نشریه علمی پژوهشی



علوم و فناوری **کامپوزیست** http://jstc.iust.ac.ir



تحلیل ارتعاشات پوسته مخروطی ساندویچی با هسته هدفمند متخلخل در بارگذاری حرارتی مختلف

محسن رحمانی¹، یونس محمدی^{2*}، فرشاد کاکاوند³

1- دانشجوی دکتری، دانشکده مهندسی صنایع و مکانیک ، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد قزوین، قزوین
 2- استادیار، دانشکده مهندسی صنایع و مکانیک، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد قزوین ، قزوین
 3- استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک دانشگاه آزاد اسلامی، واحد تاکستان، تاکستان
 * قزوین، صندوق پستی 15195-3419، 3419-3419

| اطلاعات مقاله | چکیدہ |
|---|---|
| دريافت: 97/12/17 پذيرش: 98/01/30 | به دلیل کاربرد گسترده پوستههای مخروطی ساندویچی در صنایع پیشرفته، بررسی رفتار مکانیکی این سازهها امری ضروری است. در این تحقیق، برای اولین بار، با در نظر گرفتن انعطافپذیری هسته در تئوری مرتبه بالای پوستههای ساندویچی، رفتار ارتعاشی پوسته مخروطی ناقص ساندویچی که شامل هسته هدفمند متخلخل و رویههای همگن است، در توزیع دماهای مختلف بررسی شده است. خواص مواد رویه ها و هسته وابسته به دما در نظر گرفته شده و تغییرات خواص مواد هدفمند به کمک قانون توانی که با در نظر گرفتن دو مدار |
| کلید واژگان: پوسته ساندویچی مخروطی توزیع دما | توزیع تخلخل اصلاح شده، نشان داده میشود. با استفاده از اصل همیلتون و در نظر گرفتن تنشهای درون صفحهای در هسته و رویهها و کرنش غیرخطی ون کارمن هم برای تنش مکانیکی و هم تنش حرارتی، معادلات حرکت سازه بدست آمدهاند. برای حل معادلات در شرایط تکیهگاهی ساده از روش گلرکین استفاده شده است. برای بررسی اثر تغییر دما در سازه، توزیع دما به صورت یکنواخت، خطی و |
| ورینی هسته هدفمند تئوری مرتبه بالا تخلخل | غیرخطی در نظر گرفته شده است. نتایج تحلیل حاضر به منظور صحت سنجی، در حالات خاص با مقالات دیگر و همچنین با نتایج بدست آمده از نرم افزار آباکوس مقایسه شده و همچنین تغییرات فرکانس ویژه بیبعد نسبت به تغییرات هندسی سازه، تغییرات دما، خواص مواد و تخلخل بررسی شده است. |

Vibration analysis of truncated conical sandwich shell with porous FG core in different thermal loading

Mohsen Rahmani¹, Younes Mohammadi^{1*}, Farshad Kakavand²

1- Faculty of Industrial and Mechanical Engineering, Qazvin Branch, Islamic Azad University, Qazvin, Iran.

2- Department of Mechanical Engineering, ,Takestan Branch, Islamic Azad University, Takestan, Iran.

* P.O.B. 34185-1416, Qazvin, Iran, u.mohammadi@qiau.ac.ir

| Conical sandwich shell Due to wide application of conical sandwich shells in the advanced industri | • • • • |
|--|---|
| Functionally Graded Core High Order Theory Porosity Temperature distribution Temperature changing in the sandwich shells are used to model the effect of the temperature changing in the sandwich shell. Of these work, they are compared with FEM results obtained by Abaqus soft cases with the results in literature. Eigen frequencies variations are s temperature changing, geometrical effects, porosities, and some others in the negative changemany distribution Temperature changemany distribution Temperature changemany distribution Temperature distribution Temperature changemany distribution Temperature changemany distribution Temperature changemany distribution distribu | Idustries, it is nessesary to per, for the first time, by ls theory, the the vibration porous FG core and two as. Temperature dependent w rule which modified by odel the gradually variation ane stresses in the core and and thermal stresses, the used to solve the equations r temperature distributions h shell. To verify the results us software and for special are surveyed versus the n the numerical examples. |

please cite this article using:

1– مقدمه

امروزه سازههای ساندویچی کاربرد گستردهای در صنایع نوین دارند. در هواپیماها، صنایع دریایی، فضاپیما، ماهواره، قطار، وسایل ورزشی، قایق، سپرهای عایق,بندی شده و بسیاری از سازههای مهندسی دیگر، ردپایی از سازههای ساندویچی دیده می شود. چار چوب اصلی سازه ساندویچی متشکل از دو لایه بیرونی به نام رویه است که لزوما شبیه هم نیستند و این رویهها به یک لایه داخلی به نام هسته چسبیدهاند. بر خلاف وزن کم، این سازهها استحکام خمشی و مقاومت بالایی دارند [1]. یکی از مهمترین و مدرنترین انواع سازههای ساندویچی، پوستههای ساندویچی مخروطی هستند که در محیطهای حرارتی استفاده می شوند و شامل یک هسته هدفمند هستند تا تمرکز تنش حرارتی و تنش پسماند بین لایهای را از بین برده و از تغییر جلوگیری کنند [2].

مواد هدفمند کامپوزیتهایی هستند که از دیدگاه میکروسکوپی غیرهمگن بوده و معمولا از سرامیک و فلز تشکیل میشوند. سرامیک باعث ایجاد خاصیت مقاومت حرارتی و فلز سبب کارایی مکانیکی بالا و همچنین سبب کاهش احتمال شکست میشود. بنابراین این مواد تغییرات شدید وجه مشترک را با تغییر تدریجی کسر حجمی مواد تشکیلدهنده در یک یا چند جهت از بین می برند [3]. امروزه تحقیقات گستردهای بر روی این مواد انجام میگیرد. هادی و همکاران با به کار بردن مواد هدفمند در پوستههای استوانهای، پایداری حرارتی این سازهها را بر روی بستر الاستیک بررسی کردند [4]. قاهری و نثیر با استفاده از مواد هدفمند در ورقهای نازک داروی، رفتار ارتعاشی این سازهها را در شرایط گیردار بررسی کردند [5]. هدفمند، رفتار و پاسخ وابسته به زمان آنها را بررسی کرد [6]. قاسمی و هدفمند، رفتار و پاسخ وابسته به زمان آنها را بررسی کرد [6]. قاسمی و مسکینی ارتعاشات آزاد پوسته استوانهای دوار متشکل از لایه هدفمند که خواص آن بتدریج از یک سطح سرامیکی به سطح فلزی تغییر میکند را بررسی کردند [7].

در نظر گرفتن تخلخل در مواد هدفمند پیشرفتی در بررسی این مواد کامپوزیتی نوین به حساب می آید. روش های مختلفی همانند ریخته گری گریز از مرکز، خود انتشاری، جدایش مغناطیسی، متالورژی پودر و رسوب بخار در ساخت این مواد به کار می روند که بسیار پیچیده و گران قیمتند. روش مناسب دیگر برای تولید این مواد، پختن است. در این روش به دلیل تفاوت دمای انجماد مواد تشکیل دهنده، ریز حفره یا تخلخل هایی در راستای ضخامت ایجاد می شود که بر خواص اثر می گذارد [8]. کنگ و همکارانش، پاسخ کمانش ورق هدفمند متخلخل بر روی بستر الاستیک را مطالعه نمودند. آنها از دو نوع شاهوردی، پایداری حرارتی پنل های هدفمند بهره جستند [9]. براتی و شاهوردی، پایداری حرارتی پنل های هدفمند متخلخل را بررسی کردند. این تخلخل های تصادفی در امتداد ضخامت ظاهر شده و توسط قانون توانی که با استا و نوع موزیع یکنواخت و غیریکنواخت تخلخل اصلاح شده، نشان داده شدند هدفمند متخلخل را بررسی و از سه نوع توزیع تخلخل به صورت توانی که با هدفمند متخلخل را بررسی و از سه نوع توزیع تخلخل به صورت توابی هدفمند متخلخل را بررسی و از سه نوع توزیع تخلخل به صورت توابی

برای تحلیل رفتار مکانیکی پوستههای ساندویچی تئوریهای مختلفی از جمله روش المان محدود، تئوریهای تغییر شکل برشی ورق، تئوری الاستیسیته سه بعدی پیشنهاد شده است. جعفری و همکاران به کمک تئوری

برشی مرتبه اول، رفتار ارتعاشاتی ورق دایروی هدفمند را در تماس با یک سیال غیر قابل تراکم و با استفاده از روش ریتز بررسی کردند [12]. شعبان و علی بیگلو با استفاده از تئوری الاستیسیته سه بعدی و روش انرژی، خمش پنلهای ساندویچی را مطالعه نمودند [13]. یوسف زاده و همکاران، بر اساس تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول، رفتار ارتعاشاتی ورق مستطیل هدفمند را در تماس یک سیال بررسی کردند [14]. با استفاده از تئوری پوسته تقریبی اول لاو و مدل تابع مدال تیر، مهندس و قاسمی[15]، قاسمی و همکاران [16] و مهندس و همکاران [17] ارتعاشات آزاد پوسته استوانهای لایه لایه برکیبی را بررسی کردند. ملکزاده و رضایی، ارتعاشات آزاد و خمش استاتیکی ورق ساندویچی را با استفاده از یک تئوری مرتبه بالا تحلیل کردند [18]. ملکزاده و همکاران، بر اساس تئوری مرتبه بالای ورق ساندویچی پاسخ دینامیکی ورقهای ساندویچی با رویه کامپوزیتی بر روی بستر الاستیک که دینامیکی ورقهای ساندویچی با رویه کامپوزیتی بر روی بستر الاستیک که در معرض ضربه سرعت پایین قرار داشت را مطالعه نمودند [19].

