



نشریه علمی پژوهشی
کامپوزیت
علوم و فناوری
<http://jstc.iust.ac.ir>



مدل تحلیلی برای پیش بینی پاسخ دینامیکی ورق ساندویچی با رویه FML تحت ضربه با سرعت پایین

کرامت ملک زاده فرد^{1*}، امیر حسین آذرنیا²، ناصر ذوالقدر³

1- استاد، مهندسی مکانیک، مجتمع دانشگاهی هوافضای دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران
2- دانشجوی دکتری، مهندسی هوافضا-سازه‌های هوایی، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران
3- کارشناسی ارشد، مهندسی هوافضا-سازه‌های هوایی، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران
* تهران، صندوق پستی 1774-15875، kmalekzadeh@mut.ac.ir

اطلاعات مقاله

دریافت: 96/2/7
پذیرش: 96/5/10

کلیدواژگان:

ضربه با سرعت پایین
ورق ساندویچی با رویه الیاف-فلز
قانون تماس اصلاح شده جدید
انرژی پتانسیل کل

چکیده

در این مقاله پاسخ ورق ساندویچی با رویه الیاف-فلز تحت ضربه سرعت پایین توسط ضربه زننده صلب استوانه ای، براساس قانون برخورد اصلاح شده بررسی شده است. ورق ساندویچی از رویه های فلز-الیاف با یک هسته صلب-پلاستیک در نظر گرفته شده است. مقاومت له شدگی هسته در جهت عمودی ثابت فرض می شود. با استفاده از اصل انرژی پتانسیل مینیمم و مدل بالانس انرژی، یک حل تحلیلی جهت دستیابی به پارامترهای مجهول تماس در قانون برخورد غیر خطی هرگز ارائه گردیده است. در روش مذکور، ماکزیمم نیروی برخورد با کمک مدل جرم و فنر دو درجه آزادی در یک فرایند تکرار بدست می آید. با کمک این شیوه، محدوده معتبری، جهت استفاده از قانون هرگز برای ورق‌های ساندویچی با رویه الیاف-فلز تحت ضربه سرعت پایین، ارائه می گردد. قانون برخورد اصلاح شده نشان می‌دهد که برای هر مسئله برخورد مقادیر ضرایب در قانون تماس، منحصره فرد می باشد. نتایج بدست آمده از این روش، تطابق خوبی با دیگر نتایج تجربی و تحلیلی دارد. نتایج نشان می دهد که برخی پارامترهای فیزیکی و هندسی از قبیل چیدمان لایه ها، جرم و سرعت ضربه زننده در سطح انرژی ثابت و ابعاد سازه هدف، فاکتورهای مهمی هستند که در پاسخ دینامیکی ورق ساندویچی با رویه فلز-الیاف اثرگذار می باشند.

Analytical modeling to predict dynamic response of Fiber-Metal Laminated Panel subjected to low velocity impact

Keramat Malekzadeh-Fard*, Amir hossein Azarnia, Naser Zolghadr

Department of Aerospace Engineering, Malek-e-Ashtar University of Technology, Tehran, Iran

* P.O.B.15875-1774, kmalekzadeh@mut.ac.ir

Keywords

Low-velocity impact
Fiber Metal Laminate
New analytical law
Total potential energy

Abstract

This paper presents a new analytical method for low velocity impact on sandwich plates with Fiber Metal Laminate (FML) face sheets subjected to static indentation of a blunt end cylindrical indenter. The sandwich plate was composed of laminated face sheets and a rigid-plastic core. The core-crushing strength in the vertical direction was assumed constant. In this method, using of principle of minimum potential energy and the use of energy-balance model between indenter and sandwich plate, contact unknown coefficients corresponding with Hertzian contact law are obtained. The elastic strain energy resulting from bending in the sandwich plate and external work due to indentation load are evaluated using an appropriate shape function for the sandwich plate deformation. The maximum contact force using two-degree-of-freedom (2DOF) spring-mass model was found through an iterative process. Limitation of using Hertzian contact law for sandwich plates is determined. The results are in good agreement with the experimental and numerical results. The results indicated that some of parameters such as the layer sequence, mass and velocity of impactor in a constant impact energy level and aspect ratio of sandwich plate are important factors affecting the dynamics response of the sandwich panel.

1- مقدمه

مزایای این مواد به علت مقاومت ضعیف در برابر ضربه تحت الشعاع قرار گیرد. برای پیشگیری از این معضل استفاده از مواد مرکب الیاف-فلز در اینگونه از سازه ها رو به افزایش است. مواد مرکب الیاف-فلز در واقع یک سری از مواد لایه ای هستند که از ترکیب لایه های فلز مختلف با لایه های کامپوزیت ساخته شده اند تا نسبت به مواد صرفا کامپوزیتی یا مواد فلزی توانایی تحمل آسیب های خارجی همراه با مقاومت در برابر ضربه مناسبی از خود نشان

امروزه، استفاده از ورق های ساندویچی در بسیاری از سازه های دریایی، فضایی، خودروها و حتی در سازه های متداول عمومی شایع است. با بکارگیری این سازه ها، می توان با افزایش ناچیز وزن سازه، ممان اینرسی مقاطع آن را بطور قابل توجهی افزایش داد. یکی از مهمترین معایب اینگونه ورق ها، عدم استحکام سازه در برابر پدیده ضربه می باشد که باعث گردیده

Please cite this article using:

Malekzadeh-Fard, K. Azarnia, A. H. and Zolghadr, N., "Analytical modeling to predict dynamic response of Fiber-Metal Laminated Panel subjected to low velocity impact", In Persian, Journal of Science and Technology of Composites, Vol. 5, No. 3, pp. 331-342, 2018.

برای ارجاع به این مقاله از عبارت زیر استفاده نمایید:

چوبی و همکارانش [8] رابطه هرتز را که جهت محاسبه نیروی تماس استفاده می‌شد به فرم خطی نوشتند و در رابطه جدید برای محاسبه سفتی تماس مجهول از قانون پایستاری انرژی استفاده نمودند. این رویکرد مبنی بر فرض عدم اتلاف انرژی در مدت‌زمان پدیده ضربه ارائه شد. آن‌ها نشان دادند که استفاده از فرم خطی شده قانون تماس را می‌توان با تقریب بسیار خوبی در حل مسائل ضربه بکار برد.

کاپرینو [9] رفتار لمینت آلومینیم-فایبرگلاس را تحت ضربه سرعت پایین بصورت تجربی بررسی نمود. ایشان جهت مقایسه تست مشابه ای را برای ورق صرفاً آلومینیم با ضخامت مشابه انجام داد و جهت بهبود کیفیت ترکیب آلومینیم کربن را جهت جذب بهتر انرژی پیشنهاد داد. وی همچنین اثبات کرد که منحنی نیرو-جا به جایی کلی سازه با لایه فلز-الیاف به جرم و سرعت ضربه زننده به صورت جداگانه بستگی نداشته و تنها به انرژی ضربه بستگی دارد. چای و زو [10] به‌مرور کاملی بر روش‌های عددی، تحلیلی و تجربی در ضربه بر روی پانل‌های ساندویچی چندلایه مرکب پرداختند. مسئله ضربه با سرعت پایین را در سه دسته جرمی به‌طور مفصل بررسی نمودند. آنها همچنین اثرات فاکتورهای کلیدی در ضربه مانند ضخامت رویه، زاویه ضربه زننده، اثرات نرخ کرنش، سرعت، جرم و هندسه ضربه زننده و نیز شرایط مرزی را بررسی نمودند. کانتول و همکاران [11] پاسخ ضربه با سرعت بالا روی ورق‌های ساندویچی با رویه الیاف-فلز و هسته پلی اتیلن بصورت تجربی بررسی کردند. آنها در رویه‌ها از دو نوع آلیاژ آلومینیوم استفاده کردند که اثرات هر یک را بطور مفصل در پاسخ ضربه بررسی نمودند.

گون و همکاران [12] برخورد سرعت بالا بر روی صفحات الیاف-فلز را به دو روش تجربی و المان محدود مطالعه کردند. در این بررسی آسیب سازه نیز مورد بررسی و تحلیل قرار گرفت. پایگانه و همکاران [13] به بررسی ضربه سرعت پایین بر روی ورق‌های FML بصورت تحلیل پرداختند و از قانون اصلاح شده هرتز جهت بررسی ضربه استفاده نمودند. آنها در ورق از تئوری مرتبه اول برشی بهره گرفتند. نتایج این بررسی نشان می‌داد که ورق‌های فلزی نزدیک به لایه مورد ضربه باعث افزایش مقاومت سازه می‌گردد.

حسینی و همکارانش [14] پاسخ دینامیکی ورق ساندویچی-کامپوزیتی را تحت ضربه با سرعت پایین بررسی کردند. آنها ضربه زننده را بصورت جسم استوانه‌ای سرتخت در نظر گرفتند و خیز رویه‌ها را نیز چندین برابر خیز سازه فرض کردند. در مقایسه با مرجع [7] ترمهای نیروهای صفحه‌ای نیز در معادله نیروی برخورد در نظر گرفته شد. شکریه و فخار [15] به بررسی ضربه سرعت پایین روی پانل‌های ساندویچی با شرایط تکیه گاهی متفاوت با روشهای تحلیلی، عددی و تجربی پرداختند. آنها از دستگاه تست ضربه برای انجام آزمایش تجربی و از نرم افزار LS-Dyna برای بررسی عددی و برای مبحث تحلیلی از مدل جرم-فنر-دشپات دو درجه آزادی استفاده نمودند. نتایج شبیه‌سازی عددی به تست تجربی بسیار نزدیک بود اما روش تحلیلی در سرعت‌های بالاتر از دقت مناسبی برخوردار نبود.

