



پیش‌بینی بار بحرانی کمانشی پوسته‌های استوانه‌ای کامپوزیتی با استفاده از رهیافت همبستگی ارتعاشی

داود شاهقلیان قهفرخی¹، محمدرضا رأفت²، غلامحسین رحیمی^{3*}

1- دانشجوی دکترا، مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران
2- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران
3- استاد، مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران
* تهران، صندوق پستی 141115-111، rahimi_gh@modares.ac.ir

اطلاعات مقاله	چکیده
<p>دریافت: 96/2/18 پذیرش: 96/4/27</p> <p>کلیدواژگان: پوسته‌های استوانه‌ای کامپوزیتی روش همبستگی با ارتعاشات کمانش ساخت تحلیل عددی</p>	<p>پوسته‌های کامپوزیتی به دلیل خواص منحصر بفردشان، یکی از سازه‌های پرکاربرد در صنایع هوایی، دریایی و خودروسازی می‌باشد. در دهه‌های اخیر تحقیقات بسیاری زیادی برای پیش‌بینی بار بحرانی کمانش پوسته‌های کامپوزیتی، بدون خرابی یا شکست انجام شده است. یکی از مهم‌ترین روش‌های غیرمخرب، روش همبستگی ارتعاشی یا VCT می‌باشد. هدف تحقیق حاضر پیش‌بینی بار بحرانی کمانش پوسته‌های استوانه‌ای کامپوزیتی با استفاده از روش VCT می‌باشد. برای این منظور در ابتدا تحلیل ارتعاشات خطی و غیرخطی پوسته‌ی استوانه‌ای کامپوزیتی با استفاده از نرم‌افزار المان محدود آباکوس و در بارهای فشاری مختلف انجام شد. در مرحله‌ی بعد با استفاده از روش تحلیلی ریلی-ریتز و عددی، بار بحرانی کمانش خطی سازه مذکور محاسبه شد. سپس به کمک روش VCT بار بحرانی کمانش غیرخطی پوسته‌های استوانه‌ای کامپوزیتی پیش‌بینی شد. در ادامه و برای صحت نتایج روش VCT، پنج پوسته‌ی کامپوزیتی مشابه و با شرایط یکسان و با استفاده از روش پیچش الیاف ساخته شد و تحت آزمون فشار محوری قرار داده شد. در نهایت بار بحرانی کمانش تجربی به دست آمد. نتایج نشان می‌دهد که اختلاف بار بحرانی کمانش غیرخطی پیش‌بینی شده به روش VCT با بار بحرانی کمانش به دست آمده از آزمایش تجربی کمتر از 3 درصد می‌باشد که این موضوع دال بر مناسب بودن روش VCT برای پیش‌بینی بار بحرانی کمانش با دقت بسیار بالا برای پوسته‌های استوانه‌ای کامپوزیتی می‌باشد.</p>

Prediction of the critical buckling load of composite cylindrical shells by using vibration correlation technique

Davoud Shahgholian-Ghahfarokhi, Mohammad-Reza Raafat, Gholam-Hossein Rahimi*

Department of Mechanical Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran.
* P.O.B. 141115- 111, Tehran, Iran, rahimi_gh@modares.ac.ir

Keywords
Composite cylindrical shells
Vibration correlation technique
Buckling
Fabrication
Numerical analysis

Abstract
Due to unique properties, composite cylindrical shells are used extensively in aviation, marine and automotive industry. In recent decades, several studies have been done to predict the critical buckling load of composite cylindrical shells without breakdown or failure. One of the most important non-destructive methods is Vibration Correlation Technique (VCT). The aim of this research is the prediction of the critical buckling load of composite cylindrical shells by using VCT. For this purpose, linear and nonlinear vibration analysis of composite cylindrical shells were performed in different compressive loads by using finite element software ABAQUS, firstly. In the next step, linear buckling critical load was determined by using Rayle-Ritz and numerical methods. Then, non-linear critical buckling load of composite cylindrical shells was predicted by using VCT. To validate the results of VCT, five composite cylindrical shells were fabricated by using filament winding method with same conditions and axial compression test was done. Finally, the critical buckling load was measured experimentally. The results show that the difference between the critical buckling load of VCT with experimental buckling load is less than 3%. This subject implies that VCT is suitable for prediction of critical buckling load of composite cylindrical shells with very high accuracy.

1-مقدمه
با توجه به نیاز مبرم صنایع به سازه‌هایی با استحکام و سفتی بالا به همراه وزن پایین، پوسته استوانه‌های کامپوزیتی جدار نازک انتخاب مناسبی در این زمینه می‌باشند. در طی سالیان گذشته مواد کامپوزیتی از حوزه‌های آزمایشگاهی به حوزه‌های تجاری و صنعتی راه پیدا کرده‌اند و دارای

کاربردهای بسیار زیادی در صنایع مختلفی نظیر هوافضا، دفاعی، سازه‌های دریایی و اتومبیل می‌باشند.
برای طراحی سازه‌های مختلف تحلیل‌هایی نظیر تحلیل استاتیکی، دینامیکی، ارتعاشی، شکست و کمانشی انجام می‌شود. از آن جایی که سازه‌های جدار نازک عموماً تحت بارهای فشاری قرار می‌گیرند، آنالیز کمانش یکی

برای ارجاع به این مقاله از عبارت زیر استفاده نمایید:
Shahgholian-Ghahfarokhi, D. Raafat, M. R. and Rahimi, G. H., "Prediction of the critical buckling load of composite cylindrical shells by using Vibration Correlation Technique", In Persian, Journal of Science and Technology of Composites, Vol. 5, No. 3, pp. 359-368, 2018.

بار کمانش بدست می‌آید. آربلو و همکاران [9] به مطالعه عددی و تجربی روش VCT نوین پرداخته‌اند. آن‌ها نشان دادند که اگر از روش سوزا برای پوسته استوانه‌های ساده استفاده شود، مقدار E^2 بدست آمده، یک عدد منفی خواهد بود و از نظر فیزیکی بدون معنا می‌باشد.

بیساگنی و همکاران [10] در سال 2015 با انتخاب سه پوسته استوانه کامپوزیتی ساده و از جنس کربن-اپوکسی، به‌عنوان نمونه، آزمون‌های کمانش استاتیکی و کمانش دینامیکی را روی آن انجام دادند. به‌علاوه نمونه‌ها را در نیروهای فشار محوری مختلف تحت آنالیز مودال تجربی قرار دادند تا تغییرات فرکانس طبیعی را با افزایش نیروی فشار محوری مشاهده نمایند. بیساگنی در این پژوهش ملاحظه با افزایش فشار محوری، فرکانس طبیعی سازه کاهش و ضریب دمپینگ آن افزایش می‌یابد. شاکیس و همکاران [11] در سال 2017 دو پوسته استوانه کامپوزیتی از جنس کربن-اپوکسی را به‌عنوان نمونه بررسی کردند. آن‌ها با انجام آزمایش آنالیز تجربی، تغییرات فرکانس طبیعی نمونه‌ها را با افزایش نیروی فشاری تا بار کمانش به دست آوردند تا به کمک آن بار بحرانی را تقریب بزنند. آن‌ها ملاحظه کردند وقتی که نیروی به‌کاررفته از صفر تا هشتاد درصد بار کمانش تجربی در نظر گرفته شود، همخوانی مناسبی بین بار کمانش تقریب زده شده و بار کمانش تجربی بحرانی وجود خواهد داشت و اگر در این محدوده نیروی فشاری، هیچ شکستی رخ ندهد، روش به‌کاررفته کاملاً یک روش غیر مخرب می‌باشد.

