



بازتابش امواج آکوستیکی از پوسته‌های استوانه‌ای با ساختار کامپوزیتی چندلایه تقویت شده با الیاف در چیدمان حلزونی: ایزولاسیون، شناسایی و طبقه بندی مشخصه‌های رزونانسی و پدیده‌ی دوشاخگی

مجید رجبی

استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران
* تهران، صندوق پستی 13114-16846، majid_rajabi@iust.ac.ir

چکیده

اطلاعات مقاله

دریافت: 97/6/12

پذیرش: 97/9/25

کلیدواژگان:

پدیده ی بازتابش رزونانسی
شناسایی مشخصه های الاستیک ماده
امواج سطحی
انتشار امواج الاستیک

در مقاله‌ی حاضر، روش بسط تابع امواج به منظور مطالعه‌ی پدیده‌ی بازتابش امواج هارمونیک آکوستیکی از پوسته‌ی استوانه‌ای کامپوزیتی جداره ضخیم با ساختار تقویت شده با الیاف با چیدمان حلزونی و مستغرق در سیال ایده‌آل، استفاده می‌شود. یک روش تقریبی مبتنی بر مدل لایه ای در قالب فرمولاسیون فضای حالت و با استفاده از روش ماتریس انتقال، جهت حل رفتار الاستیک سه بعدی ناشی از بارگذاری آکوستیکی استفاده می‌گردد. با توجه به رفتار نامتقارن پدیده ی انتشار امواج بر روی لوله ی کامپوزیتی ناهمسانگرد مورد بررسی و با استفاده از تئوری بازتابش رزونانسی، میدان رزونانس بازتابشی سازه مستغرق درون سیگنال‌های امواج بازتابش یافته (فشار آکوستیکی)، از میدان بازتابش پس زمینه تفکیک گردیده و مشخصه های رزونانسی ایزوله می‌شود. سپس، مولفه‌های رزونانسی سازه بر اساس مود محیطی پایه، شماره‌ی زیر مود آن و جهت انتشار موج پایه در دو جهت راست‌گرد یا چپ‌گرد حول محور اصلی سازه تفکیک می‌شوند. در نهایت، با هدف کنترل کیفی، ارزیابی کمی و شناسایی مشخصه‌های موادی سازه، آنالیز حساسیت روی فرکانس‌های رزونانسی سازه‌ی کامپوزیتی گرفتاریت اپوکسی صورت می‌پذیرد.

Acoustic scattering from helically wounded fiber reinforced composite cylindrical shells: Resonance isolation, identification and classification and bifurcation phenomenon

Majid Rajabi

School of Mechanical Engineering, Iran University of Science and Technology, Tehran, Iran
*P.O.B. 16846-13114, Tehran, Iran, majid-rajabi@iust.ac.ir

Keywords

Resonance scattering phenomenon
Characterization of material elastic properties
Surface waves
Elastic wave propagation

Abstract

The method of wave function expansion is adopted to study the three dimensional scattering of a plane progressive harmonic acoustic wave incident upon an arbitrarily thick-walled helically filament-wound composite cylindrical shell submerged in and filled with compressible ideal fluids. An approximate laminate model in the context of the so-called state space formulation is employed for the construction of T -matrix solution to solve for the unknown modal scattering coefficients. Considering the nonaxisymmetric wave propagation phenomenon in anisotropic cylindrical components and following the resonance scattering theory (RST) which determines the resonance and background scattering fields, the stimulated resonance frequencies of the shell are isolated and classified due to their fundamental mode of excitation, overtone and style of propagation along the cylindrical axis (i.e., clockwise or anticlockwise propagation around the shell) and are identified as the helically circumnavigating waves. The solution is particularly used for the quantitative sensitivity analysis of excited resonance frequencies of an air-filled and water submerged Graphite/Epoxy cylindrical shell to the perturbation in the material's elastic constants.

1-مقدمه

وابستگی مشخصات رزونانسی سازه به مشخصات بالک ماده مانند ماتریس سختی، چگالی و پارامترهای هندسی به عنوان اساس تشکیل حل مسئله ی معکوس بازتابش استفاده می‌گردد تا با مرتبط ساختن طیف های اندازه گیری شده با طیف های نظری به دست آمده از مدلسازی در قالب الگوریتم های تکرار شونده، مشخصات مجهول استخراج گردد [10-15]

بیش از دو دهه از اولین گزارش های مبتنی بر استفاده از روش طیف نگاری تشدید صوتی به منظور ابزاری جهت شناسایی ویژگی های ماده و ارزیابی های غیر مخرب کیفیت مواد [1-6]، شناسایی از راه دور سازه های مستغرق [3,4,7] و پایش بر خط و بهنگام اجزای الاستیک [8,9]، می‌گذرد. در این تکنیک،

Please cite this article using:

برای ارجاع به این مقاله از عبارت زیر استفاده نمایید:

Rajabi, M., "Acoustic scattering from helically wounded fiber reinforced composite cylindrical shells: Resonance isolation, identification and classification and bifurcation phenomenon", In Persian, Journal of Science and Technology of Composites, Vol. 6, No. 1, pp. 167-178, 2019.

ی میکرومکانیکی حاکم بر این ساختارها که به صورت همسانگردی عرضی و یا ناهمسانگردی مونوکلینیک یا ارتوتروپیک حلزونی ظهور می یابد، امکان تعیین مشخصه های ساختاری، وضعیت سلامتی و یا واماندگی آنها، چالش بر انگیز است و گاهی تعیین پروتوکل های تست های غیر مخرب پیچیده و یا غیر ممکن می باشد. نویسندگان مقاله ی حاضر، به دنبال توسعه ی روش طیف نگاری تشدید صوت به منظور ایزولاسیون، شناسایی و طبقه بندی مشخصه های رزونانسی این نوع از سازه ها هستند و در نهایت، با ارائه ی یک آنالیز حساسیت، نشان داده می شود که تغییرات در مشخصه های الاستیک این سازه ها، چگونه خود را در مقدار فرکانس رزونانس های سازه با توجه به نوع و طبقه بندی و موج پایه ی آنها و جهت انتشار، آشکار خواهد کرد. بدین منظور، از روش حل توسعه یافته توسط نویسندگان این مقاله، مبتنی بر مدل تقریبی لایه لایه در قالب فرمولاسیون فضای حالت و با استفاده از روش ماتریس انتقال به منظور ایجاد ارتباط مابین شرایط مرزی دو رویه ی داخلی و خارجی پوسته با طول فرضی بسیار زیاد، استفاده خواهد گردید.

2- فرمولاسیون

شکل 1، هندسه ی حاکم بر مسیله ی تابش متمایل امواج آکوستیکی بر یک پوسته ی استوانه ای کامپوزیتی با ساختار الیاف پیچیده شده ی حلزونی را نمایش می دهد.

امواج با فرکانس ω و زاویه ی تابش α بر پوسته با شعاع داخلی a_0 و شعاع خارجی a_q می تابند. دستگاه مختصات کارتزین (x, y, z) با محور z منطبق بر محور اصلی سازه مشاهده می شود. همچنین، (r, θ) معرف دستگاه مختصات استوانه ای مربوطه است.

2-1- معادلات میدان آکوستیکی

بر اساس روش های استاندارد در آکوستیک نظری، معادلات میدان آکوستیکی در یک محیط سیال غیر ویسکوز و ایده آل که عملاً تحمل تنش های برشی را ندارد، به صورت زیر و بر اساس تابع پتانسیل سرعت قابل توصیف است [31].

$$\mathbf{v} = -\nabla\varphi, \quad p = \rho \frac{\partial\varphi}{\partial t}, \quad \nabla^2\varphi + k^2\varphi = 0, \quad (1)$$

که در روابط بالا، \mathbf{v} معرف بردار سرعت ذرات سیال، p معرف فشار آکوستیکی و ρ چگالی محیط می باشد. همچنین، $k = \omega / c$ معرف عدد موج مرتبط با امواج فشاری و c سرعت صوت در محیط است. حل معادلات بالا برای توابع پتانسیل سرعت حاکم بر امواج برخوردی، امواج بازتابش یافته و امواج نفوذ یافته در محیط سیال داخلی، با استفاده از روش جداسازی متغیرها، به صورت بسط فوریه با ضرایب مجهول قابل توصیف است که این ضرایب مجهول، با اعمال شرایط مرزی حاکم بر مرز مشترک مابین محیط سیال و جامد و حل مسئله ی مقدار مرزی مربوطه قابل استخراج می باشد. بر این اساس، برای تابع پتانسیل سرعت امواج برخوردی در دستگاه مختصات استوانه ای بکار رفته خواهیم داشت:

$$\varphi_{inc}(r, \theta, \omega) = \varphi_0 \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n i^n J_n(k_r r) \cos(n\theta) e^{i(k_z z - \omega t)}, \quad (2)$$

اجزای استوانه ای، به واسطه ی هندسه ی کانونی خود، به عنوان یکی از پر مصرف ترین المان ها در کاربردهای مهندسی می باشند. لذا در یک قرن اخیر، تحقیقات فراوانی در حوزه ی مدلسازی یا بررسی تجربی بازتابش امواج آکوستیکی از روی سازه های با هندسه ی استوانه ای مشاهده می شود. یکی از اولین فعالیت های در این حوزه، توسط فاران [16] به منظور مطالعه ی بازتابش امواج آکوستیک از روی استوانه های الاستیک همگن با روش بسط مودهای متعامد می باشد. فعالیت فاران، توسط فلکس [12]، برای بازتابش سه بعدی امواج غیر متعامد بر محور استوانه، توسعه یافته است. حجم انبوهی از فعالیت های در این حوزه، در مقالات مروری ارائه شده توسط گانارد [13]، ابرال [14] و وکسلر [15] یافت می شود.