موریتتر [16] یک مدل تحلیلی شبه استاتیکی برای مطالعه ضربه با سرعت پایین روی ورق‌های هیبریدی تحت ضربه زنده کرووی ارائه داد. وی با اعمال اثرات نرخ کرنش در معادلات و اثر پلاستیسیته فلز سناریوی آسیب بین لایه ای را بیان کرد. وو و همکارانش [17] به بررسی ضربه با سرعت پایین روی ورق‌های فلز-الیاف با الیاف کربن پرداختند و اثرات خواص آلیاژ آلومینیوم را در سازه بررسی کردند و مدل مورد نظر را با نتایج المان محدود مقایسه نمودند.

دهند. این نسل جدید از مواد مرکب در چند سال اخیر، در ساختارهای ساندویچی جایگاه ویژه‌ای داشته و مورد توجه بسیاری از محققین قرار گرفته است.

مهمترین مطالعات اولیه تجربی و تحلیلی توسط آقای ولت [1] برای تعیین پاسخ ضربه روی ورق‌های الیاف-فلز انجام شد که در آن اثر بارگذاری استاتیکی و همچنین ضربه سرعت بالا و سرعت پایین بررسی گردید. در پژوهش انجام شده سه مدل خطی الاستیک و غیر خطی الاستیک و مدل غیر خطی الاستیک-پلاستیک برای ضربه سرعت پایین در نظر گرفته شد.

بررسی جامع و مروری کامل بر دینامیک پدیده ضربه و پاسخ مواد و سازه‌های چندلایه مرکب به بار ضربه‌ای و نیز بررسی آسیب و نحوه رشد آسیب و کاهش استحکام باقیمانده و مودهای شکست در مقاله‌ای توسط ابریت [2] بیان گردید. وی انواع مدل‌های ارائه شده روی آنالیز ضربه در صفحات چند لایه را طبقه بندی نمود و به روشنی دامنه و محدوده کاربرد هر یک از مدل‌ها را بیان داشت. ویلیام سون و لاگاس [3] تست تجربی جهت بررسی رفتار موضعی و کلی پانل ساندویچی را در ضربه سرعت پایین بررسی کردند. همچنین آنها آسیب ناشی از ضربه را در رویه و هسته مورد مطالعه قرار دادند.

امور و کروز [4] روش حل نیمه‌تحلیلی را برای پدیده برخورد و ضربه روی یک صفحه چندلایه مرکب ساندویچی به‌صورت دینامیکی ارائه دادند، آن‌ها در روابط خود از رابطه برخورد هرتز استفاده نمودند.

پیرسون و وزیری [5] به کمک تئوری برشی مرتبه اول، ترکیب اثرات تغییر شکل برشی عرضی، اینرسی‌های چرخشی و قانون برخورد غیرخطی هرتز مسئله ضربه با سرعت پایین را تحلیل کردند. آن‌ها برای حل از سری‌های فوریه دوگانه استفاده نمودند و فرکانس‌های طبیعی مربوط به اینرسی‌های چرخشی را نیز در نظر گرفتند و بدین طریق حل خود را توسعه دادند.

از منظر نسبت جرمی السون [6] ضربه را به دو دسته کلی موج ضربه زننده و مرز کنترل شده دسته بندی کرد. در دسته اول نسبت جرم ضربه زننده به جرم سازه آنقدر کوچک است که ضربه ماهیت دینامیکی پیدا می‌کند. بدین معنی که امواج برشی و خمشی فرصت پیدا کرده تا از محل وقوع ضربه به طرف مرز سازه انتشار یافته و پس از برخورد با مرز، در بازگشت به محل وقوع ضربه برگردند و سبب تغییر در رفتار نیروی تماس شوند. در مورد ورق‌های کامپوزیتی، نسبت جرم ضربه زننده به جرم ورق باید کوچکتر از یک چهارم جرم بزرگترین ناحیه متأثر از امواج قبل از رسیدن به مرزها باشد. در دسته دوم جرم ضربه زننده به جرم سازه بزرگ است لذا خیز در محل ضربه با نیروی تماس کم و بیش هم فاز است در نتیجه اثر انتشار امواج قابل صرف‌نظر است. هوفت و پارک [7] سازه مورد بررسی را به‌صورت یک ورق ساندویچی مستطیلی با رویه‌های چندلایه‌ای ارتوتروپیک متقارن فرض کردند. بارگذاری تماسی در مرکز ورق در نظر گرفته شد و نفوذکننده به‌صورت یک استوانه صلب سر تخت فرض گردید. سه حالت ممکن برای فرورفتگی رویه بالایی بررسی شد: ورق روی یک بستر الاستیک، ورق روی یک بستر صلب-پلاستیک، غشا روی یک بستر صلب-پلاستیک.

در مدل‌های ورق روی یک بستر صلب-پلاستیک و غشا روی یک بستر صلب-پلاستیک، با بکارگیری یک تابع شکل مناسب برای خیز رویه، مقادیر انرژی کرنشی الاستیک رویه و کار پلاستیک تلف شده در اثر له شدن هسته هانی کوم و همچنین کار خارجی ناشی از نیروی نفوذکننده محاسبه گردید. سپس با استفاده از اصل مینیمم انرژی پتانسیل، رابطه بین نیروی برخورد و خیز عرضی تعیین شد.

$$\alpha = \begin{cases} \delta & 0 \leq x^2 + y^2 \leq R^2 \\ \delta \left[1 - \left(\frac{x-R}{\xi-R} \right)^2 \right] \left(1 - \left(\frac{y-R}{\xi-R} \right)^2 \right) & R^2 \leq x^2 + y^2 \leq \xi^2 \end{cases} \quad (2)$$

که δ مقدار خیز در ناحیه دایروی زیر نفوذ کننده و ξ شعاع ناحیه تغییر شکل یافته می باشد. تابع فوق فقط در یک چهارم مثبت صفحه مختصات تعریف می شود و فرض می شود که نسبت به هر دو محور مختصات متقارن باشد. تابع فرض شده شرایط مرزی خیز و شیب صفر در مرز ناحیه تغییر شکل را برآورده می سازد. با قرار دادن معادله (2) در (1) خواهیم داشت:

$$U = \frac{F_1 \delta^2}{(R - \xi)^2} \quad (3)$$

که در آن

$$F_1 = \frac{16384}{11025} [7D_{11} + 7D_{22} + 4D_{12} + 8D_{66}] \quad (4)$$

برای تحلیل مسئله از اصل انرژی پتانسیل مینیمم استفاده می شود. انرژی پتانسیل کل در فرایند فرورفتگی را می توان به فرم زیر نوشت:

$$\Pi = U + D - W \quad (5)$$

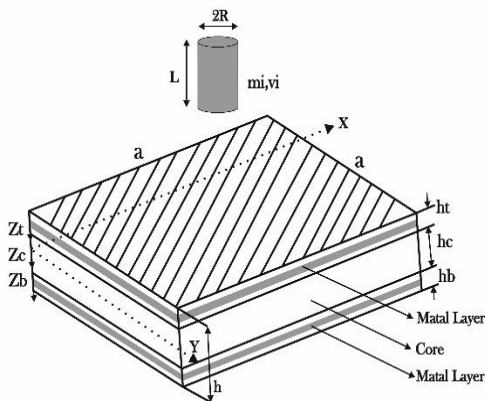


Fig.1 Basic model of the sandwich panel with FML layer subjected to static indentation of rigid cylinder

شکل 1 مدل اولیه ورق ساندویچی با رویه فلز-الیاف تحت ضربه زنده صلب استوانه ای

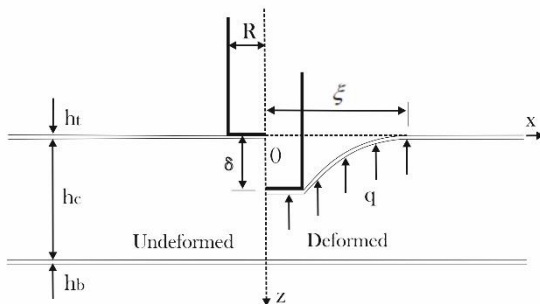


Fig.2 schematic profile of the deforming zone under a flat indenter

شکل 2 شماتیک منطقه تغییر شکل یافته تحت ضربه زنده استوانه ای سر تخت

در اکثر مقالات پیش از این، بررسی مسئله تماس در سرعت های پایین در ورق های ساندویچی و کامپوزیتی با رویه فلز-الیاف، با کمک تئوری تماس غیرخطی هرتز انجام می شد که پارامترهای تماس از تئوری تماس هرتز یا از طریق تست فرورفتگی استاتیکی بدست می آمد.

در روش حاضر این موضوع موشکافانه به صورت کاملاً تحلیلی بررسی شده بطوریکه ضرائب قانون فوق در ضربه سرعت پایین بر روی ورق های ساندویچی تعیین شده است. با نتایج بدست آمده اثبات گردیده است که قانون غیر خطی هرتز برای ورق های ساندویچی به لحاظ فرورفتگی موضعی و کلی سازه، از دقت مناسبی برخوردار نمی باشد.