در نظر گرفتن وابستگی خواص مواد به تغییر دما مهم است زیرا در شرایط حرارتی، خواص مواد دچار تغییر میشود. همچنین توزیع دما در راستای ضخامت سازه از موارد مهم در تحلیل و مدلسازی رفتار مکانیکی پنلهای ساندویچی است. خورشیدی و همکاران با در نظر گرفتن وابستگی خواص مواد به تغییر دما در نانو ورقهای کامپوزیت مستطیلی هدفمند به بررسی رفتار ارتعاشات آزاد در این سازهها پرداختند [20]. موسائی و پناهی هدایت حرارتی یک ماده هدفمند که خواص وابسته به دما و مکان را در پوستههای جدار ضخیم استوانهای و کروی بررسی کردند [21]. دهکردی و خلیلی رفتار ارتعاشاتی ورق ساندویچی را در شرایط حرارتی مطالعه کردند. خواص مواد هسته وابسته به دما در نظر گرفته شد [22]. محمدیمهر و مصطفوىفر ارتعاشات آزاد ورق ساندويچى را با به كار بردن مواد وابسته به دما در رویهها و هسته بررسی کردند [23]. چن و همکارانش به بررسی پاسخ فرکانسی تیرهای هدفمند با به کار بردن تئوری مرتبه بالا پرداختند. خواص مواد با دما تغییر و توزیع دما در راستای ضخامت به صورت یکنواخت، خطی و غیرخطی در نظر گرفته شد [24]. فازولاری و فیورنزو ارتعاشات آزاد و پایداری حرارتی ورقهای ساندویچی هدفمند را با روش ریتز بررسی کردند. آنها سه توزیع دمای یکنواخت، خطی و غیرخطی را در راستای ضخامت در نظر گرفتند [25]. تالبیتوتی اثر بار حرارتی بر ارتعاشات پوستههای مخروطی هدفمند مدور را بررسی کرد. او توزیع دما در امتداد ضخامت را به صورت غیرخطی در نظر گرفت [26].

پوستههای مخروطی ساندویچی در صنایع پیشرفتهای چون هوافضا، مهندسی مکانیک و مهندسی هستهای به کار رفتهاند. به دلیل آنکه پوستههای مخروطی هدفمند مقاومت و استحکام حرارتی بالایی دارند ، کاربرد آنها به طور قابل ملاحظهای افزایش داشته است. در سالهای اخیر پوستههای مخروطی ناقص هدفمند در سیستم نیروی محرکه هواپیماهای نظامی، سازههای بدنه در ناحیه کانال و پروانه اگزوز هواپیما [27]، بدنه موشکها، سر مخازن تحت فشار، مخازن نفت، رآکتورهای اتمی، خط لوله انتقال سیال و راکتها کاربرد داشتهاند [28]. به دلیل کاربرد گسترده این سازهها بررسی رفتار مکانیکی و به خصوص رفتار ارتعاشاتی پوسته ساندویچی ریتز و یک مدل المان محدود، ارتعاشات آزاد پوسته های مخروطی کامپوزیتی را بررسی کردند. [29]. آقایی و طالبیتوتی ارتعاشات آزاد پوستههای مخروطی کامپوزیتی را بر اساس تئوری کلاسیک در شرایط حرارتی بررسی کردند

695

محسن *ر*حمانی و همکا*ر*ان

[30]. سوفیف رفتار ارتعاشاتی پوسته مخروطی را با استفاده از تئوری برشی مرتبه اول و روش گلرکین مطالعه کرد [31]. لام و همکارانش با کمک روش مربع دیفرانسیلی رفتار ارتعاشاتی پنلهای مخروطی ناقص را بررسی کردند [32].

با مطالعه کارهای انجام شده در زمینه سازههای مخروطی، مشخص شد که ارتعاشات پوسته ساندویچی مخروطی نیاز به بررسی بیشتر دارد. در این تحقیق، برای اولین بار، رفتار ارتعاشی پوسته ساندویچی مخروطی ناقص با دو رویه همگن و یک هسته هدفمند که شامل تخلخل است در شرایط حرارتی مختلف و با استفاده از یک تئوری مرتبه بالای اصلاح شده پوستههای ساندویچی بررسی شده است. خواص مواد هسته و رویهها وابسته به دما است. خواص مواد هدفمند با در نظر گرفتن دو نوع توزیع تخلخل مطابق با قانون توانی در راستای ضخامت بهتدریج تغییر میکند. توزیع دمای یکنواخت، خطی و غیر خطی برای بررسی تغییر دما در نظر گرفته شده است. تنشهای درون صفحهای هسته، منتجههای حرارتی و منتجههای تنش مرتبه بالای هسته که عموماً نادیده گرفته میشوند در معادلات وارد شدهاند. کرنش غیرخطی وُن کارمن هم برای تنش مکانیکی و هم تنش حرارتی استفاده شده که باعث افزایش دقت و پیچیدگی معادلات حاکم بر سازه می گردد. از تئوری برشی مرتبه اول و توابع مکعبی به ترتیب در میدان جابهجایی رویهها و هسته استفاده شده است. معادلات حاکم بر اساس اصل همیلتون بدست آمده و با یک روش کاهش مرتبه از تعداد آنها کاسته شده است. روش گلرکین برای حل معادلات در شرایط تکیه گاهی ساده به کار برده شده است. به طور کل می توان نوآوری در این تحقیق را به صورت زیر خلاصه کرد:

1- استفاده از تئوری پوسته ساندویچی مرتبه بالا که با در نظر گرفتن تنشهای درون صفحهای هسته اصلاح شده، در پوسته ساندویچی مخروطی که شامل هسته هدفمند است.

2-اعمال پدیده تخلخل در مواد هدفمند هسته و در نظر گرفتن مواد با خواص وابسته به دما در رویهها و هسته.

3-بررسی اثر محیطهای حرارتی مختلف در پوسته ساندویچی مخروطی با هسته هدفمند.

4-اعمال کرنشهای خطی و غیرخطی هم در تنشهای مکانیکی و هم تنشهای حرارتی در رابطه تغییرات انرژی کرنشی که باعث پیچیده شدن معادلات میگردد.

همچنین برای صحت سنجی تحلیل کنونی، نتایج در حالاتی خاص با کارهای محققان دیگر و همچنین با نتایج المان محدود مقایسه شده و در نهایت، تغییرات فرکانس ویژه بیبعد نسبت به تغییرات هندسی سازه، تغییرات دما، خواص مواد و تخلخل بررسی شده است.

2- روابط اساسی و هندسی

در "شکل 1" پوسته ساندویچی مخروطی با شعاع کوچک R_1 ، شعاع بزرگ R_2 و زاویه نیم راس γ ، بر پایه دستگاه مختصات منحنی الخط (χ,ψ,z) نشان ماده شده است. ضخامت رویههای بیرونی و داخلی و هسته به ترتیب با h_i ، h_0 و h_c مشخص می شود. تغییرات شعاعی بین دو شعاع کوچک و بزرگ به صورت رابطه (1) است:

$$R(\chi) = R_1 + \chi . sin\gamma \tag{1}$$



بر اساس تئوری مرتبه بالای پنل ساندویچی، هر لایه باید به صورت مجزا مدلسازی شود. بنابراین از تئوری برشی مرتبه اول در میدان جابه جایی رویه ها استفاده می کنیم [33].

$$u_{j}(\chi,\psi,z_{j},t) = u_{0j}(\chi,\psi,t) + z_{j}\phi_{\chi}^{j}(\chi,\psi,t)$$
(a-2)
$$v_{j}(\chi,\psi,z_{j},t) = v_{0j}(\chi,\psi,t) + z_{j}\phi_{\psi}^{j}(\chi,\psi,t)$$
(b-2)

 $w_j(\chi, \psi, z_j, t) = w_{0j}(\chi, \psi, t); \quad j = (o, i)$ (c-2)

$$u_{c}(\chi,\psi,z_{j},t) = u_{0}(\chi,\psi,t) + z_{c}u_{1}(\chi,\psi,t) + z_{c}^{2}u_{2}(\chi,\psi,t) + z_{c}^{3}u_{3}(\chi,\psi,t)$$
(a-3)

$$v_{c}(\chi,\psi,z_{j},t) = v_{0}(\chi,\psi,t) + z_{c}v_{1}(\chi,\psi,t) + z_{c}^{2}v_{2}(\chi,\psi,t) + z_{c}^{3}v_{3}(\chi,\psi,t)$$
(b-3)

$$w_{c}(\chi,\psi,z_{j},t) = w_{0}(\chi,\psi,t) + z_{c}w_{1}(\chi,\psi,t) + z_{c}^{2}w_{2}(\chi,\psi,t) + z_{c}^{3}w_{3}(\chi,\psi,t)$$
(C-3)

برای جلوگیری از حرکت نسبی بین لایههای سازه ساندویچی فرض می شود که رویهها در لایه مشترک با هسته به طور کامل به هم چسبیدهاند. بنابراین برای برقراری این موقعیت، شرایط سازگاری ارائه می گردد.

$$u_0(z_0 = h_0/2) = u_c(z_c = -h_c/2)$$
(a-4)

$$v_o(z_o = h_o/2) = v_c(z_c = -h_c/2)$$
 (b-4)

$$w_o = w_c (z_c = -h_c/2)$$
 (c-4)

$$u_i(z_i = -h_i/2) = u_c(z_c = h_c/2)$$
 (d-4)

$$v_i(z_i = -h_i/2) = v_c(z_c = h_c/2)$$
 (e-4)

$$w_i = w_c (z_c = h_c/2)$$
 (f-4)

روابط غیرخطی وُن کارمن برای تعیین کرنش رویهها و هسته به صورت روابط (5) به کار برده می شود [33].

$$\varepsilon_{\chi\chi}^{j} = u_{j,\chi} + \frac{1}{2} (w_{o,\chi})^{2}, \qquad j = (c, i, o)$$
(a-5)

$$\varepsilon_{\psi\psi}^{j} = \frac{1}{r} [v_{j,\psi} + u_{j,\psi} \sin\gamma + w_{j} \cos\gamma] + \frac{1}{2r^{2}} (w_{o,\psi})^{2}$$
(b-5)
$$\varepsilon_{zz}^{j} = w_{j,z}$$
(c-5)

$$\gamma_{\chi\psi}^{j} = \frac{1}{r} \left[u_{j,\psi} - v_{j} sin\gamma \right] + v_{j,\chi} + \frac{1}{r} \left[w_{o,\chi} w_{o,\psi} \right]$$
(d-5)

$$\gamma_{\chi z}^{J} = u_{j,z} + w_{j,\chi} \tag{e-5}$$

$$\gamma_{\psi z}^{j} = \frac{1}{r} \left[w_{j,\psi} - v_{j} \cos \gamma \right] + v_{j,z} \tag{f-5}$$

نشریه علوم و فناوری ک**ا** *م***ی**و

1-2- مدلسازی خواص مواد

برای افزایش دقت مدلسازی، خواص مواد در رویهها و هسته وابسته به دما در نظر گرفته می شوند که تغییرات این خواص با یک تابع غیرخطی وابسته به دما نشان داده می شود [35].