استفاده ی روز افزون از ساختارهای ناهمسانگرد و یا ناهمگن، منجر به افزایش فعالیت های پژوهشی در دهه های اخیر در این حوزه گردیده است. هنرور و سینکلیر [17] روش حل دقیق مبتنی بر بسط مودهای متعامد برای مطالعه ی بازتابش امواج از استوانه ی با ساختار همسانگرد عرضی ارائه دادند. کادوچاک و لوفلر [18] مسئله ی بازتابش امواج آکوستیکی غیر متعامد را از روی ساختارهای استوانه ای چند لایه همسانگرد عرضی، حل نمودند. احمد و رحمان [19] به بررسی اثرات زاویه ی تابش امواج بر روی استوانه های با ساختار همسانگرد عرضی و استخراج زوایای بحرانی تابش پرداختند. هاشمی نژاد و رجبی [20] با استفاده از تکنیک تقریبی لایه لایه سازی، مسئله ی بازتابش امواج را برای پوسته های استوانه ای با ساختار ارتوتروپیک با هدف بررسی اثرات تغییرات در ماتریس سختی بر روی مشخصه های رزونانسی سازه، حل نمودند. آنها، پژوهش خود را به ساختارهای ارتوتروپیک چند لایه با هدف بررسی اثرات لغزش بین لایه ای و کیفیت اتصال چسبی واسط بر روی مشخصه های رزونانسی در امواج بازتابشی توسعه دادند [21]. لیدرمن و کاستلو [22] به شناسایی و طبقه بندی عیوب اتصالات چسبی با استفاده از مشخصه های بازتابشی امواج آکوستیک فراصوت پرداختند. لیدرمن و براگا [23] به بررسی شناسایی عیوب اتصالات چسبی در ورق های چندلایه ی غیر همسانگرد با استفاده از مشخصه های انتشار امواج فراصوت پرداختند. آگوناد و همکاران [24] با استفاده از روش خوشه بندی هیبرید فازی و الگوریتم های مبتنی بر جانداران زیستی، به مشخصه یابی و پیش بینی تابع بازتابش آکوستیکی از روی پوسته های استوانه ای کامپوزیتی تقویت شده با الیاف پرداختند. همچنین، نشان دادند که امواج گروه با سرعت نزدیک صفر مابین امواج محیطی تحریک شده به واسطه ی امواج آکوستیکی بر روی این پوسته های کامپوزیتی قابل ردیابی است [25]. همین گروه، با استفاده از آنالیز های طیفی و فرکانس - زمان، به مشخصه یابی پوسته های استوانه ای کامپوزیتی پرداختند [26, 27]. دانشجو و همکاران به مدلسازی فرایند نفوذ امواج آکوستیک از یک پوسته ی استوانه ای جداره ضخیم با ساختار کامپوزیتی چند لایه ی ارتوتروپیک در معرض جریان سیال در محیط پیرامونی آن نمودند [28]. طالبی و همکاران به مطالعه ی اثرات شرایط مرزی بر قابلیت ایزولاسیون صوتی سازه های کامپوزیتی متخلخل چند لایه نمودند [29]. همچنین، طالبی و همکاران، به بررسی تحلیلی قابلیت انتقال صوتی از پوسته های استوانه ای با ساختار کامپوزیتی چند لایه ی تقویت شده با الیاف پرداختند [30]. پوسته های استوانه ای کامپوزیتی با ساختار تقویت شده با الیاف، به سبب ارتقا قابل توجه مشخصات مکانیکی در عین کاهش وزن، در صنایع مختلف مورد استفاده و اقبال قرار می گیرند. به سبب ویژگی های پیچیده

که در آن، ماتریس های $[T_\sigma]$ و $[T_\epsilon]$ ، ماتریس های انتقال بردارهای تنش و کرنش بین دو دستگاه مختصات (r, θ, z) و (l, s, t) می باشد [32] و $[\bar{c}_{ij}]$ معرف ماتریس سختی در دستگاه مختصات اصلی ارائه شده در [32] می باشد.

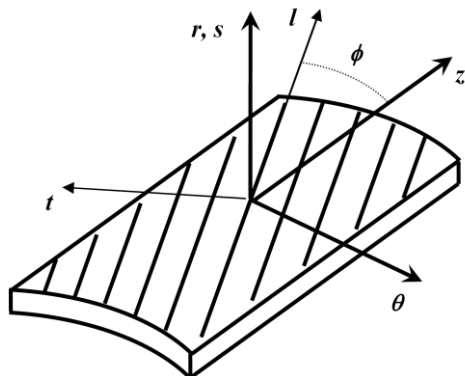


Fig. 2 Principle and cylindrical coordinate system
شکل 2 دستگاه مختصات اصلی و دستگاه مختصات استوانه ای

طبیعتا ماتریس سختی، شمایی از ناهمسانگردی مونوکلینیک را نشان می دهد.

3-2- معادلات حرکت پوسته

در یک محیط پیوسته با فرض برقراری شرایط الاستیسیته ی خطی، معادلات حرکت در غیاب نیروهای جسمی بر حسب مولفه های تنش، σ_{ij} ، به صورت زیر نوشته می شود [32]

$$\frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_{r\theta}}{r \partial \theta} + \frac{\partial \sigma_{rz}}{\partial z} + \frac{1}{r}(\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta}) = \rho_c \frac{\partial^2 u_r}{\partial t^2},$$

$$\frac{\partial \sigma_{r\theta}}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_{\theta\theta}}{r \partial \theta} + \frac{2}{r} \sigma_{r\theta} + \frac{\partial \sigma_{z\theta}}{\partial z} = \rho_c \frac{\partial^2 u_\theta}{\partial t^2},$$

(5)

$$\frac{\partial \sigma_{rz}}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_{\theta z}}{r \partial \theta} + \frac{\sigma_{rz}}{r} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} = \rho_c \frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2},$$

که ρ_c ، چگالی ماده و u_r ، u_θ و u_z مولفه های جابجایی در راستاهای r ، θ و z می باشند.

4-2- توصیف فضای حالت^۲ و حل

معادلات (5) را می توان در فضای حالت به صورت زیر بازنویسی کرد [33]

$$\frac{\partial \mathbf{Y}}{\partial r} = \mathbf{M}\mathbf{Y}, \tag{6}$$

که $\mathbf{Y} = [u_z, u_\theta, u_r, \sigma_{rr}, \sigma_{r\theta}, \sigma_{rz}]^T$ بردار حالت^۳ و \mathbf{M} یک ماتریس ضرایب 6×6 می باشد که اعضای آن قابل استخراج می باشد. برای حل دستگاه معادله ی دیفرانسیل (6)، با توجه به این نکته که برخلاف ساختارهای همسانگرد، صفحه ی xz برای میدان جابجایی و

که در رابطه ی بالا، φ_0 دامنه ی امواج برخوردی، $J_n(\cdot)$ معرف توابع بسل نوع اول، $\epsilon_n \cdot i = \sqrt{-1}$ ، $n > 0$ و برای $\epsilon_0 = 1$ و $k_r = k \cos \alpha$ و $k_z = k \sin \alpha$ ، $\epsilon_n = 2$ معرف عدد موج در محیط سیال خارجی یا محیط ۱ می باشد. برای میدان امواج بازتابش یافته از و نفوذ یافته به درون پوسته ی استوانه ای، توابع پتانسیل سرعت متناظر به صورت زیر قابل توصیف هستند

$$\varphi_1 = \sum_{n=0}^{\infty} \epsilon_n i^n [A_n(\omega) \cos(n\theta) + B_n(\omega) \sin(n\theta)] \times H_n^{(1)}(k_r r) e^{i(k_z z - \omega t)},$$

$$\varphi_2 = \sum_{n=0}^{\infty} \epsilon_n i^n [C_n(\omega) \cos(n\theta) + D_n(\omega) \sin(n\theta)] \times J_n(K_r r) e^{i(k_z z - \omega t)}, \tag{3}$$

که در روابط بالا، $H_n^{(1)}(\cdot) = J_n(\cdot) + iY_n(\cdot)$ معرف تابع هنکل نوع اول، (A_n, B_n) ضرایب مجهول امواج بازتابشی، (C_n, D_n) ضرایب مجهول امواج عبور یافته، که $K_r = \sqrt{K^2 - k_z^2}$ که $K = \omega / c_2$ موج در محیط سیال درونی یا همان محیط 2 می باشد.