در این مقاله یک قانون برخورد اصلاح شده جدید برای برخورد ضربه زنده با سرعت پایین بر روی ورق های ساندویچی با رویه فلز-الیاف ارائه می گردد. در این روش برای اولین بار با ارائه یک فرآیند حل تحلیلی جدید با استفاده از اصل انرژی پتانسیل مینیمم و استفاده از رابطه توانی غیرخطی تماس بین ضربه زنده و سازه هدف و تکرار تا همگرایی حل مسئله، ضرایب مجهول قانون توانی تماس به صورت صریح بدست می آید. نتایج بدست آمده از این روش، تطابق بسیار خوبی با دیگر نتایج تجربی و تحلیلی دارد.

2- روند استخراج معادلات قانون برخورد جدید توسعه یافته

پانل ساندویچی با رویه فلز-الیاف بطور شماتیک در شکل 1 نشان داده شده است. رویه های بالا و پایین هر یک به ضخامت h_t و هسته با ضخامت h_c می باشند. پانل ساندویچی تحت ضربه سرعت پایین جسم نفوذ کننده به شکل یک استوانه صلب سر تخت به شعاع R و طول L قرار دارد. در این مرحله بمنظور استخراج قانون برخورد -رابطه بین نیروی اعمالی از طرف نفوذ کننده و تغییر شکل موضعی (فرورفتگی) پانل ساندویچی-فرض می شود رویه ها بر روی یک بستر صلب قرار گرفته اند [7].

با این نوع شرط مرزی، از تغییر شکل کلی پانل ممانعت شده و فقط تغییر شکل موضعی امکان پذیر می گردد. همچنین فرض می شود مقاومت هسته در برابر له شدگی در راستای قائم مقداری ثابت باشد [14].

این ویژگی در اغلب هسته های لانه زنبوری و برخی هسته های فومی مشاهده می شود.

برطبق تئوری کلاسیک ورق، انرژی کرنشی سازه بواسطه خمش رویه ها

برابر است با: [10]

$$U = \frac{1}{2} \iint \left\{ D_{11} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 + D_{22} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 + 2D_{12} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) + 4D_{12} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y \partial x} \right) + 4D_{26} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right) + 4D_{66} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 \right\} d_A \quad (1)$$

که در آن D_{ij} ($i, j = 1, 2, 6$) درایه های ماتریس سفتی چندلایه اورتوتروپیک است. $d_A = d_x d_y$ و A مساحت سطح تغییر شکل یافته ورق است. همانطور که در شکل 2 نشان داده شده می توان تغییر شکل رویه بالایی در اثر جسم نفوذ کننده را با رابطه (2) تقریب زد [16]

$$F_{max} = \left(\frac{2D_1\delta}{(R-\xi)^2} \left(\frac{F_{max}}{K} \right)^{\frac{1}{n}} \right) (n+1) + (\pi q R^2 + \frac{256}{255} q \delta (R-\xi)^2) (n+1) \quad (16)$$

با بازنویسی معادله (16) براساس پارامتر K داریم:

$$K^{\frac{-1}{n}} = \left(\frac{F_{max}^{\frac{n-1}{n}}}{\left(\frac{2D_1}{(R-\xi)^2} (n+1) \right)} \right) + \frac{\pi q R^2 + \frac{256}{255} q (R-\xi)^2}{\left(\frac{2D_1}{(R-\xi)^2} \right)} F_{max}^{\frac{-1}{n}} \quad (17)$$

1-2- مدل بالانس- انرژی

وقتی پانل ساندویچی با تکیه گاه ساده تحت ضربه سرعت پایین قرار دارد دو نوع تغییر شکل اتفاق می افتد: تغییر شکل موضعی رویه فوقانی در هسته δ ، و تغییر شکل کلی ورق ساندویچی Δ ،

در حال حاضر با توسعه مدل بالانس انرژی به استخراج رابطه جدید بین ماکزیمم نیروی برخورد و سفتی تماس پرداخته می شود. براساس فرضیات رفتار شبه الاستاتیکی، انرژی جنبشی اولیه پرتابه با صرف نظر از اثرات غشایی و آسیب برابر است با مجموع انرژی های ناشی از فرورفتگی موضعی و انرژی ناشی از تغییر شکل کلی سازه [10]. تغییر شکل کلی سازه هم معمولاً شامل خمش، تغییر شکل برشی و برای خیزهای بزرگ اثرات غشایی نیز مدنظر قرار می گیرد. بر این اساس با صرف نظر از اثرات غشایی داریم: [15]

$$\frac{1}{2} m_i v_i^2 = E_c + E_{bs} \quad (18)$$

E_{bs} انرژی کرنشی سازه است که شامل اثرات خمشی و برشی است. m_i و v_i به ترتیب جرم و سرعت اولیه ضربه زننده می باشد. همچنین E_c انرژی فرورفتگی در منطقه تماس است که برابر است با: [10]

$$E_c = \int_0^{\alpha_{max}} F d\alpha = \frac{k \alpha_{max}^{n+1}}{n+1} = \frac{k^{\frac{-1}{n}} F_{max}^{\frac{n+1}{n}}}{n+1} \quad (19)$$

به منظور یافتن تغییر شکل کلی برای سازه هدف با ابعاد $a \times a$ از روش مینیمم سازه انرژی پتانسیل کلی استفاده می شود. توابع شکل مربوط به خیز قائم w و چرخش ها نسبت به محور X و Y به ترتیب $\bar{\alpha}$ و $\bar{\beta}$ می باشند و به صورت ذیل تعریف می شوند [7]:

$$w = \Delta f(x) f(y) \quad \frac{-a}{2} \leq x \leq \frac{a}{2}, \quad \frac{-a}{2} \leq y \leq \frac{a}{2}$$

$$\bar{\alpha}(x, y) = \alpha_0 g(x) h(y) \quad \frac{-a}{2} \leq x \leq \frac{a}{2}, \quad \frac{-a}{2} \leq y \leq \frac{a}{2}$$

$$\bar{\beta}(x, y) = \beta_0 h(x) g(y) \quad \frac{-a}{2} \leq x \leq \frac{a}{2}, \quad \frac{-a}{2} \leq y \leq \frac{a}{2} \quad (20)$$

که در آن Δ ، α_0 و β_0 دامنه های توابع شکل خیز قائم و چرخش ها می باشند. توابع $f(x)$ ، $f(y)$ ، $g(x)$ ، $g(y)$ ، $h(x)$ ، $h(y)$ به گونه ای انتخاب می شوند که شرایط مرزی مسئله را در لبه های سازه ارضا کنند. برای سازه هدف مورد نظر انرژی کرنشی مربوط به تغییر شکل های خمشی و برشی با گسترش روابط مرجع [7] و در نظر گرفتن پارامترهای D_{16} و D_{26} به صورت رابطه (21) بیان می شود، که در آن ماتریس سفتی خمشی و A_{ij} سفتی برشی عرضی سازه است. از جایگذاری نمودن توابع (20) در معادله (21)، انرژی کرنشی سازه به صورت عبارتی برحسب دامنه های خیز قائم و چرخش ها بیان می شود. (رابطه (22))

که در آن D کار پلاستیک تلف شده در فرایند له شدن هسته و W کار انجام شده در اثر نیروی برخورد - کار خارجی انجام شده می باشد. کار مربوط به فرایند له شدن هسته، از مجموع کارهای مربوط به نواحی زیر نفوذ کننده و خارج نفوذ کننده بدست می آید [14]:

$$D = D_1 + D_2 \quad (6)$$

که در آن D_1 و D_2 به ترتیب کارهای مربوط به پدیده له شدن هسته در ناحیه زیر نفوذ کننده و ناحیه خارج نفوذ کننده می باشند و به صورت زیر محاسبه می شوند:

$$D_1 = \pi q R^2 \delta \quad (7)$$

$$D_2 = 4 \int_R^\xi \int_R^\xi q \delta d_x d_y \quad (8)$$

با جایگذاری تابع تغییر شکل رویه در معادله (8) داریم:

$$D_2 = \frac{4}{9} q \delta (\xi - R)^2 \quad (9)$$

کار انجام شده بوسیله نیروی برخورد P برابر است با:

$$w = P \delta \quad (10)$$

از بررسی های تئوری و تجربی می توان نشان داد که تماس بین ضربه زننده و سازه هدف در طی فرایند بارگذاری با رابطه غیر خطی زیر تقریب زده می شود:

$$F = k \alpha^n \quad (11)$$

که در آن α فرورفتگی سازه در اثر ضربه زننده، k سفتی غیر خطی برخورد و n پارامتر توانی است. کار حاصل از برخورد در منطقه تماس را می توان بصورت ذیل بیان کرد: [10]

$$E_c = \int_0^{\alpha_{max}} k \alpha^n d\alpha = \frac{k \alpha_{max}^{n+1}}{n+1} = \frac{\left(\frac{F_{max}}{\alpha^n} \right) \alpha_{max}^{n+1}}{n+1} = \frac{F_{max} \alpha_{max}}{n+1} \quad (12)$$

که در آن F_{max} ماکزیمم نیروی فرورفتگی می باشد. با فرض اینکه بتوان یک نیروی متوسط در طول مسیر برخورد تعریف کرد که به صورت شبه الاستاتیکی بر سازه وارد شود آنگاه خواهیم داشت:

$$\bar{w} = F^* \alpha_{max} \quad (13)$$

که در رابطه فوق \bar{w} کار حاصل از نیروی متوسط در طول مسیر برخورد است. با توجه به برابری این کار با کار حاصل از برخورد خواهیم داشت:

$$F^* = \frac{F_{max}}{n+1} \quad (14)$$

با محاسبه انرژی پتانسیل کل ورق ساندویچی در فرایند فرورفتگی و با مینیمم سازی آن نسبت به پارامتر δ خواهیم داشت:

$$\frac{2F_1\delta}{(R-\xi)^2} + \pi q R^2 + \frac{256}{255} q \delta (R-\xi)^2 = F^* = \frac{F_{max}}{n+1} \quad (15)$$