 $P = P_0(P_{-1}T^{-1} + 1 + P_1T + P_2T^2 + P_3T^3)$ (6) $\sum_{k=1}^{\infty} (F_{-1}T_k - 1 + P_1T_k + P_2T^2 + P_3T^3) = (F_{-1}T_k - 1 + P_2T^2 + P_3T^3)$ (6) $\sum_{k=1}^{\infty} (F_{-1}T_k - 1 + P_1T_k + P_2T^2 + P_3T^3) = (F_{-1}T_k - 1 + P_1T_k + P_2T^2 + P_3T^3)$ (6) $\sum_{k=1}^{\infty} (F_{-1}T_k - 1 + P_1T_k + P_2T^2 + P_3T^3) = (F_{-1}T_k + P_1T_k + P_2T^2 + P_3T^3)$ (6) $\sum_{k=1}^{\infty} (F_{-1}T_k - 1 + P_1T_k + P_2T^2 + P_3T^3) = (F_{-1}T_k + P_3T^2 + P_3T^2) = (F_{-1}T_k + P_3T^2) = (F_{-1}T_k + P_3T^2 + P_3T^2) = (F_{-1}T_k + P_3T^2) = ($

به منظور بررسی رفتار مکانیکی پوسته ساندویچی، یک پوسته ساندویچی مخروطی با هسته هدفمند و رویههای همگن در نظر گرفته میشود. معمولاً ^{(.} مواد هدفمند از سرامیک و فلز تشکیل میشوند که در حین فرآیند ساخت، ریزحفرههایی در این مواد ظاهر میشود. خواص مواد در هسته هدفمند، (. P(zc,T) علاوه بر وابستگی به دما، بهتدریج در راستای ضخامت نیز تغییر میکنند. این رفتار مطابق با قانون توانی مدل میشود که با در نظر گرفتن دو نوع توزیع تخلخل بین فلز و سرامیک اصلاح میشود. توزیع اول یک توزیع یکنواخت است که قانون توانی را به صورت روابط (7) اصلاح میکند [36].

$$P_{c}(z_{c},T) = g(z_{c})P_{ce}^{c}(T) + [1 - g(z_{c})]P_{m}^{c}(T) -(P_{ce}^{c}(T) + P_{m}^{c}(T))\frac{\zeta}{2}$$
(a-7)

 $g(z_c) = \left[\frac{\frac{1}{2} - z_c}{h_c}\right]^N$

که کسر حجمی تخلخل با " Σ " و شاخص توان قانون توانی با "N" نشان داده شده است. هرگاه سازههای هدفمند با روش نفوذ چند مرحلهای متوالی تولید شوند، فرض می شود که تخلخل در سطح میانی هر لایه ایجاد می گردد. در این ناحیه، نفوذ مواد در هم سخت و ناقص است اما در لبههای لایه هدفمند این نفوذ به سادگی رخ می دهد که باعث ایجاد تخلخل کمتری می شود. بنابراین در توزیع دوم، فرض می شود که تخلخل در صفحه میانی حداکثر و با نزدیک شدن به لبههای لایه به صفر می گراید. بنابراین معادله تغییر خواص در حالت غیریکنواخت به صورت رابطه 8 اصلاح می شود [36]. $P_c(z_c, T) = g(z_c)P_c^c(T) + [1 - g(z_c)]P_m^c(T)$

$$-\left(P_{ce}^{c}(T) + P_{m}^{c}(T)\right) \cdot \frac{\zeta}{2} \cdot \left(1 - \frac{2|z|}{h}\right)$$
(8)

1-2-2– دمای خطی

همانطور که در بخشهای قبلی اشاره شد، سه توزیع دمای یکنواخت، خطی و غیرخطی در این پژوهش مورد استفاده قرار می گیرد. مطابق با روابط (9)، توزیع دما در هر کدام از لایهها به صورت مجزا، خطی و توابعی از ضخامت

$$T_o(z_o) = r_1 z_o + r_2 \tag{a-9}$$

$$T_c(z_c) = r_3 z_3 + r_4 (b-9)$$

$$F_i(z_i) = r_5 z_i + r_6$$
 (c-9)

ضرایب مجهول r3 ،r2 ،r3 ،r3 و r6 حاضر در معادلات خطی با شش

نبرط مرزی حرارتی در روابط (10) مشخص می شوند.

$$T_o(-h_o/2) = T_o; T_o(h_o/2) = T_c(-h_c/2);$$

 $k_o(h_o/2, T_{io}) \frac{\partial T_o}{\partial z_o} = k_c(-h_c/2, T_{io}) \frac{\partial T_c}{\partial z_c}$ (a-10
 $T_i(h_i/2) = T_i; T_c(h_c/2) = T_i(-h_i/2);$
 $k_i(-h_i/2, T_{ii}) \frac{\partial T_i}{\partial z_i} = k_c(-h_c/2, T_{ii}) \frac{\partial T_c}{\partial z_c}$ (b-10

k ضریب هدایت حرارتی، Tio و Tii بهترتیب دمای وجه مشترک رویه بالا و پایین با هسته و To و Ti بهترتیب دمای سطح بیرونی و داخلی ساندویچ است.

2-2-2-توزيع دماى غيرخطى

برای مدلسازی اثر توزیع دمای غیرخطی، معادلات انتقال حرارت یک بعدی حالت ماندگار به صورت مجزا برای رویهها و هسته در نظر گرفته میشود. معادلات توزیع دمای غیرخطی رویهها و هسته مطابق روابط (11) است [37].

$$\frac{d}{dz_o} \left(k_o(T_o) \frac{dT_o}{dz_o} \right) = 0 \tag{a-11}$$

$$\frac{a}{dz_c} \left(k_c(z_c, T_c) \frac{dI_c}{dz_c} \right) = 0$$
 (b-11)

$$\frac{d}{dz_i} \left(k_i(T_i) \frac{dT_i}{dz_i} \right) = 0 \tag{c-11}$$

$$\begin{aligned} &I_{c}(h_{c}/2) = I_{ii}; I_{c}(-h_{c}/2) = I_{io}; \\ &k_{o}(h_{o}/2, T_{io}) \frac{\partial T_{o}}{\partial z_{o}} = k_{c}(-h_{c}/2, T_{io}) \frac{\partial T_{c}}{\partial z_{c}} \end{aligned}$$
(a-12)

$$k_o \frac{\partial T_o}{\partial z_o} = k_c (z_c = -h_c/2) \frac{\partial T_c}{\partial z_c}$$
(b-12)

$$T_{i}(-h_{i}/2) = T_{ii}; T_{i}(-h_{i}/2) = T_{i};$$

$$k_{i}\frac{\partial T_{i}}{\partial z_{i}} = k_{c}(z_{c} = h_{c}/2)\frac{\partial T_{c}}{\partial z_{c}}$$
(c-12)

3-2- روابط حاکم بر حرکت

4)

به منظور مطالعه رفتار ارتعاشاتی پوسته ساندویچی مخروطی ناقص با هسته هدفمند و با شرایط مرزی تکیه گاهی ساده و برای بدست آوردن معادلات حرکت از اصل انرژی همیلتون ستفاده می شود که شامل تغییرات انرژی کرنشی و انرژی جنبشی است [34].

$$\int_{t1}^{t2} (-\delta K + \delta U) dt = 0$$
(13)

که δK وδU به ترتیب تغییرات انرژی جنبشی و انرژی کرنشی هستند. تغییرات انرژی جنبشی به صورت رابطه 14 محاسبه میشود.

$$\int_{t1}^{t2} \delta K dt = -$$

$$\int_{t1}^{t2} \{ \int_{0}^{L} \int_{0}^{2\pi} \int_{-\frac{h_{o}}{2}}^{\frac{h_{o}}{2}} \rho_{o}(T_{o}) (\ddot{u}_{o} \delta u_{o} + \ddot{v}_{o} \delta v_{o} + \ddot{w}_{o} \delta w_{o}) r d\chi d\psi dz_{o}$$

$$+ \int_{0}^{L} \int_{0}^{2\pi} \int_{-\frac{h_{i}}{2}}^{\frac{h_{i}}{2}} \rho_{i}(T_{i}) (\ddot{u}_{i} \delta u_{i} + \ddot{v}_{i} \delta v_{i} + \ddot{w}_{i} \delta w_{i}) r d\chi d\psi dz_{i}$$

$$+ \int_{0}^{a} \int_{0}^{2\pi} \int_{-\frac{h_{c}}{2}}^{\frac{h_{c}}{2}} \rho_{c}(z_{c}, T_{c}) (\ddot{u}_{c} \delta u_{c} + \ddot{v}_{c} \delta + \ddot{w}_{c} \delta w_{c}) r d\chi d\psi dz_{c} \} dt$$
(1)

علامت (["]) مشتق دوم یک پارامتر نسبت به زمان است که در همراهی با میدان جابهجایی، مفهوم شتاب را دارد. T تغییرات دما و p چگالی است که در هسته هدفمند با دما و مکان و در رویههای همگن صرفا با دما تغییر میکند. تغییرات انرژی کرنشی کل شامل تنشهای مکانیکی و حرارتی به همراه کرنشهای غیرخطی لایههای پوسته ساندویچی است که انرژی

697

وم و فناوری ک*ا م*یو

مکانیکی و حرارتی را ایجاد میکند. همچنین شرایط سازگاری در وجه مشترک هسته و رویهها در نقش قیودی هستند که با استفاده از شش ضریب لاگرانژ وارد رابطه همیلتون میگردند. با در نظر گرفتن تنشهای درون صفحهای هسته، تغییرات انرژی کرنشی بهصورت رابطه (15) مشخص میگردد.

