



تحلیل استاتیکی و دینامیکی تیر جدار نازک کامپوزیتی با الیاف خمیده

زهرا زمانی^{1*}، حسن حدادپور²

1- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه فنی و مهندسی گلپایگان، گلپایگان

2- استاد، مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی شریف، تهران

* گلپایگان، صندوق پستی 8771765651، zamani@gut.ac.ir

اطلاعات مقاله

دریافت: 97/5/20

پذیرش: 97/5/23

چکیده

در این تحقیق تحلیل استاتیکی و دینامیکی بال هواپیما ساخته شده از مواد مرکب، به روش تحلیلی بررسی می‌شود. بال به صورت تیر جدار نازک یکسرگردار با سطح مقطع بسته و دارای لایه چینی سختی محیطی نامتقارن CAS، مدل‌سازی شده است. در مدل تیر اثرات غیرکلاسیک مثل تنش برشی، قید واپیچش، مدل پیچشی غیریکنواخت و غیر ایزوتروپ بودن ماده در نظر گرفته می‌شود. معادلات حاکم با استفاده از اصل هامیلتون توسعه یافته به دست می‌آیند و بر اساس روش گالرکین توسعه یافته حل می‌شوند. نتایج حاصل از آنالیز از تطابق خوبی با داده‌های تجربی و نتایج تحلیل عددی برخوردار است. در این مقاله برای اولین بار اثرات تغییرات خطی و پیوسته زاویه الیاف در طول تیر جدار نازک کامپوزیتی که منجر به سفتی متغیر در سازه می‌شود، مورد بررسی و تحلیل قرار می‌گیرد. برای این منظور از دو تعریف مسیر با تغییرات خطی زاویه الیاف و مسیر با انحنای ثابت استفاده می‌شود. بر مبنای نتایج تحلیل، فرکانس طبیعی و کوپلینگ خمش-پیچش وابسته به زاویه الیاف می‌باشد و استفاده از الیاف خمیده با تغییر پیوسته زاویه الیاف در طول تیر، امکان استفاده بهینه از خواص کامپوزیت و افزایش فضای طراحی نسبت به بال معمولی با الیاف مستقیم را فراهم می‌کند.

کلیدواژگان:

تیر جدار نازک کامپوزیتی
 بال هواپیما
 الیاف خمیده
 اثرات غیر کلاسیک

Static and dynamic analysis of composite thin walled beam with curvilinear fiber

Zahra Zamani^{1*}, Hasan Haddadpour²

1-School of Mechanical Engineering, Golpayegan University of Technology, Golpayegan, Iran.

2- School of Aerospace Engineering, Sharif University of Technology, Tehran, Iran.

* P.O.B. 8771765651, Golpayegan, Iran, zamani@gut.ac.ir

Keywords

Thin walled composite beam
 Aircraft wing
 Curvilinear fiber
 Non-classical effect

Abstract

In this study, the static and dynamic analysis of composite wing is investigated using analytical method. The wing is modeled as a cantilevered thin walled beam with a single-cell closed section and the circumferentially asymmetric stiffness (CAS) configuration. The non-classical effects such as transverse shear, warping restraint, rotary inertia, nonuniform torsional model and material anisotropy are considered in the beam model. The governing equations were derived by means of the extended Hamilton's principle and are solved based on the extended Galerkin's method. From the validation process, the obtained results are in good agreement with the numerical results and experimental data. In this paper, a linear spanwise variation of the fiber orientation along the thin-walled beam span resulting in a variable-stiffness structure is investigated for the first time. Therefore, two fiber path definitions will be used with linear fiber orientation variation and with constant curvature of the fiber path. Numerical results indicate that eigenfrequencies and bending-torsion couplings depend on fiber angle, resulting improvements of wings with curvilinear fiber over conventional, straight ones through the variation of fiber angle along the beam span and increase of the design space.

1- مقدمه

جهت گیری الیاف در ماده کامپوزیتی فراهم شد. به همین علت این مواد به سرعت مورد توجه طراحان قرار گرفت. در بسیاری از کاربردهای چندلایه های کامپوزیتی بارهای موضعی که سفتی و مقاومت لازم را تعیین می کند، در نقاط مختلف متفاوت هستند و باید در طراحی بهینه چندلایه ها از ضخامت و لایه چینی متغیر استفاده شود. از سوی دیگر پیوستگی جهت گیری الیاف یک امر مهم است، زیرا تقسیم سازه به چند قطعه و طراحی هر قسمت به طور مستقل

با پیدایش مواد کامپوزیتی در سال های 1960، امکان استفاده از موادی با استحکام بالا، نسبت سفتی به وزن بالا، مقاومت خوردگی و خستگی بالا و دیگر خواص مکانیکی ویژه فراهم شد و علاوه بر امکان تغییرات ضخامت با تغییر تعداد لایه ها، قابلیت تغییر در سازه با تغییرات کسر حجمی، فاصله الیاف و

Please cite this article using:

Zamani, Z. and Haddadpour, H., "Static and dynamic analysis of composite thin walled beam with curvilinear fiber", In Persian, Journal of Science and Technology of Composites, Vol. 6, No. 1, pp. 79-88, 2019.

برای ارجاع به این مقاله از عبارت زیر استفاده نمایید:

و اثرات برش عرضی در نظر گرفته شده است [13,12] که تأثیر قابل ملاحظه‌ای بر دقت مدل‌سازی دارند. لزوم در نظر گرفتن اثرات برشی به خاطر این واقعیت است که تیر ساخته شده از مواد مرکب نسبت به تیر فلزی تمایل بیشتری به ضخیم‌تر شدن دارد. به علاوه الیاف مواد مرکب رفتار انعطاف‌پذیری در حالت برش عرضی نشان می‌دهند. اثر قید واپیچش نیز زمانی قابل ملاحظه است که مقطع تیر در برابر تغییر شکل خارج از صفحه مقید شده باشد یا یک توزیع غیر یکنواخت گشتاور در طول تیر اعمال شود.

در این مقاله تحلیل ارتعاشات آزاد بال کامپوزیتی با استفاده از مدل تیر جدار نازک کامپوزیتی ارائه شده در [13] انجام می‌شود. در این تحلیل برای اولین بار اثرات سفتی متغیر از طریق الیاف خمیده برای حالت‌های مختلف زوایای الیاف بر خصوصیات رفتار دینامیکی این سازه مشخص می‌گردد. در نتیجه استفاده از الیاف خمیده در طول تیر، بسیاری پارامترهای مدل وابسته به مختصه طولی تیر می‌باشند. در صورتی که در حالت استفاده از الیاف مستقیم ثابت بودند، که این بر پیچیدگی تحلیل اضافه می‌کند.

2- مدل‌سازی تیر جدار نازک کامپوزیتی

در این تحلیل توجه خود را بر تیرهای تک شبکه¹ معطوف می‌کنیم. خصوصیات هندسی و سیستم مختصاتی که برای تحلیل به کار می‌رود، در شکل 1 نشان داده شده است. دو سیستم مختصات (s, n, z) و (x, y, z) برای تعریف نقاط مختلف تیر در نظر گرفته شده است. محور Z منطبق بر نقاط تقارن سطح مقطع قرار دارد.