هدف این تحقیق پیش‌بینی بار کمانش با استفاده از روش VCT برای پوسته استوانه‌های کامپوزیتی ساده می‌باشد. ابتدا شبیه‌سازی عددی نمونه‌ها در نرم‌افزار المان محدود آباکوس صورت می‌پذیرد و به کمک آن آنالیز عددی ارتعاشات خطی و غیرخطی در مقادیر مختلف بار فشارمحوری انجام شده و فرکانس طبیعی در بارگذاری مذکور بدست می‌آید. در مرحله بعد، به روش تحلیلی و عددی، بار کمانش پوسته استوانه کامپوزیتی بدون در نظر گرفتن نقایص هندسی، بدست می‌آید. سپس به کمک روش VCT مقدار بار کمانش بحرانی پیش‌بینی می‌گردد. در ادامه و برای صحت سنجی نتایج، پنج نمونه کاملاً مشابه و دارای شرایط یکسان ساخته می‌شود و با انجام آزمون فشار محوری، بار کمانش تجربی نمونه‌های ساخته شده بدست می‌آید. در نهایت نتایج حاصل از روش VCT با نتایج تجربی بدست آمده مورد مقایسه قرار خواهد گرفت.

2- مطالعه‌ی عددی

برای شبیه‌سازی عددی از نرم‌افزار آباکوس نسخه 14-6 [12] استفاده شده است که از جمله نرم‌افزارهای المان محدود بسیار کاربردی در این حوزه می‌باشد. همچنین این بسته نرم‌افزاری به خاطر قابلیت گسترده‌ای که در مدل‌سازی مواد مختلف و نیز توانایی سفارشی کردن آن به وسیله برنامه نویسی دارا می‌باشد، در محیط‌های تحقیقاتی آکادمیک هم بسیار مورد استفاده است. پوسته استوانه کامپوزیتی به صورت shell در نظر گرفته شده و از المان S4R استفاده گردید.

2-1- مدل‌سازی هندسی

پوسته‌های مورد استفاده به صورت ساده در نظر گرفته می‌شوند. در این مرحله تنها یک پوسته با مشخصات هندسی نمونه آزمایش و به صورت پوسته با قطر داخلی 160، ضخامت 1.68 و طول 300 میلی‌متر در محیط نرم‌افزار ساخته می‌شود. برای مدل‌سازی بهتر، حلقه‌های اپوکسی در دو سر نمونه

از مهم‌ترین تحلیل‌های خرابی این نوع سازه‌ها می‌باشد. در سال 2003، کیدانه [1] مدل تحلیلی برای محاسبه بار کمانشی پوسته‌های کامپوزیتی ارائه کرد و با استفاده از مدل ارائه شده اثر پارامترهای زاویه، تعداد ریب، زاویه رشته‌پیچی و ضخامت پوسته بررسی شد. در سال 2010، هوسوکاوا و همکاران [2] به بررسی تجربی و عددی ارتعاشات آزاد پوسته استوانه‌ای کامپوزیتی چندلایه با شرط مرزی گیردار پرداخته و با استفاده از نتایج عددی، یک رابطه تقریبی برای محاسبه فرکانس طبیعی بدست آوردند.

در دهه‌های اخیر تحقیقات مختلفی برای ارتباط ارتعاشات با کمانش سازه‌های مختلف توسط محققین متعددی نظیر سامرفلد بیان شده است. که نتایج این تحقیقات منجر به ابداع روش‌های غیرمخرب برای پیش‌بینی بار کمانش گردید. یکی از مهم‌ترین این روش‌ها، روش همبستگی با ارتعاشات یا VCT¹ است که در واقع پل ارتباطی بین کمانش و ارتعاشات می‌باشد و بدون شکست، خرابی و رسیدن به ناپایداری، می‌توان بار کمانش سازه را پیش‌بینی نمود. این روش با توجه به تشابهات شکل‌مدهای ارتعاشی، کمانشی و برمیانی بدست آوردن فرکانس طبیعی سازه‌ی بارگذاری شده می‌باشد که با افزایش بار وارده، تغییرات فرکانس طبیعی را بدست می‌آورد و با استفاده از تغییرات به دست آمده بار بحرانی کمانش سازه مذکور را پیش‌بینی می‌کند. در سال 2002 یک جمع‌بندی مختصر از فرضیات، کاربردها، ابزار آزمایشات و نتایج روش VCT توسط سینگر و همکاران [3] منتشر گردید. این روش علاوه بر این که بار کمانش سازه‌های جدار نازک را پیش‌بینی می‌کند، قادر به تعیین شرایط مرزی حقیقی سیستم نیز می‌باشد. روش VCT ابتدا به‌طور موفقیت آمیزی برای تیرها و ستون‌های تحت بار محوری به کار گرفته شد. در ادامه این تجربه موفق، زمینه ساز استفاده از آن برای سازه‌های دیگر گردید.

در سال 2004، هون و همکاران [4] نشان دادند که شرایط مرزی اثر قابل ملاحظه‌ای بر بار کمانش پوسته‌های کامپوزیتی می‌گذارد. بنابراین VCT با تعیین شرایط مرزی حقیقی و فراهم آوردن اطلاعات بهتر برای شبیه سازی عددی، نقش به‌سزایی در این زمینه ایفا می‌کند. در سال 2015 آبراموویچ و همکاران [5] پیش‌بینی بار کمانش به کمک روش VCT را برای سه پنل ساخته شده به همراه یک پوسته استوانه‌ای مقاوم بررسی کردند. آن‌ها مبنای کارشان را رفتار پس‌کمانش پایدار و ناپایدار سازه‌ها قرار دادند. بر خلاف پوسته که دارای رفتار پس‌کمانشی ناپایدار می‌باشد، پنل‌ها دارای رفتار پس‌کمانشی پایدار هستند که اندازه‌گیری فرکانس طبیعی را تا بار کمانش تجربی واقعی میسر می‌سازد آبراموویچ و همکاران روش مناسبی برای استفاده از VCT برای پنل‌ها ارائه کردند و نشان دادند که استفاده از این روش برای هر سه پنل نتایج مناسبی به همراه دارد. اما آن‌ها نشان دادند که روش پیشنهاد شده برای پوسته استوانه تقویت شده مناسب نیست.

در سال 2014، جانسون و همکاران [6] تلاش فراوانی برای بهبود روش VCT انجام داده‌اند. آن‌ها ابزارهای نیمه تحلیلی برای توسعه و پیدایش نیمه‌کاربردی این روش برای پوسته‌ها معرفی کردند و اثرات غیرخطی وضعیت استاتیکی و نقایص هندسی را در نظر گرفته‌اند. برای غلبه بر کاستی‌های موجود برای برخی ساختارهایی نظیر پوسته‌ها که رفتار پس‌کمانشی ناپایدار دارند، یک روش جدید بر اساس روشی که توسط سوزا و همکاران [7,8] ارائه شد، معرفی گردید، در این روش از رابطه بین فشار محوری و فرکانس طبیعی، E^2 به دست آمده است که E^2 پارامتر ناک-دان² تجربی نامیده می‌شود و براساس نتایج آزمایش در بازه‌ی بارهای پایین و تا حدود 60 درصد

¹ Vibration Correlation Technique

² Knock-Down

نظر گرفتن 6 حال مختلف برای تعداد المان‌ها و سائز مش انجام شده است. همانگونه که در شکل 1 مشاهده می‌شود تعداد المان‌های مناسب برای شبیه‌سازی 39500 عدد می‌باشد که در این تعداد مش، بار بحرانی کمانش خطی سازه به همگرایی می‌رسد و مقدار آن 21.433 کیلو نیوتن به دست می‌آید. در شکل 2 تعداد شکل نهایی پوسته‌ی شبیه سازی شده دیده می‌شود.