از معادله (15) خواهیم داشت:

$$E_{bs} = A_{14} p^2 \quad (29)$$

که در رابطه فوق می توان نوشت:

$$A_{14} = \left\{ \begin{array}{l} A_1 A_{12}^2 + A_2 A_{12} A_{13} + A_3 A_{13}^2 + A_5 F_{11}^2 \\ + A_4 A_{12} A_{11} + A_6 A_{11} A_{13} \end{array} \right\} \quad (30)$$

ملاحظه می شود که E_{bs} تابع خواص و هندسه ورق و نیز تابع F_{max} و n است. حال معادله بالانس-انرژی مجدداً با کمک معادلات (14)، (18) و (19) به صورت ذیل بازنویسی می شود:

$$\frac{1}{2} m_i v_i^2 = \frac{k^{-\frac{1}{n}} F_{max}^{\frac{n+1}{n}}}{n+1} + A_{14} \frac{F_{max}^2}{(n+1)^2} \quad (31)$$

می توان از معادله فوق پارامتر سفتی غیرخطی برخورد k را برحسب دو مجهول دیگر محاسبه کرد:

$$K^{(-\frac{1}{n})} = \left[\frac{1}{2} (n+1) m_i v_i^2 F_{max}^{\frac{n+1}{n}} - \left(\frac{A_{14}}{n+1} \right) F_{max}^{\frac{(n-1)}{n}} \right] \quad (32)$$

حال با تساوی قرار دادن دو رابطه مستقل (17) و (32) رابطه بر اساس n برای F_{max} بدست می آید:

$$F_{max} = \frac{\frac{N}{M}(n+1) \pm \sqrt{\left(\frac{N}{M}(n+1)\right)^2 + 4T(n+1)^2 A_{15}}}{2A_{15}} \quad (33)$$

که در آن $N = \pi q R^2 + \epsilon$ ، $A_{15} = \left[\frac{1}{M} + A_{14} \right]$ ، $T = 0.5 m_i v^2$ و $M = \frac{2F_1}{(R-\xi)^2}$ و $\frac{256}{255} q(R-\xi)^2$ تعریف می شود.

2-2- محاسبه ماکزیمم نیروی برخورد

در این مطالعه سیستم جرم و فنر دو درجه آزادی برای پیش بینی ماکزیمم نیروی تماس پیشنهاد شده است. با توجه به شکل 3 در مدل جرم و فنر، ضربه زننده و جسم هدف به ترتیب با جرم های m_s و m_i ، میزان فرورفتگی ضربه زننده در جسم هدف توسط یک فنر به سفتی خطی شده k^* و سفتی معادل سازه با فنر k_g مشخص گردیده است. معادلات سیستم دو درجه آزادی به شکل ذیل است:

$$\left\{ \begin{array}{l} m_i X_1'' + k^*(X_1 - X_2) = 0 \\ m_s X_2'' - k^*(X_1) + (k_g + k^*)X_2 = 0 \end{array} \right\} \quad (34)$$

در رابطه فوق $X_1(t)$ و $X_2(t)$ به ترتیب جابه جایی ضربه زننده و سازه هدف را مشخص می کنند. همچنین در روابط سفتی تماس خطی شده به صورت ذیل تعریف می گردد [8]:

$$k^* = k^n \frac{n-1}{F_{max}^{\frac{n-1}{n}}} \quad (35)$$

تبا توجه به معادله (26) سفتی معادل سازه بدست می آید [7]:

$$K_g = \frac{F^*}{\Delta} \quad (36)$$

شرایط مرزی مسئله نیز به صورت ذیل است:

$$t = 0 \rightarrow x_1 = x_2 = 0, \quad x_1' = v_i, \quad x_2' = 0 \quad (37)$$

با در نظر گرفتن معادله (34) جابه جایی ضربه زننده و سازه هدف به شکل زیر تعریف می شود:

$$x_1 = C_1 \sin \omega t, \quad x_2 = C_2 \sin \omega t \quad (38)$$

$$E_{bs} = 4 \int_0^{a/2} \int_0^{a/2} \left\{ \frac{D_{11}}{2} \left(\frac{\partial \bar{\alpha}}{\partial x} \right)^2 + D_{12} \left(\frac{\partial \bar{\alpha}}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial \bar{\beta}}{\partial y} \right) + \frac{D_{22}}{2} \left(\frac{\partial \bar{\beta}}{\partial x} \right)^2 + A_{55} \left[\frac{\bar{\alpha}}{2} + \frac{\bar{\alpha} \partial w}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right] + A_{44} \left[\frac{\bar{\beta}}{2} + \frac{\bar{\beta} \partial w}{\partial y} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right] + D_{66} \left[\frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{\alpha}}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{\alpha}}{\partial y} \right) \left(\frac{\partial \bar{\beta}}{\partial x} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{\beta}}{\partial x} \right)^2 \right] + D_{16} \left[\left(\frac{\partial \bar{\alpha}}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial \bar{\alpha}}{\partial y} \right) + \left(\frac{\partial \bar{\alpha}}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial \bar{\beta}}{\partial x} \right) \right] + D_{26} \left[\left(\frac{\partial \bar{\alpha}}{\partial y} \right) \left(\frac{\partial \bar{\beta}}{\partial y} \right) + \left(\frac{\partial \bar{\beta}}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial \bar{\beta}}{\partial y} \right) \right] \right\} dx dy \quad (21)$$

$$E_{bs} = A_1 \Delta^2 + A_2 \Delta \beta^0 + A_3 \beta^0{}^2 + A_4 \Delta \alpha^0 + A_5 \alpha^0{}^2 + A_6 \alpha^0 \beta^0 \quad (22)$$

که در آن:

$$\begin{aligned} A_1 &= \frac{2240}{1575} [A_{44} + A_{55}] \\ A_2 &= \frac{1344}{1575} [A_{44} a] \\ A_3 &= \frac{1}{1575} [204 a^2 A_{44} + 2016 D_{22} + 2040 D_{66}] - D_{26} \\ A_4 &= \frac{1344}{1575} [A_{55} a] \\ A_5 &= \frac{1}{1575} [204 a^2 A_{55} + 2016 D_{11} + 2040 D_{66}] - D_{16} \\ A_6 &= \frac{4032}{1575} [D_{12} + D_{66} + D_{16}] - D_{26} \end{aligned} \quad (23)$$

با تعریف نیروی برخورد متوسط تا لحظه خیز ماکزیمم p ، و با فرض اینکه از اثرات توزیع فشار ضربه زننده صرف نظر گردد و نیروی تماس به عنوان نیروی متمرکز در نظر گرفته شود، در این صورت کار خارجی برابر است با:

$$V = p \Delta \quad (24)$$

در نتیجه انرژی پتانسیل کل برابر است با:

$$\Pi = E_{bs} - V \quad (25)$$

شرط تعادل سیستم ضربه زننده و سازه، مینیمم شدن Π نسبت به متغیرهای مستقل آن یعنی Δ ، α^0 و β^0 است که با کمینه سازی می توان به یک دستگاه معادلات رسید.

به منظور حفظ شرط تعادل بایستی Π نسبت به متغیرهای مستقل خود مینیمم باشد. با مینیمم سازی نسبت به متغیرهای Δ ، α^0 و β^0 دستگاه معادلات زیر دست می یابیم:

$$\begin{aligned} A_4 \Delta + 2A_5 \alpha^0 + A_6 \beta^0 &= 0 \\ A_2 \Delta + A_6 \alpha^0 + 2A_3 \beta^0 &= 0 \\ 2A_1 \Delta + A_4 \alpha^0 + A_2 \beta^0 - p &= 0 \end{aligned} \quad (26)$$

با توجه به وجود سه معادله و سه مجهول و تعریف پارامترهای ذیل، عباراتی برای Δ ، α^0 و β^0 بدست می آید:

$$\begin{aligned} A_7 &= A_2 - \frac{2A_3 A_4}{A_6}, \quad A_8 = A_6 - \frac{2A_5 A_2}{A_6} \\ A_9 &= 2A_1 - \frac{A_2 A_4}{A_6}, \quad A_{10} = A_4 - \frac{2A_2 A_5}{A_6} \\ A_{11} &= \frac{1}{A_{10} - \frac{A_9 A_8}{A_7}}, \quad A_{12} = -\frac{A_{11} A_8}{A_7} \\ A_{13} &= -\left[\frac{A_4 A_{12}}{A_6} + \frac{2A_5 A_{11}}{a_6} \right] \end{aligned} \quad (27)$$

آنگاه:

$$\alpha^0 = A_{11} p, \quad \beta^0 = A_{13} p, \quad \Delta = A_{12} p \quad (28)$$

با جایگذاری (28) در معادله (22) داریم:

متلب برنامه‌نویسی شده و نتایج آن استخراج شده است. در رابطه (34) برای محاسبه جرم مؤثر سازه، فرض می‌شود که پروفیل سرعت سازه مشابه با پروفیل خیز کلی سازه باشد. انرژی جنبشی برابر است با: [7]

$$KE = 2 \int_0^{\frac{a}{2}} \int_0^{\frac{a}{2}} \rho_s (h_t + h_b + h_c) \Delta^2 \left[1 - \left(\frac{2x}{a} \right)^2 \right] * \left[1 - \left(\frac{2y}{b} \right)^2 \right] dx dy \quad (46)$$

که در رابطه فوق ρ_s دانسیته جرمی ورق ساندویچی می‌باشد. پس از انتگرال‌گیری خواهیم داشت:

$$KE = \frac{32}{225} \rho_s (h_t + h_b + h_c) a^2 \Delta^2 \quad (47)$$

مقدار انرژی جنبشی با استفاده از جرم مؤثر ورق ساندویچی نیز می‌تواند به صورت ذیل تعیین شود: [14]

$$KE = \frac{1}{2} m_s \Delta^2 \quad (48)$$

در این صورت جرم مؤثر ورق ساندویچی مربعی برابر می‌شود با:

$$m_s = \frac{64}{225} \rho_s (h_t + h_b + h_c) a^2 \quad (49)$$

3- بررسی و تحلیل نتایج

1-3- صحنه گذاری

صفحه تخت ساندویچی با رویه کربن/اپوکسی 6-AS4/3501 با لایه چینی $[0,90]_{8S}$ و هسته لانه زنبوری نومیکس با شرایط تکیه گاهی ساده را مطابق شکل 1 در نظر بگیرید. ضربه زنده به شکل استوانه ای با سر نیمه کروی از جنس استیل می‌باشد. مشخصات هندسی و مکانیکی سازه هدف و ضربه زنده در جداول 1 تا 3 نشان داده شده است. مطابق با مرجع [14]، سفتی دینامیکی رویه برابر با مقدار استاتیکی است اما مقاومت له شدگی هسته حدود 10٪ بیشتر از مقدار استاتیکی می‌باشد. براساس روابط حاکم بر مسئله، منحنی نیرو برخورد برحسب زمان در شکل 4 ترسیم و با سایر نتایج تحلیلی و تجربی مقایسه شده است. همانطور که مشاهده می‌گردد نتایج حاصل از روش حاضر به نتایج تست تجربی نزدیکتر است. ماکزیمم بار بدست آمده از روش حاضر حدود 0.8 درصد کمتر از نتایج تجربی مرجع [3] می‌باشد. در حالیکه این اختلاف حدود 5 درصد برای مرجع [14] و حدود 8 درصد برای مرجع [7] می‌باشد. نتایج بدست آمده برای سه نوع سرعت مختلف مطالعه و در جدول 4 نشان داده شده است. همانطور که ملاحظه می‌شود نتایج حاصل از روش حاضر تطابق خوبی به نسبت سایر مراجع با مرجع تجربی [3] دارد. اما بنظر می‌رسد با توجه به شیوه حل مسائل تحلیلی در سرعتهای بالاتر اختلاف بین نتایج تجربی و تحلیلی اندکی افزایش می‌یابد.

جدول 1 مشخصات مکانیکی لایه آلیاژ آلومینیوم [13]

Table 1 Mechanical properties of Al layer(2024-T3) [13]	
Mechanical properties	
$E = 72.4$ GPa (Elastic modulus)	
$G = 27.6$ GPa (shear modulus)	
$\nu = 33$ (Poisson's ratio)	
$\rho = 2780$ kg/m ³ (density)	

با جایگذاری معادله (38) در معادله (34) فرکانس های طبیعی سیستم به شکل زیر بدست می‌آید:

$$\omega_{1,2}^2 = \frac{[m_i(k^* + K_g) - k^* m_s] \pm [(m_i(k^* + K_g) - k^* m_s) - 4m_i m_s k^* K_g]^{0.5}}{2m_i m_s} \quad (39)$$

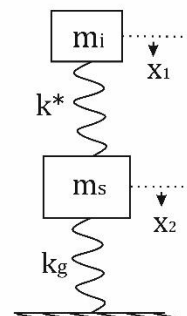


Fig. 3 Two-degree-of-freedom model

شکل 3 مدل دو درجه آزادی

شکل مود نیز بصورت زیر می‌باشد:

$$\begin{aligned} \left(\frac{A_1}{A_2} \right)_1 &= \frac{k^*}{k^* - m_i \omega_1^2} = \Phi_0^1 = \begin{pmatrix} \Phi_0^1 \\ 1 \end{pmatrix}_1, \left(\frac{A_1}{A_2} \right)_2 \\ &= \frac{k^*}{k^* - m_i \omega_2^2} = \Phi_0^2 = \begin{pmatrix} \Phi_0^2 \\ 1 \end{pmatrix}_2 \end{aligned} \quad (40)$$

Φ_0^1 و Φ_0^2 بترتیب شکل مود اول و دوم سیستم می‌باشند. در اینصورت معادله حرکت سیستم جرم و فنر دو درجه آزادی به شرح ذیل می‌باشد:

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = C_1 \begin{pmatrix} \Phi_0^1 \\ 1 \end{pmatrix}_1 \sin(\omega_1 t + \psi_1) + C_2 \begin{pmatrix} \Phi_0^2 \\ 1 \end{pmatrix}_2 \sin(\omega_2 t + \psi_2) \quad (41)$$

با توجه به عدم وجود میرا کننده در سیستم خواهیم داشت:

$$\psi_1 = \psi_2 = 0 \quad (42)$$

با اعمال شرایط مرزی ضرائب مجهول $C_i, i = 1, 2$ بدست می‌آید. در نتیجه تاریخچه نیروی برخورد به صورت زیر بیان می‌شود:

$$F(t) = k^*(x_2 - x_1) = k^*(C_1 \Phi_0^1 \sin(\omega_1 t) + C_2 \Phi_0^2 \sin(\omega_2 t)) \quad (43)$$

برای دستیابی به ماکزیمم نیروی تماسی ابتدا از معادله (43) نسبت به زمان مشتق گیری می‌شود:

$$\frac{dF(t)}{dt} = \omega_1 C_1 (\Phi_0^1 - 1) \cos(\omega_1 t^*) + C_2 \omega_2 (\Phi_0^2 - 1) \cos(\omega_2 t^*) = 0 \quad (44)$$

سپس با جایگذاری زمان تماس بدست آمده در معادله (43)، ماکزیمم نیروی تماس بدست می‌آید. در پیوست K_{CS} همان k^* است. در اینصورت دستیابی به ماکزیمم نیروی برخورد پارامتر توانی n از قانون برخورد اصلاح شده از معادله (33) به صورت ذیل محاسبه می‌شود:

$$n = \frac{-\left[\frac{N}{M} F_{max} + 2T \right] + F_{max} \left(\frac{N^2}{M^2} + 4T \left(\frac{1}{M} + A_{14} \right) \right)^{0.5}}{2T} \quad (45)$$

از رابطه (35) نیز سفتی تماس خطی شده بدست می‌آید. فرایند حل مسئله در پیوست نشان داده شده است. بر اساس همین فلوجارت، در نرم‌افزار

جدول 2 مشخصات ورق کامپوزیتی و ضربه زننده [7]

Table 2 Material and geometrical properties of composite sandwich plates and the impactor [7]

Face sheet	Core
$a \times a = 178 \times 178 \text{ mm}^2$	$\rho_c = 64 \text{ kg/m}^3$ (density)
$h_k = 0.0635 \text{ mm}$ (ply thickness)	$d = 3.2 \text{ mm}$ (cell diameter)
$\rho_f = 1632 \text{ kg/m}^3$ (mass density)	$h_c = 12.7 \text{ mm}$ (core thickness)
Ply stiffness	$q = 3.83 \text{ MPa}$ (crushing resistance)
$E_{11} = 144.8 \text{ GPa}$ (longitudinal stiffness)	$D = 25.4 \text{ mm}$ (diameter)
$E_{22} = 9.7 \text{ GPa}$ (ltransverse stiffness)	$L = 660 \text{ mm}$ (length)
$G_{-12} = 7.1 \text{ GPa}$ (in - plane shear modulus)	$M_0 = 3.48 \text{ kg}$ (mass)
$\theta_{11} = 0.3$ (Poisson's ratio)	$V_0 = 1.42 \text{ m/s}$ (initial velocity)

جدول 3 مشخصات هسته هانی کوم [7]

Table 3 Mechanical properties of HRH/8-4.0 Nomex honeycomb [7]

Mechanical properties
$E_{11} = E_{22} = 80.4 \text{ MPa}$ (in-plane stiffness)
$E_{33} = 1.005 \text{ MPa}$ (transverse stiffness)
$G_{12} = 32.2 \text{ MPa}$ (in-plane shear modulus)
$G_{23} = 75.8 \text{ MPa}$ (out-plane shear modulus)
$G_{13} = 120.6 \text{ MPa}$ (out-plane shear modulus)
$\theta_{12} = 0.25$ (Poisson's ratio)
$\theta_{13} = 0.2$ (Poisson's ratio)
$\theta_{23} = 0.2$ (Poisson's ratio)