در مدل‌سازی تیر فرض می‌شود سطح مقطع در صفحه خود دچار هیچ تغییر شکلی نمی‌شود اما می‌تواند در جهت عمود بر سطح مقطع خود دچار واپیچش شود. تنش‌های برشی عرضی در تحلیل وارد می‌شوند و برش‌های عرضی γ_{xy}, γ_{yz} در کل سطح مقطع ثابت در نظر گرفته می‌شوند. علاوه بر لحاظ کردن واپیچش روی سطح میانی (واپیچش اولیه)، واپیچش در طول ضخامت جداره (واپیچش ثانویه) نیز در نظر گرفته می‌شود. هم‌چنین میدان فشار داخلی وجود ندارد و N_{ss} در مقایسه با سایر تنش‌های برآیند ناچیز است. تغییر شکل‌ها کوچک هستند و از تئوری الاستیسیته خطی استفاده می‌شود. به منظور در نظر گرفتن قید پیچش نرخ پیچش $\frac{d\phi}{dz}$ تابعی از طول تیر در نظر گرفته می‌شود. در ادامه به روابط سینماتیکی و معادلات حاکم در مدل تیر جدار نازک کامپوزیتی پرداخته می‌شود. جزئیات مربوط به پارامترهای این مدل در مرجع [13] به تفصیل توضیح داده شده است.

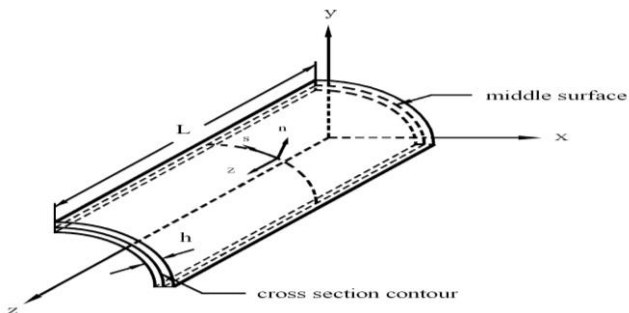


Fig. 1 Geometry of a thin-walled beam [13]

شکل 1 هندسه تیر جدار نازک [13]

ممکن است منجر به لایه چینی نامناسب شود که نه تنها ایمن نیست، بلکه امکان ساخت آن نیز وجود نداشته باشد. توسعه روش‌های طراحی انواع مختلف مواد کامپوزیتی منجر به ایجاد نوع جدیدی از مواد کامپوزیتی با الیاف منحنی شکل شد. استفاده از الیاف منحنی شکل گزینه مناسبی برای مناسب‌سازی سازه در برابر حالت‌های تنش غیر یکنواخت می‌باشد و موجب توزیع مناسب تنش و تقویت عملکرد سازه نسبت به سازه‌های با الیاف مستقیم می‌شود.

اولین کارهای تحقیقاتی در رابطه با انتخاب جهت‌گیری فضایی بهینه الیاف، منجر به ارائه مسیرهایی برای افزایش بار کمانش و بار تسلیم این طرح نسبت به طرح‌هایی با الیاف مستقیم شد. کیو و همکارانش در سال 1988 از اولین کسانی بودند که تغییرات مدول الاستیسیته کامپوزیت‌ها را با استفاده از الیاف منحنی شکل بررسی کردند [1]. هایر و چرت در سال 1989 [2] و هایر و لی در سال 1991 [3] زوایای جهت‌گیری بهینه الیاف در جهت افزایش بار تسلیم و کمانش ورق دارای گشودگی را یافتند. گوردال در 1990 برای تحلیل ورق‌های کامپوزیتی و پوسته‌های استوانه‌ای با تغییرات مکانی زاویه جهت‌گیری الیاف، از یک تابع خطی ساده با کمترین پارامتر برای توصیف تغییرات زاویه الیاف استفاده کرد. گوردال و آلمدو در سال‌های 1992 و 1993 با استفاده از این تعریف، جزئیات فرمولاسیون و حل معادلات حاکم بر تحلیل صفحه‌ای و کمانش چندلایه‌های کامپوزیتی با سفتی متغیر که جهت‌گیری تغییرات زاویه الیاف آن‌ها در راستای یکی از محورهای مختصات است را ارائه کردند [4,5]. در ادامه کارهای پژوهشی انجام شده به روش تحلیل تئوری و عددی، اولین نمونه از چندلایه‌هایی با الیاف منحنی شکل تحت حمایت شرکت بوئینگ و با استفاده از تکنولوژی جدید جایگذاری الیاف در سال 1998 ساخته شد. تست‌های انجام شده توسط وو و همکارانش در سال‌های 2001 و 2002 [6]، افزایش ظرفیت تحمل بار کمانش ورق‌های با سفتی متغیر را به نسبت به ورق‌های با الیاف مستقیم تحت بارگذاری فشاری تأیید می‌کند. مرجع [7] به موضوع ساخت و تست‌های مکانیکی چند لایه‌های با سفتی متغیر و بررسی نتایج آن‌ها می‌پردازد.

به دلیل توزیع غیر خطی تنش و جابجایی در سازه‌هایی با سفتی متغیر، حل دقیق برای آن‌ها در اکثر موارد غیر ممکن است و برای تخمین دقیق رفتار آن‌ها، روش‌های حل عددی و آزمایشات تجربی مورد نیاز است. اکثر تحقیقات انجام شده راجع به الیاف خمیده بر روی پتل کامپوزیتی انجام شده است [8,9]. در سال‌های 2011 و 2012 برای اولین بار الیاف خمیده بر روی بال کامپوزیتی استفاده شد و تحلیل فلاتر و تسلیم در حالت‌های مختلف بارگذاری انجام شد [10,11].

با توجه به نیاز روز افزون به استفاده از مواد مرکب در سازه تیرهای کامپوزیتی جدار نازک، لزوم بررسی اثر پارامترهای مختلف از جمله زوایای الیاف و نحوه لایه چینی مواد مرکب بر خصوصیات استاتیکی و رفتار دینامیکی این سازه مشخص می‌گردد. در اغلب تحقیقات، بال‌های کامپوزیتی هواپیما، هلیکوپتر و پره‌های توربوماشین‌ها به صورت تیرهای توپر با استفاده از ترکیب تیر خمشی اولبر-برنولی و تیر پیچشی سنت و نانت مدل‌سازی می‌شدند که در آن اثرات تغییر شکل برش عرضی صرف‌نظر می‌شد و نرخ پیچش در طول محور تیر ثابت فرض می‌شد. در مقابل چنین مدل‌هایی، بسیاری از محققان مدل‌های واقع‌بینانه‌تری برای تیرهای یکسرگردار جدار نازک/ضخیم با سطح مقطع بسته ارائه دادند. در این مدل‌ها اثرات غیر کلاسیک مثل قید واپیچش، واپیچش اولیه و ثانویه و کرنش سه بعدی، غیر یکنواختی سفتی برشی غشایی

¹ Single Cell Beam

1-2- روابط سینماتیکی

حرکت نقاط روی سطح مقطع تیر در صفحه خود یک حرکت جسم صلب است. بنابراین می توان جابجایی نقاط روی سطح میانی آن را بر حسب سرعت نقطه دلخواه p در سطح مقطع و دوران حول محور گذرنده از نقطه p در راستای z بیان کرد. با لحاظ کردن واپیچش برای جابجایی عمود بر سطح مقطع، میدان جابجایی سه بعدی به صورت زیر حاصل می شود.

$$u(x, y, z, t) = u_p(z, t) - (y - y_p)\phi(z, t) \quad (1)$$

$$v(x, y, z, t) = v_p(z, t) - (x - x_p)\phi(z, t) \quad (2)$$

$$w(s, z, n, t) = w_0(z, t) + \theta_y(z, t)\left(x + n \frac{dy}{ds}\right) + \theta_x(z, t)\left(y - n \frac{dx}{ds}\right) - \phi'(z, t)F \quad (3)$$

در روابط فوق u, v, w جابجایی نقاط روی سطح میانی در جهت x, y و z و θ_x, θ_y, ϕ زوایای دوران سطح مقطع در اثر خمش حول محورهای x, y و z می باشد. نماد پریم نشان دهنده مشتق بر حسب مختصه z می باشد.

$$\gamma_{xz}(z, t) = \theta_y(z, t) + u'_p(z, t), \gamma_{yz}(z, t) = \theta_x(z, t) + v'_p(z, t) \quad (4)$$

γ_{xz} و γ_{yz} به ترتیب کرنش برشی عرضی در صفحه XZ و YZ هستند.