جدول 1 خواص مکانیکی رزین اپوکسی و الیاف شیشه

مشخصه	الیاف شیشه	رزین اپوکسی و سخت کننده
چگالی (gr/cm ³)	1.281	1.0667
مدول الاستیسیته (GPa)	26.576	0.8817
ضریب پواسون [17]	0.22	0.36

جدول 2 خواص مکانیکی پوسته

مقادیر	خواص مکانیکی پوسته
1.138	چگالی (gr/cm ³)
5.404 E_1	مدول الاستیسیته (GPa)
1.158 $E_2 = E_3$	
0.463 $G_{12} = G_{13}$	مدول برشی (GPa)
0.600 G_{23}	ضریب پواسون
0.329 $\nu_{12} = \nu_{13}$	
0.133 ν_{23}	

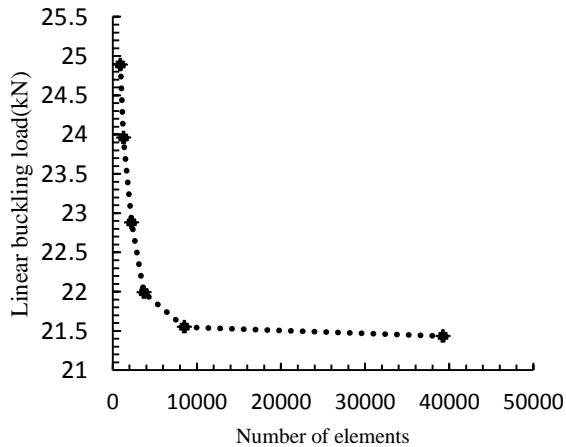


Fig. 1 Mesh convergencing study

شکل 1 مطالعه همگرایی مش

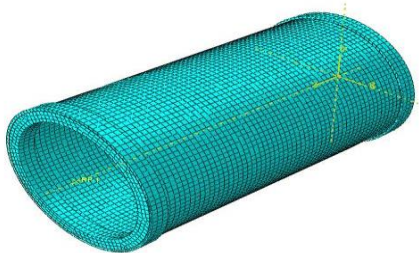


Fig. 2 Final model in Abaqus

شکل 2 مدل نهایی در آباکوس

مدل می‌شود و در بالا و پایین نمونه قرار داده می‌شوند تا شرایط مرزی دو سرگیردار اعمال گردد.

2-2- اعمال خواص مکانیکی به اجزاء

برای اختصاص خواص مکانیکی به پوسته، ماده الاستیک و اورتوتروپ انتخاب می‌شود. لایه‌های کامپوزیت را می‌توان از قسمت Composite layup ایجاد نمود. از آن جایی که ضخامت پوسته نسبت به سایر ابعاد آن ناچیز است، بایستی نوع المان را Conventional shell انتخاب نمود. برای تعریف لایه های کامپوزیت و زوایای رشته پیچی ابتدا بایستی یک دستگاه مختصات استوانه ای مجزا از دستگاه عمومی بر روی پوسته تعیین نمود. حال با توجه به محورهای مختصاتی که برنامه به این دستگاه اختصاص می‌دهد، زاویه چرخش مقادیر ± 72 درجه در دستگاه جدید نسبت به محور استوانه وارد می‌شود تا جهت رشته پیچی حول محور پوسته با محور طولی تعریف گردد. سپس تعداد 6 لایه با ضخامت 0.28 میلی‌متر برای پوسته تعریف می‌شود.

2-3- محاسبه خواص مکانیکی و استحکام نهایی تک لایه کامپوزیتی

خواص مکانیکی مواد به کمک تست و روابط میکرو مکانیک به دست آمده است. با توجه به مشکل بودن برخی از آزمایش‌ها خواص مکانیکی، و همچنین امکانات آزمایشگاهی موجود، مدول ینگ رزین و الیاف شیشه به کمک آزمون کشش مطابق استاندارد [13] ASTM D 638-03 و استاندارد [14] ASTM D 2256 بدست آمده و در (جدول 1) ارائه گردید. سپس با مراجعه به روابط میکرومکانیک لایه‌ها [15]، خواص مکانیکی و استحکام های پوسته محاسبه شدند (جدول 2). مقادیر ضریب پواسون نیز از مرجع [15]، برای رزین و الیاف شیشه استخراج شده است و مقادیر چگالی رزین و الیاف شیشه با اندازه گیری تجربی محاسبه شده است.

2-4- تعریف نوع حل و خروجی های مورد نظر

در این تحقیق ابتدا یک تحلیل کمانش خطی در abaqus/implicit برای بدست آوردن بار کمانش خطی پوسته استوانه کامپوزیتی بدون در نظر گرفتن نقایص هندسی صورت می‌پذیرد. در ادامه به کمک استپ استاتیک جنرال، تحلیل فرکانس غیرخطی با در نظر گرفتن اثرات غیر خطی بودن هندسی و تغییرشکل‌های بزرگ برای پوسته استوانه بدون نقایص هندسی، انجام می‌گیرد تا با افزایش بار فشاری پوسته استوانه کامپوزیتی میزان کاهش فرکانس طبیعی مشخص گردد. در مرحله بعد نقایص هندسی با ضریب نقص اولیه (IMPERFECTION) 10 درصد ضخامت و با کیورد نویسی در مدل شبیه سازی شده اعمال می‌گردد تا تغییرات فرکانس طبیعی با افزایش بار فشار محوری بدست آمده، به واقعیت نزدیک‌تر گردد. لازم به توضیح می‌باشد که چون مقدار اختلاف در ضخامت‌های نمونه‌های ساخته شده نسبت به ماکزیمم ضخامت اندازه‌گیری شده 10 درصد بود مقدار نقص هندسی 10 درصد در شبیه‌سازی‌ها استفاده شد. همچنین این مقدار در جابه‌جایی‌های خطی به دست آمده از حل مقدار ویژه ضرب شده و در قسمت غیرخطی استفاده می‌شود که این کار به صورت توسط کیورد نویسی در نرم افزار انجام می‌گردد.

2-5- همگرایی مش

برای به دست آوردن نتایج عددی با دقت بالا، باید مطالعه‌ی همگرایی مش انجام و سائز مناسب مش به دست آورده شود. در این تحقیق این کار با در

ایجاد یک مسئله مقدار ویژه شده که با حل آن برای نیروی مجهول، تعداد زیادی مقادیر ویژه بدست می‌آید. کمترین مقدار ویژه بدست آمده برابر با بار بحرانی کمانش پوسته است.

$$\Pi = U - V \quad (6)$$

$$\delta \Pi = \sum \left(\frac{\delta \Pi}{\delta A_{mn}} \delta A_{mn} + \frac{\delta \Pi}{\delta B_{mn}} \delta B_{mn} + \frac{\delta \Pi}{\delta C_{mn}} \delta C_{mn} \right) = 0 \quad (7)$$

4- ساخت نمونه

4-1- مواد مصرفی

برای ساخت نمونه‌ها نیاز به رزین و الیاف می‌باشد. رزین مورد استفاده برای ساخت نمونه‌ها از نوع اپوکسی با ترکیب پلیمر اولیه CY219 و سخت‌کننده HY5161، تولید شده توسط شرکت شیمی افسون انتخاب شد که علت این انتخاب استحکام بالای آن، کاربرد بسیار زیاد در صنایع مختلف و در دسترس بودن آن می‌باشد و درصد ترکیب رزین به سخت‌کننده با نسبت 2 به 1 است. الیاف مورد استفاده نیز از جنس شیشه¹ و نوع ایبی انتخاب گردید که دارای استحکام بالا و نحوه‌ی پیچش مناسب می‌باشد.