$$\begin{split} \delta U &= \int_{V_{o}} \left((\sigma_{\chi\chi}^{o} + \sigma_{\chi\chi}^{oT}) \delta \varepsilon_{\chi\chi}^{o} + \left(\sigma_{\psi\psi}^{o} + \sigma_{\psi\psi}^{oT} \right) \delta \varepsilon_{\psi\psi}^{o} \right. \\ &+ \tau_{\chi\psi}^{o} \delta \gamma_{\chi\psi}^{o} + \tau_{\chiz}^{o} \delta \gamma_{\chiz}^{o} + \tau_{\psiz}^{o} \delta \gamma_{\psiz}^{o} \right) dV_{o} + \\ &+ \left(\sigma_{\psi\psi}^{i} + \sigma_{\psi\psi}^{iT} \right) \delta \varepsilon_{\psi\psi}^{i} + \tau_{\chi\psi}^{i} \delta \gamma_{\chi\psi}^{i} \\ &+ \tau_{\chiz}^{i} \delta \gamma_{\chiz}^{i} + \tau_{\psiz}^{i} \delta \gamma_{\psiz}^{i} \right) dV_{i} + \int_{V_{c}} \left((\sigma_{\chi\chi}^{c} + \sigma_{\chi\chi}^{cT}) \delta \varepsilon_{\chi\chi}^{c} \\ &+ \left(\sigma_{\psi\psi}^{c} + \sigma_{\psi\psi}^{cT} \right) \delta \varepsilon_{\psi\psi}^{c} + \left(\sigma_{zz}^{c} + \sigma_{zz}^{cT} \right) \delta \varepsilon_{zz}^{c} + \tau_{\chi\psi}^{c} \delta \gamma_{\chi\psi}^{c} \\ &+ \tau_{\chiz}^{c} \delta \gamma_{\chiz}^{c} + \tau_{\psiz}^{c} \delta \gamma_{\psiz}^{c} \right) dV_{c} \\ &+ \delta \int_{0}^{L} \int_{0}^{2\pi} \left[\lambda_{\chi o} (u_{o}(z_{o} = h_{o}/2) - u_{c}(z_{c} = -h_{c}/2)) \\ &+ \lambda_{\psi o} (v_{o}(z_{o} = h_{o}/2) - v_{c}(z_{c} = -h_{c}/2)) \\ &+ \lambda_{\chi i} \left(u_{c}(z_{c} = h_{c}/2) - u_{i}(z_{i} = -h_{i}/2) \right) \\ &+ \lambda_{\chi i} (w_{c}(z_{c} = h_{c}/2) - w_{i}) \right] r d\chi d\psi \end{split}$$
(15)

که χ_{χ} $\sigma_{\psi\psi}$, $\sigma_{\chi\chi}$ $\sigma_{\psi\chi}$ نشان دهنده تنشهای درون صفحهای عمودی و برشی در لایههای سازه هستند. $\mathcal{E}_{\chi\chi}$, $\mathcal{E}_{\psi\psi}$ و $\psi_{\chi\chi}$ کرنشهای غیرخطی عمودی و برشی هستند. اندیس T در بالای مولفههای تنش بیانگر تنش حرارتی است. \mathcal{D}_{ZZ}^{c} و \mathcal{D}_{ZZ}^{c} تنش عمودی در راستای ضخامت هستهاند. \mathcal{D}_{ZZ}^{c} \mathcal{D}_{ZZ}^{c} تنش عمودی و کرنش عمودی در راستای ضخامت در هستهاند. χ_{χ} \mathcal{D}_{χ} \mathcal{D}_{χ} و \mathcal{D}_{χ}^{c} بیانگر تنشهای برشی و کرنشهای برشی در هستهاند. χ_{χ} \mathcal{D}_{χ} و \mathcal{D}_{χ} منابع ایشان می مود در هستهاند. χ_{χ} منش و منتجههای برشی و کرنش و کرنش و ایط ایط ایط (14) و (15)، منتجههای تنش و منتجههای گشتاور در رویهها در روابط طاهر می شوند که به صورت روابط (16–18) بیان می شوند.

$$\begin{array}{c} -I_{0i}r\ddot{\psi}_{0}^{i} - I_{1i}r\ddot{\phi}_{\psi}^{i} - N_{\psi\psi,\psi}^{i} - N_{\psi\psi,\psi}^{i} - 2N_{\chi\psi}^{i}sin\gamma - rN_{\chi\psi,\psi}^{i}\\ -Q_{\psi0}^{i}cos\gamma - r\lambda_{\psi i} = 0 \end{array} (25 \left\{ \begin{array}{c} N_{\chi\chi}^{i}\\ N_{\psi\psi}^{j}\\ N_{\chi\psi}^{j}\\ N_{\chi\psi}^{j}\\ N_{\chi\psi}^{j}\\ N_{\chi\psi}^{j}\\ N_{\chi\psi}^{j}\\ N_{\chi\psi}^{j}\\ N_{\chi\psi}^{j}\\ N_{\chi\psi}^{j}\\ N_{\chi\chi}^{j}\\ N_{\chi}^{j}\\ N_{$$

(20)

داده میشوند. تعاریف این پارامترها و منتجههای مرتبه بالای هسته به منظور اختصار به مرجع [34] ارجاع داده میشود.

در این مدل با جایگذاری روابط (14) و (15) بر حسب روابط جابه جایی رویه ها و هسته در اصل همیلتون و با استفاده از روابط وجه مشترک و بعد از چند عملیات جبری، بیست و هشت معادله حرکت بدست می آید که شامل بیست و هشت مجهول است. ده مجهول برای رویه ها، دوازده مجهول برای هسته و شش مجهول شامل ضرایب لاگرانژ می باشد.

پنج معادله مربوط به رویه بالایی به صورت روابط 19-23 است. $-I_{0o}r\ddot{u}_{0}^{o} - I_{1o}r\ddot{\phi}_{\chi}^{o} - N_{\chi\chi}^{o}sin\gamma - rN_{\chi\chi,\chi}^{o} - N_{\chi\chi}^{oT}sin\gamma - rN_{\chi\chi,\chi}^{oT} + N_{\psi\psi}^{o}sin\gamma + N_{\psi\psi}^{oT}sin\gamma - N_{\chi\psi,\psi}^{o} + r\lambda_{\chi o} = 0$ (19)

$$\begin{aligned} -I_{0o}r\ddot{v}_{0}^{o} - I_{1o}r\ddot{\phi}_{\psi}^{o} - N_{\psi\psi,\psi}^{o} - N_{\psi\psi,\psi}^{oT} - 2N_{\chi\psi}^{o}sin\gamma - rN_{\chi\psi,\psi}^{o} \\ -Q_{\psi0}^{o}cos\gamma + r\lambda_{\psi o} = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{split} &-I_{0o}r\ddot{w}_{0}^{o} - N_{\chi\chi}^{o}sin\gamma w_{0,\chi}^{o} - N_{\chi\chi,\chi}^{o}rw_{0,\chi}^{o} - N_{\chi\chi}^{o}rw_{0,\chi\chi}^{o} - N_{\chi\chi}^{oT}sin\gamma w_{0,\chi}^{o} - N_{\chi\chi,\chi}^{oT}rw_{0,\chi}^{o} - N_{\chi\chi}^{oT}rw_{0,\chi\chi}^{o} + N_{\psi\psi}^{o}cos\gamma - r^{-1}(N_{\psi\psi,\psi}^{o}w_{0,\psi}^{o} - N_{\psi\psi,\chi}^{o}w_{0,\psi\psi}^{o} - N_{\psi\psi,\psi}^{oT}w_{0,\chi\psi}^{o}) + N_{\psi\psi}^{oT}cos\gamma \\ &r^{-1}N_{\psi\psi}^{oT}w_{0,\psi\psi}^{o} - N_{\chi\psi,\chi}^{o}w_{0,\theta}^{o} - 2N_{\chi\psi}^{o}w_{0,\chi\psi}^{o} - N_{\chi\psi,\psi}^{o}w_{0,\chi}^{o} - N_{\chi\psi,\psi}^{o}w_{0,\chi\psi}^{o} - N_{\chi\psi,\psi}^{o}w_{0,\chi\psi}^{o} - N_{\chi\psi,\psi}^{o}w_{0,\chi}^{o} - Q_{\chi0,\chi}^{o}sin\gamma - rQ_{\chi0,\chi}^{o} - Q_{\psi0,\psi}^{o} + r\lambda_{zo}^{o} = 0 \end{split}$$

$$-I_{1o}r\ddot{u}_{0}^{o} - I_{2o}r\ddot{\phi}_{\chi}^{o} - M_{\chi\chi}^{o}sin\gamma - rM_{\chi\chi,\chi}^{o} - M_{\chi\chi}^{oT}sin\gamma - rM_{\chi\chi,\chi}^{oT} + M_{\psi\psi}^{o}sin\gamma + M_{\psi\psi}^{oT}sin\gamma - M_{\chi\psi,\psi}^{o} + rQ_{\chi0}^{o} + r\frac{h_{o}}{2}\lambda_{\chi o} = 0$$

$$(22)$$

$$-I_{1o}r\ddot{v}_{0}^{o} - I_{2o}r\ddot{\phi}_{\psi}^{o} - M_{\psi\psi,\psi}^{o} - M_{\psi\psi,\psi}^{oT} - 2M_{\chi\psi}^{o}sin\gamma - rM_{\chi\psi,\chi}^{o} -Q_{\psi1}^{o}cos\gamma + rQ_{\psi0}^{o} + r\frac{h_{o}}{2}\lambda_{\psi o} = 0$$
(23)

پنج معادله مربوط به رویه پایینی به صورت روابط (24–28) است.

$$-I_{0i}r\ddot{u}_{0}^{i} - I_{1i}r\ddot{\phi}_{\chi}^{i} - N_{\chi\chi}^{i}sin\gamma - rN_{\chi\chi,\chi}^{i} - N_{\chi\chi}^{iT}sin\gamma - rN_{\chi\chi,\chi}^{iT}$$

 $+N_{\psi\psi}^{i}sin\gamma + N_{\psi\psi}^{iT}sin\gamma - N_{\chi\psi,\psi}^{i} - r\lambda_{\chi i} = 0$

 $-Q_{\psi_{1}}^{i}cos\gamma + rQ_{\psi_{0}}^{i} + r\frac{h_{i}}{2}\lambda_{\psi_{i}} = 0$ (28)
column control (29)
column control (20)
column control

 $-I_{1i}r\ddot{v}_0^i - I_{2i}r\ddot{\phi}_{\psi}^i - M_{\psi\psi,\psi}^i - M_{\psi\psi,\psi}^{iT} - 2M_{\chi\psi}^i sin\gamma - rM_{\chi\psi,\chi}^i$

