فرکانس طبیعی بیبعد با وجود بستر الاستیک (2.48102) است، که این امر به افزایش پایداری جسم با وجود بستر الاستیک منجر میشود.



Part 1 Without elastic foundation

قسمت 1 بدون بستر الاستيك



Part 2 With elastic foundation (foundation coefficent kw=1.05e20) مت 2 با بستر الاستیک سرتاسری به ازای ضریب بستر Sw=1.05e20

Fig. 11 The mode shape of hybrid plate for the SSSS boundary conditions

شکل 11 شکل مود ورق هیبریدی به ازای شرایط مرزی CSCS

CSCS -2-13 شرط مرزی

برای شرط مرزی CSCS، خیز ماکزیمم برای ورق هیبریدی برروی بستر الاستیک سرتاسری با سفتی فنر 1.05e20 نسبت به خیز بیشینه برای همان ورق اما بدون بستر الاستیک بیشتر بوده که دلیل این امر وجود بستر الاستیک است. مقادیر فرکانس طبیعی بیبعد با وجود بستر الاستیک (37.50705) و بدون بستر الاستیک منجر میشود.

3-13- شرط مرزی CSFS

برای شرط مرزی CSFS، شکل مود برای دو حالت ورق بر روی بستر الاستیک و بدون بستر الاستیک در شکل 13 نمایش داده شد. همان طور که مشاهده می شود خیز ماکزیمم برای ورق هیبریدی بر روی بستر الاستیک سرتاسری با سفتی فنر 1.05e20 نسبت به خیز بیشینه برای همان ورق اما بدون بستر الاستیک بیشتر می باشد که دلیل این امر وجود بستر الاستیک می باشد.



Part 1 Without elastic foundation



Part 2 With elastic foundation (foundation coefficent kw=1.05e20) قسمت 2 با بستر الاستیک سرتاسری به ازای ضریب بستر

Fig. 12 The mode shape of hybrid plate for the CSCS boundary conditions $% \left({{{\rm{CSCS}}}} \right) = {{\rm{CSCS}}} \right)$

شکل 12 شکل مود ورق هیبریدی به ازای شرایط مرزی CSCS

788

همچنین فرکانس طبیعی ورق در حالت قرارگرفته برروی بستر الاستیک سرتاسری تحت شرایط مرزی CSFS بیشتر از حالت بدون بستر میباشد. میزان فرکانس طبیعی بیبعد با وجود بستر الاستیک (16.7248) میباشد ولی بدون بستر الاستیک مقدار آن (3.66791) است، که این امر به افزایش پایداری جسم با وجود بستر الاستیک منجر میشود.

14- اثر تغییرات سطح بستر الاستیک جزیی بر فرکانس بیبعد اولیه ورقهای FML

در شکل 14 اثر تغییرات سطح بستر الاستیک جزیی بر فرکانس بیبعد اولیه ورق های FML برای ضرایب مختلف بستر الاستیک نشان داده شده است. در شکل 14 تغییرات فرکانس بیبعد ورق FML برروی بستر الاستیک موضعی، به ازای تغییرات مساحت بستر الاستیک و برای ضرایب مختلف بستر نمایش داده شده است. با تغییر ضریب بستر الاستیک از 18 a 1 تا 18 م شیب نمودار افزایش مییابد که در واقع افزایش سفتی بستر الاستیک ارتباط مستقیمی با افزایش مییابد که در واقع افزایش سفتی بستر الاستیک ارتباط مستقیمی با افزایش مییابد که در واقع افزایش سفتی بستر الاستیک ارتباط مستقیمی با افزایش میدهد. همچنین در شکل 14 مشاهده میشود در نسبتهای مساحت فنر به مساحت کل پایین(کمتر از 15٪) افزایش فرکانس بیبعد کمتر از زمانی است که نسبت مساحت فنر به مساحت کل بین 15٪ تا 28٪ میباشد. همچنین قابل ذکر است هنگامیکه مساحت فنر به مساحت کل ورق بیشتر از 25٪ باشد، دقیقا رفتاری مشابه با کمتر از 15٪ دارد.

15- نتيجەگىرى

نوآوری این پژوهش در مدلسازی بستر الاستیک موضعی بر روی سازه مفروض با استفاده از تابع هویساید و به دست آوردن فرکانس طبیعی با استفاده از روش حل تربیع تفاضلی تعمیمیافته و یافتن شکل مودهای مختلف، به ازای شرایط مرزی متفاوت آن میباشد. در نهایت میتوان نتایج فوق العاده مهم زیر را برای ورق هیبریدی نسبتا ضخیم که مورد بحث و بررسی قرار گرفته است را مطابق زیر بیان کرد:

- با افزایش نسبت a/b و a/h فر کانس طبیعی سازه کاهش مییابد.
- با افزایش ضخامت هسته ورق هیبریدی، فرکانس طبیعی سازه کاهش یافته، در حالیکه با افزایش ضخامت لایههای کامپوزیتی، فرکانس طبیعی سازه افزایش مییابد.
- شرط مرزی CSCS، به دلیل نوع خاص شرط مرزی آن دارای بشترین فرکانس و شرط مرزی CSFS، کمترین میزان فرکانس را داراست.
- در این پژوهش به تحلیل ارتعاشات آزاد ورق چند لایه کامپوزیتی
 متعامد هیبریدی پرداخته شد. نوآوری پژوهش حاضر، اعمال
 بستر الاستیک جزیی در تحلیل ارتعاشات آزاد ورق چند لایه





Part 1 Without elastic foundation

قسمت 1 بدون بستر الاستيك



Part 2 With elastic foundation (foundation coefficent kw=2.009e19) Kw=2.009e19 قسمت 2 با بستر الاستیک سرتاسری به ازای ضریب بستر

Fig. 13 The mode shape of hybrid plate for the CSFS boundary conditions $% \int \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \right) \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \right)$



Fig. 14 The effect of the partial elastic foundation area (Af) changes on the non-dimensional fundamental frequency of FML plates for various elastic foundation coefficient

شکل 14 اثر تغییرات سطح بستر الاستیک جزیی بر فرکانس بیبعد اولیه ورقهای FML در ضرایب مختلف بستر الاستیک (تحت شرط مرزی چهار طرف ساده به ازای a=2,b=1,h=0.1b,

16- مراجع

- Xiang, Y., S. Kitipornchai., and K.M. Liew., "Buckling and Vibration of Thick Laminates on Pasternak Foundations," Journal of Engineering Mechanics, Vol. 122, No. 1, pp. 54-6, 1996.
- [2] Sobhy, M., "Buckling and free vibration of exponentially graded sandwich plates resting on elastic foundations under various boundary conditions," Composite Structures, Vol. 99, pp. 76-8, 2013.
- [3] Faroughi, S., E. Shafei., and D. Schillinger., "Isogeometric Stress, Vibration and Stability Analysis of In-Plane Laminated Composite Structures," International Journal of Structural Stability and Dynamics, Vol. 18, No. 4, pp. 1850070-1-1850070-25, 2017.
- [4] Dehghany, M. and Farajpour, A., "Free vibration of simply supported rectangular plates on Pasternak foundation: An exact and three-dimensional solution." Engineering Solid Mechanics, pp 29-42, 2014.
- [5] E. Shafei., Faroughi, S., and T. Rabczuk., "Isogeometric HSDT approach for dynamic stability analysis of general anisotropic composite plates," Composite Structures, Vol. 220, pp. 926-939, 2019.
- [6] Ansari, R. and Torabi, J., "Free vibration analysis of FG-CNTRC cylindrical shells surrounded by elastic foundation subjected to thermal loading," In Persian, Journal of Modares Mechanical Engineering, Vol. 15, No. 3, pp. 271-282, 2015.
- [7] K. Akoussan, Boudaoud, H., Daya, El-M., and E. Carrera., "Vibration Modeling of Multilayer Composite Structures with Viscoelastic Layers," Mechanics of Advanced Materials and Structures, Vol. 22, pp. 136-149, 2014.
- [8] Mansouri, M.H. and Shariyat, M., "Differential quadrature thermal buckling analysis of general quadrilateral orthotropic auxetic FGM plates on elastic foundations." Thin-Walled Structures, pp. 194-207, 2017.
- [9] Saidi, A.R. and Atashipour, S.R., "Analytical Solution of Free Vibration of Thick Transversely Isotropic Rectangular Plates, Based on First Order Shear Deformation Theory," In Persian, Journal of Mechanics and Aerospace, Vol. 4, No. 3, pp. 59-69, 2009.
- [10] Reddy, J.N., "Mechanics of laminated composite plates and shells: theory and analysis," CRC press, 2004.
- [11] Jones, R.M., "Mechanics of composite materials," Scripta Book Company, Washington, DC, Vol. 193, 1975.
- [12] Tauchert, T.R., "Energy principles in structural mechanics," McGraw-Hill Companies, 1974.
- [13]Bracewell, R., "Heaviside's Unit Step Function" The Fourier Transform and Its Applications, pp. 61-65, 2000.
- [14] Thinh, T.I, M.C. Nguyen, and D.G. Ninh., "Dynamic stiffness formulation for vibration analysis of thick composite plates resting on non-homogenous foundations," Composite Structure, Vol. 108, pp. 684-695, 2014.
- [15] Khdeir, A., "Free vibration and buckling of symmetric cross-ply laminated plates by an exact method," Journal of Sound and Vibration, Vol. 126, No. 3, pp. 447-461, 1988.
- [16] Akavci, S.S., "An efficient shear deformation theory for free vibration of functionally graded thick rectangular plates on elastic foundation," Composite Structures, Vol. 108, pp. 667-676, 2014.