4-2- روش ساخت

نمونه‌ها با استفاده از دستگاه پیچش الیاف و به روش رشته پیچی² ساخته شد. پس از آماده‌سازی رزین ابتدا یک قالب تفلونی بر روی محور دستگاه قرار می‌گیرد. سپس سطح قالب با استفاده از چسب مخصوص پوشانده می‌شود تا بعد از فرآیند پخت مشکلی در جدا کردن پوسته از قالب پیش نیاید. با تنظیم سرعت‌های خطی و دورانی دستگاه، زاویه رشته پیچی مورد نظر نسبت به محور استوانه تعیین می‌شود. در این پژوهش زاویه ± 72 درجه در نظر گرفته شده است. در نهایت با حرکت خطی و دورانی دستگاه پیچش، الیاف به دور قالب نصب شده بر روی مندریل دستگاه پیچیده شده و همزمان رزین اضافه می‌گردد. زمانی که ضخامت مطلوب حاصل شود فرآیند پیچش متوقف شده و نمونه پس از خشک شدن کامل به مدت 24 ساعت از داخل مندریل بیرون آورده می‌شود. در شکل 3، دستگاه و نمونه در حال ساخت دیده می‌شود. همانگونه که در جدول 3 نشان داده شده است، 5 نمونه ساخته شد، به طوری که هر یک از نمونه‌ها دارای طول میانگین 30 سانتی‌متر، قطر داخلی 16 سانتی‌متر و ضخامت پوسته 1.72 میلی‌متر می‌باشند.

4-3- اعمال شرایط مرزی گیردار

برای اعمال شرایط مرزی و گیردار کردن دو انتهای پوسته‌های استوانه‌ای، در ابتدا دو حلقه اپوکسی در لبه‌های بالایی و پایینی نمونه‌ها ایجاد شده است. که در شکل 4 شکل نهایی نمونه‌های ساخته شده آمده است. در مرحله بعد دو فیکسچر فولادی ساخته می‌شود تا حلقه‌های اپوکسی ایجاد شده کاملاً درون آن قرار بگیرند و اجازه هرگونه جابجایی و دوران از لبه‌های پوسته استوانه‌ها گرفته شود و شرایط مرزی گیردار مورد نظر به‌طور کامل اعمال گردد. بدین ترتیب لبه‌های بالایی و پایینی پوسته استوانه به میزان 5 میلی‌متر توسط حلقه اپوکسی و به میزان 15 میلی‌متر توسط فیکسچر فلزی از داخل و خارج احاطه گشته‌اند تا شرایط مرزی گیردار مورد نظر به‌طور کامل اعمال گردد.

3- محاسبه تحلیلی بار کمانش خطی

در این قسمت بار بحرانی کمانش پوسته‌ی استوانه‌ای کامپوزیتی ساده با استفاده از روش ریلی-ریتز محاسبه خواهد شد. مطابق روش ریلی-ریتز انرژی کرنشی پوسته مطابق رابطه (1) [16] و کار نیروی خارجی مطابق رابطه (2) [17] بدست می‌آید:

$$U = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi r} \int_0^L (N_x \varepsilon_x^0 + N_y \varepsilon_y^0 + N_{xy} \varepsilon_{xy}^0 + M_x \kappa_x + M_y \kappa_y + M_{xy} \kappa_{xy}) dx dy \quad (1)$$

$$V = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi r} \int_0^L P \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 dx dy \quad (2)$$

در روابط (1) و (2)، شعاع استوانه، r طول استوانه، L بار بحرانی کمانش، ε_x^0 ، ε_y^0 ، ε_{xy}^0 و κ_x ، κ_y ، κ_{xy} کرنش‌ها و انحناهای سطح میانی در جهات مختلف می‌باشند که به ترتیب از رابطه (3) و (4) بدست می‌آیند [17]

$$\begin{aligned} \varepsilon_x^0 &= \frac{\partial u}{\partial x} \\ \varepsilon_y^0 &= \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{w}{r} \\ \varepsilon_{xy}^0 &= \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \kappa_x &= -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\ \kappa_y &= -\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \\ \kappa_{xy} &= -2 \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \end{aligned} \quad (4)$$

میدان تغییر مکان u و v و w توسط توابع قابل قبولی تعیین شدند. این توابع قابل قبول شرایط مرزی را ارضا می‌کنند. برای حالت تکیه‌گاه گیردار میدان تغییر مکان بصورت رابطه (5) می‌گردد.

$$\begin{aligned} u &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_{mn} \cos(\bar{m}x) \sin(\bar{n}y) \\ v &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} B_{mn} \sin(\bar{m}x) \cos(\bar{n}y) \\ w &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} C_{mn} (1 - \cos(\bar{m}x)) \sin(\bar{n}y) \end{aligned} \quad (5)$$

در روابط (5) $\bar{m} = \frac{m\pi}{L}$ ، $\bar{n} = \frac{n\pi}{L}$ و $y = r\theta$ ، $m, n = 1, 2, 3, \dots$ می‌باشند.

لازم به توضیح است که در رابطه‌ی (1)، N_x ، N_y و N_{xy} منته‌های نیرویی و M_x ، M_y و M_{xy} منته‌های ممان می‌باشند. و با استفاده از تئوری کلاسیک لایه‌ها قابل محاسبه می‌باشند.

مطابق روش ریتز بار بحرانی کمانش زمانی به دست می‌آید که تابع انرژی پتانسیل (که از رابطه‌ی (6) به دست می‌آید) مینیمم گردد. برای این منظور با جایگذاری روابط (5) در روابط (3) و (4) و سپس جایگزینی در روابط (1) و (2) انرژی کرنشی و کار نیروی خارجی به دست می‌آید. در نهایت با استفاده از رابطه‌ی (6) تابع انرژی پتانسیل بدست آمده که برای مینیمم نمودن آن مطابق رابطه‌ی (7) باید مشتق اول انرژی پتانسیل کل نسبت به ضرایب مجهول میدان جابجایی صفر شود [17]. این امر منجر به

¹ E-Glass

² Filament Winding

جدول ۳ مشخصات هندسی نمونه‌های ساخته شده

تعداد دفعات	تعداد نمونه‌های ساخته شده	ارتفاع (mm)	ضخامت (mm)	قطر خارجی (mm)
60	5	300	1.68	160

همانند مرجع [14] از روش VCT نوین استفاده می‌شود. به این ترتیب که از مقادیر فرکانس طبیعی در بارهای فشاری مختلف استفاده می‌کنیم. ابتدا باید مقادیر $(1-P)^2$ را بر حسب $(1-F^2)$ بدست آورد. که در آن $P = \frac{p}{P_{cr}}$ و $F = \frac{f_m}{f_0}$ می‌باشد که در آن P بار فشار محوری، P_{cr} بار کمانش خطی پوسته، f_m فرکانس ارتعاشاتی مد اول در بار P و f_0 فرکانس طبیعی مد اول پوسته بدون بار می‌باشد. سپس نقاط مختلف با استفاده از یک برازش درجه 2 به یکدیگر مرتبط می‌گردند (شکل 5). مقدار حداقل $(1-P)^2$ بدست آمده از برازش منحنی، اندازه 3^2 را ارائه می‌دهد. 3^2 ظرفیت تحمل افت بار است که با پارامتر ناک-دان در ارتباط است و نحوه بدست آمدن آن در شکل 5 نشان داده شده است.