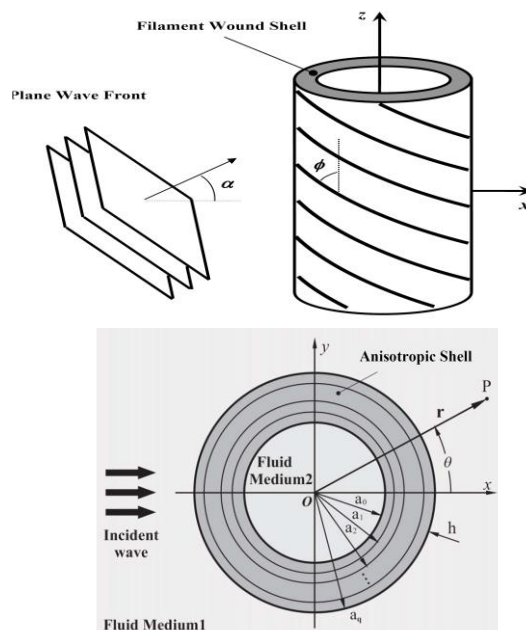


Fig. 1 Geometry of Problem

شکل 1 هندسه ی حاکم بر مسئله

2-2- ماتریس سختی

ماتریس سختی حاکم بر پوسته ی استوانه ای در دستگاه مختصات استوانه ای (r, θ, z) ، به صورت رابطه (۲) قابل استخراج است [32]

$$[c_{ij}] = [T_\sigma][\bar{c}_{ij}][T_\epsilon]^T, \tag{4}$$

¹ Neumann Factor
² State Space

³ State Vector

که

$$\left(\eta_{m-1} = \left[a_0 + (m-1)h_q \right] / a_q\right) \leq \eta \leq \left(\eta_m = \left[a_0 + mh_q \right] / a_q\right)$$

برآورد معادله ی (9) در شعاع خارجی لایه ی m ام، منجر به رابطه ی توالی (10) خواهد شد.

$$\mathbf{V}_n(\eta_m) = \mathbf{V}_n(\eta_{m-1}) \exp \left[h_q \mathbf{G}_n(\eta_{m-1}) / a_q \right], \quad m=1, \dots, q \quad (10)$$

که مقادیر متغیر های حالت را در شعاع خارجی لایه ی m ام، به مقادیر متناظر در شعاع داخلی آن مرتبط می سازد. در نهایت، با استفاده از شرایط پیوستگی بین لایه ای (پیوستگی بردار برهمکنش $\vec{t} = \sigma_r \hat{e}_r + \sigma_{r\theta} \hat{e}_\theta + \sigma_{rz} \hat{e}_z$ و پیوستگی بردار جابجایی $\vec{u} = u_r \hat{e}_r + u_\theta \hat{e}_\theta + u_z \hat{e}_z$)، بردار متغیرهای حالت مودال در شعاع خارجی پوسته ی استوانه ای ($r = a_q$) متناظر با $r = a_0 / a_q = 1$ ، به بردار حالت مودال در شعاع داخلی پوسته ($r = a_0$) متناظر با $r = a_0 / a_q = 1$ ، توسط یک ماتریس حالت 12×12 مودال، \mathbf{T}_n ، به صورت زیر مرتبط می گردد.

$$\mathbf{V}_n(\eta_q) = \mathbf{T}_n \mathbf{V}_n(\eta_0), \quad (11)$$

در جایی که $\mathbf{T}_n = \prod_{m=1}^q \exp \left[h_q \mathbf{G}_n(\eta_{m-1}) / a_q \right]$

6-2- شرایط مرزی

ضرایب مجهول (A_n, B_n) و (C_n, D_n) ، به علاوه ی متغیرهای مجهول بردارهای حالت مودال در شعاع داخلی پوسته ی استوانه ای، $\mathbf{V}_n(\eta_0) = [v_{z,n}^0, w_{\theta,n}^0, v_{r,n}^0, \Sigma_{rr,n}^0, w_{z,n}^0, v_{\theta,n}^0, w_{r,n}^0, \Gamma_{rr,n}^0]^T$ ، با اعمال شرایط مرزی مناسب در سطوح داخلی و خارجی پوسته استخراج می گردند. با فرض پیوستگی مولفه ی شعاعی بردار سرعت، برابری مولفه ی نرمال تنش و فشار سیال و نیز صرف نظر از مولفه های مماسی تنش در $r = a_0$ و $r = a_q$ ، خواهیم داشت.

$$\begin{aligned} (-i\omega) u_r(r, \theta, \omega) \Big|_{r=a_0, a_q} &= v_r(r, \theta, \omega) \Big|_{r=a_0, a_q}, \\ \sigma_{rr}(r, \theta, \omega) \Big|_{r=a_0, a_q} &= -p(r, \theta, \omega) \Big|_{r=a_0, a_q}, \\ \sigma_{r\theta}(r, \theta, \omega) \Big|_{r=a_0, a_q} &= \sigma_{rz}(r, \theta, \omega) \Big|_{r=a_0, a_q} = 0, \end{aligned} \quad (12)$$

در نهایت، با استفاده از (11) و جایگذاری در روابط (12) و استفاده از تعامد توابع مثلثاتی، خواهیم داشت.

تنش القایی در پوسته ی استوانه ای، دیگر یک صفحه ی تقارن نخواهد بود، بردار حالت، \mathbf{Y} ، به صورت بسط های نامتناهی زیر قابل توصیف خواهد بود [33]

$$\mathbf{Y} = \begin{Bmatrix} u_z \\ u_\theta \\ u_r \\ \sigma_{rr} \\ \sigma_{r\theta} \\ \sigma_{rz} \end{Bmatrix} = \sum_{n=0}^{\infty} \begin{Bmatrix} a_q \left[v_{z,n} \cos(n\theta) + w_{z,n} \sin(n\theta) \right] \\ a_q \left[v_{\theta,n} \cos(n\theta) + w_{\theta,n} \sin(n\theta) \right] \\ a_q \left[v_{r,n} \cos(n\theta) + w_{r,n} \sin(n\theta) \right] \\ c_{44} \left[\Sigma_{rr,n} \cos(n\theta) + \Gamma_{rr,n} \sin(n\theta) \right] \\ c_{44} \left[\Sigma_{r\theta,n} \cos(n\theta) + \Gamma_{r\theta,n} \sin(n\theta) \right] \\ c_{44} \left[\Sigma_{rz,n} \cos(n\theta) + \Gamma_{rz,n} \sin(n\theta) \right] \end{Bmatrix} \times e^{i(k_z z - \omega t)}, \quad (7)$$

با جایگذاری رابطه ی (7) در (6) و استفاده از خاصیت تعامد⁴ توابع مثلثاتی، خواهیم داشت

$$\frac{d\mathbf{V}_n}{d\eta} = \mathbf{G}_n(\eta) \mathbf{V}_n, \quad (8)$$

$$\mathbf{V}_n = [v_{z,n}, w_{\theta,n}, v_{r,n}, \Sigma_{rr,n}, \Gamma_{r\theta,n}, \Sigma_{rz,n}, w_{z,n}, v_{\theta,n}, w_{r,n}, \Gamma_{rr,n}, \Sigma_{r\theta,n}, \Gamma_{rz,n}]^T$$

که میانگر بردار حالت مودال و \mathbf{G}_n ماتریس ضرایب مودال 12×12 می باشد که اعضای آن، به عنوان تابعی از مختصه ی شعاعی بی بعد شده $\eta = r / a_q$ قابل استخراج است.

5-2- تشکیل ماتریس انتقال

در اینجا، به دنبال ارائه ی راه حل برای رابطه ی (8) می باشیم. برای این هدف، یک مدل تقریبی مورق⁵ مورد استفاده قرار می گیرد که در آن، پوسته ی استوانه ای به q لایه ی فرضی با ضخامت مساوی $h_q = h / q$ ($h = a_q - a_0$) ضخامت کل پوسته) تقسیم می گردد که شعاع خارجی لایه ی m ام، برابر با $a_m = a_0 + mh_q$ با احتساب $m=1, \dots, q$ می باشد.

تمامی این لایه های مجازی دارای محور تقارن مشترک (محور z دستگاه مختصات) بوده و شرایط پیوستگی کامل در فصول مشترک برقرار می باشد (شکل 1 ملاحظه گردد). با فرض اختیار کردن مقادیر کوچک برای ضخامت لایه های مجازی، ماتریس ضرایب \mathbf{G}_n را درون هر لایه ی مجازی مانند لایه ی m ام، با تقریب خوبی ثابت و برابر با مقدار آن در موقعیت شعاعی متناظر با شعاع داخلی لایه ی مجازی مورد نظر، $\mathbf{G}_n(\eta_{m-1})$ ، فرض می نماییم. در نتیجه، حل معادله ی (8) درون لایه ی m ام به صورت زیر قابل ارائه می باشد

$$\mathbf{V}_n(\eta) = \mathbf{V}_n(\eta_{m-1}) \exp \left[(\eta - \eta_{m-1}) \mathbf{G}_n(\eta_{m-1}) \right], \quad (9)$$

⁵ Laminate Approximate Model

⁴ Orthogonality

بیانگر بردار مجهولات مودال می باشد.

همچنین، اعضای ماتریس Z_n 12×12 و بردار W_n 12×1 .