نشریه علوم و فناوری **کامیو** *ز***یت**

و شش معادله که از شرایط سازگاری بدست می آیند مطابق روابط (41-

نعریف می شود.
(46) تعریف می شود.
$$u_{0o} - \frac{h_o}{2} \phi_{\chi}^o - u_{0c} + \frac{h_c}{2} u_{1c} - \frac{h_c^2}{4} u_{2c} + \frac{h_c^3}{8} u_{3c} = 0$$
 (41)

$$v_{0o} + \frac{h_o}{2}\phi_{\psi}^o - v_{0c} + \frac{h_c}{2}v_{1c} - \frac{h_c^2}{4}v_{2c} + \frac{h_c^3}{8}v_{3c} = 0$$
(42)

$$w_{0o} - w_{0c} + \frac{n_c}{2} w_{1c} - \frac{n_c}{4} w_{2c} + \frac{n_c}{4} w_{3c} = 0$$
(43)
h h^2 h^3 h.

$$u_{0c} + \frac{n_c}{2} u_{1c} + \frac{n_c}{4} u_{2c} + \frac{n_c}{8} u_{3c} - u_{0i} + \frac{n_i}{2} \phi_{\chi}^i = 0$$
(44)

$$\nu_{0c} + \frac{h_c}{2} \nu_{1c} + \frac{h_c}{4} \nu_{2c} + \frac{h_c}{8} \nu_{3c} - \nu_{0i} + \frac{h_i}{2} \phi_{\psi}^i = 0$$
(45)

$$w_{0c} + \frac{h_c}{2}w_{1c} + \frac{h_c^2}{4}w_{2c} + \frac{h_c^3}{4}w_{3c} - w_{0i} = 0$$
(46)
c, islum i جایگذاری روابط منتجههای مرتبه بالای تنش در معادلات

رویهها و هسته بر حسب مولفههای جابهجایی، معادلات حرکت بر حسب بیست و هشت مجهول جابهجایی بدست میآیند. در ادامه، برای پوسته ساندویچی مخروطی ناقص با هسته هدفمند در شرایط تکیهگاهی ساده، روش گلرکین ارائه می شود.

3- پوسته ساندویچی مخروطی با تکیهگاه ساده

روش حل گلرکین با بیست و هشت تابع شکل مثلثاتی برای حالت پوسته ساندویچی مخروطی ناقص انتخاب شده است که شرایط مرزی با تکیهگاه ساده را ارضا می کند.

$$u_{0k} = C_{uk} \cos\left(\frac{m \pi \chi}{L}\right) \cos(n\psi) e^{i\omega t}; \ k = (o, i, c)$$
(47)
$$u_{0k} = C_{vk} \sin\left(\frac{m \pi \chi}{L}\right) \sin(mt) e^{i\omega t}$$
(48)

$$v_{0k} = C_{\nu k} \sin\left(\frac{m \chi}{L}\right) \sin(n\psi) e^{i\omega t}$$
(48)
$$w_{0k} = C_{wk} \sin\left(\frac{m \pi \chi}{L}\right) \cos(n\psi) e^{i\omega t}$$
(49)

$$\phi_{\chi}^{j} = C_{\phi\chi j} \cos\left(\frac{m\pi\chi}{L}\right) \cos(n\psi) e^{i\omega t}; \quad j = (o, i) \tag{50}$$

$$\varphi_{\psi}^{c} = c_{\phi\psi j} \cos\left(\frac{L}{L}\right) \cos(n\psi) e^{i\omega t}$$

$$\lambda_{\pi i} = C_{\pi i} \cos\left(\frac{m\pi\chi}{L}\right) \cos(n\psi) e^{i\omega t}$$
(51)

$$\lambda_{\psi j} = C_{\lambda \psi j} \sin\left(\frac{m\pi \chi}{L}\right) \sin(n\psi) e^{i\omega t}$$
(53)

$$\lambda_{zj} = C_{\lambda zj} \sin\left(\frac{mn\chi}{L}\right) \cos(n\psi) e^{i\omega t}$$
(54)

که ضرایب C بیست و هشت مجهول ثابت توابع شکل و "m" و "n" شماره موج هستند. با بررسی روابط، مشخص می شود که این بیست و هشت معادله از هم مستقل نیستند، بنابراین با استفاده از یک روش کاهش مرتبه از تعداد آنها کاسته میشود. ثابتهای لاگرانژ بر حسب عبارتهای جابهجایی رویه ها باز تعریف می شوند. همچنین از شرایط ساز گاری مشاهده می گردد که ثابتهای مجهول رویهها وابسته به ثابتهای هستهاند. پس از چند عملیات رياضي با حذف دوازده معادله، تعداد معادلات به شانزده عدد كه وابسته به ثابتهای هسته و چرخش نرمال رویهها هستند، کاهش می یابد. این دسته معادلات شانزده تایی را میتوان به صورت دو ماتریس شانزده در شانزده که شامل ماتریس سفتی K و ماتریس جرم M است، مطابق با رابطه (55) نشان داد که مقادیر ویژه این عبارت برابر با فرکانسهای ویژه سیستم، ω_{mn} ، برای هر شماره موج هستند.

$$(K_{mn} - \omega_{mn}^2 M_{mn})C_{mn} = 0 (55)$$

$$-I_{2c}r\ddot{u}_{0}^{c} - I_{3c}r\ddot{u}_{1}^{c} - I_{4c}r\ddot{u}_{2}^{c} - I_{5c}r\ddot{u}_{3}^{c} - M_{\chi^{2}}^{c}sin\gamma - rM_{\chi^{2}\chi}^{c} -M_{\chi^{2}}^{c}sin\gamma - rM_{\chi^{2}\chi}^{cT} + M_{\psi^{2}}^{c}sin\gamma + M_{\psi^{2}}^{cT}sin\gamma + 2rM_{Q1\chi^{2}}^{c} -M_{Q2\chi\psi,\psi}^{c} - r\frac{h_{c}^{2}}{4}\lambda_{\chi o} + r\frac{h_{c}^{2}}{4}\lambda_{\chi i} = 0$$
(31)

$$-I_{3c}r\ddot{u}_{0}^{c} - I_{4c}r\ddot{u}_{1}^{c} - I_{5c}r\ddot{u}_{2}^{c} - I_{6c}r\ddot{u}_{3}^{c} - M_{\chi3}^{c}sin\gamma - rM_{\chi3,\chi}^{c} -M_{\chi3}^{cT}sin\gamma - rM_{\chi3,\chi}^{cT} + M_{\psi3}^{c}sin\gamma + M_{\psi3}^{cT}sin\gamma + 3rM_{Q2\chiz}^{c} -M_{Q3\chi\psi,\psi}^{c} - r\frac{h_{c}^{3}}{8}\lambda_{\chi o} + r\frac{h_{c}^{3}}{8}\lambda_{\chi i} = 0$$
(32)

$$-I_{0c}r\ddot{v}_{0}^{c} - I_{1c}r\ddot{v}_{1}^{c} - I_{2c}r\ddot{v}_{2}^{c} - I_{3c}r\ddot{v}_{3}^{c} - R_{\psi,\psi}^{c} - R_{\psi,\psi}^{cT} - Q_{\psi,\psi}^{c}cos\gamma - 2Q_{\chi\psi}^{c}sin\gamma - rQ_{\chi\psi,\chi}^{c} - r\lambda_{\psi o} + r\lambda_{\psi i} = 0$$
(33)

$$-I_{1c}r\ddot{v}_{0}^{c} - I_{2c}r\ddot{v}_{1}^{c} - I_{3c}r\ddot{v}_{2}^{c} - I_{4c}r\ddot{v}_{3}^{c} - M_{\psi_{1},\psi}^{c} - M_{\psi_{1},\psi}^{cT} - M_{\psi_{1},\psi}^{cT} - M_{Q_{1}\psi_{2}}^{c}cos\gamma - rQ_{\psi_{2}}^{c} - 2M_{Q_{1}\chi\psi}^{c}sin\gamma - rM_{Q_{1}\chi\psi,\chi}^{c} + r\frac{h_{c}}{2}\lambda_{\psi_{0}} + r\frac{h_{c}}{2}\lambda_{\psi_{i}} = 0$$
(34)

$$-I_{2c}r\ddot{v}_{0}^{c} - I_{3c}r\ddot{v}_{1}^{c} - I_{4c}r\ddot{v}_{2}^{c} - I_{5c}r\ddot{v}_{3}^{c} - M_{\psi_{2},\psi}^{c} - M_{\psi_{2},\psi}^{cT} - M_{Q_{2}\psi_{z}}^{c}\cos\gamma - 2rM_{Q_{1}\psi_{z}}^{c} - 2M_{Q_{2}\chi\psi}^{c}\sin\gamma - rM_{Q_{2}\chi\psi,\chi}^{cT} - r\frac{h_{c}^{2}}{4}\lambda_{\psi_{0}} + r\frac{h_{c}^{2}}{4}\lambda_{\psi_{i}} = 0$$
(35)

$$-I_{3c}r\ddot{v}_{0}^{c} - I_{4c}r\ddot{v}_{1}^{c} - I_{5c}r\ddot{v}_{2}^{c} - I_{6c}r\ddot{v}_{3}^{c} - M_{\psi_{3},\psi}^{c} - M_{\psi_{3},\psi}^{cT} - M_{\psi_{3},\psi}^{cT} - M_{Q_{3}\psi_{2}}^{c}cos\gamma - 3rM_{Q_{2}\psi_{2}}^{c} - 2M_{Q_{3}\chi\psi}^{c}sin\gamma - rM_{Q_{3}\chi\psi,\chi}^{c} + r\frac{h_{c}^{3}}{8}\lambda_{\psi o} + r\frac{h_{c}^{3}}{8}\lambda_{\psi i} = 0$$
(36)

$$\begin{aligned} &-I_{0c}r\ddot{w}_{0}^{c}-I_{1c}r\ddot{w}_{1}^{c}-I_{2c}r\ddot{w}_{2}^{c}-I_{3c}r\ddot{w}_{3}^{c}-R_{\chi}^{c}sin\gamma w_{0,\chi}^{c}\\ &-rR_{\chi,\chi}^{c}w_{0,\chi}^{c}-R_{\chi}^{c}rw_{0,\chi\chi}^{c}-R_{\chi}^{cT}sin\gamma w_{0,\chi}^{c}-rR_{\chi,\chi}^{cT}w_{0,\chi}^{c}\\ &-R_{\chi}^{cT}rw_{0,\chi\chi}^{c}+R_{\psi}^{c}cos\gamma-r^{-1}R_{\psi,\psi}^{c}w_{0,\psi}^{c}-r^{-1}R_{\psi}^{c}w_{0,\psi\psi}^{c}\\ &+R_{\psi}^{cT}cos\gamma-r^{-1}R_{\psi,\psi}^{cT}w_{0,\psi}^{c}-r^{-1}R_{\psi}^{cT}w_{0,\psi\psi}^{c}-Q_{\chi z}^{c}sin\gamma\\ &-rQ_{\chi z,\chi}^{c}-Q_{\psi z,\psi}^{c}-Q_{\chi\psi,\chi}^{c}w_{0,\psi}^{c}-2Q_{\chi\psi}^{c}w_{0,\chi\psi}^{c}-Q_{\chi\psi,\psi}^{c}w_{0,\chi}^{c}\\ &-r\lambda_{zo}+r\lambda_{zi}=0\end{aligned}$$