Fig. 4 Final specimens

شکل 4 نمونه ساخته شده نهایی

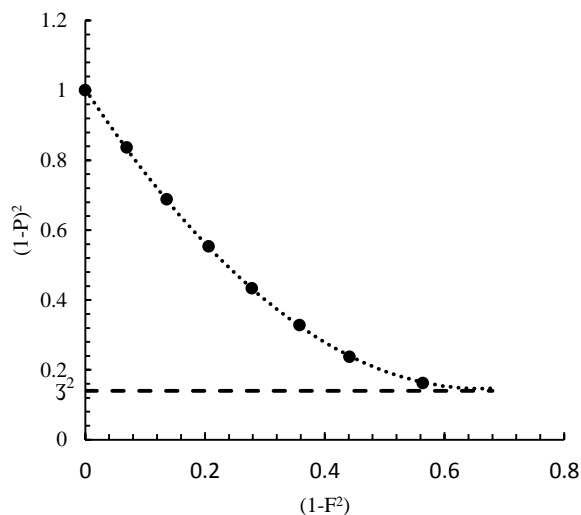


Fig. 5 Results of VCT by linear frequency

شکل 5 نمودار VCT رسم شده به کمک فرکانس‌های خطی

جدول 4 بار بحرانی کمانش خطی

اختلاف %	بار بحرانی کمانش (kN)	
	تحلیلی	شبیه‌سازی اجزا محدود
8.3	23.385	21.433



Fig. 3 Filament winding process

شکل 3 فرایند ساخت نمونه‌ها به روش رشته پیچی

5- نتایج و بحث

در این بخش ابتدا نتایج به دست آمده از حل تحلیلی و شبیه‌سازی اجزا محدود کمانش خطی ذکر می‌گردند، سپس بار کمانش پیش‌بینی شده به روش VCT و با استفاده از تحلیل ارتعاشات خطی و غیرخطی بدست می‌آید و در مرحله آخر با انجام تست فشار و به دست آمدن نتایج تجربی، به مقایسه نتایج به دست آمده و کارایی روش VCT پرداخته خواهد شد. در نهایت نیز با تحقیقات دیگر محققان مورد مقایسه قرار خواهد گرفت.

5-1- بار کمانش خطی

یکی از موارد مورد نیاز و داده‌های ورودی روش VCT محاسبه بار بحرانی کمانش خطی می‌باشد. که در این تحقیق از دو روش تحلیلی و شبیه‌سازی اجزا محدود برای محاسبه بار کمانش خطی استفاده شده است. مطابق جدول 4 بار کمانش خطی بدست آمده از شبیه‌سازی اجزا محدود برابر با 21.433 kN و بار کمانش خطی محاسبه شده به روش تحلیلی برابر با 23.385 kN است. اختلاف نتایج به دست آمده 8.3 درصد می‌باشد. که این موضوع دال بر دقت شبیه‌سازی انجام شده می‌باشد.

5-2- پیش‌بینی بار بحرانی کمانش با استفاده از روش VCT و به کمک

آنالیز ارتعاشات خطی

در این مرحله با استفاده از روش VCT و با انجام تحلیل ارتعاش خطی و با در نظر گرفتن تغییر شکل‌های بزرگ برای پوسته‌ی استوانه‌ای کامپوزیتی، فرکانس طبیعی سازه‌ی مذکور در بارهای فشاری مختلف بدست می‌آید. با افزایش بار فشاری پوسته استوانه کامپوزیتی میزان کاهش فرکانس طبیعی مشخص می‌گردد. فرکانس طبیعی چهار مد اول ارتعاشات پوسته استوانه کامپوزیتی در جدول 5 ارائه شده است. برای پیش‌بینی بار بحرانی کمانش

استفاده از مقادیر 3^2 و بار کمانش خطی، بار کمانش پیش‌بینی شده به روش VCT و با استفاده از آنالیز ارتعاشات غیرخطی برابر با 14.641 kN بدست می‌آید.

جدول 6 فرکانس غیرخطی در بارهای فشاری مختلف

Table 6 Nonlinear frequency in the different compressive loads

بار فشار محوری (kN)	فرکانس طبیعی (Hz)			
	مود اول	مود دوم	مود سوم	مود چهارم
0	312	402	412	586
2	301	393	406	563
4	290	384	399	539
6	278	374	392	513
8	265	363	384	485
10	250	349	376	453
12	232	332	365	415
13	206	293	350	362

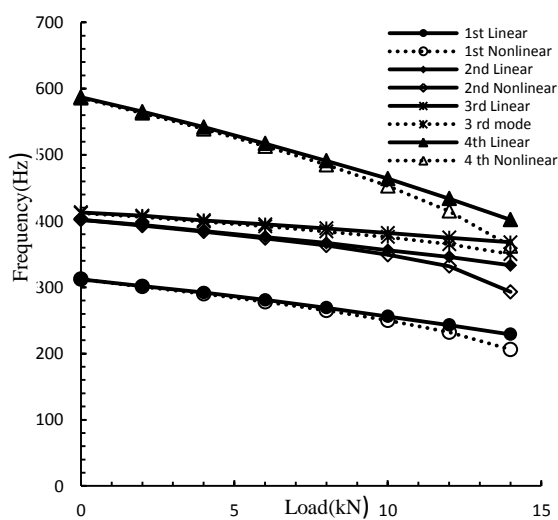


Fig. 6 The natural frequency of four modes of the nonlinear vibrations

شکل 6 فرکانس طبیعی چهار مود اول ارتعاشات غیرخطی

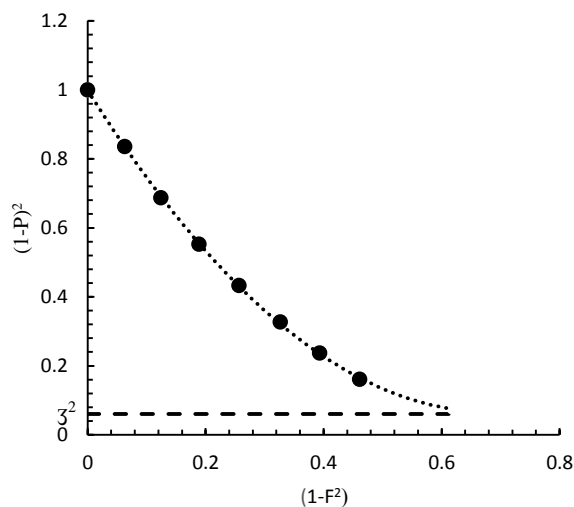


Fig. 7 Results of VCT by nonlinear frequency

شکل 7 نمودار VCT رسم شده به کمک فرکانس‌های غیرخطی

جدول 5 فرکانس خطی در بارهای فشاری مختلف

Table 5 Linear frequency in the different compressive loads

بار فشار محوری (kN)	فرکانس طبیعی (Hz)			
	مود اول	مود دوم	مود سوم	مود چهارم
0	312	402	413	587
2	302	394	408	565
4	292	385	401	542
6	281	376	395	517
8	269	367	389	491
10	256	356	382	464
12	243	346	375	434
13	229	333	368	402

در ادامه به کمک رابطه (8) که از مرجع [14] استخراج شده است، مقدار بار کمانش پیش‌بینی شده بدست می‌آید. در این رابطه مقدار P_{cr} برابر با بار کمانش خطی است که به روش تحلیلی بدست آمده است. در نتیجه با جایگذاری مقادیر P_{cr} و 3^2 در رابطه (8) مقدار P_{VCT} که همان بار کمانش پیش‌بینی شده به روش VCT می‌باشد با استفاده از نتایج عددی ارتعاشات خطی بدست می‌آید.

$$P_{VCT} = P_{cr} \left(1 - \sqrt{3^2}\right) \quad (8)$$

با استفاده از نتایج به دست آمده در شکل 5 و استفاده از رابطه (8)، بار بحرانی کمانش پیش‌بینی شده با استفاده از روش VCT و نتایج عددی ارتعاشات خطی برابر 17.688 kN به دست آمد.