همچنین F تابع واپیچش است که توسط روابط زیر محاسبه می شود.

$$\gamma_{xz}(z, t) = \theta_y(z, t) + u'_p(z, t), \gamma_{yz}(z, t) = \theta_x(z, t) + v'_p(z, t) \quad (5)$$

$$F = \bar{F}(s) + \bar{\bar{F}} \quad (6)$$

$$\bar{F}(s) = \int_0^s (r_n(\bar{s}) - \psi(\bar{s})) d\bar{s} \quad (7)$$

$$\bar{\bar{F}}(n, s) = -nr_t \quad (8)$$

\bar{F} و $\bar{\bar{F}}$ تابع واپیچش اولیه و ثانویه هستند. ψ تابع پیچشی و r_n و r_t به صورت زیر تعریف می شوند.

$$\psi(s) = \frac{2\Omega}{h(s)G_{sz}(s)\Gamma} \quad (9)$$

$$\Gamma = \oint \frac{ds}{h(s)G_{sz}(s)} \quad (10)$$

$$2\Omega = \oint r_n ds, \beta = \oint ds \quad (11)$$

$$r_n(s) = (x - x_p) \frac{dy}{ds} - (y - y_p) \frac{dx}{ds} \quad (12)$$

$$r_t(s) = (x - x_p) \frac{dx}{ds} + (y - y_p) \frac{dy}{ds} \quad (13)$$

$$G_{sz}(s) = \frac{N_{sz}}{h(s)\gamma_{sz}^0(s)} \quad (14)$$

G_{sz} سفتی برشی غشایی مؤثر می باشد [14]. در معادلات فوق، 6 متغیر سینماتیکی $u_p, v_p, w_0, \theta_x, \theta_y, \phi$ مجهولات اصلی مسئله می باشند. با

جابگذاری مؤلفه های میدان جابجایی در روابط کرنش - تغییر مکان، کرنش هایی که در انرژی پتانسیل وارد می شوند به صورت زیر محاسبه می شوند.

$$\varepsilon_{zz}(s, z, n, t) = \varepsilon_{zz}^{(0)}(s, z, t) + n\varepsilon_{zz}^{(1)}(s, z, t) \quad (15)$$

$$\varepsilon_{zz}^{(0)}(s, z, t) = w'_0(z, t) + y(s)\theta'_x(z, t) + x(s)\theta'_y(z, t) - \phi''(z, t)\bar{F}(s) \quad (16)$$

$$\varepsilon_{zz}^{(1)} = \frac{dy}{ds}\theta'_y(z, t) - \frac{dx}{ds}\theta'_x(z, t) + r_t(s)\phi''(z, t) \quad (17)$$

$\varepsilon_{zz}^{(0)}$ و $\varepsilon_{zz}^{(1)}$ به ترتیب مؤلفه های کرنش محوری مربوط به واپیچش اولیه و ثانویه هستند. هم چنین مؤلفه کرنش برشی غشایی و کرنش برشی عرضی با استفاده از قانون تبدیل تانسورهای مرتبه ۲، به ترتیب از طریق معادله ۱۸ و ۲۰ محاسبه می شوند.

$$\gamma_{xz}(s, z, n, t) = \gamma_{xz}^{(0)}(z, t) + (\psi + 2n)\phi'(z, t) \quad (18)$$

$$\gamma_{xz}^{(0)}(s, z, t) = \gamma_{xz}(z, t) \frac{dx}{ds} + \gamma_{yz}(z, t) \frac{dy}{ds} \quad (19)$$

$$\gamma_{nz} = \gamma_{xz}(z, t) \frac{dy}{ds} - \gamma_{yz}(z, t) \frac{dx}{ds} \quad (20)$$

2-2- معادلات ساختاری

در مدلسازی تیر فرض می شود لایه های مجاور به طور کامل به هم متصل هستند و ماده تشکیل دهنده آن ها همگن و الاستیک خطی می باشد. بنابراین اگر مؤلفه های کرنش به اندازه کافی کوچک باشند، رابطه ای خطی بین مؤلفه های تنش و کرنش وجود دارد.

$$\sigma_{ij} = C_{ijmn}\varepsilon_{mn} \quad (i, j, m, n = 1, 2, 3) \quad (21)$$

σ_{ij} و ε_{ij} به ترتیب مؤلفه های تانسور تنش و کرنش و C_{ijmn} ثوابت الاستیک ماده در سیستم مختصات اصلی ماده می باشد. در تیر کامپوزیتی معادلات ساختاری برای هر لایه از یک ماده الاستیک اورتوتروپ در سیستم مختصات عمومی n, s, z (که در حالت کلی بر سیستم مختصات اصلی ماده منطبق نیست) به صورت زیر است.

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{ss} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{mn} \\ \sigma_{zn} \\ \sigma_{sn} \\ \sigma_{sz} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & C_{16} \\ C_{11} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & C_{26} \\ C_{12} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 & C_{36} \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & C_{45} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{45} & C_{55} & 0 \\ C_{16} & C_{26} & C_{36} & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{ss} \\ \varepsilon_{zz} \\ \varepsilon_{mn} \\ \varepsilon_{zn} \\ \varepsilon_{sn} \\ \varepsilon_{sz} \end{Bmatrix} \quad (22)$$

در رابطه 22، ضرایب الاستیک تبدیل یافته در سیستم مختصات عمومی می باشد که تابعی از زاویه الیاف در هر لایه می باشند. با استفاده از روابط سینماتیکی و فرض های اولیه و انتگرالگیری از معادلات ساختاری سه بعدی در راستای ضخامت تیر (مختصه n در شکل 1)، تنش ها و ممان های برآیند توسط معادلات ساختاری دو بعدی به دست می آید.

$$\begin{Bmatrix} N_{zz} \\ N_{sz} \\ L_{zz} \\ L_{sz} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} & K_{14} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} & K_{24} \\ K_{41} & K_{42} & K_{43} & K_{44} \\ K_{51} & K_{52} & K_{53} & K_{54} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{zz}^{(0)} \\ \gamma_{sz}^{(0)} \\ \phi' \\ \varepsilon_{zz}^{(1)} \end{Bmatrix} \quad (23)$$

$$\delta\theta_x : (a_{33}\theta'_x)' + (a_{37}\phi')' - a_{55}(v'_0 + \theta_x) + a_{56}\phi'' + m_x = (b_4 + b_{14})\ddot{\theta}_x \quad (31)$$

شرایط مرزی بر حسب متغیرهای سینماتیکی برای تیر یکسر گیردار در ابتدای تیر ($z=0$) به صورت:

$$v_0 = 0, \theta_x = 0, \phi = 0, \phi' = 0 \quad (32)$$

و در انتهای تیر ($z=L$) به صورت زیر است.

$$\delta v_0 : a_{55}(v'_0 + \theta_x) - a_{56}\phi'' = \tilde{Q}_y n_z \quad (33)$$

$$\delta\phi : [a_{65}(v'_0 + \theta_x)]' - (a_{66}\phi'')' + a_{73}\theta'_x + a_{77}\phi' = (b_{10} + b_{18})\ddot{\phi}' + \tilde{M}_z n_z \quad (34)$$

$$\delta\phi' : a_{65}(v'_0 + \theta_x) - a_{66}\phi'' = \tilde{B}_w n_z \quad (35)$$

$$\delta\theta_x : a_{33}\theta'_x + a_{37}\phi' = \tilde{M}_x n_z \quad (36)$$

در مسئله مقدار مرزی فوق a_{ij} بر حسب K_{ij} محاسبه می‌شوند، در نتیجه تابعی از مختصه طولی تیر می‌باشند. در لایه چینی CUS که با لایه چینی $\theta(y) = \theta(-y)$ مشخص می‌شود، پارامترهای سفتی در سطح مقطع ثابت هستند و کوپلینگ‌های الاستیک به دو دسته مستقل کوپلینگ‌های پیچش-کشش و کوپلینگ‌های خمش-برش عرضی تقسیم می‌شوند. در این تحقیق برای حل مسئله مقدار مرزی، از روش گالرکین توسعه‌یافته استفاده می‌شود. جداسازی متغیرهای اصلی سیستم، با ضرب سری‌های توابع مکانی در مختصه‌های عمومی وابسته به زمان، انجام می‌شود. برای این منظور جابجایی‌های v_p ، θ_x و ϕ به صورت زیر بیان می‌شود.