$$(37)$$

$$-I_{1c}r\ddot{w}_{0}^{c} - I_{2c}r\ddot{w}_{1}^{c} - I_{3c}r\ddot{w}_{2}^{c} - I_{4c}r\ddot{w}_{3}^{c} + M_{\psi 1}^{c}cos\gamma + M_{\psi 1}^{cT}cos\gamma + rR_{z}^{cT} - M_{Q1\chi z}^{c}sin\gamma - rM_{Q1\chi z,\chi}^{c} - M_{Q1\psi z,\psi}^{c} + r\frac{h_{c}}{2}\lambda_{zo} + r\frac{h_{c}}{2}\lambda_{zi} = 0$$
(38)

$$-I_{2c}r\ddot{w}_{0}^{c} - I_{3c}r\ddot{w}_{1}^{c} - I_{4c}r\ddot{w}_{2}^{c} - I_{5c}r\ddot{w}_{3}^{c} + M_{\psi 2}^{c}cos\gamma + M_{\psi 2}^{cT}cos\gamma +2rM_{z1}^{c} + 2rM_{z1}^{cT} - M_{Q2\chi z}^{c}sin\gamma - rM_{Q2\chi z,\chi}^{c} - M_{Q2\psi z,\psi}^{c} +r\frac{h_{c}^{2}}{4}\lambda_{zo} + r\frac{h_{c}^{2}}{4}\lambda_{zi} = 0$$
(39)

$$\begin{aligned} &-I_{3c}r\ddot{w}_{0}^{c}-I_{4c}r\ddot{w}_{1}^{c}-I_{5c}r\ddot{w}_{2}^{c}-I_{6c}r\ddot{w}_{3}^{c}+M_{\psi3}^{c}cos\gamma+M_{\psi3}^{cT}cos\gamma \\ &+3rM_{z2}^{c}+2rM_{z2}^{cT}-M_{Q3\chi z}^{c}sin\gamma-rM_{Q3\chi z,\chi}^{c}-M_{Q3\psi z,\psi}^{c} \end{aligned}$$

شریه علوم و فناوری **کا** *م***پو زیت**

699

در رابطه (55)، ضرایب "C" بردارهای ویژهاند که شانزده ثابت هسته و رویه را مشخص میکنند. برای سادهتر شدن نتایج، تمام نتایج عددی در این تحقیق برحسب پارامتر فرکانسی بنیادین بیبعد، \overline{w} ، به صورت رابطه (56) بيان مىشود.

$$\overline{\omega} = \omega h \sqrt{\frac{\rho_0}{E_0}}$$
(56)

و 1000 kg/m² ضخامت کل سازه ساندویچی، ho_0 چگالی و برابر با "h" b" مدول یانگ و برابر با Mpa مدول E_0

4- صحت سنجي و نتايج عددي

برای صحتسنجی روش به کار رفته، نتایج بدست آمده در این تحقیق در حالت پوسته مخروطی ایزوتروپیک با نتایج مراجع [38] و [39] و نتایج عددى المان محدود مقايسه مىشود. پوسته مخروطى از جنس آلومينيوم با خواص $u = 0.3 = \rho = 2710 \text{ kg/m}^3 \cdot \text{E} = 70 \text{GPa}$ در نظر گرفته شده است. پارامترهای سازهای نیز به صورت R2/h = 0.01 ،h= 0.004 m و راس مخروط، (L) $\sin(\gamma) / R_2 = 0.25$ مخروط، (L) $\sin(\gamma) / R_2 = 0.25$ پارامتر فرکانس بیبعد توسط رابطه (57) محاسبه می شود که در جدول 1 ارائه می گردد. اختلاف اندک بین نتایج، ناشی از تفاوت تئوری های به کار رفته برای مدلسازی در کارهای مختلف است.

$$\overline{\omega} = \omega R_2 \sqrt{\frac{(1-v^2)\rho}{E}}$$
(57)

جدول 1 مقايسه نتايج تحليل حاضر، مراجع [38]، [39] و نتايج المان محدود Table 1 Comparison of the results of present work, [38], [39] and FEM

| المان محدود | تحليل حاضر | [38] | [39] | γ |
|-------------|------------|--------|--------|----|
| 0.8650 | 0.88616 | 0.8431 | 0.8420 | 30 |
| 0.7625 | 0.76088 | 0.7642 | 0.7655 | 45 |
| 0.6458 | 0.61584 | 0.6342 | 0.6348 | 60 |

اکنون به منظور بررسی روش کنونی، یک مساله عددی ارائه می گردد. یک پوسته ساندویچی مخروطی ناقص با تکیهگاه ساده را در نظر میگیریم. رویه بالایی از جنس نیترید سیلیکون و رویه پایینی از جنس دی کسید زيركونيوم است. هسته از جنس هدفمند و شامل تركيب توانى دى اكسيد زیر کونیوم و سیلیکون نیترید است. در جداول 2 و 3 مقادیر خواص این مواد وابسته به دما ارائه می شود [35]. این پنج ثابت در معادله 6 که وابستگی خواص به دما را نشان میدهد به کار میروند.

جدول 2 ضرایب خواص وابسته به دمای ماده سیلیکون نیترید [35]

| Table 2 | Temperature | dependent | coefficients | of Silicon | nitride [35] |
|---------|-------------|-----------|--------------|------------|--------------|
| | | | | | |

| Е | α | ν | ρ | |
|---------------|-----------|------|------|----------------|
| 348.4323e9 | 5.8723e-6 | 0.24 | 2370 | C_0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | C_ |
| -3.0697386e-4 | 0.0009 | 0 | 0 | \dot{C}_1 |
| 2.160186e-7 | 0 | 0 | 0 | C_2 |
| -8.946165e-11 | 0 | 0 | 0 | C ₃ |
| | | | | |

جدول 3 ضرایب خواص وابسته به دمای ماده دی اکسید زیر کونیوم [35] Table 3 Temperature dependent coefficients of Zirconium dioxide [35]

| Е | α | ν | ρ | |
|------------|-----------|----------|------|------------------|
| 244.27e9 | 12.76e-6 | 0.2882 | 3000 | C_0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | C-1 |
| -1.371e-3 | -1.491e-3 | 1.133e-4 | 0 | C_1 |
| 1.214 e-6 | 1.006e-5 | 0 | 0 | C_2 |
| -3.681e-10 | -6.77e-11 | 0 | 0 | $\overline{C_3}$ |
| | | | | |

چند نمونه عددی برای صحتسنجی تحلیل حاضر توسط نرمافزار آباکوس ارائه می گردد که نمونه شبکهبندی شده آن در شکل 2 نشان داده شده است.



Fig. 2 Finite element model of the present study شکل 2 مدل المان محدود نمونه استفاده شده در تحلیل حاضر

در جدول 4 پارامترهای بیبعد فرکانسی که از روش کنونی و روش المان محدود بدست میآیند در دمای محیط و برای توانهای مختلف تابع توانی در حالت ساندویچی 1-B-1 و مشخصات R1=L/2 ،ho=0.002m و γ=30 با هم مقايسه مىشوند. بايد توجه داشت كه ساندويچ 1-8-1 يك سازه ساندويچى است که ضخامت هسته هشت برابر ضخامت هر کدام از رویههایش است. همانطور که از نتایج جدول 4 پیداست، مقادیر بدست آمده از دو روش، تطابق قابل قبولى نسبت به هم دارند. همچنين اختلاف اندك موجود بين نتايج تحليل حاضر و مدل المان محدود به دليل روش شبيهسازى هسته است. در هنگام مدلسازی هسته در نرمافزار آباکوس، لایه هسته هدفمند را به بیست لایه مجزا تقسیم میکنیم و هر لایه را به صورت ایزوتروپیک در نظر می گیریم که خواص مکانیکی آنها بتدریج مطابق با تابع توانی در راستای ضخامت تغيير ميكنند.

جدول 4 مقايسه نتايج تحليل كنوني و المان محدود Table 4 Comparison of the present results and FEM results

| ختلاف | لمان محدود ا | تحلبا حاض | N |
|-------------------|----------------------|-----------|-----|
| 045.0 | 1 2 4802 | 2 2050 | 0 |
| %J.9 | 5.4002 | 2 1022 | 0 |
| %5.0 ⁰ | 0 3.3541 7 2.0152 | 3.1923 | 0.2 |
| %8.0 %6.0 | 7 5.0155 | 2.7901 | 1 |
| %6.66 | 2.8023 | 2.6284 | 2 |

شکل 3 تغییرات دمای یکنواخت را برای پوسته ساندویچی مخروطی در توانهای مختلف و مقادیر پارامتری هندسی γ=30 ،R1=L/2 ،L=100h و h=0.02 نشان میدهد. همانطور که از شکل 3 پیداست، با افزایش مقدار دما،



Fig. 3 Frequency changing versus Temperature

شکل 3 تغییر فرکانس بیبعد بر اثر تغییر دما

فرکانس بی بعد کاهش می یابد. طبق رابطه (6)، افزایش دما سبب کاهش استحکام ماده می گردد. برای بهتر نشان دادن این موضوع در جدول 5 اثر تغییر دما بر مدول یانگ دو ماده آورده می شود. با افزایش دما خواص مکانیکی مواد فلزی و سرامیکی کاهش می یابد و به دلایل ریز ساختاری خواص مواد متمایل به فلز بیشتر از مواد متمایل به سرامیک کاهش می یابد که در نتیجه استحکام کل سازه را کم می کند که مساله مهمی در کاهش میزان فرکانس بی بعد است. همچنین شکل 3 نشان می دهد که در دمای این افزایش خواص مواد هدفمند متمایل به فلزی شدن می گردند و از استحکام سازه کاسته می شود.