در زیر ارائه گردیده اند

$$Z_n = \begin{bmatrix} P_{1,n} & 0 & T_n^{3,1} & T_n^{3,2} & T_n^{3,3} & T_n^{3,4} & 0 & 0 & T_n^{3,7} & T_n^{3,8} & T_n^{3,9} & T_n^{3,10} \\ 0 & P_{2,n} & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ P_{3,n} & 0 & T_n^{4,1} & T_n^{4,2} & T_n^{4,3} & T_n^{4,4} & 0 & 0 & T_n^{4,7} & T_n^{4,8} & T_n^{4,9} & T_n^{4,10} \\ 0 & P_{4,n} & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & T_n^{5,1} & T_n^{5,2} & T_n^{5,3} & T_n^{5,4} & 0 & 0 & T_n^{5,7} & T_n^{5,8} & T_n^{5,9} & T_n^{5,10} \\ 0 & 0 & T_n^{6,1} & T_n^{6,2} & T_n^{6,3} & T_n^{6,4} & 0 & 0 & T_n^{6,7} & T_n^{6,8} & T_n^{6,9} & T_n^{6,10} \\ 0 & 0 & T_n^{9,1} & T_n^{9,2} & T_n^{9,3} & T_n^{9,4} & P_{1,n} & 0 & T_n^{9,7} & T_n^{9,8} & T_n^{9,9} & T_n^{9,10} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & P_{2,n} & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & T_n^{10,1} & T_n^{10,2} & T_n^{10,3} & T_n^{10,4} & P_{3,n} & 0 & T_n^{10,7} & T_n^{10,8} & T_n^{10,9} & T_n^{10,10} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & P_{4,n} & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & T_n^{11,1} & T_n^{11,2} & T_n^{11,3} & T_n^{11,4} & 0 & 0 & T_n^{11,7} & T_n^{11,8} & T_n^{11,9} & T_n^{11,10} \\ 0 & 0 & T_n^{12,1} & T_n^{12,2} & T_n^{12,3} & T_n^{12,4} & 0 & 0 & T_n^{12,7} & T_n^{12,8} & T_n^{12,9} & T_n^{12,12} \end{bmatrix}, \quad (14)$$

$$Z_n X_n = W_n, \quad (13)$$

$$X_n = [A_n, C_n, v_{z,n}^0, w_{\theta,n}^0, v_{r,n}^0, \Sigma_{rr,n}^0, B_n, D_n, w_{z,n}^0, v_{\theta,n}^0, w_{r,n}^0, \Gamma_{rr,n}^0]^T$$

که در رابطه ی بالا،

که f_n ، معرف تابع فرم مودال می باشد که به صورت زیر بیان می گردد

$$f_n(\theta, k a_q) = \frac{2\varepsilon_n}{\sqrt{\pi i k a_q}} [A_n \cos(n\theta) + B_n \sin(n\theta)], \quad (16)$$

مشارکت بازتابش رزونانسی که تبیین کننده ی اثرات بروز رزونانس

ناشی از برهمکنش سازنده ی امواج سطحی بر روی پوسته می باشد، از

کسر اثرات میدان پس زمینه از تابع فرم مودال بدست می آید [14,13]

$$|f_n^{(res)}(\theta, k a_q)| = |f_n(\theta, k a_q) - f_n^{(b)}(\theta, k a_q)|, \quad (17)$$

که تابع فرم پس زمینه ی ذاتی به صورت زیر تعریف می گردند

$$f_n^{(b)}(\theta, k a_q) = \frac{2\varepsilon_n}{\sqrt{\pi i k a_q}} A_n^{(b)} \cos(n\theta), \quad (18)$$

که ضرایب بازتابش پس زمینه ی ذاتی به صورت زیر توصیف می گردند [34]

$$A_n^{(b)} = -\frac{k_r a_q J_n'(k_r a_q) - J_n(k_r a_q) \Omega_n}{k_r a_q H_n^{(1)'}(k_r a_q) - H_n^{(1)}(k_r a_q) \Omega_n}, \quad (19)$$

که در آن،

$$\Omega_n = \begin{cases} \frac{\rho_1 n^2 + Q(n\rho_c / \rho_2)}{\rho_c Q + (n\rho_c / \rho_2)} & n \neq 0 \\ \frac{4\rho_1}{\rho_2 - 4\rho_c \ln(b/a)} & n = 0 \end{cases} \quad (20)$$

$$Q = n \frac{1 + (b/a)^{2n}}{1 - (b/a)^{2n}}$$

در جاییکه

$$W_n = [P_{5,n}, 0, P_{6,n}, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]^T.$$

که المان های $P_{i,n}$ $i = 1, \dots, 6$ به صورت زیر می باشند

$$P_{1,n} = -k_r \varepsilon_n i^{n-1} H_n^{(1)'}(k_r a_q) / \omega a_q,$$

$$P_{2,n} = -K_r \varepsilon_n i^{n-1} J_n'(K_r a_0) / \omega a_q,$$

$$P_{3,n} = -\omega \rho_1 \varepsilon_n i^{n+1} H_n^{(1)}(k_r a_q) / c_{44},$$

$$P_{4,n} = \omega \rho_2 \varepsilon_n i^{n+1} J_n(K_r a_0) / c_{44},$$

$$P_{5,n} = \varphi_0 k_r \varepsilon_n i^{n-1} J_n'(k_r a_q) / \omega a_q,$$

$$P_{6,n} = \omega \rho_1 \varphi_0 \varepsilon_n i^{n+1} J_n(k_r a_q) / c_{44}.$$

و پارامترهای $T_n^{i,j}$ ($i, j=1, 2, \dots, 12$)، همان اعضای ماتریس

انتقال، T_n ، می باشند.

3-ضرایب بازتابش رزونانسی

برای استخراج ضرایب بازتابش رزونانسی، از تئوری میدان پس زمینه ی ذاتی که در فصول قبلی تشریح شده است، استفاده می گردد.

بدین منظور، تابع فرم استاندارد را به صورت زیر تعریف می نماییم [14,13]

$$|f_\infty(\theta = \pi, \omega)| \approx \lim_{r \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{2r}}{\sqrt{a_q}} \frac{|\varphi_1(r, \theta = \pi, \omega)|}{|\varphi_{inc}|} \quad (15)$$

$$= \left| \sum_{n=0}^{\infty} f_n(\theta = \pi, k a_q) \right|,$$

$$\phi_1^\pm(r, \theta, \omega) = \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n i^n A_n(\omega) H_n^{(1)}(k_r r) e^{i(k_z z \pm n\theta - \omega t)},$$

$$\phi_2^\pm(r, \theta, \omega) = \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n i^n B_n(\omega) J_n(K_r r) e^{i(k_z z \pm n\theta - \omega t)},$$

(24)

با جایگذاری روابط بالا در شرایط مرزی (12) و احتساب $\varphi_{inc} = 0$ ، به سادگی می توان نشان داد که معادله ی مشخصه ی انتشار امواج به صورت رابطه (25) یافت می گردد.

$$\Lambda_n^\pm \bar{\mathbf{X}}_n = \mathbf{0}, \quad (25)$$

که $\bar{\mathbf{X}}_n = [A_n, B_n, \bar{u}_{z,n}^0, \bar{u}_{\theta,n}^0, \bar{u}_{z,n}^1, \bar{u}_{\theta,n}^1]^T$ و ماتریس 6×6 Λ_n^\pm به صورت رابطه (26) می باشد.

$$\Lambda_n^\pm = \begin{bmatrix} 0 & \Lambda_{n,21}^\pm & -T_n^{\pm(1,1)} & -T_n^{\pm(1,2)} & 1 & 0 \\ 0 & \Lambda_{n,22}^\pm & -T_n^{\pm(2,1)} & -T_n^{\pm(2,2)} & 0 & 1 \\ \Lambda_{n,31}^\pm & \Lambda_{n,32}^\pm & -T_n^{\pm(3,1)} & -T_n^{\pm(3,2)} & 0 & 0 \\ \Lambda_{n,41}^\pm & \Lambda_{n,42}^\pm & -T_n^{\pm(4,1)} & -T_n^{\pm(4,2)} & 0 & 0 \\ 0 & \Lambda_{n,52}^\pm & -T_n^{\pm(5,1)} & -T_n^{\pm(5,2)} & 0 & 0 \\ 0 & \Lambda_{n,62}^\pm & -T_n^{\pm(6,1)} & -T_n^{\pm(6,2)} & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

(26)

که در آن،

$$\Lambda_{n,j2}^\pm = -T_n^{\pm(j,3)} \left(K_r \varepsilon_n i^{n-1} J_n'(K_r a_0) / \omega a_q \right) - T_n^{\pm(j,4)} \left(\omega \rho_2 \varepsilon_n i^{n+1} J_n(K_r a_0) / c_{44} \right), \quad j = 1, \dots, 6$$

$$\Lambda_{n,31}^\pm = K_r \varepsilon_n i^{n-1} J_n'(K_r a_0) / \omega a_q,$$

$$\Lambda_{n,41}^\pm = \omega \rho_2 \varepsilon_n i^{n+1} J_n(K_r a_0) / c_{44},$$

یادآور می شود که اندیس های 0 و 1 بیانگر مقادیر متغیرها در شعاع داخلی و خارجی سازه می باشد. پاسخ قابل قبول برای معادله ی مشخصه با احتساب شرط $Real \left\{ \Lambda_n^\pm \right\} = 0, Image \left\{ \Lambda_n^\pm \right\} = 0$ ، و جستجو برای ریشه های فرکانس- طول موج $(ka_q = \omega a_q / c_1, k_z a_q)$ ، استخراج می گردد.