$$v_p = V_0^T q_v, \theta_x = X_0^T q_x, \phi = \Phi q_\phi \quad (37)$$

Φ و بردارهای توابع مکانی مناسب و q_v ، q_x ، q_ϕ بردارهای مختصه‌های عمومی هستند. با جایگذاری رابطه 37 در رابطه 29 تا 31 معادلات حرکت در فرم جداسازی شده به صورت زیر بازنویسی می‌شود.

$$[M]\{\ddot{q}\} + [K]\{q\} = [Q] \quad (38)$$

M ماتریس جرم می‌باشد و q برداری شامل کل مختصه‌های عمومی است که توسط روابط زیر محاسبه می‌شوند.

$$M = \int_0^L \begin{bmatrix} m_{22}V_p V_p^T & 0 & 0 \\ 0 & m_{44}X_0 X_0^T & 0 \\ 0 & 0 & m_{66}\Phi\Phi^T + m_{77}\Phi'\Phi'^T \end{bmatrix} dz \quad (39)$$

$$q^T = \{q_v, q_x, q_\phi\} \quad (40)$$

Q ماتریس نیرو و K ماتریس سفتی می‌باشد که برای لایه چینی CAS توسط رابطه 42 بیان می‌شود.

$$Q = \left\{ \begin{array}{l} \int_0^L P_y V_0 dz + \tilde{Q}_y V_0(L) \\ \int_0^L m_x X_0 dz + \tilde{M}_x X_0(L) \\ \int_0^L (m_x + b'_w)\Phi dz + \tilde{M}_z \Phi(L) - \tilde{B}_w \Phi'(L) \end{array} \right\} \quad (41)$$

$$\begin{aligned} N_{zn}(s, z) &= A_{44}\gamma_{zn} \\ N_{sn}(s, z) &= A_{45}\gamma_{zn} \end{aligned} \quad (24)$$

K_{ij} ضرایب سفتی کاهش‌یافته هستند که بر حسب درایه‌های ماتریس سفتی کششی (A)، ماتریس سفتی کوپلینگ بین کشش و خمش (B) و ماتریس سفتی خمشی (D) محاسبه می‌شوند. ماتریس‌های A، B و D تابعی از زاویه الیاف در چندلایه کامپوزیتی هستند. در تحلیل چندلایه با الیاف خمیده ماتریس‌های A، B و D و بنابراین درایه‌های K_{ij} ثابت نیستند و در نقاط مختلف تیر بر حسب مختصه طولی تیر تغییر می‌کنند.

3-2- معادلات حاکم بر سیستم

مسئله مقدار مرزی شامل معادلات حرکت سیستم و شرایط مرزی با استفاده از اصل هامیلتون توسعه‌یافته به دست می‌آید، که به صورت زیر بیان می‌شود.

$$\int_{t_1}^{t_2} (\delta T - \delta V + \delta W_e) dt = 0 \quad (25)$$

$$\delta u_0 = \delta v_0 = \delta w_0 = \delta\theta_x = \delta\theta_y = \phi = 0 \quad t = t_1 = t_2$$

T ، V و W_e انرژی جنبشی، انرژی پتانسیل و کار مجازی انجام شده توسط نیروهای خارجی می‌باشند.

$$T = \frac{1}{2} \int_0^L \int_0^{\tau} \sum_{k=1}^{m_j} \int_{h(k)} \rho(k) \left[\left(\frac{\partial u}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 \right] dndsdz \quad (26)$$

$$V = \frac{1}{2} \int_0^L \int_0^{\tau} \sigma_{ij} \varepsilon_{ij} d\tau = \frac{1}{2} \int_0^L \int_0^{\tau} \sum_{k=1}^N \int_{h(k)} [\sigma_{zz} \varepsilon_{zz} + \sigma_{xz} \gamma_{xz} + \sigma_{yz} \gamma_{yz}] dndsdz \quad (27)$$

همچنین کار نیروهای خارجی غیرکنسرواتیو توسط رابطه زیر محاسبه می‌شود.

$$W_e = \int_0^L \{ P_x u_0 + P_y v_0 + P_z w_0 + m_x \theta_x + m_y \theta_y + (m_x + b'_w) \phi \} dz + n_z [\tilde{Q}_x u_0 + \tilde{Q}_y v_0 + \tilde{T}_z w_0 + \tilde{M}_x \theta_x + \tilde{M}_y \theta_y + \tilde{M}_z \phi - \tilde{B}_w \phi'] \quad (28)$$

P_x ، P_y ، P_z نیروهای خارجی در واحد طول، m_x ، m_y ، m_z ممان خارجی در واحد طول می‌باشند. همچنین \tilde{Q}_x ، \tilde{Q}_y و \tilde{T}_z به ترتیب نیروی خارجی محوری و نیروهای برشی در جهات x و y در دو انتهای تیر، \tilde{M}_x ، \tilde{M}_y و \tilde{M}_z ممان خارجی خمشی و پیچشی در جهات x ، y ، z و \tilde{B}_w ممان دو محوره نیروهای خارجی در دو انتهای تیر می‌باشند.

به منظور تحلیل خصوصیات استاتیکی و دینامیکی از تیر جدار نازک کامپوزیتی با ساختار CAS استفاده می‌شود. در لایه چینی به روش CAS که با چیدمان $\theta(y) = -\theta(-y)$ مشخص می‌شود، کوپلینگ‌های الاستیک به دو دسته مستقل، کوپلینگ‌های برش عرضی-کشش و کوپلینگ‌های پیچش-خمش تقسیم‌بندی می‌شوند.

$$\delta v_0 : [a_{55}(v'_0 + \theta_x)]' - (a_{56}\phi'')' + P_y = b_1 \ddot{v}_0 \quad (29)$$

$$\delta\phi : [a_{65}(v'_0 + \theta_x)]'' - (a_{66}\phi'')'' + (a_{73}\theta'_x)' + (a_{77}\phi')' + m_z + b'_w = (b_{10} + b_{18})\ddot{\phi}'' + (b_4 + b_5)\ddot{\phi}' \quad (30)$$

3- نتایج

3-1- ارزیابی مدل تیر جدار نازک کامپوزیتی

به منظور ارزیابی مدل تیر جدار نازک ارائه شده در بخش قبل و کد نوشته شده بر اساس آن، نمونه‌هایی از تیر یکسر گیردار با مقطع مستطیلی، بیضی و Bi-convex [14,13] مورد تحلیل قرار می‌گیرند. خصوصیات ماده و هندسه تیر ایزوتروپ مورد بررسی در جدول 1 خلاصه شده است. در جدول 2 و 3 مقایسه فرکانس های طبیعی با نتایج حل تحلیلی تا مود ششم انجام شده است.