3-5- پیش‌بینی بار بحرانی کمانش با استفاده از روش VCT و به کمک

آنالیز ارتعاشات غیرخطی

با توجه به این موضوع که در عمل پوسته‌های ساخته شده به صورت آل نمی‌باشند و دارای نقص و عیوب هندسی می‌باشند. بنابراین تحلیل‌های خطی نمی‌تواند دقت کافی برای محاسبه یا پیش‌بینی بار بحرانی کمانش داشته باشد. بنابراین برای بررسی این موضوع در این قسمت علاوه بر در نظر گرفتن تغییرشکل‌های بزرگ، اثرات نقایص هندسی نیز در نظر گرفته می‌شود. که برای در نظر گرفتن این موضوع در شبیه‌سازی‌های انجام شده اثر نقایص هندسی با ضریب نقص اولیه (IMPERFECTION) 10% اعمال می‌گردد تا تغییرات فرکانس طبیعی با افزایش بار فشار محوری بدست آمده و به واقعیت نزدیکتر گردد.

فرکانس طبیعی چهار مود اول ارتعاشات غیرخطی پوسته استوانه‌ای کامپوزیتی در جدول 6 ارائه شده است. نمودار شکل 6 نیز اختلاف فرکانس طبیعی خطی و غیرخطی را برای چهار مود اول نشان می‌دهد. همانگونه که مشخص است با افزایش فشار محوری، کاهش بیشتری در فرکانس طبیعی رخ می‌دهد که این ناشی از اثرات نقایص هندسی می‌باشد.

حال با استفاده از روش VCT و با استفاده از مقادیر فرکانس غیرخطی مداوم ارتعاشات در بارهای فشاری مختلف، پیش‌بینی بار بحرانی کمانش به روش مذکور انجام می‌شود. ابتدا مقادیر $(1-P)^2$ بر حسب $(1-F^2)$ بدست می‌آید و نقاط مختلف آن با استفاده از یک برآزش درجه دو به یکدیگر متصل می‌گردند. که نمودار آن به همراه 3^2 مربوطه در شکل 7 نشان داده شده است. مقدار 3^2 با استفاده از تحلیل ارتعاشات غیرخطی و مطابق با نمودار شکل 7 برابر با 0.1398 بدست آمد. در نتیجه به کمک رابطه (8) و با

4-4-آزمون فشار محوری

می‌دهد که با مدل عددی شبیه‌سازی شده تطابق مناسبی دارد. همانگونه که در جدول 9 مشاهده می‌شود ماکزیمم خطای فرکانس طبیعی پیش‌بینی شده با مدل المان محدود تحقیق حاضر 3.2 درصد می‌باشد که گویای دقت مدل المان محدود انجام شده در این تحقیق می‌باشد.

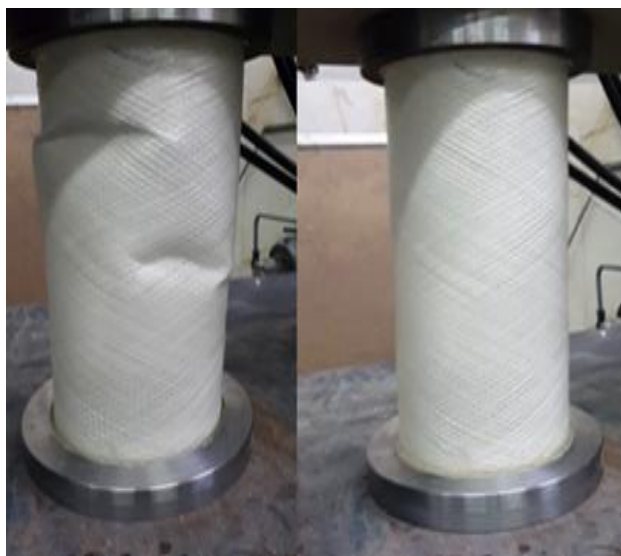


Fig.8 Specimen, before and after buckling

شکل 8 نمونه قبل و بعد کمانش

جدول 7 نتایج تجربی

Table 7 Experimental results

بار کمانش تجربی (kN)	شماره نمونه
15.0	1
14.2	2
13.6	3
14.4	4
14.3	5
14.30	میانگین

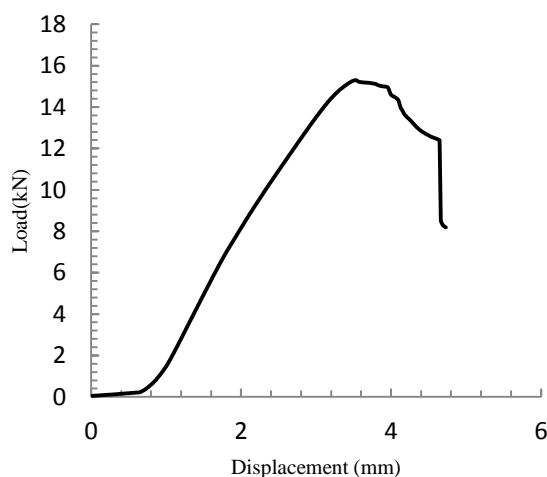


Fig.9 Load-Displacement graph of sample 1

شکل 9 نمودار نیرو-جابجایی نمونه اول

تمامی پنج نمونه‌ی ساخته شده تحت آزمون فشار محوری قرار گرفتند تا مقدار بار کمانش بحرانی تجربی بدست آید و با بار کمانش پیش‌بینی شده مقایسه گردند. برای اعمال بار محوری بر روی پوسته‌های ساخته شده از دستگاه یونیورسال Shijin wdw.300e استفاده گردید که توانایی اعمال بار تا 100 KN را دارد. برای اعمال بار به نحو مطلوب از دو صفحه سنگ زنی شده که ما بین فیکسچر فلزی و فک دستگاه قرار بگیرد استفاده می‌شود. دستگاه در حالت کنترل جابجایی تنظیم شده و اعمال بار با حرکت سینی متحرک دستگاه صورت می‌گیرد، سرعت بارگذاری با توجه به استاندارد و موارد مشابه [18] 0.5 میلی‌متر بر دقیقه انتخاب شد. برای تنظیم و مشخص شدن دقت دستگاه بارگذاری و کالیبره بودن آن در حین بارگذاری از نمونه‌های استاندارد که در دسترس قرار داشت استفاده شد و قبل از شروع بارگذاری از صحت عملکرد دستگاه اطمینان حاصل شد. بارگذاری محوری تا یافتن بار بحرانی کمانش و خرابی نمونه ادامه می‌یابد.