2-3- اثر چینمان لایه فلز الیاف در سازه هدف

در این مقاله تنها 2 لایه الیاز Al 2024-T3 با دو لایه کربن/اپوکسی بصورت متقارن جایگزین گردیده تا تأثیرات مربوط به چینمان در پاسخ ضربه سرعت پایین بررسی گردد. بدین معنی که لایه آلومینیوم مطابق با مشخصات جدول 1 با همان ضخامت بصورت مجزا، بجای لایه های [1,32]، [2,31] و [16,17] قرار گیرد. بدین ترتیب که لایه فلز ابتدا در موقعیت بالا و پایین پانل یعنی در لایه [1,32] قرار گرفته و در مرحله بعد [2,31] و سپس در نزدیکی هسته یعنی در لایه [16,17] قرار می گیرد. در شکل 5، لایه کربن/اپوکسی با لایه های آلومینیوم مطابق موارد ذکر شده جایگزین شده اند. ماکزیمم نیروی تماس از 5846 نیوتن در مورد لایه های بدون الیاز آلومینیوم تا 6085.3 نیوتن با الیاز آلومینیوم تغییر می کند. بجز منحنی شماره 2 افزایش در سایر موارد حدود 0.1 درصد می باشد. در شکل مشاهده می شود که زمان مرتبط با ماکزیمم نیروی تماس با اختلاف ناچیزی به سمت چپ شکل حرکت کرده در حالیکه مدت زمان تماس از 2.76 میلی ثانیه تا 2.88 میلی ثانیه افزایش می یابد. بدین ترتیب اگر لایه آلومینیومی در لایه های بیرونی سازه قرار گیرد، ضربه به لایه سفت تری برخورد می کند و در نتیجه ماکزیمم نیروی تماس افزایش می یابد. همانطور که در شکل مشاهده می گردد مشابه آنچه که در مرجع [13] در خصوص ورق های فلز-الیاف گزارش شده در این وضعیت سازه ضربه بیشتری را در مقایسه با سایر موقعیت های لایه آلومینیوم تجربه می کند.

3-3- اثر جرم و سرعت ضربه زننده در یک سطح انرژی ثابت

در اینجا اثر جرم و سرعت های مختلف ضربه زننده در یک سطح انرژی ثابت بررسی می شود. بدین صورت که جرم و سرعت ضربه زننده بصورت $m = 3.48 \text{ kg}, v = 1.42 \text{ m/s}$ و $m = 6.96 \text{ kg}, v = 1.0 \text{ m/s}$ در نظر گرفته می شود. کلیه موارد ذکر شده در سطح انرژی تا 3.51 J می باشند.

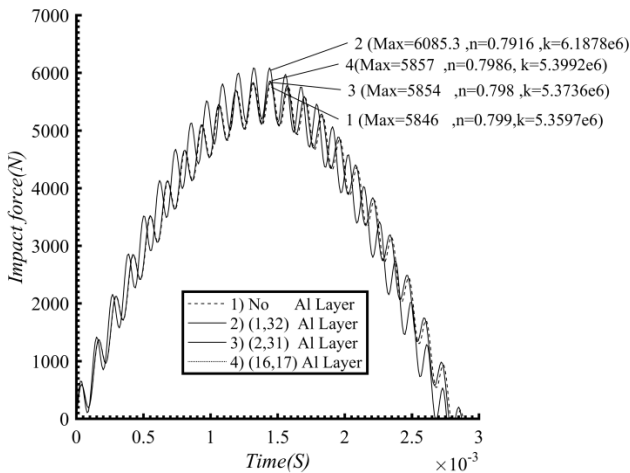


Fig. 5 Effect of the layer sequence of the Al layer on contact force history

شکل 5 اثر چینمان لایه الیاز آلومینیوم بر تاریخچه نیرو تماس

دیگر خواص مطابق جدول های 2 و 3 می باشند. شکل 6 نشان می دهد در یک سطح انرژی ثابت، اگر لایه های آلومینیوم در سازه قرار گیرند (منحنی 1 تا 3) نسبت به شرایطی که در مسئله ورق آلومینیوم وجود ندارد (منحنی 4 تا 6)، ماکزیمم نیروی تماس حدود 2 درصد افزایش می یابد در حالیکه مدت زمان تماس کاهش می یابد و بدین معنی که وجود لایه فلز باعث شده

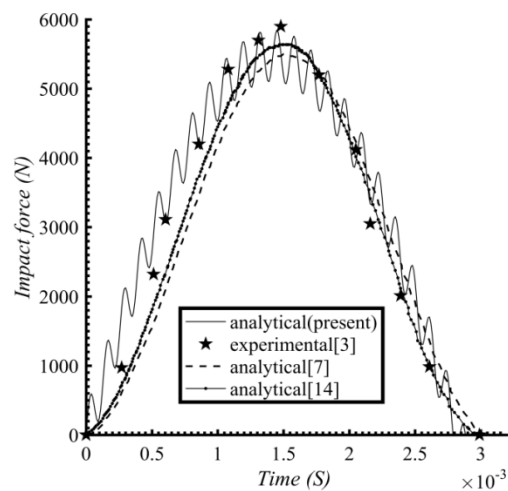


Fig.4 Contact force vs. time for simply supported Composite – sandwich impacted by 25.4mm diameter cylinder.

شکل 4 منحنی نیروی تماس براساس زمان برای سازه ساندویچی – کامپوزیتی با تکیه گاه ساده تحت ضربه ضربه زننده استوانه ای با قطر 25.4mm

ورق از $\frac{h_c}{h} = 0.3, 0.7, 0.8$ ، مقادیر ماکزیمم نیروی برخورد در شرایط قرارگیری لایه آلومینیوم در لایه اول سازه حدود 4 درصد و در لایه دوم و سوم به ترتیب حدود 3 و 1.2 درصد افزایش یافته می‌یابد، ولی مدت زمان تماس در کلیه موارد کاهش می‌یابد. با افزایش نسبت ضخامت هسته به ضخامت کل ورق ساندویچی، انعطاف پذیری سازه افزایش می‌یابد لذا سازه در برابر بار ضربه بواسطه افزایش در ضخامت هسته زودتر میرا می‌شود. این مورد تایید کننده نتایج مرجع [19] می‌باشد که براساس روش حل کامل معادلات ورق و با استفاده از قانون اصلاح شده هرتز انجام شده است. همچنین نسبت ضخامت هسته به ضخامت کل سازه، در معادله توانی هرتز، در افزایش پارامترهای k و n موثر می‌باشد و به لحاظ اینکه اثر مذکور جزء پارامترهای هندسی سازه است تاثیرش در پارامتر k به نسبت بیشتر است.

3-6-6 اثر وجود لایه فلز-الیاف در جابه جایی ضربه زننده و سازه هدف

برای بررسی اثر لایه آلیاژ آلومینیوم در رویه پانل ساندویچی بر جابه جایی ضربه زننده و سازه هدف مطابق شکل 3، فرض می‌کنیم پارامترهای فیزیکی و مکانیکی ضربه زننده و ورق ساندویچی مطابق جداول 2 و 3 باشند. با توجه به شکل 9 مشاهده می‌گردد با قرارگیری لایه فلز در بالا و پایین ورق ساندویچی، میزان حداکثر جابه جایی ضربه زننده حدود 3.06 درصد افزایش یافته در حالیکه جابه جایی سازه هدف حدود 2.6 درصد کاهش می‌یابد.

حرکت سازه سریعتر میرا شود. مشابه آنچه که در مراجع [13]، [18] و [17] در سطح انرژی متغیر ضربه مطرح گردیده در وضعیت سطح انرژی ثابت و در مقایسه با جرم ضربه زننده نیز، سرعت ضربه زننده پارامتر موثرتری در ماکزیمم نیروی تماس می‌باشد.

3-4-4 اثر ابعاد ورق ساندویچی در پاسخ ضربه

اثرات افزایش پارامتر ابعادی ورق کامپوزیتی-ساندویچی با وجود لایه فلز و الیاف و بدون وجود لایه فلز در شکل 7 بررسی شده است. کلیه خواص مطابق جداول 2 و 3 می‌باشد. به عنوان نتیجه، با افزایش ابعاد ورق در هر دو حالت مذکور، ماکزیمم نیروی برخورد کاهش می‌یابد در حالیکه مدت زمان تماس افزایش می‌یابد. بدین علت که با افزایش ابعاد ورق، فاصله تکیه گاهها از یکدیگر افزایش یافته و اثرات کمتری در پاسخ سازه به ضربه خواهند داشت. همچنین مشاهده می‌گردد که اثرات وجود لایه فلز آلومینیوم باعث شده پارامتر توانی n از 0.9 درصد برای ورق مربعی به ابعاد 200 mm^2 به 0.4 درصد برای ورق مربعی با ابعاد 400 mm^2 کاهش یابد. در نتیجه با افزایش ابعاد ورق، اثرات مثبت ورق آلومینیوم کاهش می‌یابد.