جدول 1 خصوصیات هندسه و ماده تیر ایزوتروپ

Table 1 Geometric specifications and material properties of the isotropic beam

پارامترها	توضیح	مقادیر (واحد)
L	طول	10(m)
c	عرض	0.1(m)
b	ارتفاع	0.05(m)
h	ضخامت جداره	0.002(m)
E	مدول الاستیسیته	210(GPa)
G	مدول برشی	80.77(GPa)
ν	ضریب پواسون	0.33
ρ	چگالی	7800(Kg/m ³)

جدول 2 مقایسه فرکانس های طبیعی تیر ایزوتروپیک مستطیلی

Table 2 Comparison of natural frequencies of rectangular isotropic beam

فرکانس (Hz)	ω_1	ω_2	ω_3	ω_4	ω_5	ω_6	تحقیق حاضر
4.03	6.80	25.21	42.60	70.21	118.62		تحقیق حاضر
4.02	6.80	25.22	42.62	70.63	119.35		مرجع [12]

جدول 3 مقایسه فرکانس های طبیعی تیر ایزوتروپیک بیضی شکل

Table 3 Comparison of natural frequencies of elliptic isotropic beam

فرکانس (Hz)	ω_1	ω_2	ω_3	ω_4	ω_5	ω_6	تحقیق حاضر
3.48	5.91	21.95	37.04	59.62	103.76		تحقیق حاضر
3.49	5.89	21.84	36.91	61.17	103.36		حل تحلیلی

ارزیابی استاتیکی مدل ایزوتروپیک با مقایسه خیز در انتهای تیر در اثر اعمال نیروی متمرکز در انتها و بار گسترده روی تیر انجام شد. نتایج حاصل از آنالیز در جدول 4 و 5 از تطابق مناسبی با نتایج حل تحلیلی دارا می‌باشد.

جدول 4 مقایسه نتایج تحلیل خیز استاتیکی تیر ایزوتروپیک مستطیلی

Table 4 Comparison of the static deflection results of rectangular isotropic beam

پارامتر	تئوری الاستیسیته	تحلیل حاضر
بار متمرکز، p=100 N	$pL^3/3EI = 0.543596$ (m)	0.543959
بار گسترده، p=10 N/m	$pL^4/8EI = 0.203849$ (m)	0.203987

$$K = \int_0^L \begin{bmatrix} a_{55}V_p'V_p'^T & a_{55}V_p'X_0^T & -a_{56}V_p'\Phi'^T \\ a_{33}X_0'X_0'^T + a_{55}X_0X_0^T & a_{73}X_0'\Phi'^T + a_{56}X_0\Phi'^T & \\ symm. & a_{66}\Phi''\Phi''^T + a_{77}\Phi'\Phi'^T & \end{bmatrix} dz \quad (42)$$

در تحلیل ارتعاشات آزاد با حل معادله 38 به صورت همگن ($Q=0$) و در نظر گرفتن $q(t) = xe^{i\omega t}$ مسئله مقدار ویژه به صورت $Kx = \lambda Mx$ حاصل می‌شود. M و K ماتریس های جرم و سفتی و x شکل مود ارتعاشی می‌باشد. فرکانس طبیعی و مقدار ویژه با رابطه $\lambda = \omega^2$ به یکدیگر مرتبط می‌شوند.

4-2- تعریف مسیر الیاف خمیده

برای تعریف مسیر الیاف از دو روش می‌توان استفاده کرد. در روش اول از مسیر با توزیع خطی برای جهت گیری زاویه الیاف به صورت $\theta = T_0 + (T_1 - T_0)z/L$ و در روش دوم از مسیر با انحنای ثابت به صورت $\cos\theta = \cos T_0 - \kappa z$ استفاده می‌شود. θ زاویه بین مختصه محیطی s و راستای الیاف در نظر گرفته می‌شود. به این ترتیب در توزیع خطی بردار متغیرهای طراحی $T^{(k)} = \{T_0^{(k)}, T_1^{(k)}\}$ می‌باشد و در مسیر با انحنای ثابت بردار متغیرهای طراحی $T^{(k)} = \{T_0^{(k)}, \kappa^{(k)}\}$ می‌باشد و مسئله دارای 2 متغیر طراحی در هر لایه می‌باشد. مطابق شکل 2 T_0 و T_1 به ترتیب نشان‌دهنده زاویه جهت گیری الیاف در ریشه و نوک تیر می‌باشند و می‌توانند مقادیر بین 0° تا 180° را اتخاذ کنند [11,10]

جهت امکان پذیری ساخت الیاف خمیده، انحنای مسیر الیاف باید کوچکتر از ماکزیمم انحنای مجاز باشد. اگر شعاع انحنای کوچک باشد در طی عملیات جای گذاری، الیاف درونی نوار در جهت خارج از صفحه دچار کماتش می‌شوند که ظرفیت تحمل بار را کاهش می‌دهد. ماکزیمم انحنای مجاز مسیر الیاف (معکوس مینیمم شعاع انحنای) به سرعت تغذیه جای گذاری الیاف روی سطح بستگی دارد و برای ماشین‌های جای گذاری مختلف متغیر است. بر اساس آزمایش‌های انجام شده توسط اندرز و هافکینز و مذاکرات انجام شده با کارکنان شرکت ماشین‌سازی سینسیناتی شعاع انحنای مجاز (برای ابعاد معین ماشین وایپر) 635 mm می‌باشد. اگر چه این محدودیت در آینده کاهش می‌یابد [16,15]

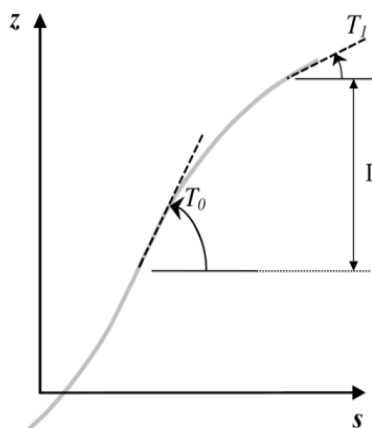


Fig. 2 path definition of variable stiffness laminate

شکل 2 تعریف مسیر چندلایه با سفتی متغیر

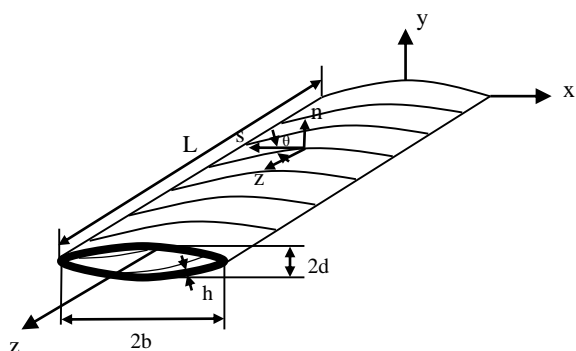


Fig. 3 Geometry of a thin-walled bi-convex cross-sections beam featuring CAS [13]

شکل 3 هندسه تیر جدار نازک با سطح مقطع bi-convex و لایه چینی CAS [13]

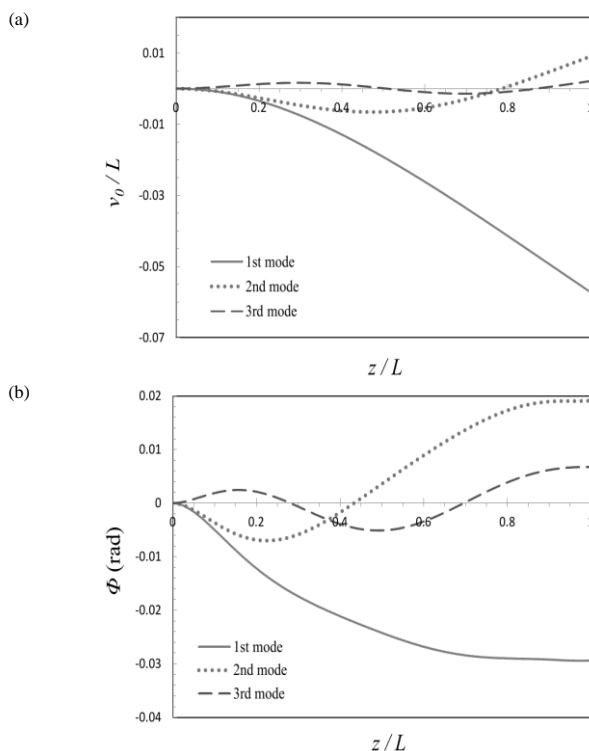


Fig. 4 (a) Bending and (b) torsion components of the first 3 eigenmodes شکل 4 (a) جزء خمشی و (b) جزء پیچشی 3 شکل مود اول تیر کامپوزیتی