شکل 8 نمونه قرار گرفته داخل دستگاه تست فشار را قبل و بعد کمانش نشان می‌دهد. بار کمانش تجربی پنج نمونه‌ی ساخته شده با انجام تست فشار محوری بدست آمد که در جدول 7 قابل مشاهده می‌باشد. همچنین مقدار میانگین آن‌ها برابر با 14.30 kN می‌باشد. نمودار بار-جابجایی نمونه‌ی بارگذاری شده اول در شکل 9 مشاهده می‌گردد.

5-5-مقایسه نتایج پیش‌بینی شده با نتایج تجربی بدست آمده

در این قسمت به بررسی کارایی روش VCT پرداخته می‌شود. و نتایج به دست آمده از این روش با نتایج به دست آمده از تست تجربی مقایسه می‌گردد تا کارایی و بازدهی روش مذکور مورد بررسی قرار گیرد. برای این منظور بار بحرانی کمانش به دست آمده از روش VCT به کمک آنالیز ارتعاشات خطی را $P_{VCT,Linear}$ ، بار بحرانی کمانش به دست آمده از روش VCT به کمک آنالیز ارتعاشات غیرخطی را $P_{VCT,Nonlinear}$ و بار بحرانی کمانش تجربی را P_{EXP} می‌نامیم. همانگونه که در جدول 8 مشاهده می‌گردد اختلاف بار بحرانی پیش‌بینی شده به روش VCT به کمک آنالیز ارتعاشات خطی با بار کمانش بحرانی تجربی 19.15% می‌باشد که این اختلاف ناشی از شبیه‌سازی خطی مسئله می‌باشد و با توجه به اینکه نمونه‌های ساخته شده به صورت ایده‌آل نیستند و دارای نواقص هندسی در ساخت می‌باشند، این اختلاف به دست آمده قابل درک می‌باشد.

همانگونه که در جدول 8 مشاهده می‌شود اختلاف بار بحرانی پیش‌بینی شده به روش VCT به کمک آنالیز ارتعاشات غیرخطی با بار کمانش بحرانی تجربی 2.30% می‌باشد که دیده می‌شود مقدار بسیار اندکی می‌باشد. بنابراین دیده می‌شود که روش VCT برای پیش‌بینی بار بحرانی کمانش روش مناسبی می‌باشد. در واقع بدون اینکه به سازه مورد نظر آسیب جدی وارد شود و یا بطور کامل تخریب گردد، می‌توان با استفاده از روش VCT بار بحرانی کمانش آن سازه را با دقت بالایی پیش‌بینی نمود.

6-5-مقایسه نتایج پیش‌بینی شده با نتایج تجربی مراجع دیگر

برای اطمینان بیشتر از صحت مدل‌سازی المان محدود، در جدول 9 مدل المان محدود تحقیق حاضر، با نتایج تجربی مرجع [19] برای پوسته استوانه ساده ساخته شده از الیاف کربن و اپوکسی و شرایط مرزی گیردار-گیردار مقایسه شده است. نتایج به دست آمده با انجام آنالیز مودال تجربی و افزایش فشار محوری توسط مرجع [19] نیز روند کاهشی برای فرکانس نشان

7-5- بررسی اثر بازه‌های فشاری بر دقت پیش‌بینی به روش VCT

با توجه به اینکه دقت پیش‌بینی روش VCT وابسته به انتخاب بازه‌ی فشاری می‌باشد. بنابراین بررسی اثر بازه‌های فشاری بر دقت پیش‌بینی روش VCT بسیار مهم می‌باشد. برای پیدا کردن محدوده مناسب بار فشاری، با در نظر گرفتن مقادیر مختلف فرکانس طبیعی در بازه‌های مختلف بار فشاری به پیش‌بینی بار کمانش می‌پردازیم.

از آنجا که استفاده از آنالیز ارتعاشات غیرخطی خطای کمتری داشت، در این قسمت از اطلاعات بدست آمده از این آنالیز استفاده می‌کنیم. بدین ترتیب که با استفاده از مقادیر فرکانس بدست آمده از آنالیز ارتعاشات غیرخطی از محدوده 38 درصد بار کمانش تجربی تا حدود 90 درصد آن، مقادیر 3^2 مربوطه بدست آمد و به کمک رابطه‌ی (8) بار کمانش پیش‌بینی شده محاسبه شد و با بار کمانش تجربی مقایسه و در جدول 10 ارائه گردید. همانگونه که در جدول 8 مشاهده می‌شود با افزایش بار فشار محوری خطای پیش‌بینی روش VCT نسبت به بار بحرانی تجربی به دست آمده کمتر می‌گردد. که دلیل آن نزدیک شدن به بار بحرانی تجربی می‌باشد. بنابراین بدیهی است که بهترین نتیجه در ماکزیمم بار فشار محوری رخ می‌دهد. اما یکی از نتایج بسیار مهمی که از این مثال برداشت می‌شود تعیین حداقل بازه‌ی فشاری برای یافتن نتایج دقیق می‌باشد.

همانگونه که در جدول 8 مشاهده می‌شود، اگر بازه‌ی فشاری مساوی یا بزرگتر از 50 درصد بار تجربی به دست آمده در نظر گرفته شود، می‌توان نتایجی با دقت بالا و خطای کمتر از 10 درصد به دست آورد. بنابراین یکی از نتایج مهمی که در این تحقیق به دست آمده است، تعیین بازه‌ی فشار محوری می‌باشد.

جدول 8 مقایسه‌ی نتایج

Table 8 Results Comparison

P_{EXP}	$P_{VCTNonlinear}$	$P_{VCTLinear}$
14.30	14.641	17.668
		(kN)
-	%2.33	%19.15
		درصد اختلاف با بار کمانش تجربی

جدول 9 مقایسه نتایج با مرجع [19]

Table 9 Results Comparison with Res. [19]

نیروی فشار محوری (kN)	مدل المان محدود تحقیق حاضر (Hz)	نتایج تجربی مرجع [19] (Hz)	اختلاف (%)
0.09	224	217	3.2
2.18	219	212	3.2
4.16	214	208	2.8
6.16	209	204	2.4
8.2	203	199	1.9
10.55	197	194	1.1
12.77	191	188	1.1
15	184	183	1.0
17.57	176	175	1.0
19.42	171	170	1.0
20.63	165	166	1.0
22.4*	160	159	1.0

جدول 10 بررسی اثر بازه‌های فشاری

Table 10 Effect of compressive ranges

$\frac{P_{VCTNonlinear} - P_{EXP}}{P_{VCTNonlinear}} \times 100$	$P_{VCTNonlinear}$	$\frac{P}{P_{EXP}} \times 100$
24.92	19.047	38
9.44	15.791	51
3.15	14.765	64
2.69	16.684	77
2.33	14.641	90