4- مشخصات امواج انتشار یافته

با توجه به عدم برقراری شرایط تقارن در سازه های استوانه ای با ساختار مونوکلینیک، انتشار امواج در راستای محوری این سازه ها به دو دسته ی امواج حلزونی چپگرد⁶ و حلزونی راستگرد⁷ طبقه بندی می گردند (شکل 3-6 ملاحظه گردد). این امواج با فرکانس ω و طول موج $2\pi / k_z$ در راستای محوری و با زاویه ی $\psi = \tan^{-1}(k_z a / n)$ انتشار می یابند. معادلات حرکت حاکم بر این انتشار، همان معادلات (5) می باشد. بردار متغیرهای حالت به قرار زیر در نظر گرفته می شود [36,35]

$$\mathbf{Y}^\pm = \begin{Bmatrix} u_z \\ u_\theta \\ u_r \\ \sigma_{rr} \\ \sigma_{r\theta} \\ \sigma_{rz} \end{Bmatrix} = \sum_{n=0}^{\infty} \begin{Bmatrix} a_q \bar{u}_{z,n}(\eta) \\ a_q \bar{u}_{\theta,n}(\eta) \\ a_q \bar{u}_{r,n}(\eta) \\ c_{44} \bar{\sigma}_{rr,n}(\eta) \\ c_{44} \bar{\sigma}_{r\theta,n}(\eta) \\ c_{44} \bar{\sigma}_{rz,n}(\eta) \end{Bmatrix} e^{-i(k_z z \pm n\theta - \omega t)}, \quad (21)$$

که نشانه ی + برای انتشار راستگرد و نشانه ی - برای انتشار چپگرد می باشد. با اتخاذ استراتژی مشابه آنچه در حل مسئله ی بازتابش در نظر گرفته شد، بردار متغیرهای حالت در شعاع خارج و داخل لایه ی فرضی m ام، به صورت زیر مرتبط می گردند

$$\bar{\mathbf{V}}_n^\pm(\eta_m) = \exp \left[h_q \mathbf{G}_n^\pm(\eta_{m-1}) / a_q \right] \bar{\mathbf{V}}_n^\pm(\eta_{m-1}), \quad (22)$$

که $\bar{\mathbf{V}}_n = [\bar{u}_{z,n}, \bar{u}_{\theta,n}, \bar{u}_{r,n}, \bar{\sigma}_{rr,n}, \bar{\sigma}_{r\theta,n}, \bar{\sigma}_{rz,n}]^T$ معرف بردار حالت مودال و اعضای ماتریس $\mathbf{G}_n^\pm(\eta)$ ، به سادگی قابل استخراج می باشند.

ماتریس انتقال کلی که متغیرهای حالت مودال را در شعاع خارجی و داخلی سازه ی استوانه ای به صورت $\bar{\mathbf{V}}_n^\pm(\eta_q) = \bar{\mathbf{T}}_n^\pm \bar{\mathbf{V}}_n^\pm(\eta_0)$ به یکدیگر مرتبط می سازد، به صورت زیر ساخته می شود.

$$\bar{\mathbf{T}}_n^\pm = \prod_{m=1}^q \exp \left[h_q \mathbf{G}_n^\pm(\eta_{m-1}) / a_q \right], \quad (23)$$

توابع پتانسیل امواج ساطع شده و عبور یافته نیز به صورت زیر تعریف می گردند.

⁸ Helix Angle

⁶ Helically Clockwise

⁷ Helically Anti-Clockwise

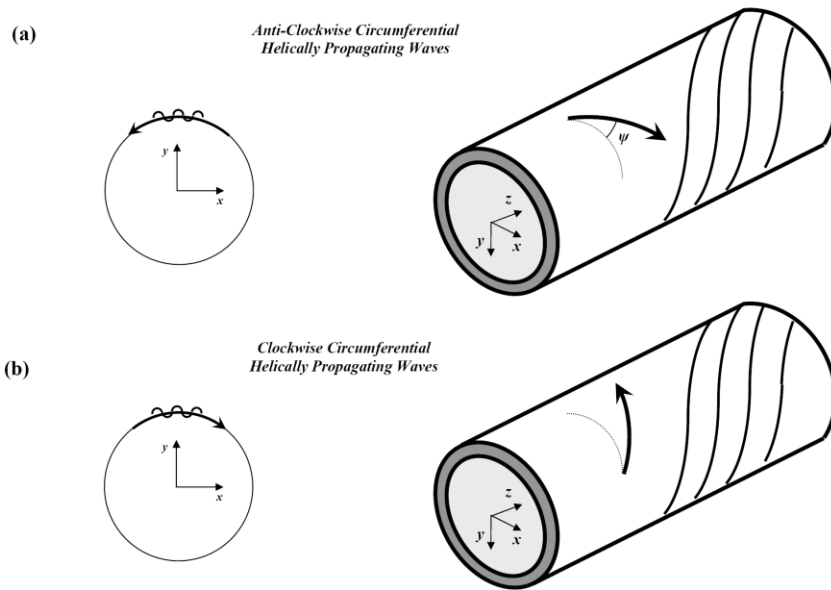


Fig. 3 Classification of wave propagation styles on the composite structure

شکل 3 طبقه بندی انتشار امواج بر سازه ی کامپوزیتی

5- نتایج عددی

همانطوری که از مشخصات ارائه شده در این جدول برای پوسته ی کامپوزیتی مشخص است، درجه ی ناهمسانگردی پوسته از نوع همسانگرد عرضی می باشد که در صفحه ی ts به عنوان صفحه ی همسانگردی¹، تساوی های $E_t = E_s$, $G_{ts} = G_{st}$, $\nu_{ts} = \nu_{st}$ و $G_{ts} = 0.5E_t / (1 + 2\nu_{ts})$ برقرار است.

به منظور اعتبار سنجی مدل ارائه شده، تابع فرم بازتابش برای یک پوسته ی کامپوزیتی Boron/Aluminum در حالت بازتابش مایل مورد بررسی و نتایج حاصله در تطابق با شکل 7(a) مرجع [3] به دست آمد. همچنین، منحنی های مشخصه ی انتشار امواج در یک پوسته ی استوانه ای کامپوزیتی با ساختار مونوکلینیک در قیاس با نتایج مندرج در شکل 1 مرجع [38] حاصل گردید.

قبل از آغاز فرایند شناسایی و طبقه بندی رزونانس ها برای مسئله ی بازتابش امواج آکوستیک حاضر، مرور مختصری بر تئوری بازتابش رزونانسی کلاسیک مفید خواهد بود. همانطوری که قبلاً ذکر گردید، این تئوری بیانگر وجود یک میدان رزونانسی تلفیق شده با یک میدان غیر رزونانسی در طیف فرکانسی میدان آکوستیک بازتابش یافته می باشد. میدان رزونانسی حاوی تمامی مشخصات رزونانسی سازه ی هدف شامل فرکانس های رزونانس و پهنای باند مربوطه می باشند. این میدان، متشکل از اثرات رزونانس های برانگیزش یافته ی سازه که در نتیجه ی برهمکنش سازنده ی امواج سطحی منتشر شده بر روی سازه و رویداد شرایط تطابق فاز ظهور می نمایند، می باشد. امواج سطحی، از هر نقطه ی برخورد امواج تابشی و سطح سازه ساطع شده و در مسیر های بسته ی محیطی یا حلزونی (وابسته به زاویه ی برخورد امواج) بر روی سطح سازه ی استوانه ای حرکت می نمایند.

به منظور بررسی تئوری های توسعه یافته، چند مثال عددی را مورد مطالعه قرار می دهیم. نمونه ی مورد بررسی، یک پوسته ی کامپوزیتی ساخته شده از Graphite/Epoxy (AS4/3501-6) که الیاف تقویت کننده در راستای محوری و به صورت حلزونی با زاویه ی پیش معین، به دور آن تنیده شده است. پوسته ی مورد نظر، مستغرق در آب خالص⁹ و پر شده از هوا در شرایط اتمسفر در نظر گرفته می شود. مشخصات الاستیک پوسته و سیالات پیرامون و درونی در جدول 1 ارائه شده است [37]

جدول 1 مشخصات الاستیک پوسته ی کامپوزیتی و سیالات احاطه کننده
Table 1 Material properties of composite shell and environmental fluids

آب
$\rho_1 = 1000 \text{ kg/m}^3, c_1 = 1480 \text{ m/s}$
هوا
$\rho_2 = 1.2 \text{ kg/m}^3, c_2 = 340 \text{ m/s}$
گرافیت - اپوکسی AS4/3501-6
$\rho_c = 1600 \text{ kg/m}^3$
$E_t = 138 \times 10^9 \text{ N/m}^2$
$E_t = E_s = 8.9 \times 10^9 \text{ N/m}^2$
$G_{ts} = 2.89 \times 10^9 \text{ N/m}^2$
$G_{tt} = G_{ss} = 5.17 \times 10^9 \text{ N/m}^2$
$\nu_{ts} = 0.54, \nu_{tt} = \nu_{ss} = 0.3$

¹⁰ Isotropy Plane

⁹ Degasified Water

میدان کل استخراج می گردند، برای پوسته ی استوانه ای کامپوزیتی Graphite/Epoxy مورد بررسی با ضخامت $h/a_q = 0.05$ و زاویه ی پیچش الیاف $\phi = 45^\circ$ برای زاویه ی برخورد $\alpha = 5^\circ$ و برای مود های انتخابی $n = 2$ و $n = 5$ نشان می دهد. همانطوری که دیده می شود، طیف های مودال بازتابشی به جز در بازه های رزونانسی برانگیزش یافته، در تطابق کامل با میدان پس زمینه می باشد. همچنین، در نواحی رزونانسی، رزونانس ها به وضوح ایزوله شده اند. هر قله ی دیده شده در طیف رزونانسی متعلق به یک رزونانس خاص سازه می باشد که با قیاس با نقاط تقاطع منحنی های مشخصه ی انتشار امواج در اشکال 4 (a) و (b) با خط بازتابش $k_z a_q = k_z a_q \sin \alpha$ رزونانس های $(2,1)^-$ ، $(2,2)^+$ ، $(2,3)^+$ ، $(2,4)^-$ و $(5,1)^-$ ، $(5,2)^+$ و $(5,3)^+$ شناسایی و طبقه بندی می گردند.