3-5-5 اثر ضخامت هسته به ضخامت کل سازه بر روی پاسخ ضربه

با توجه به ثابت فرض کردن ابعاد ورق، اثر ضخامت هسته به ضخامت کل ورق برای حالت ورق ساندویچی با رویه فلز-الیاف در شکل 8 ترسیم شده است. بنظر می‌رسد با افزایش مقادیر نسبت‌های ضخامت هسته به ضخامت

جدول 4 حداکثر نیروی ضربه برای ورق کامپوزیتی در سرعت‌های مختلف

Impact velocity(m/s)	Maximum impact force (kN)				% discrepancy with the results in Ref. [3]		
	[3]	Present model	[14]	[7]	Present model	[14]	[7]
1.42	5.9	5.85	5.6	5.4	-0.8	-5	-8
1.5	6.4	6.17	5.9	5.7	-3.5	-8	-11
1.59	6.9	6.54	6.3	6.1	-5.2	-9	-12

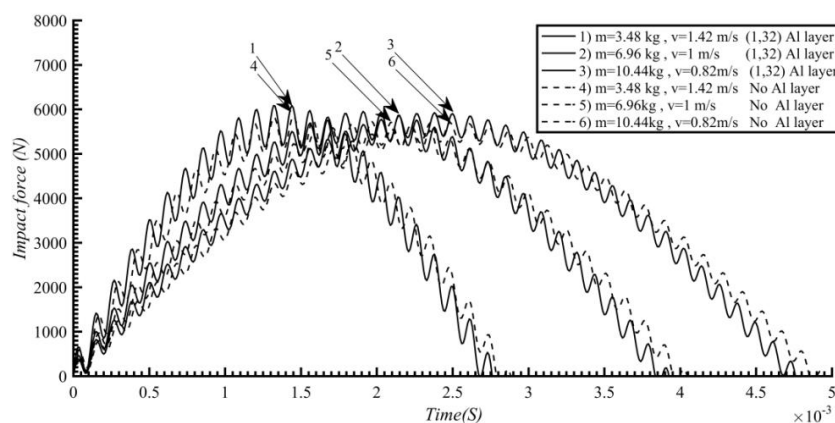


Fig. 6 Effect of various mass and velocity of impactor in constant energy level on contact force history

شکل 6 اثر جرم و سرعت مختلف ضربه زننده در یک سطح انرژی ثابت بر روی تاریخچه نیرو ضربه

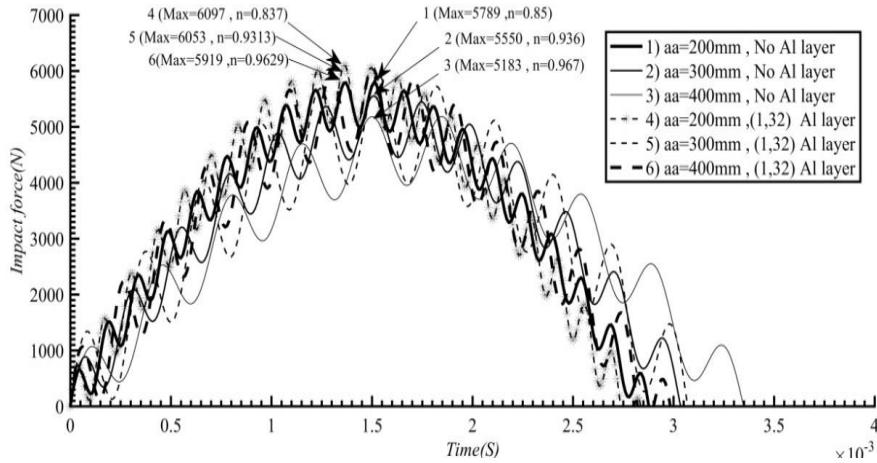


Fig. 7 The effect of sandwich plate dimensions on impact force history

شکل 7 اثرات ابعاد ورق ساندویچی با در تاریخچه نیرو ضربه

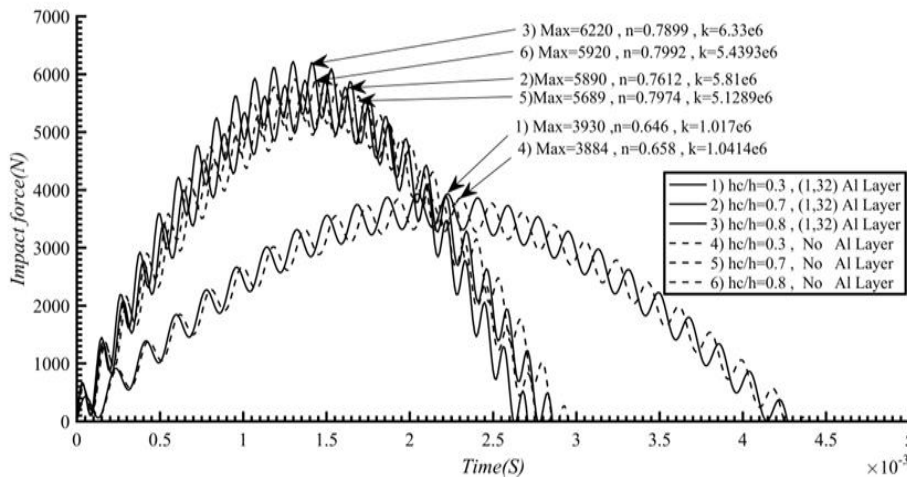


Fig. 8 Effect of the core thickness to panel thickness ratio on contact force history

شکل 8 اثر نسبت ضخامت هسته به ضخامت کل پانل بر روی تاریخچه نیروی تماس

7-3- اثر ضخامت رویه در قانون تماس اصلاح شده

در اینجا به بررسی اثرات چهار نوع چیدمان مختلف برای رویه، بدون در نظر گرفتن تک لایه الیاز آلومینیوم، در قانون اصلاح شده تماس مطرح شده در این مقاله پرداخته می شود. چهار چیدمان به صورت $A: [0_3, 90_3, 0_3]$ ، $B: [0_4, 90_4, 0_4]$ ، $C: [0_5, 90_5, 0_5]$ و $D: [0_6, 90_6, 0_6]$ در نظر گرفته شده است. مشخصات ضربه زننده و سازه هدف مطابق جداول 2 و 3 می باشد. با توجه به نوع لایه چینی ضرائب توان و سفتی برخورد برای 4 لایه مذکور به صورت ذیل تحت قانون برخورد اصلاح شده بیان می شود:

$$A: [F = 4.695 \times 10^6 \times \alpha^{0.8346}]$$

$$B: [F = 4.917 \times 10^6 \times \alpha^{0.8263}]$$

$$C: [F = 5.073 \times 10^6 \times \alpha^{0.8157}]$$

$$D: [F = 5.1859 \times 10^6 \times \alpha^{0.8204}]$$

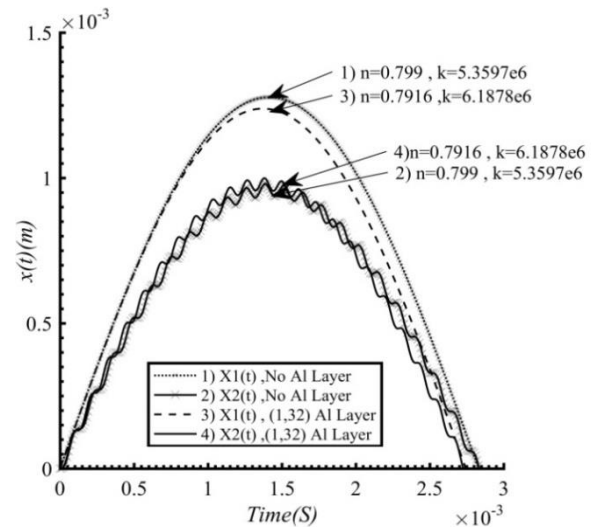


Fig. 9 Effect of the Al layer on displacement of impactor and sandwich panel.

شکل 9 اثر وجود لایه فلز آلومینیوم بر جابه جایی ضربه زننده و سازه هدف

های ساندویچی با تکرار تا همگرایی وجود داشته و مطابق نتایج تجربی مقادیر مرتبط با پارامترهای تماس (n و k) با دقت مناسب تعیین می‌شوند. نتایج حاصله از این روش جدید با سایر نتایج تجربی و تحلیلی مقایسه شده است که از تطابق خوبی برخوردار است.

در این مقاله با توجه به اهمیت وجود لایه فلز-الیاف در پاسخ دینامیکی ورق ساندویچی به بررسی برخی از اثرات مهم این فاکتور پرداخته شده که به شرح ذیل می‌باشد: استفاده از ورق های فلز-الیاف در داخل ورقهای ساندویچی- کامپوزیتی رفتار کلی سازه را بهبود می بخشد. بر اثر وجود چنین لایه هایی برخورد ناشی از ضربه سرعت پایین کاهش یافته و سازه هدف ضربه ضعیف تری را دریافت می کند. قرارگیری لایه فلز در سازه هدف بطور کلی در ماکزیمم نیروی برخورد، زمان تماس و زمان مرتبط با حداکثر نیروی برخورد تاثیر دارد. بدین ترتیب که اثر شوک ناشی از ضربه را تغییر می دهد. این تغییر در تمامی موارد اتفاق می افتد. موقعیت قرارگیری لایه فلز در سازه ساندویچی فاکتور مهمی برای تغییرات رفتار موضعی و کلی سازه است. اگر ورقهای آلومینیوم نزدیک لایه تحت ضربه قرار گیرند به مقاومت در برابر ضربه بهبود می بخشد. در این وضعیت نیروی تماس حدود 3 درصد افزایش می یابد و مدت زمان تماس نیز حدود 4 درصد افزایش خواهد یافت. یعنی ضربه به لایه سفت تری برخورد می کند. حال اگر ورقهای فلز دورتر از منطقه تحت ضربه قرار گیرند، این اثرات کاهش محسوسی یافته و حتی اثر مربوط به وجود چنین لایه ای به صفر می رسد. از نتایج بدست آمده می توان استنتاج کرد که در انرژی ثابت، افزایش مقاومت به ضربه در سازه مستقل از سرعت و جرم ضربه زننده می باشد. همچنین با کاهش ضخامت رویه ها در سازه های ساندویچی منحنی تغییرات ماکزیمم نیروی برخورد-فرورفتگی به حالت خطی نزدیکتر می شود و در نتیجه پارامتر توانی n در این وضعیت کاهش محسوسی دارد.