حال به بررسی چند اثر هندسی بر فرکانس بی بعد می پردازیم. شکل 4 اثر تغییر نسبت طول به ضخامت بر فرکانس بی بعد را برای پوسته ساندویچی مخروطی در پارامترهای $R_1=L/2$ و 0.002m منسان می دهد. از شکل 4 اینطور برداشت می شود که با افزایش مقدار این نسبت در یک توان تابع توانی ثابت، فرکانس بی بعد کم می شود. زیرا افزایش این نسبت پایداری سازه را کاهش می دهد و مشخص می کند که نسبت طولی زیاد برای سازه ساندویچی مخروطی مناسب نیست.

شیب تغییرات فرکانس در نسبتهای کمتر از 250 در شکل 4 بیشتر از نسبتهای بزرگتر است. با افزایش این نسبت از شیب تغییرات فرکانسی کاسته میشود. تغییرات زاویه نیم راس یکی از اثرات مهم هندسی بر سازه مخروطی است.

در شکل 5، اثر این زاویه بر فرکانس بیبعد و با پارامترهای L=100h. R₁=L/2 و ho=0.002m بررسی میشود. شکل 5 تاکید میکند که با افزایش زاویه نیم راس مخروط در یک تابع توانی ثابت، از مقدار فرکانس بیبعد کاسته میشود.

شکل 6 اثر تغییر نسبت شعاع به ضخامت بر فرکانس بی بعد را با پارامترهای L=2R₁ و 30=γ نشان می دهد و تاکید می کند که افزایش این نسبت در یک توان ثابت، فرکانس بی بعد را کم می کند. در اینجا نیز شیب تغییرات فرکانس در نسبتهای کمتر از 250 بیشتر است و در نسبتهای بزرگتر از شیب تغییرات کاسته می شود.

شکل 7 اثر تغییر نسبت ضخامت هسته به رویه بر فرکانس بی بعد را در پارامترهای 7 اثر $\gamma=30$ ، $R_1=L/2$ ،L=100h در توانهای مختلف

تابع توانی و دمای محیط نشان میدهد. در توان صفر هسته کاملا سرامیکی است که با افزایش این نسبت بر سفتی هسته افزوده شده و باعث افزایش فرکانس بیبعد میشود. اما در توانهای بالاتر، در یک ضخامت ثابت در هسته، با افزایش نسبت از مقدار سرامیک کم و بر مقدار فلز افزوده میشود که سبب نرمتر شدن هسته و همچنین کاهش فرکانس بیبعد میشود. همچنین شکل 8، اثر تغییر نسبت ضخامت هسته به رویه بر فرکانس بیبعد را در دماهای مختلف نشان میدهد. در شکل 8، مشخص است که افزایش نسبت در دماهای مختلف و همچنین افزایش دما در یک نسبت ثابت سبب کاهش فرکانس بیبعد میگردد.

جدول 5 اثر تغییر دما بر مدول یانگ مواد Table 5 Effect of temperature variation on the Young modulus

| 1 | | 0 |
|-----------------|--------------|--------|
| Silicon Nitride | Zirconium | Т |
| | dioxide | |
| 322.27 (GPa) | 168.06 (GPa) | 300 K |
| 252.14 (Gpa) | 105.68 (GPa) | 1500 K |
| 21.76% | 37.11% | change |
| | | |



شکل 4 اثر تغییر نسبت طول به ضخامت بر فرکانس بی بعد



شکل 3 تغییر فرکانس بیبعد با تغییر زاویه نیم راس مخروط

701













Fig. 8 Effect of core to face-sheet thickness ratio on frequency in variable temperature (N=1)

شکل 8 تغییر فرکانس بیبعد با تغییر نسبت ضخامت هسته به رویه در دمای متغیر

شکل 9 و شکل 10 اثر توزیع تخلخل یکنواخت و غیر یکنواخت را بر تغییر فرکانس بیبعد نشان میدهند. همانطور که از این شکلها مشخص است، در

توانهای پایین با افزایش کسر حجمی تخلخل، فرکانس بیبعد افزایش مییابد اما با افزایش مقدار توان تابع توانی، شیب این فرآیند کاهش مییابد. در توانهای بالاتر، این اثر برعکس شده و فرکانس بیبعد کاهش مییابد. این افزایش و کاهش در حالت توزیع یکنواخت تخلخل، شدیدتر است.



جدول 6 تغییرات پارامتر فرکانس بیبعد در توزیع دماهای مختلف در راستای ضخامت سازه را نشان میدهد. همانطور که مشخص است، فرکانس بیبعد در حالت توزیع یکنواخت دما کمتر از حالت توزیع غیریکنواخت دما است که در دماهای بالاتر این اختلاف بیشتر میگردد. در توزیع یکنواخت تمام نقاط لایههای سازه ساندویچی یک دمای ثابت را تجربه میکنند اما در توزیع غیریکنواخت دما از سمت لایه فلزی به سمت لایه سرامیکی تغییر میکند. بنابراین استحکام سازه در حالت غیریکنواخت بیشتر از حالت یکنواخت است و فرکانس بیبعد افزایش مییابد.

5- نتيجەگىرى

در این مقاله، مطابق با یک تئوری مرتبه بالای پوسته ساندویچی، میدان جابهجایی رویهها بر اساس تئوری برشی مرتبه اول و میدان جابهجایی هسته بر اساس توابع چند جملهای مکعبی برای تغییر شکلهای عمودی و افقی در نظر گرفته شده است. ضرایب این چند جملهایها و ضرایب رویهها مجهول هستند. برای اصلاح تئوری مرتبه بالا، منتجههای مرتبه بالای تنش و

منتجههای تنش حرارتی، تنشهای درون صفحهای و تنشهای حرارتی هسته در نظر گرفته شده است. کرنشهای غیرخطی ون کارمن هم برای تنش حرارتی و هم تنش مکانیکی به کار برده شده تا معادلات دقیق تری بدست آیند که باعث پیچیدهتر شدن مساله گردیده است. همچنین خواص مواد رویهها و هسته وابسته به دما در نظر گرفته شده است. دو نوع توزیع تخلخل مختلف برای اصلاح توزیع تابع توانی در مدلسازی خواص مواد هدفمند هسته به کار برده شده است. سه توزیع دمای یکنواخت، خطی و غیرخطی برای مدلسازی اثر تغییرات دما در راستای ضخامت سازه ساندویچی در نظر گرفته شده است.

جدول 6 تغییرات فرکانس بیبعد با دما در توزیع دماهای مختلف Table 6 variation of the fundamental frequency in different temperature distribution

| توزيع غيرخطى | توزيع خطى | توزيع يكنواخت | To |
|--------------|-----------|---------------|-----|
| 3.285844 | 3.285844 | 3.285844 | 300 |
| 3.250263 | 3.232186 | 3.170598 | 500 |
| 3.203782 | 3.180468 | 3.063608 | 700 |
| 3.132157 | 3.128739 | 2.955692 | 900 |

معادلات حاکم بر حرکت براساس اصل انرژی همیلتون بدست آمده و از روش گلرکین برای حل آنها استفاده شده است. همچنین از یک روش کاهش مرتبه برای کاهش تعداد معادلات استفاده شده است. به منظور بررسی کارآیی این مدل در تحلیل ارتعاشات آزاد پوسته ساندویچی با هسته هدفمند متخلخل با تکیهگاه ساده در حالت خاص ایزوتروپیک نتایج با مراجع [38] و [39] و همچنین در حالت ساندویچی با هسته هدفمند با نتایج المان محدود مقایسه شده است. براساس نتایج بدست آمده تطابق خوبی بین روش به کار رفته در این مقاله و نتایج المان محدود و مراجع دیگر مشاهده شد. نتایج بدست آمده از این تحقیق به طور خلاصه در اینجا بیان میشود.

- افزایش دما خواص مکانیکی را کاهش میدهد در نتیجه با افزایش دما در یک تابع توانی ثابت، فرکانس بیبعد کم میشود.
 - با افزایش توان تابع توانی از مقدار فرکانس بیبعد کم می شود.
- در یک توان ثابت تابع توانی و در یک دمای ثابت، با افزایش نسبت طول به ضخامت سازه، فرکانس بی بعد کاهش می ابد.
 - با افزایش زاویه نیم راس مخروط، فرکانس بی بعد کم می شود.
- در توان ثابت تابع توانی و دمای ثابت با افزایش نسبت شعاع به ضخامت، فرکانس کاهش مییابد.
- اثر نسبت ضخامت هسته به رویه متفاوت است. در توان صفر که هسته سرامیکی است، با افزایش نسبت مقدار فرکانس زیاد میشود و با افزایش توان و کم شدن مقدار سرامیک، فرکانس کاهش مییابد. با افزایش این نسبت در دماهای بالا، فرکانس بی بعد با افت شدیدی مواجه میشود.
- در توانهای کمتر تابع توانی، با افزایش کسر حجمی تخلخل، فرکانس بیبعد افزایش مییابد اما با افزایش توان، این پدیده برعکس شده و فرکانس کاهش مییابد. این تغییرات در حالت توزیع یکنواخت شدیدتر است.

 فرکانسهای بیبعد در حالت توزیع غیریکنواخت دما بزرگتر از حالت یکنواخت است. بالاترین فرکانسهای بیبعد مربوط به توزیع دمای غیرخطی است.