به منظور ارزیابی استاتیکی مدل کامپوزیتی، تیر مستطیلی با لایه چینی CUS بررسی می‌شود. جدول 9 و شکل 5، خصوصیات هندسه و ماده تیر و جدول 10 چیدمان لایه‌ها را نشان می‌دهد. در شکل 6 نتایج زاویه پیچشی تیر جدار نازک تحت ممان پیچشی 0.113 N.m در انتهای تیر آمده است. در شکل 6 داده‌های تجربی [16] و نتایج پیش‌بینی شده بر اساس مدل‌های دیگر [14-17] نیز نشان داده شده است. مدل ارائه شده توسط کیم و وایت [17] بر اساس تئوری تیر برشی مرتبه بالا می‌باشد. مطابق شکل 6 تحلیل حاضر تطابق خوبی با داده‌های تجربی نشان می‌دهد.

جدول 5 مقایسه نتایج تحلیل خیز استاتیکی تیر ایزوتروپیک بیضی شکل

Table 5 Comparison of the static deflection results of elliptic isotropic beam

پارامتر	تئوری الاستیسیته	تحلیل حاضر
بار متمرکز، $p = 100 \text{ N}$	$pL^3/3EI = 0.922838 \text{ (m)}$	0.903372
بار گسترده، $p = 10 \text{ N/m}$	$pL^4/8EI = 0.346064 \text{ (m)}$	0.338768

به منظور ارزیابی دقت مدل برای مواد کامپوزیتی، آنالیز مودال تیر کامپوزیتی با لایه چینی CAS دارای سطح مقطع Bi-convex انجام شد. خصوصیات هندسه و ماده تیر در جدول 6 و 7 و شکل 3 آمده است. نتایج پیش‌بینی شده فرکانس‌های طبیعی اول تا سوم برای تیر کامپوزیتی با زاویه الیاف $\theta = 45^\circ$ در جدول 8 نشان داده شده است که تطابق خوبی با نتایج ارائه شده در مرجع [4] دارد. همچنین جزء خمشی و پیچشی 3 شکل مود اول تیر در شکل 4 نشان داده شده است. تأثیر قابل ملاحظه پیچش بر خمش در شکل موده‌های ارتعاشی مشاهده می‌شود که ناشی از کوپلینگ خمش-پیچش در لایه چینی CAS می‌باشد. شدت این کوپلینگ تابعی از زاویه الیاف می‌باشد و برای شکل موده‌های مختلف متفاوت است. به عنوان مثال همان‌طور که در بخش 2-3 نشان داده خواهد شد، برای شکل مود اول در حالت خاص $\theta = 90^\circ$ ، جزء خمشی شکل مود غالب خواهد شد.

جدول 6 خصوصیات ماده غیرهمسانگرد کربن/اپوکسی [14]

Table 6 Material properties of orthotropic carbon/epoxy [14]

پارامترها	مقادیر (واحد)
E_{11}	206.75(GPa)
$E_{22} = E_{33}$	5.17(GPa)
ρ	1528.15(Kg/m ³)
$G_{12} = G_{13}$	3.1(GPa)
G_{23}	2.55(GPa)
$\nu_{12} = \nu_{23} = \nu_{13}$	0.25

جدول 7 خصوصیات هندسه تیر کامپوزیتی

Table 7 Geometric specifications and material properties of the composite beam

پارامترها	توضیح	مقادیر (واحد)
L	طول	2.032(m)
2b	عرض	0.254(m)
2d	ارتفاع	0.068(m)
h	ضخامت جداره	0.01(m)

جدول 8 مقایسه فرکانس‌های طبیعی تیر کامپوزیتی

Table 8 Comparison of natural frequencies of composite beam

فرکانس طبیعی (Hz)	مرجع [4]	تحلیل حاضر
ω_1	52.4	51.6
ω_2	349.5	319.4
ω_3	896.8	878.5

و ماده تیر مورد بررسی در شکل 3 و جدول 6 و 7 آمده است که اقتباسی از پروفیل بال هواپیمای فراصوت است. در هر سطر زاویه در ریشه تیر، T_0 ثابت فرض شده است و ماکزیمم فرکانس طبیعی در هر سطر به صورت ایتالیک نشان داده شده است. فرکانس طبیعی اول برای الیاف مستقیم که روی قطر اصلی جدول 11 ($T_0 = T_1$) آمده است، دارای توزیع متقارن حول 90° می‌باشد.

جدول 11 نتایج فرکانس طبیعی برای تغییرات خطی زاویه الیاف (مسیر I)

Fig. 11 Frequency results for path with linear fiber angle variation (path I)

T_0	T_1							
	0	30	50	70	90	110	130	180
0	38.6	38.7	39.1	39.5	40.3	41.3	42.5	44.8
30	40.5	41.8	43.0	44.8	47.3	49.9	52.7	57.7
50	46.9	50.8	54.7	60.3	66.5	73.3	79.6	88.0
70	63.1	75.5	89.1	103.4	124.5	143.6	154.4	129.5
90	91.9	124.0	159.5	204.3	238.2	204.3	159.5	100.3
110	119.6	148.3	154.4	143.6	124.5	106.4	89.1	66.5
130	45.9	85.0	79.7	73.2	66.5	60.3	54.7	47.9
180	47.8	45.8	44.4	42.8	41.4	40.4	39.6	38.8

نتایج فرکانس طبیعی اول تیر کامپوزیتی با الیاف خمیده دارای انحنای ثابت در راستای طولی تیر (مسیر II)، در جدول 12 نشان داده شده است. برای هر انحنا ماکزیمم فرکانس طبیعی اول و زاویه T_0 مربوط به آن در ستون‌های سوم و چهارم جدول نشان داده شده است. T_{0cr} ماکزیمم زاویه الیاف در ریشه تیر می‌باشد تا مسیر الیاف بتواند به انتهای تیر برسد و در طول تیر برگشت نداشته باشد. این زاویه به انحنای مسیر الیاف وابسته است. مطابق نتایج ماکزیمم فرکانس طبیعی اول وابسته به انحنای مسیر الیاف می‌باشد. مطابق نتایج جدول 11 و 12 بیشترین فرکانس طبیعی اول تیر مربوط به ساختار $[90^\circ, 90^\circ]$ می‌باشد که به صورت پررنگ در هر دو جدول نشان داده شده است. دلیل این نتیجه آن است که در شکل مود فرکانس طبیعی اول، خمش غالب است [19] و ماکزیمم سفتی خمشی در تیر کامپوزیتی وقتی اتفاق می‌افتد که الیاف در راستای طول تیر قرار بگیرند.