5- پیوست

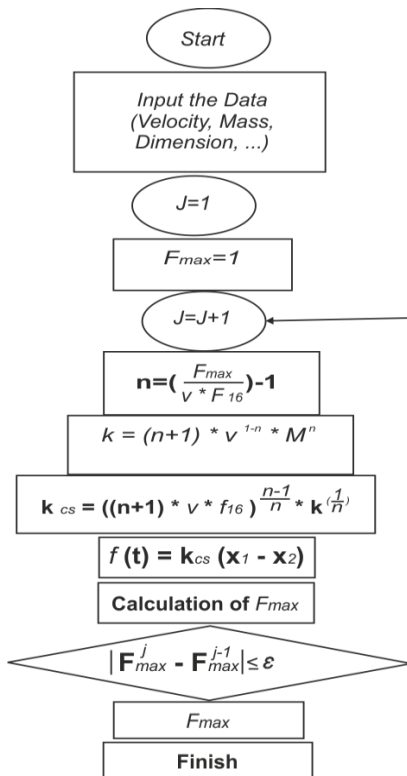


Fig. 11 The process to obtain new analytical method

شکل 11 فلوجارت محاسبه حداکثر نیروی تماس به روش تحلیلی

در شکل 10 منحنی مرتبط با قانون برخورد اصلاح شده ترسیم شده است. همانطور که مشاهده می گردد در شرایطی که ضخامت رویه افزایش می یابد مقادیر k حدود 9 درصد افزایش یافته در حالیکه مقادیر n حدود 2.2 درصد کاهش می یابد.

همچنین مشابه با آنچه که در مرجع [20] ، در خصوص روابط قانون تماس در ورق های کامپوزیتی مطرح گردیده، در مورد ورق های ساندویچی نیز با کاهش ضخامت رویه در سازه هدف تغییرات نیرو-فرورفتگی به حالت خطی نزدیکتر می شوند. همچنین طبق جدول 5 و براساس داده های بدست آمده از قانون برخورد اصلاح شده برای هر چهار نوع لایه ، با افزایش ضخامت رویه ها ، میزان ماکزیمم فرورفتگی کاهش می یابد بدین صورت که ورق های ضخیم تر دارای کمترین فرورفتگی هستند.

جدول 5 اثر ضخامت رویه بر قانون اصلاح شده

Table 5 Effect of laminate thickness on the modified contact laws

Lamination	k	n	$F_{max}(N)$	$\alpha_{max}(m)$
A: $[0_3, 90_3, 0_3]$	4.695×10^6	0.8346	4977.9	2.7277×10^{-4}
B: $[0_4, 90_4, 0_4]$	4.917×10^6	0.8263	5218.8	2.5165×10^{-4}
C: $[0_5, 90_5, 0_5]$	5.073×10^6	0.8204	5385.4	2.3711×10^{-4}
D: $[0_6, 90_6, 0_6]$	5.1859×10^6	0.8157	5510.3	2.2623×10^{-4}

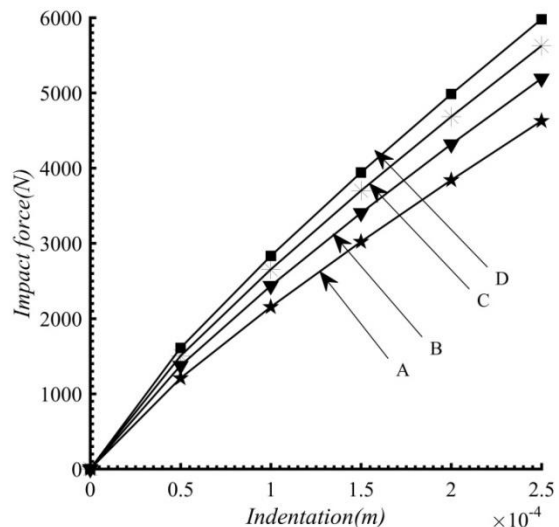


Fig. 10 Contact force and indentation relation of $(0_i, 90_i, 0_i)$ for $i = 3; 6$ Fiber-Metal Laminated Panel subjected to low velocity impact

شکل 10 رابطه نیرو-فرورفتگی برای چیدمان $(0_i, 90_i, 0_i)$ در سازه ساندویچی با لایه الیاف-فلز تحت ضربه سرعت پایین

4- نتیجه گیری

در این مقاله اثر برخورد ضربه با سرعت پایین در ورق های ساندویچی با رویه فلز-الیاف با استفاده از روش جدید تحلیلی و به کارگیری از فرض غیرخطی بودن تماس بین ضربه زننده و سازه هدف بررسی شده است، با استفاده از اصل انرژی پتانسیل مینیمم و نهایتاً استفاده از مدل جرم و فنر دو درجه آزادی روابط مناسبی برای تعیین ضرایب نیروی تماس غیر خطی بدست می آید. با کمک این روش، امکان حل تحلیلی مسئله ضربه با سرعت پایین بر روی ورق

6-مراجع

- [1] Volt, A., "Impact Lading on Fiber Metal Laminates" *Journal Impact Engineering*, Vol. 18, No. 3, pp. 291-307, 1996.
- [2] Abrate, S., "Impact on Laminated Composite Materials" *Applied Mechanics*, Vol. 44, pp. 155-190, 1991.
- [3] Williamson, JE. Lagace, PA., "Response Mechanism in the Impact of Graphite/Epoxy Honeycomb Sandwich Panels" In: *Proceeding of the Eighth ASC Technical Conference*, Claveland, OH, pp. 287-297, 1993.
- [4] Ambour, D. R. and Cruz, J. R., "Low-Speed Impact Response Characteristics of Composite Sandwich Panels," *AIAA-95-1460-CP*, pp. 2681-2695, 1995.
- [5] Pierson M. O. and Vaziri, R., "Analytical Solution for Low-Velocity Impact Response of Composite Plates" *AIAA*, Vol. 8, pp. 1633-1640, 1996.
- [6] Olsson, R., "Mass Criterion Wave Controlled Impact Sponse of Composite Plates" *Composite, Part A*, Vol. 31, pp. 879-887, 2000.
- [7] Hoo Fatt M. S and Park, K. S., "Dynamic Models for Low-Velocity Impact Damage of Composite Sandwich Panels-Part A: Deformation" *Composite Structure*, Vol. 52, pp. 335-351, 2001.
- [8] Choi I. H. and Lim, C. H., "Low Velocity Impact Analysis of Composite Laminates using Linearized Contact Law" *Composite structures*, Vol. 66, pp. 125-132, 2004.
- [9] Caprino, G. A. Spataro, G., "Low-Velocity Impact Behaviour of Fibreglass–Aluminium Laminates" *Composites: Part A*, Vol. 35, pp. 605-616, 2004.
- [10] Chai, G. B. and Zhu, S., "A Review of Low-Velocity Impact on Sandwich Structures, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineer" *Materials Design and Applications Part L*, pp. 207-225, 2011.
- [11] Abdulla, M. R. Cantwell, W. J., "The Impact Resistance of Polypropylene-Based Fibre–Metal Laminates" *Composites Science and Technology*, Vol. 66, pp. 1682-1693, 2006.
- [12] Numerical Modeling of the Impact Response of Fiber-Metal Laminates, Department of Engineering, University of Liverpool, Brownlow Street, Liverpool L69 3GQ, UK, *Polymer Composite*, 2008.
- [13] Payeganeh, G. H. Ghasemi, F. A. Malekzadeh K., " Dynamic Response of Fiber Metal Laminates (FMLs) Subjected to Low-Velocity Impact" *Thin-Walled Structures*, Vol. 48, pp. 62-70, 2010.
- [14] Hossini, M. Khalili, M. R. and Malekzadeh, K., "Indentation Analysis of In-Plane Prestress Composite Sandwich Plates: An Improved Contact Law" *Key Engineering Materials*, Vols. 471-472, pp. 1159-1164, 2011.
- [15] Shokrieh, M. M. Fakhar, M. N., "Experimental, Analytical and Numerical Studies of Composite-Sandwich Panels Under Low Velocity Ompact Loading" *Mech compos Mater*, Vol. 47, No. 6, pp. 643-658, 2012.
- [16] Morinière, F.D. Alderliesten, R. C. Sadighi, M. Benedictus, R., " An Integrated Study on the Low-Velocity Impact Response of the GLARE Fibre-Metal Laminate" *Composite Structures*, Vol. 100, pp. 89-103, 2013.
- [17] Guo-Cai, Yu. Lin-Zhi, Wu. Li, Ma. Jian, Xiong., "Low Velocity Impact of Carbon Fiber Aluminum Laminates" *Composite structure*, Vol. 119, pp. 757-766, 2015.
- [18] Sun, C. T. Chen, J. K., "On the Impact of Inially Stressed Composite Laminates" *journal of composite materials*, Vol. 19, pp. 490-503, 1985.
- [19] Malekzadeh, K. Khalili, M. R. Olsson, R. and Jafari, A., "Higher-Order Dynamic Response of Composite Sandwich Panels with Flexible Core under Simultaneous Low-Velocity Impacts of Multiple Small Masses" *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 43, pp. 6667-6687, 2006.
- [20] Liou, W. W., "Contact Laws of Carbon/Epoxy Laminated Composite plates" *Journal of Reinforced plastics and composites*, Vol. 16, pp. 155-66, 1997.