6- فهرست علايم

- ^R1, R2 شعاع کوچک و بزرگ مخروط (m) T دما (K)
- ^u_{0j}, v_{0j}, w_{0j} جابهجاییهای صفحه میانی لایه در جهت طولی، محیطی و عرضی
 - t زمان(s)
 - $\ddot{u}_{j}, \ddot{v}_{j}, \ddot{w}_{j}$ مولفههای شتاب در رویهها و هسته
 - *m, n* شماره موج
 - علايم يونانى

| (kg | چگالی (³⁻ m | ρ |
|-------------------------------------|-------------------------|---|
| بتكاه مختصات منحني الخط | مولفەھاي دس | χ, ψ |
| ں مخروط | زاويه نيم راس | γ |
| ِ نرمال بر صفحه میانی حول محور طولی | چرخش بردار | ϕ_{χ} , ϕ_{ψ} |
| | و محیطی | |
| در رویهها و هسته | كرنش نرمال | $\varepsilon_{\chi}, \varepsilon_{\psi}, \varepsilon_{z}$ |
| در رویهها و هسته | كرنش برشى | $\gamma_{\chi\psi}, \gamma_{\psi z}, \gamma_{\chi z}$ |

- کر کا ۱۶ کا کرونا کا کرونا کا کا ۵ فرکانس طبیعی(HZ)
 - پارامتر فرکانس بیبعد $\overline{\omega}$ پارامتر فرکانس $\lambda_{\chi}, \lambda_{\psi}, \lambda_z$

ضريب پواسون v

بالانويسها

⁷ مربوط به منتجه حرارتی

زيرنويسها

j = i, o, c مربوط به رویههای پایین، بالا و هسته

7- مراجع

- Vinson, J.R, "Sandwich structures," Applied Mechanics Reviews, Vol. 54, No. 3, pp. 201-214, 2001.
- [2] Etemadi, E., Khatibi, A.A., Takaffoli, M., "3D finite element simulation of sandwich panels with a functionally graded core subjected to low velocity impact," Composite Structures, Vol. 89, No. 1, pp. 28-34, 2009.
- [3] Vafakhah, Z., Neya, B.N., "An exact three dimensional solution for bending of thick rectangular FGM plate," Composites Part B: Engineering, Vol. 156, pp. 72-87, 2019.
- [4] Hadi, A., Shakhesi, S., Ovesy, H.R., Fazilati, J., "Thermal Stability of FGM Cylindrical Shells on Pasternak Elastic Foundation under Axial Load" In Persian, Journal of Science and Technology of Composite, Vol. 5, No. 2, pp. 200-207, 2018.
- [5] Ghaheri, A. and Nosier, A., "Nonlinear forced vibrations of thin circular functionally graded plates," In Persian, Journal of Science and Technology of Composite, Vol. 1, No. 2, pp. 1-10, 2015.
- [6] Alibeigloo, A., "Three dimensional coupled thermoelasticity solution of sandwich plate with FGM core under thermal shock," Composite Structures, Vol. 177, pp. 96-103, 2017.
- [7] Ghasemi, A.R., Meskini, M., "Investigations on dynamic analysis and free vibration of FGMs rotating circular cylindrical shells," SN Applied Sciences, Vol. 1, No. 4, pp. 301, 2019.
- [8] Ebrahimi, F., Jafari, A., "A fourvariable refined shear deformation beam theory for thermomechanical vibration analysis of temperature dependent FGM beams with porosities," Mechanics of Advanced Materials and Structures, Vol. 25, No. 3, pp. 212-224, 2018.

نشریه علوم و فناوری **کا** *میو ز***یت**

Mechanics of Advanced Materials and Structures, Vol. 25, No. 2, pp. 155-165, 2018.

- [27] Malekzadeh, P., Fiouzb, A.R., Sobhrouyan, M., "Threedimensional free vibration of functionally graded truncated conical shells subjected to thermal environment", International Journal of Pressure Vessels and Piping, Vol. 89, oo. 210-221, 2012.
- [28] Sofiyev, A.H., Kuruoglu, N., "On a problem of the vibration of functionally graded conical shells with mixed boundary conditions", Composites Part B: Engineering, Vol. 70, pp. 122-130, 2015.
- [29] Zarei, M., Rahimi, G.H., "Free vibration analysis of grid stiffened composite conical shells," In Persian, Journal of Science and Technology of Composite, Vol. 4, No, 1, pp. 1-8, 2017.
- [30] Aghaei, N., TalebiTooti, M., "Free vibration analysis of nanotubereinforced composite conical shell in high temperature environment," In Persian, Amirkabir Journal of Mechanical Engineering, 2018.
- [31] Sofiyev, A.H., "Application of the first order shear deformation theory to the solution of free vibration problem for laminated conical shells," Composite Structures, Vol. 188, pp. 340-346, 2018.
- [32] Lam, K.Y., Li, H., Ng, T.Y., Chua, C.F. "Generalized differential quadrature method for the free vibration of truncated conical panels," Journal of Sound and Vibration, Vol. 251, No. 2, pp. 329-348, 2002.
- [33] Sheng, G.G., Wang, X., "Nonlinear response of fluid-conveying functionally graded cylindrical shells subjected to mechanical and thermal loading conditions," Composite Structures, Vol. 168, pp. 675-684, 2017.
- [34] Khalili, S.M., Mohammadi, Y., "Free vibration analysis of sandwich plates with functionally graded face sheets and temperature dependent material properties: A new approach," European Journal of Mechanics-A/Solids, Vol. 35, pp. 61-74, 2012.
- [35] Shen, H.S., "Functionally Graded Materials Nonlinear Analysis of Plates and Shells," New York: CRC Press, pp. 1-100, 2009.
- [36] Boutahar, L., Benamar, R., "A homogenization procedure for geometrically non-linear free vibration analysis of functionally graded annular plates with porosities, resting on elastic foundations," Ain Shams Engineering Journal, Vol. 7, No. 1, pp. 313-33, 2016.
- [37] Talebitooti, M., "Thermal effect on free vibration of ring-stiffened rotating functionally graded conical shell with clamped ends," Mechanics of Advanced Materials and Structures, Vol. 25, No. 2, pp. 155-65, 2018.
- [38] Li, FM., Kishimoto, K., Huang, W.H., "The calculations of natural frequencies and forced vibration responses of conical shell using the Rayleigh–Ritz method," Mechanics Research Communications, Vol. 36, No. 5, pp. 595-602, 2009.
- [39] Lam, K.Y., Hua, L., "Influence of boundary conditions on the frequency characteristics of a rotating truncated circular conical shell," Journal of Sound and Vibration, Vol. 223, No. 2, pp. 171-195, 1999.

- [9] Cong, P.H., Chien, T.M., Khoa, N.D., Duc, N.D., "Nonlinear thermomechanical buckling and post-buckling response of porous FGM plates using Reddy's HSDT," Aerospace Science and Technology, Vol. 77, pp. 419-428, 2018.
- [10] Barati, M.R., Shahverdi, H., "Aero-hygro-thermal stability analysis of higher-order refined supersonic FGM panels with even and uneven porosity distributions," Journal of Fluids and Structures, Vol. 73, pp. 125-136, 2017.
- [11] Jinseok, K., Kamil, Ż.K, Reddy, J.N., "Bending, free vibration, and buckling of modified couples stress-based functionally graded porous micro-plates," Composite Structures, Vol. 209, pp. 879-888, 2019.
- [12] Jafari, A., Yousefzadeh, S., Mohammadzadeh, A., "Hydroelastic vibration analysis of functionally graded circular plate in contact with bounded fluid by Ritz method," In Persian, Journal of Science and Technology of Composite, Vol. 5, No. 4, pp. 529-538, 2018.
- [13] Shaban, M., Alibeigloo, A., "Three-dimensional elasticity solution for sandwich panels with corrugated cores by using energy method," Thin-Walled Structures, Vol. 119, pp. 404-411, 2017.
- [14] yousefzadeh, S., Najafi, M., Akbari, A., "Dynamic response of FG rectangular plate in contact with stationary fluid under moving load," In Persian, Journal of Science and Technology of Composite, Vol. 6, No. 2, pp. 213-224, 2019.
- [15] Mohandes, M., Ghasemi, A.R "A new approach to reinforce the fiber of nanocomposite reinforced by CNTs to analyze free vibration of hybrid laminated cylindrical shell using beam modal function method," European Journal of Mechanics-A/Solids, Vol. 73, pp. 224-234, 2019.
- [16] Ghasemi, A.R., Mohandes, M., Dimitri, R., Tornabene, F., "Agglomeration effects on the vibrations of CNTs/fiber/polymer /metal hybrid laminates cylindrical shell," Composites Part B: Engineering. Vol. 167, pp.700-716, 2019.
- [17] Mohandes, M., Ghasemi, A.R., Irani, R.M., Torabi, K., Taheri, B.F. "Development of beam modal function for free vibration analysis of FML circular cylindrical shells," Journal of Vibration and Control, Vol. 24, No. 14, pp.3026-3035, 2018.
- [18] Malekzadeh, K., Rezaei, M.H, "Free Vibration and Static Bending Analysis of Curved Sandwich Panel with Magneto-Rheological Fluid Layer in Sheets using Improved High Order Sandwich Panel Theory," In Persian, Journal of Science and Technology of Composite, Vol. 1, No. 2, pp. 49-62, 2015.
- [19] MalekZadeh, K., Payganeh, G., Kardan, M., "Dynamic Response of Sandwich Panels with Flexible Cores and Elastic Foundation Subjected to Low-Velocity Impact," In Persian, Amirkabir Journal of Mechanical Engineering, Vol. 45, No. 2, pp. 27-42, 2013.
- [20] Khorshidi, K., Fallah, A., Siahpush, A., "Free vibrations analaysis of functionally graded composite rectangular na-noplate based on nonlocal exponential shear deformation theory in thermal environment," In Persian, Journal of Science and Technology of Composite, Vol. 4, No.1, pp. 109-120, 2017.
- [21] Moosaie, A., Panahi, K.H., "Exact solution of steady nonlinear heat conduction in exponentially graded cylindrical and spherical shells with temperature-dependent properties." In Persian, Journal of Science and Technology of Composite, Vol. 3, No.3, pp. 301-306, 2016.
- [22] Dehkordi, M.B., Khalili, S.M.R., "Frequency analysis of sandwich plate with active SMA hybrid composite face sheets and temperature dependent flexible core," Composite Structures, Vol. 1, pp. 408-4019, 2015.
- [23] Mohammadimehr, M., Mostafavifar, M., "Free vibration analysis of sandwich plate with a transversely flexible core and FG-CNTs reinforced nanocomposite face sheets subjected to magnetic field and temperature-dependent material properties using SGT," Composites Part B: Engineering, Vol. 94, pp. 253-270, 2016.
- [24] Chen, Y., Jin, G., Zhang, C., Ye, T., Xue, Y., "Thermal vibration of FGM beams with general boundary conditions using a higher-order shear deformation theory," Composites Part B: Engineering, Vol. 153, pp. 376-386, 2018.
- [25] Fazzolari, F., Fiorenzo, A., "Natural frequencies and critical temperatures of functionally graded sandwich plates subjected to uniform and non-uniform temperature distributions," Composite Structures, Vol. 121, pp. 197-210, 2015.
- [26] Talebitooti, M., "Thermal effect on free vibration of ring-stiffened rotating functionally graded conical shell with clamped ends,"