جدول 12 نتایج فرکانس طبیعی تیر دارای الیاف خمیده با انحنای ثابت (مسیر II)

Fig. 12 Frequency results for path with constant curvature (path II)

T_0 (deg)	ω_{1max} (Hz)	$T_{0cr} = \cos^{-1}(\kappa L - 1)$	κL
41	72.2	41	1.75
60	119.1	60	1.5
73	154	73	1.3
90	123.8	90	1
80	196.6	104.5	0.75
83	213.9	120	0.5
87	227.8	138.6	0.25
89	229.9	154.2	0.1
90	238.2	180	0

در شکل 7 نتایج مربوط به فرکانس طبیعی سوم و چهارم تیر با تغییرات خطی زاویه الیاف برای $T_0 = 30^\circ, 90^\circ, 130^\circ$ نشان داده شده است. برای مود سوم و چهارم بیشترین فرکانس لزوماً در تیر با الیاف مستقیم اتفاق نمی‌افتد. برای $T_0 = 30^\circ$ ماکزیمم فرکانس طبیعی سوم و چهارم به ترتیب در $T_1 = 110^\circ$ و $T_1 = 130^\circ$ اتفاق می‌افتد. هم‌چنین برای $T_0 = 130^\circ$ فرکانس طبیعی چهارم در $T_1 = 70^\circ$ ماکزیمم است. نتایج مربوط به تیر با الیاف

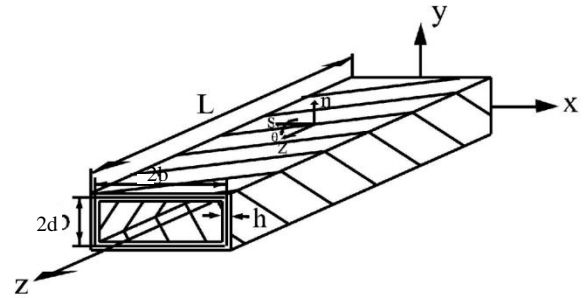


Fig. 5 Geometry of a thin-walled rectangular cross-sections beam featuring CUS [14]

شکل 5 هندسه تیر جدار نازک با سطح مقطع مستطیل و لایه‌چینی [14]

جدول 9 خصوصیات مادی و هندسی تیر جدار نازک مستطیلی

Fig. 9 Geometric and material specifications of a rectangular thin-walled beam [14]

پارامترها	مقادیر (واحد)	پارامترها	مقادیر (واحد)
E_{11}	141.96(GPa)	L	762(mm)
$E_{22} = E_{33}$	9.79(GPa)	2d	13.6(mm)
ρ	1445(Kg/m ³)	2b	24.2(mm)
$G_{12} = G_{13}$	6.0(GPa)	h	0.762(mm)
G_{23}	4.83(GPa)	hi	0.127(mm)
$\nu_{12} = \nu_{13}$	0.42	n	6
ν_{23}	0.25		

جدول 10 چیدمان لایه‌ها در تیر کامپوزیتی مستطیلی [14]

Table 10 layup configuration for rectangular composite beam [14]

لایه چینی	فلنج بالا	فلنج پایین	وب چپ	وب راست
CUS	$[15]_6$	$[-15]_6$	$[15]_6$	$[-15]_6$

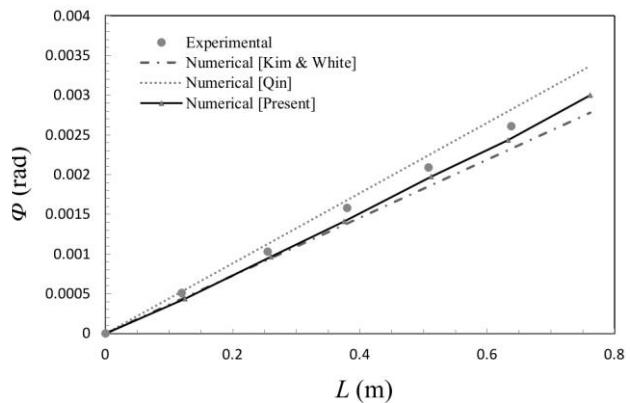


Fig. 6 Twist angle of beam featuring CUS under 0.113 N-m tip torque compared with numerical results [14, 17] and experimental data [16]

شکل 6 زاویه پیچش تیر با چیدمان CUS تحت ممان پیچشی 0.113 N.m در

انتها در مقایسه با نتایج عددی [14-17] و داده‌های تجربی [16]

2-3- نتایج تحلیل چندلایه با الیاف خمیده

جهت بررسی اثر تغییرات مسیر الیاف خمیده بر روی رفتار دینامیکی تیر، آنالیز ارتعاشات آزاد و تحلیل پارامتری از روند تغییرات فرکانس طبیعی اول بر حسب تغییرات متغیرهای طراحی T_0 و T_1 انجام می‌شود. نتایج پیش‌بینی فرکانس طبیعی اول تیر کامپوزیتی با مقطع بسته دارای لایه‌چینی CAS با تغییرات خطی زاویه جهت‌گیری الیاف (مسیر I) در جدول 11 ارائه شده است. هندسه

5- مراجع

- [1] Tatting, B., "Analysis and Design of Variable Stiffness Composite Spheres," PhD thesis, Virginia Polytechnic Institute and State University, USA, 1998.
- [2] Hyer, M., Charette, R., "Use of Curvilinear Fiber Format in Composite Structure Design," In: Proceedings of the AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC 30th Structures, Structural Dynamics and Materials Conference, Mobile, AL, pp. 2137-2145, 1989. Also in AIAA Journal, Vol. 29, No. 6, 1011-1015, 1991.
- [3] Hyer, M., Lee, H., "The Use of Curvilinear Fiber Format to Improve Buckling Resistance of Composite Plates with Central Circular Holes," Composite Structure, Vol. 18, pp. 239-261, 1991.
- [4] Gurdal, Z., Olmedo, R., "In-plane Response of Laminates with Spatially Varying Fiber Orientations: Variable Stiffness Concept," AIAA Journal, Vol. 31, No. 4, pp. 751-8, 1993.
- [5] Olmedo, R., Gurdal, Z., "Buckling Response of Laminates with Spatially Varying Fiber Orientations," In: Proceedings of the AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC 34th Structures, Structural Dynamics and Materials Conference, La Jolla, CA, Paper No. 1567, 1993.
- [6] Wu, K.C., Gurdal, Z., "Thermal Testing of Tow-placed Variable Stiffness Panels," In: Proceedings of the 42nd AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics and Materials (SDM) Conference, Seattle, WA, Paper No. 1190, 2001.
- [7] Tatting, B., Gurdal, Z., Wu K.C., "Tow-placement Technology and Fabrication Issues for Laminated Composite Structures," In: Proceedings of the 46th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics and Material (SDM) Conference, Austin, TX, Paper No. AIAA 2005-2017, 2005.
- [8] Gurdal, Z., Tatting, B., Wu, K., "Variable Stiffness Composite Panels: Effect of Variation on the In-plane and Buckling Response," Composites: Part A, Vol. 39, pp. 911-922, 2008.
- [9] Lopes, C.S., Gurdal, Z., Camanho, P.P., "Variable-Stiffness Composite Panels: Buckling and First-ply Failure Improvements Over Straight-Fibre Laminates," Computers and Structures, Vol. 86, pp. 897-907, 2008.
- [10] Haddadpour, H., Zamani, Z., "Curvilinear Fiber Optimization Tool for Aeroelastic Design of Composite Wings," Journal of Fluids and Structures, Vol. 33, pp. 180-190, 2012.
- [11] Zamani, H., Haddadpour, M. R., Ghazavi, "Curvilinear Fiber Optimization Tool for Design Thin Walled Beams," Thin-Walled Structures, Vol. 49, pp. 448-454, 2011.
- [12] Librescu, L., Meirovitch, L., Song, O., "Refined Structural Modeling for Enhancing Vibrations and Aeroelastic Characteristics of Composite Aircraft Wings," Recherche Aerospaciale, Vol. 1, pp. 23-35, 1996.
- [13] Librescu, L., Song, O., "Thin-Walled Composite Beams Theory and Application," Springer Science and Business Media, Berlin, 2006.
- [14] Qin, Z., Librescu, L., "On a Shear-Deformable Theory of Anisotropic Thin-Walled Beams: Further Contribution and Validations," Composite Structures, Vol. 56, pp. 345-358, 2002.
- [15] Blom, A., Setoodeh, S., Hol, J., Gurdal, Z., "Design of Variable-Stiffness Conical Shells for Maximum Fundamental Eigenfrequency," Computers and Structures, Vol. 86, pp. 870-878, 2008.
- [16] Seresta, O., Gurdal, Z., Adams, D., Watson, L., "Optimal Design of Composite Wing Structures with Blended Laminates," Composites: Part B, Vol. 38, pp. 469-48, 2007.
- [17] Chandra, R., Stemple, A.D., Chopra, I., "Thin-Walled Composite Beams Under Bending Torsional and Extensional Loads," Journal of Aircraft, Vol. 27, No. 7, pp. 619-626, 1990.
- [18] Kim, C., White, S.R., "Thick-Walled Composite Beam Theory Including 3-d Elastic Effects and Torsional Warping," International Journal of Solids and Structures, Vol. 34, No. 31-32, pp. 4237-4259, 1997.
- [19] Shadmehri, F., Haddadpour, H., Kouchakzadeh, M.A., "Flexural-Torsional Behavior of Thin-Walled Composite Beams with Closed Cross-Section," Thin-Walled Structures, Vol. 45, pp. 699-705, 2007.
- [20] Moravej Barzani, H., Amoozgar, M., Shahverdi, H., "Flutter Instability of Aircraft Swept Wings by Using Fully Intrinsic Equations," In Persian, Amirkabir Journal of Mechanical Engineering, Vol. 49, No. 4, pp. 275-278, 2018.