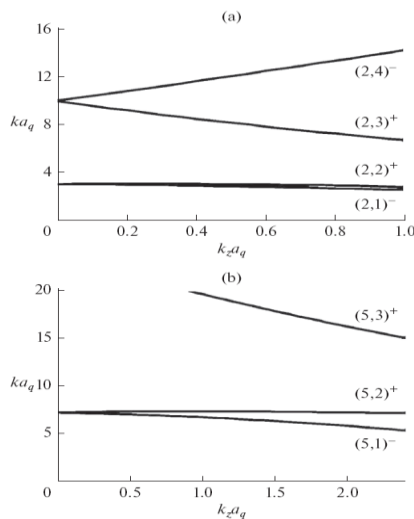


Fig. 4 The dispersion curves (frequency spectra) associated to an air-filled and water submerged Graphite/Epoxy cylindrical shell with $h/a_q = 0.05$, filament wound angle $\phi = 45^\circ$, for selected mode numbers (a) $n = 2$, and (b) $n = 5$.

شکل 4 منحنی های مشخصه ی انتشار امواج در پوسته ی استوانه ای Graphite/Epoxy با زاویه ی الیاف $\phi = 45^\circ$ و ضخامت $h/a_q = 0.05$ به ازای مود های $n=2$ (a) و $n=5$ (b)

مسیرهای محیطی در نتیجه ی تابش نرمال (زاویه ی تابش صفر) و مسیرهای حلزونی در نتیجه ی تابش غیر نرمال تشکیل می گردند. زاویه ای که مسیر حلزونی با سطح مقطع سازه می سازد، در وابستگی مستقیم به سرعت فاز امواج سطحی منتشر شده بر روی سازه به صورت $\Psi = \tan^{-1} \left\{ \left[(\omega a / nc_{ph})^2 - 1 \right]^{1/2} \right\}$ می باشد که $k_z = k \sin \alpha$ و $c_{ph} = \omega / \left[k_z^2 + (n/a)^2 \right]^{1/2}$ سرعت فاز و عدد موج در راستای محوری می باشد. میدان غیر رزونانسی یا پس زمینه نیز با تغییرات آرام (غیر تکین) نسبت به فرکانس و تابعی از چگالی و مشخصات هندسی سازه می باشد که در برهمکنش های گذرای میدان تابشی با سازه، سریع تر از میدان رزونانسی، خود را بر روی گیرنده ظاهر می کند.

حال، در پی انجام شناسایی و طبقه بندی رزونانسی بر اساس منحنی های مشخصه ی انتشار امواج در پوسته می باشیم که تصویر دقیق تری از مشخصات رزونانس های انعکاس یافته در طیف های فرکانسی میدان بازتابشی در اختیار می دهد.

بدین منظور، اشکال 4 (a) و (b)، منحنی های مشخصه ی انتشار امواج (منحنی های اتلاف: فرکانس انتشار، ka_q ، بر حسب عدد موج محوری انتشار، $k_z a_q$)، را برای پوسته ی کامپوزیتی مورد مطالعه با ضخامت $h/a_q = 0.05$ و زاویه ی الیاف $\phi = 45^\circ$ به ازای مود های انتخابی $n = 2$ (a) و $n = 5$ (b) در بازه ی فرکانسی $0 < ka_q < 20$ نمایش می دهد. شاخه های رزونانسی متناظر با موجک های مختلف، توسط علائم (n, l) کلاسه بندی می گردد که n معرف عدد مود اصلی و دومی، $l = 1, 2, 3, \dots$ بیانگر شماره ی تن مربوطه در آن مود ارتعاشی می باشد. علائم + و - نماینده ی حالات انتشار راستگرد و چپگرد امواج از منظر مشاهده گر واقع بر روی سطح مقطع سازه ی استوانه ای می باشد. همانطوری که

ملاحظه می گردد، یک پدیده ی جالب در ارتباط با وقوع دوشاخگی طیف های فرکانسی منحنی های مشخصه، به ازای مقادیر غیر صفر عدد موج محوری، $k_z \neq 0$ ، دیده می شود. به عنوان مثال، طیف های مرتبط با $(2,1)^-$ و $(2,2)^+$ ، $(2,3)^+$ و $(2,4)^-$ و $(5,1)^-$ و $(5,2)^+$ ، دو به دو، از یک فرکانس معین و یکسان نشأت گرفته اند که به ازای آن فرکانس ها، با یک انتشار موج کاملا محیطی با زاویه ی شارش¹¹ صفر، $\Psi = 0$ ، روبرو خواهیم بود. این پدیده ی جدایش، بدین صورت تفسیر می گردد که به ازای زوایای شارش صفر، شرایط تقارن کامل برای دسته امواج منتشر شده ی راستگرد و چپگرد برقرار می باشد، در صورتی که در حالت انتشار در زوایای شارش غیر صفر، مشخصات الاستیک موثر سازه در راستای انتشار و جهات قطبش برای دسته امواج راستگرد و چپگرد متفاوت می باشد.

شکل 5 (a) و (b)، تغییرات فرکانسی دامنه ی تابع فرم مودال، دامنه ی میدان پس زمینه مودال و دامنه ی میدان رزونانسی مودال ایزوله شده را که در نتیجه ی کسر میدان پس زمینه از

¹¹ Helix Angle

های معکوس استخراج مشخصات، آگاهی از رتبه بندی و مقدار حساسیت رزونانس ها به مشخصات مورد آنالیز می باشد. به عبارتی، انجام یک آنالیز حساسیت^{۱۴} بر روی مدل ضروری به نظر می رسد. در اینجا، یک ارزیابی حساسیت کمی، برای پوسته ی کامپوزیتی Graphite/Epoxy با ضخامت $h/a_q = 0.05$ و در زاویه ی تابش $\alpha = 5^\circ$ که رزونانس های آن در شکل ۶ مورد شناسایی و طبقه بندی قرار گرفته اند، ارائه خواهد شد. برای این منظور، ثوابت الاستیک مهندسی سازه ی کامپوزیتی، رزونانسی، با معرفی کمیت بی بعد پارامتر حساسیت^{۱۵} به صورت $100\% \left(\delta ka_q / ka_q \right) / \left(\delta P / P \right)$ مورد بررسی قرار می گیرد. کمیت حاضر، بیانگر نسبت درصد تغییرات فرکانس رزونانس نرمال شده به درصد تغییرات کمیت مورد آنالیز نرمال شده می باشد. اشکال 1-7 الی 4-7، مقدار پارامتر حساسیت را برای رزونانس های اصلی تحریک شده، به ازای تغییرات E_t : (a)، E_t : (b)، G_{lt} و G_{ls} : (c)، V_{lt} : (d) یا V_{ls} نشان می دهد. مشاهدات به عمل آمده در ادامه با در نظر گرفتن این واقعیت که تفسیر دقیق هر رویداد و هر ویژگی منحصر به فرد نیازمند بررسی نحوه ی قطبش میدان تنش-کرنش، میدان جابجایی و مشخصات انتشار موج مربوط به مود رزونانسی مربوطه می باشد، مورد مرور قرار می گیرد. این نکته لازم به ذکر است که تغییرات در فرکانس رزونانس های مورد مطالعه، در نتیجه ی وابستگی سرعت فاز انتشار آنها به آن مشخصه ی الاستیک سازه می باشد.

در نهایت، اثرات تغییرات ثوابت پواسون، V_{lt} و V_{ls} ، بر روی فرکانس های رزونانس در شکل 4-7 نشان داده شده است. همانطور که ملاحظه می گردد، سومین و چهارمین تن های مرتبط با مود های $n=1$ و $n=2$ ، مقدار حساسیت مثبتی را نشان می دهد که به معنای ارتباط مستقیم^{۱۴} مابین تغییرات پارامتر هدف و فرکانس های رزونانس می باشد. در عوض، تن های اول و دوم (البته به جز تن های متعلق به مودهای $n=1$ و $n=2$)، مقدار منفی برای پارامتر حساسیت نشان می دهد که به معنای رابطه ی معکوس^{۱۵} مابین تغییرات پارامتر هدف و فرکانس های رزونانس می باشد. آنچه که در این اشکال دیده می شود، مقدار پارامتر حساسیت نسبت به ثوابت پواسون، به مقدار ۱ مرتبه از مقدار پارامتر حساسیت نسبت به سایر ثوابت کمتر می باشد.