6- نتیجه‌گیری

پوسته‌های استوانه‌ای کامپوزیتی به دلیل استحکام بالا، وزن پایین و خواص مکانیکی ایده‌آل دارای کاربردهای بسیار زیادی در صنایع مختلفی نظیر هوافضا، دفاعی، سازه‌های دریایی و اتومبیل می‌باشند. برای طراحی سازه‌های مختلف تحلیل‌هایی نظیر تحلیل استاتیکی، دینامیکی، ارتعاشی، شکست و کمانشی انجام می‌شود. از آن جایی که سازه‌های جدار نازک عموماً تحت بارهای فشاری قرار می‌گیرند، آنالیز کمانش یکی از مهم‌ترین تحلیل‌های خرابی این نوع سازه‌ها می‌باشد. در دهه‌های اخیر تلاش‌های فراوانی برای پیش‌بینی بار کمانش پوسته‌های کامپوزیتی انجام شده است. یکی از روش‌های غیرمخرب ارائه شده برای پیش‌بینی بار کمانش، روش همخوانی با ارتعاشات یا VCT است که در واقع پل ارتباطی بین کمانش و ارتعاشات می‌باشد و با استفاده از این روش، بدون شکست، خرابی و رسیدن به ناپایداری، می‌توان بار کمانش سازه را پیش‌بینی نمود. در این تحقیق بار کمانش بحرانی پوسته‌های کامپوزیتی ساده با استفاده از روش VCT مورد بررسی قرار گرفت. در ابتدا شبیه‌سازی عددی نمونه‌ها در نرم‌افزار المان محدود آباکوس انجام شد و تحلیل عددی ارتعاشات خطی و غیرخطی در مقادیر مختلف بار فشارمحوری انجام شده و فرکانس طبیعی در بارگذارهای مذکور بدست آمد. در مرحله‌ی بعدی بار کمانش خطی به روش تحلیلی و عددی به دست آورده شده و مورد مقایسه قرار گرفته شد. سپس به کمک روش VCT بار بحرانی کمانش با استفاده از آنالیز ارتعاشات خطی و غیرخطی انجام شده، به دست آمد. در نهایت برای بررسی و صحت سنجی نتایج پیش‌بینی شده نمونه‌های تجربی ساخته شدند و تحت آزمایش فشار قرار گرفته شدند. به‌طور کلی نتایج به دست آمده در این تحقیق عبارتند از:

۱- اختلاف بار بحرانی کمانش خطی به دست آمده از روش تحلیلی و عددی %8.3 می‌باشد.

۲- بار بحرانی کمانش پیش‌بینی شده با استفاده از روش VCT و به کمک آنالیز ارتعاشات خطی 17.668 کیلو نیوتن به دست آورده شد. همچنین بار کمانش تجربی به دست آمده برابر 14.30 کیلو نیوتن به دست آمد. با توجه به نتایج به دست آمده، اختلاف نتایج پیش‌بینی شده VCT به کمک آنالیز ارتعاشات خطی با نتایج تجربی برابر 19.15 درصد می‌باشد که این اختلاف با توجه به این مطلب که نمونه‌های ساخته شده به صورت ایده‌آل نیستند و دارای عیوب و نقص‌های هندسی می‌باشند، قابل درک می‌باشد.

۳- بار بحرانی کمانش پیش‌بینی شده با استفاده از روش VCT و به کمک آنالیز ارتعاشات غیرخطی 14.641 کیلو نیوتن به دست آورده شد. اختلاف نتایج پیش‌بینی شده VCT به کمک آنالیز ارتعاشات غیرخطی با نتایج تجربی برابر 2.33 درصد می‌باشد که این موضوع دال بر مناسب بودن روش VCT برای پیش‌بینی نتایج با دقت بسیار بالا برای پوسته‌های استوانه‌ای کامپوزیتی ساده می‌باشد.

۴- روش VCT روش مناسبی برای پیش‌بینی بار کمانش بحرانی پوسته‌های استوانه‌ای کامپوزیتی ساده می‌باشد و بدون ناپایداری، خرابی و شکست سازه قادر به پیش‌بینی بار بحرانی کمانش می‌باشد. این روش در بازه تغییرات فشاری مساوی یا بزرگتر از 50 درصد بار تجربی، می‌تواند نتایجی با دقت بالا و خطای کمتر از 10 درصد، برای پوسته‌های استوانه‌ای کامپوزیتی ساده به دست آورد.

7-مراجع

- [1] Kidane, S. Li. G. Helms, J. Pang, S. S. and Woldesenbet, E., "Buckling Load Analysis of Grid Stiffened Composite Cylinders," *Composites: Part B Engineering*, Vol. 34, No. 1, pp. 1-9, 2003.
- [2] Hosokawa, K. Murayama, M. and Sakata, T. T., "Free Vibration Analysis of Angle-ply Laminated Circular Cylindrical Shells with Clamped Edges," *Science and Engineering of Composite Materials*, Vol. 9, No. 1, pp. 67-80, 2000.
- [3] Singer, J. Arboez, J. and Weller, T., "Buckling Experiments, Shells, Built-up Structures", *composites and additional topics*, Vol. 2. John Wiley & Sons, 2002.
- [4] Hühne, C. Zimmermann, R. Rolfes, R. and Geier, B., "Sensitivities to Geometrical and Loading Imperfections on Buckling of Composite Cylindrical Shells," *European Conference on Spacecraft 2002*.
- [5] Abramovich, H. Govich, D. and Grunwald, A., "Buckling Prediction of Panels Using the Vibration Correlation Technique," *Progress in Aerospace Sciences*, Vol. 78, No. 1, pp. 62-73, 2015.
- [6] Jansen, E. L. Abramovich, H. and Rolfes, R., "The Direct Prediction of Buckling Loads of Shells Under Axial Compression Using VCT—Towards an Upgraded Approach," in *Proceedings of the 27th Congress of the International Council of the Aeronautical Sciences*, 2014.
- [7] Souza, M. A. and Assaid, L. M. B., "A new technique for the Prediction of Buckling Loads from Nondestructive Vibration Tests," *Experimental Mechanics*, Vol. 31, No. 2, pp. 93-97, 1991.
- [8] Souza, M. A. Fok, W. C. and Walker, A. C., "Review of Experimental Techniques for Thin-walled Structures Liable to Buckling: Neutral and Unstable Buckling," *Experimental Technology*, Vol. 7, No. 9, pp. 21-25, 1983.
- [9] Arbelo, M. A., "Vibration Correlation Technique for the Estimation of Real Boundary Conditions and Buckling Load of Unstiffened Plates and Cylindrical Shells," *Thin-Walled Structure*, Vol. 1, No.1, pp. 1-10, 2014.
- [10] C. Bisagni., "Composite Cylindrical Shells under Static and Dynamic Axial Loading: An experimental campaign," *Prog. Aerosp. Sci.*, Vol. 78, pp. 107-115, 2015.
- [11] E. Skukis, O. Ozolins, K. Kalnins, and M. A. Arbelo, "Experimental Test for Estimation of Buckling Load on Unstiffened Cylindrical shells by Vibration Correlation Technique," *Procedia Eng.*, Vol. 172, pp. 1023-1030, 2017.
- [12] Abaqus, C. A. E., "User's manual," *Abaqus Anal. User's Man.*, 2016.
- [13] American Society for Testing and Materials, "ASTM D 638 Standard Test Method for Tensile Properties of Plastics," Pennsylvania, 2002.
- [14] American Society for Testing and Materials, *ASTM D 2256 Tensile Properties of Yarns by the Single-Strand Method*. 2010.
- [15] Gibson, R. F, *Principles of composite material mechanics*. CRC press, 2016.
- [16] Amabili, M., "Nonlinear Vibrations and Stability of Shells and Plates", Cambridge University Press, 2008.
- [17] Reddy, J. N., "Energy Principles and Variational Methods in Applied Mechanics", John Wiley & Sons, 2002 .
- [18] Buragohain, M. and Velmurugan, R., "Study of Filament Wound Grid-stiffened Composite Cylindrical Structures," *Composites Structure*, Vol. 93, No. 1, pp. 1031-038, 2011.
- [19] Kalnins, K. Arbelo, M. A. Ozolins, O. Skukis, E. Castro, S. G. P. and Degenhardt, R., "Experimental Nondestructive Test for Estimation of Buckling Load on Unstiffened Cylindrical Shells Using Vibration Correlation Technique," *Shock and Vibration*, Vol. 2015, 2015.