مستقیم هم در شکل 7 برای مقایسه آمده است. توزیع فرکانس برای الیاف مستقیم متقارن می باشد که برای مود سوم و چهارم ماکزیمم آن به ترتیب در $\theta = 90^\circ$ و $\theta = 110^\circ$ است. بنابراین می توان نتیجه گرفت که در شکل مود سوم و چهارم، لزوماً خمش غالب نیست و بسته به نوع لایه چینی ترکیب خمش و پیچش تعیین کننده فرکانس می باشد.

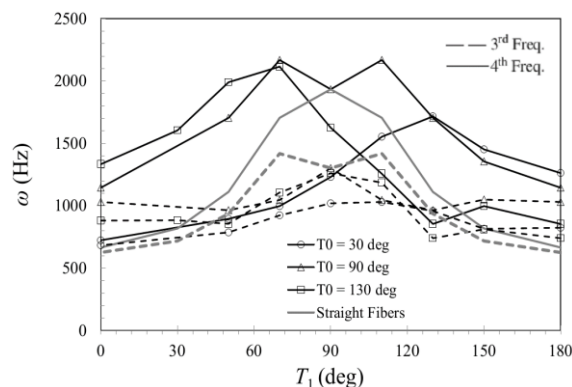


Fig. 7 3rd and 4th frequency results for path with linear fiber angle variation (path I)

شکل 7 نتایج فرکانس طبیعی سوم و چهارم برای تغییرات خطی زاویه الیاف (مسیر I)

4- نتیجه گیری

در این تحقیق کارایی مفهوم سفتی متغیر با استفاده از الیاف خمیده در سازه تیر یکسر گیردار جدار نازک بررسی شد. جهت استخراج خصوصیات استاتیکی و دینامیکی تیر کامپوزیتی، کد کامپیوتری مناسب ایجاد شد که در آن اثرات غیر کلاسیک مثل تنش برشی، قید پیچش، واپیچش اولیه و ثانویه در نظر گرفته شده است. دو نوع مسیر برای الیاف خمیده به صورت تغییرات خطی برای زاویه الیاف در طول تیر و مسیر با انحنای ثابت با اعمال قید انحنای مسیر الیاف جهت امکان پذیری ساخت در نظر گرفته شد. استفاده از الیاف خمیده با تغییر پارامترهای سفتی و مقاومت در طول تیر، یک روش مطلوب و کارآمد برای بهبود عملکرد چندلایه های کامپوزیتی در برابر تنش ها و بارهای اعمال شده بدون افزایش وزن نسبت به ساختارهای با الیاف مستقیم می باشد. همچنین با استفاده بهینه از جهت گیری الیاف در سازه آزادی عمل بیشتری در طراحی فراهم می کند.

در ادامه این تحقیق می توان روی تحلیل ناپایداری دینامیکی بال هواپیما [20-22] و کنترل فعال فلاتر و تعدیل ارتعاشات آن با استفاده از عملگرهای پیزوالکتریک [23-25] کار کرد. همچنین سفتی متغیر با الیاف خمیده را می توان با مکانیزم های دیگر تقویت کننده سازه نظیر سازه های مشبک [26]، مواد مدرج تابعی و سطح مقطع متغیر [27] مقایسه کرد. در چندلایه با الیاف خمیده به علت حذف الیاف یا تجمع الیاف حین فرآیند ساخت به دلیل تطابق [15,16]، نقاطی که مستعد تسلیم و خرابی هستند، ایجاد می شود. بنابراین ارائه مدل هایی برای پیش بینی شروع و پیش روی آسیب در چندلایه های کامپوزیتی با الیاف خمیده برای تخمین میزان استحکام واقعی آن ها مفید خواهد بود [28-30].

- [21] Jamshidi, S., Dardel, M., Pashaei, M., "Investigating the Effects of Ionic Polymer Metal Composite Patches on Aeroelastic Characteristics of a Cantilever Wing in Supersonic Flow," *Scientia Iranica*, Vol. 23, No. 2, pp. 575-587, 2016.
- [22] Pourshamsi, H., Mazidi, A., Fazelzadeh, S. A., "Flutter Analysis of an Aircraft Wing Carrying, Elastically, an External Store," In Persian, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 1, pp. 49-58, 2015.
- [23] Azimi, S.M.H., Mazidi, A., Azadi, M., "Active Flutter Control of a Swept Wing with an Engine by Using Piezoelectric Actuators," In Persian, *Amirkabir Journal of Mechanical Engineering*, (DOI): 10.22060/MEJ.2018.13088.5532.
- [24] Maleeke, H., Moeenfarid, H., "Vibration Suppression of MR Sandwich Beams Based on Fuzzy Logic," In Persian, *Journal of Science and Technology of Composites*, Vol. 3, No. 4, pp. 359-368, 2016.
- [25] Shaker, M., Mohammad Nabi, S., Bahrami, S., "Optimization of Piezoelectric Fibers in FG Panel with PFRC Layers Using Genetic Algorithms," In Persian, Vol. 42, No. 2, pp. 279-290, 2017.
- [26] Zarei, M., Rahimi, G.H., "Free Vibration Analysis of Grid Stiffened Composite Conical Shells," In Persian, *Journal of Science and Technology of Composites*, Vol. 4, No. 1, pp. 1-8, 2017.
- [27] Rahmani, B., Naghmehsanj, M.R., "Robust Vibration Control of a Functionally Graded Beam with a Variable Cross Section," In Persian, *Journal of Science and Technology of Composites*, Vol. 2, No. 2, pp. 17-30, 2015.
- [28] Mehrdad Shokrieh, M., Ghaja, M., Salamattalab, M., Madoliat, R., "Progressive Damage Modeling of Laminated Composites by Considering Simultaneous Effects of Interlaminar and Intralaminar Damage Mechanisms," In Persian, *Journal of Science and Technology of Composites*, Vol. 2, No. 2, pp. 1-8, 2015.
- [29] Heidari, M., Salimi-Majid, D., Mohammadi, B., "Failure Analysis of Composite Wing Adhesive Joints Using 3D Cohesive Interface Element", In Persian, *Journal of Science and Technology of Composites*, Vol. 2, No. 2, pp. 31-40, 2015.
- [30] Taheri-Behrooz, F., Mahdavizade, S. M. J., Gholami, M. J., "Micromechanics of Stress Transfer Through the Interphase in Pull Out Test of Fiber Through the Resin", In Persian, *Journal of Science and Technology of Composites*, Vol. 4, No. 3, pp. 283-294, 2017.