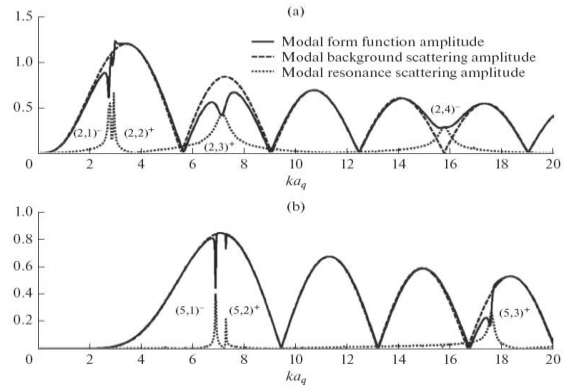


Fig. 5 The variation of the modal form function amplitude, its corresponding background scattering amplitude and the isolated resonance scattering amplitude associated to selected mode numbers (a) $n=2$, and (b) $n=5$, of an air-filled and water submerged Graphite/Epoxy cylindrical shell with $h/a_q = 0.05$,

$\phi = 45^\circ$, at angle of incidence $\alpha = 5^\circ$, with respect to nondimensional frequency, ka_q .

شکل 5 ایزولاسیون رزونانسی طیف های بازتابش مودال پوسته ی استوانه ای Graphite/Epoxy با زاویه ی تابش $\phi = 45^\circ$ و ضخامت $h/a_q = 0.05$ به ازای مود های $n=2$ (a) و $n=5$ (b)

با بکارگیری شیوه ی مرسوم شناسایی بر روی میدان بازتابشی از سازه های استوانه ای Graphite/Epoxy به ازای زاویه ی برخورد $\alpha = 5^\circ$ و در ضخامت $h/a_q = 0.05$ و انجام طبقه بندی رزونانسی مبتنی بر جهت انتشار، شکل ۶ استخراج می گردد. در این شکل، رزونانس ها به صورت موجک های $(n,l)^\pm$ طبقه بندی گردیده اند. همانطوری که دیده می شود، رزونانس های $(1,1)^-$ و $(1,2)^+$ ، به دلیل نزدیکی بیش از حد به یکدیگر، به سادگی قابل تفکیک نمی باشند و تشخیص آنها، تنها به واسطه ی منحنی های مشخصه ممکن گردیده است.

همانطور که قبلاً ذکر گردید، رزونانس ها معرف اثرات انگشت سازه بوده و هر ماده با هندسه ی مخصوص خود، دارای مشخصات رزونانسی منحصر به فرد است. برای اهدافی همچون استخراج مشخصات ماده یا در کاربردهای پیش کیفیت تولید و غیره، این رزونانس ها برای ارزیابی مشخصات مختلف سازه ها بکار می روند. نکته ی حائز اهمیت در فرایند

¹⁴ Positive Correlation or Direct Relationship
¹⁵ Negative Correlation or Inverse Relationship

¹² Sensitivity Analysis
¹³ Sensitivity Parameter

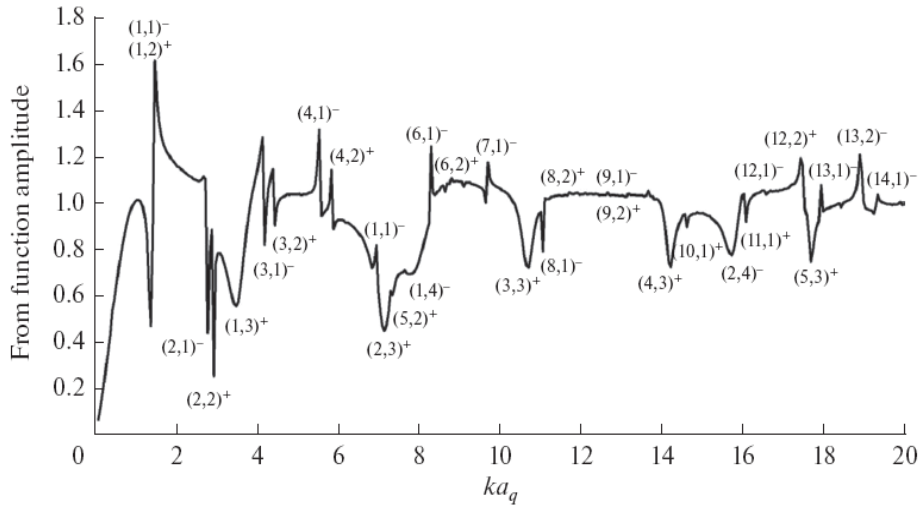


Fig. 6 The normalized backscattered form function amplitude of an air-filled and water submerged Graphite/Epoxy cylindrical shell with $h/a_q = 0.05$ thickness, $\phi = 45^\circ$, excited at angle of incidence, $\alpha = 5^\circ$. The resonance frequencies are isolated and identified according to their fundamental mode, overtone number, direction of corresponding propagating wave mode.

شکل 6 شناسایی نوین طیف فرکانسی بازتابش از پوسته ی استوانه ای Graphite/Epoxy با زاویه ی یاف $\phi = 45^\circ$ و ضخامت $h/a_q = 0.05$ به ازای زاویه ی تابش $\alpha = 5^\circ$

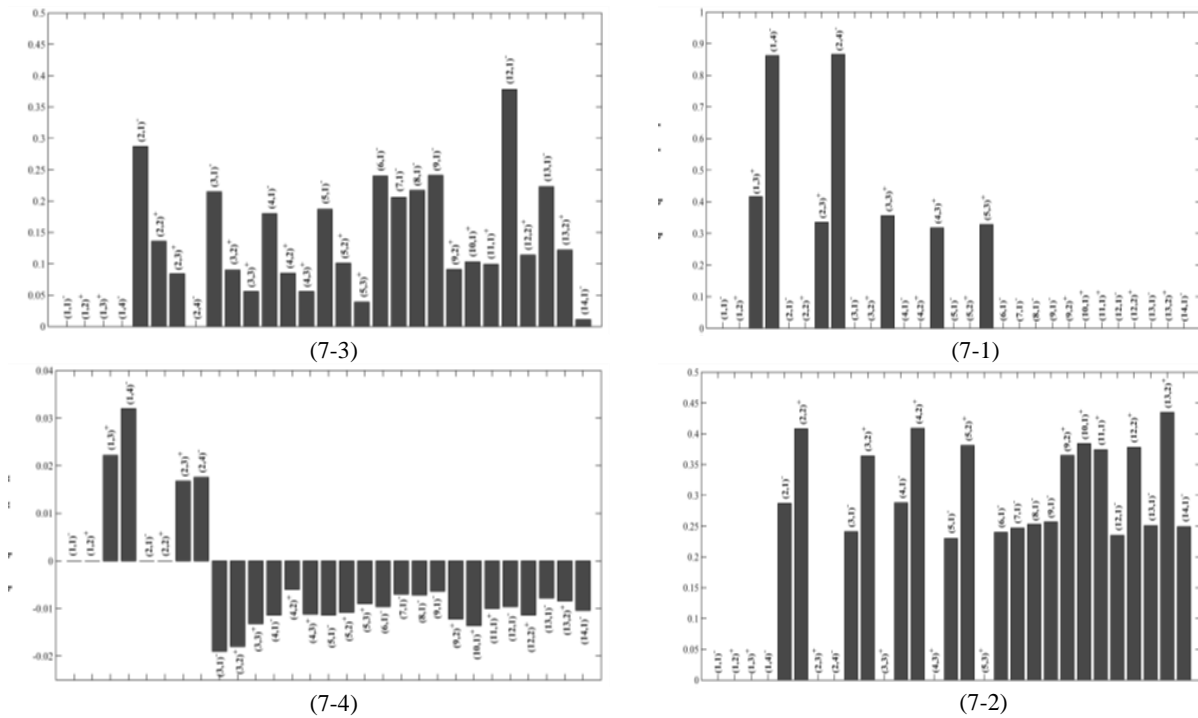


Fig.7 The nondimensional sensitivity of resonance frequencies with respect to material elastic constants $(\delta ka_q / ka_q) / (\delta P / P) \times 100\%$ of an air-filled and water submerged Graphite/Epoxy cylindrical shell with thickness, filament angle ϕ , with respect to variations of (7-1), (7-2), (7-3), (7-4)

پوسته ی استوانه ای کامپوزیتی به ضخامت ϕ ، زاویه ی یاف ϕ ، بر حسب تغییرات (7-1)، (7-2)، (7-3)، (7-4).

شکل 7 پارامتر حساسیت فرکانس های رزونانس، نسبت به تغییرات مشخصات مواد $(\delta ka_q / ka_q) / (\delta P / P) \times 100\%$

6- جمع بندی

در مقاله ارائه شده، به بررسی پدیده ی بازتابش امواج آکوستیک از روی یک پوسته ی استوانه ای جداره ضخیم کامپوزیتی با ساختار الیاف با چیدمان حلزونی با هدف ایزولاسیون و شناسایی و طبقه بندی مشخصه های رزونانسی پرداخته شد. سپس، رویکردی نوین به منظور طبقه بندی مشخصه های رزونانسی بر حسب نحوه ی انتشار امواج پایه ی مربوطه مبتنی بر حل مسئله ی انتشار امواج ارائه شد. در نهایت با انجام آنالیز حساسیت، نشان داده شد که همواره دسته ای از رزونانس های سازه ای، حساسیت قابل رصد نسبت به تغییرات مشخصه های الاستیک سازه را از خود نشان می دهند که تعیین آنها، می تواند در امر مشخصه یابی این دسته از مواد، ارزیابی های کیفی و پایش سلامت سازه ای را تسهیل می نماید.

7- مراجع

- of Isotropic and Transversely Isotropic Layers”, Journal of Acoustical Society of America, Vol. 99, pp. 2545-2574, 1996.
- [19] Ahmad, F., Rahman, A., “Acoustic Scattering by Transversely Isotropic Cylinders”, International Journal of Engineering Science, Vol. 38, pp. 325-335, 2000.
- [20] Hasheminejad, S.M., Rajabi, M., “Acoustic Scattering Characteristics of Thick-Walled Orthotropic Cylindrical Shell at Oblique Incidence”, Ultrasonics, Vol. 47, pp. 32-48, 2007.
- [21] Rajabi, M., Hasheminejad, S.M., “Acoustic Resonance Scattering from a Multilayered Cylindrical Shell with Imperfect Bonding”, Ultrasonics, Vol. 7, pp. 143-158, 2009.
- [22] Leiderman, R., Castello, D.A., “Detecting and Classifying Interfacial Defects by Inverse Ultrasound Scattering Analysis”, Wave Motion, Vol. 65, pp. 119-129, 2016.
- [23] Leiderman, R., Braga, A.M.B., “Scattering of Guided Waves by defective adhesive bonds in multilayer anisotropic plates”, Wave Motion, Vol. 74, pp. 93-104, 2017.
- [24] Agounad, S., Aassif, E.H., Khandouch, Y., Maze, G., Décultot, D., “Characterization and Prediction of the Backscattered form Function of an Immersed Cylindrical Shell using Hybrid Fuzzy Clustering and Bio-Inspired Algorithms”, Ultrasonics, Vol. 83, pp. 222-235, 2018.
- [25] Agounad, S., Aassif, E.H., Khandouch, Y., Décultot, D., Maze, G., Elhanaoui, A., “Acoustic Scattering from Immersed Composite Cylindrical Shells: Existence of zero group velocity circumferential waves”, Composite Structures, Vol. 182, pp. 12-24, 2017.
- [26] Agounad, S., Aassif, E.H., Khandouch, Y., Maze, G., Décultot, D., “Investigation into the Bistatic Evolution of the Acoustic Scattering from a Cylindrical Shell using Time-Frequency Analysis”, Journal of Sound and Vibration, Vol. 412, pp. 148-165, 2018.
- [27] Agounad, S., Aassif, E.H., Khandouch, Y., Décultot, D., Maze, G., “Scattering of an Acoustic Wave by Composite Cylindrical Shells: Influence of Inner and Outer Layer Thicknesses on the Circumferential Waves”, Composite Structures, Vol. 187, pp. 439-453, 2018.
- [28] Daneshjou, K., Talebitooti, R., Tarkashvand, A., “Investigating on Sound Transmission Through Thick-Walled Cylindrical Shells using 3D-Theory of Elasticity in the Presence of External and Mean Air-Gap Flow”, Journal of Vibration and Control, Vol. 24, pp. 975-1000, 2018.
- [29] Talebitooti, R., Zarastvand, M.R., Gohari, H.D., “The Influence of Boundaries on Sound Insulation of the Multilayered Aerospace Poroelastic Composite Structure”, Vol. 80, pp. 452-471, 2018.
- [30] Talebitooti, R., Khameh, M.C., Ahmadi, R., “Three Dimensional Analysis Through Thick Laminated Composite Cylindrical Composite Cylindrical Shells”, Journal of Science and Technology of Composites, Vol. 4, pp. 53-66, 2017.
- [31] Pierce, A.D., “Acoustics: An Introduction to its Physical Principles and Applications”, Am. Inst. Phys. New York, 1991.
- [32] Achenbach, J.D., “Wave Propagation in Elastic Solids”, North-Holland, New York, 1976.
- [33] Rajabi, M., “Acoustic scattering from Submerged Laminated Composite Cylindrical Shells”, Composite Structures, Vol. 128, pp. 3950405, 2015.
- [34] Choi, M.S., Jo, Y.S., Lee, J.P., “The inherent Background in Acoustic Wave Scattering by a Submerged Target”, Journal of Acoustical Society of America, Vol. 99, pp. 2594-2603, 1996.
- [35] Rajabi, M., “Wave Propagation Characteristics of Helically Orthotropic Cylindrical Shells and Resonance Scattered Acoustic Field. Part 1. Formulation”, Acoustical Physics, Vol. 62, pp. 292-299, 2016.
- [36] Rajabi, M., “Wave Propagation Characteristics of Helically Orthotropic Cylindrical Shells and Resonance Scattered Acoustic Field. Part 1. Numerical Results”, Acoustical Physics, Vol. 62, pp. 523-531, 2016.
- [37] Kollar, L.P., “Mechanics of Composite Structures”, Cambridge University Press, 2003.
- [38] Soldatos, K.P., Ye, J., “Wave Propagation in Anisotropic Laminated Hollow Cylinders of Infinite Extent”, Journal of Acoustical Society of America, Vol. 96, pp. 3744-3752, 1994.
- [1] Talmant, M., Batard, H., Material Characterization and Resonant Scattering by Cylinders, Proceeding of IEEE Ultrasonic Symposium, Vol. 3, pp. 1371-1380, 1994.
- [2] Migliori, A., Sarrao, J.L., “Resonant Ultrasound Spectroscopy: Applications to Physics”, Materials Measurements and Nondestructive Evaluation, Wiley, New York, 1997.
- [3] Kim, J.Y., Ih, J.G., “Scattering of Plane Acoustic Waves by a Transversely Isotropic Cylindrical Shell- Application to Material Characterization”, Journal of Applied Acoustic, Vol. 64, pp. 1187-1204, 2003.
- [4] Hasheminejad, S.M., Rajabi, M., “Acoustic Scattering characteristics of thick-walled orthotropic cylindrical shell at oblique incidence”, Ultrasonics, Vol. 47, pp. 32-48, 2007.
- [5] Honarvar, F., Sinclair, A.N., “Nondestructive Evaluation of Cylindrical Components by Resonance Acoustic Spectroscopy”, Ultrasonics, Vol. 36, pp. 845-854, 1998.
- [6] Rajabi, M., Hasheminejad, S.M., “Acoustic Resonance Scattering from a Laminated Orthotropic Cylindrical Shell with Imperfect bonding”, Ultrasonics, Vol. 49, pp. 682-695, 2009.
- [7] Kleshchev, A.A., “Resonance Scattering of Sound by Spheroidal Elastic Bodies and Shells”, Acoustical Physics, Vol. 60, pp. 279-287, 2014.
- [8] Tesei, A., Fox, W.L.J., Maguer, A., Lovik, A., “Target Parameter Estimation Using Resonance Scattering Analysis Applied to Air-Filled, Cylindrical Shells in Water”, Journal of Acoustical Society of America, Vol. 108, pp. 2891-2910, 2000.
- [9] Guicking, D., Goerk, K., Peine, H., “Recent Advances in Sonar Target Classification”, Proceedings of SPIE – International Society of Optic Engineering, Vol. 1700, pp. 2-15, 1992.
- [10] Flax, L., Dragonette, L.R., Uberall, H., “Theory of Elastic Resonance Excitation by Sound Scattering Journal of Acoustical Society of America, Vol. 63, pp. 723-731, 1978.
- [11] Murphy, J.D., Breitenbach, E.D., Uberall, H., “Resonance Scattering of Acoustic Waves from Cylindrical Shells”, Journal of Acoustical Society of America, Vol. 64, pp. 677-683, 1978.
- [12] Flax, L., Gaunard, G.C., Uberall, H., “Theory of Resonance Scattering”, in: Physical Acoustics, Academic, New York, 15, pp. 191-294, Chapter 3, 1981.
- [13] Gaunard, G.C., “Elastic and Acoustic Resonance Wave Scattering”, Applied Mechanics Review, Vol. 42, pp. 143-192, 1989.
- [14] Uberall, H., “Acoustic Resonance Scattering”, Gordon and Breach Science, Philadelphia, 1992.
- [15] Veksler, N.D., “Resonance Acoustic Spectroscopy”, Springer Series on Wave Phenomena, Springer-Verlag, Berlin, 1993.
- [16] Faran, J.J., “Sound Scattering by Solid Cylinders and Spheres”, Journal of Acoustical Society of America, Vol. 23, pp. 405-418, 1951.
- [17] Honarvar, F., Sinclair, A.N., “Acoustic Wave Scattering from Transversely Isotropic Cylinders”, Journal of Acoustical Society of America, Vol. 100, pp. 57-63, 1996.
- [18] Kaduchak, G., Loeffler, C.M., “Backscattering of Obliquely Incident Plane Waves by a Composite Cylindrical Shell Constructed

