



تحلیل ارتعاش آزاد پانل مستطیلی دو انحنایی ساندویچی با هسته آگزتیک و رویه‌های کامپوزیتی تقویت شده توسط نانولوله‌های کربنی با روش گلرکین

یاسین شعبانی¹، کوروش خورشیدی^{2*}

1- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه اراک، اراک

2- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه اراک، اراک

* اراک، صندوق پستی 88349-38156، k-khorshidi@araku.ac.ir

چکیده

اطلاعات مقاله:

در این مقاله، ارتعاشات آزاد پانل دو انحنایی سه‌لایه با هسته لانه‌زنبوری آگزتیک و صفحات جانبی کامپوزیتی تقویت شده با توزیع‌های مختلف نانولوله‌های کربنی مورد بررسی قرار گرفته است. معادلات حاکم بر مسئله بر اساس تئوری تغییر شکل برشی جدید مرتبه پنجم استخراج شده‌اند. پانل ساندویچی سه‌لایه شامل هسته با ساختار لانه‌زنبوری و سلول درون‌رو با ضریب پواسون منفی از جنس آلومینیوم و رویه‌های فوقانی و تحتانی کامپوزیتی با دو حالت توزیع یکنواخت (UD) و مدرج تابعی (FG) نانولوله کربنی در شرایط مرزی ساده بررسی شده است. خواص مکانیکی لایه‌های کامپوزیتی با استفاده از قانون اختلاط بهبودیافته برای نانولوله کربنی تک جداره محاسبه شده‌اند. معادلات حرکت با استفاده از اصل همپلتون استخراج گردیده و فرکانس‌های طبیعی سازه با استفاده از روش باقیمانده وزنی گلرکین به دست آمده‌اند. تاثیر پارامترهای سلول آگزتیک شامل زاویه سلول، نسبت طول لبه عمودی به لبه مورب و همچنین نسبت شعاع انحنای به طول پانل، نسبت ضخامت هسته به ضخامت کل پانل و در نهایت کسر حجمی نانولوله‌های کربنی مورد بحث قرار گرفته است. در انتها نیز ارتعاش آزاد برای دیگر شکل‌های پانل‌های ساندویچی از جمله پانل‌های سهمی‌گون هذلولوی ساندویچی، پانل‌های سیلندری ساندویچی و ورق‌های تخت ساندویچی به دست آمدند و مقایسه شدند. نتایج حاصل شده نشان دادند هسته با ضریب پواسون منفی و همچنین توزیع مدرج تابعی (FG) نانولوله کربنی در رویه‌های کامپوزیتی فوقانی و تحتانی باعث کاهش فرکانس طبیعی پانل ساندویچی مورد مطالعه شدند.

دریافت: 1400/10/03

پذیرش: 1401/01/10

کلیدواژگان

پانلهای دو انحنایی، نانولوله کربنی، فراماده آگزتیک، ضریب پواسون منفی، روش گلرکین

Free vibration analysis of rectangular doubly curved auxetic-core sandwich panels integrated with CNT-reinforced composite layers using Galerkin method

Yasin Shabani¹, Korosh Khorshidi^{1*}

1- Department of Mechanical Engineering, Arak University, Arak, Iran.

* P.O.B. 38156-88349, Arak, Iran, k-khorshidi@araku.ac.ir

Keywords

Doubly curved panels, Carbon nanotubes, Auxetic metamaterials, Negative Poisson's ratio, Galerkin method

Abstract

In this paper, the free vibrations of a three-layer doubly curved panel with honeycomb auxetic core and reinforced composite face sheets by carbon nanotubes with different distributions are investigated. The governing equations of the structure are derived based on the new fifth-order shear deformation theory. The sandwich panel consists of three layers, aluminum core layer with cell inclined angle which creates negative Poisson's ratio in the honeycomb structure, composites skins with a uniform distribution (UD) as well as functionally graded (FG) distributions of carbon nanotubes (CNTs) in the simply supported boundary condition. Effective material properties of single-walled (SW) carbon nanotube reinforced composite skins are achieved by applying the extended rule of mixtures. The equations of motion are obtained using the Hamilton principle and solved using the Galerkin residual weight method. The effect of auxetic cell parameters including cell angle, cell aspect ratio, as well as distribution and content of carbon nanotubes, length to thickness ratio, and core thickness to total panel thickness ratio are examined and discussed. Furthermore, free vibration was obtained and compared for other shapes of sandwich panels such as hyperbolic parabolic sandwich panels, cylindrical sandwich panels and sandwich plates. The results showed that the core with negative Poisson's ratio as well as the functionally graded distribution (FG) of carbon nanotubes in the upper and lower composite surfaces reduced the natural frequency of the studied sandwich panel.

Please cite this article using:

Shabani, Y., Khorshidi, K., "Free vibration analysis of rectangular doubly curved auxetic-core sandwich panels integrated with CNT-reinforced composite layers using Galerkin method", In Persian, Journal of Science and Technology of Composites, Vol. 8, No. 3, pp. 1677-1686, 2022. <https://doi.org/10.22068/JSTC.2022.545477.1762>

برای ارجاع به مقاله از عبارت زیر استفاده کنید:

1- مقدمه

در سال‌های اخیر نانولوله‌های کربنی با توجه به خواص ویژه‌ای که دارند، در مرکز توجه محققین حوزه مهندسی مکانیک و مواد قرار گرفته‌اند. و همچنین استفاده از نانولوله‌های کربنی به‌عنوان تقویت‌کننده در سازه‌ها گسترش پیدا کرده است [1]. علاوه بر عملکرد تقویتی، خواص مکانیکی را می‌توان از طریق توزیع‌های مدرج تابعی نانولوله‌های کربنی در جهت ضخامت سازه‌ها افزایش داد [2, 3]. با مرور ادبیات مشاهده می‌شود پاسخ مکانیکی، ارتعاش و دینامیکی نانولوله‌های خالص در تحقیقات مختلف مورد بررسی قرار گرفته است، به عنوان مثال امسوخ و همکارانش [4] استحکام کششی ماکروسکوپی و چقرمگی شکست کامپوزیت‌های نانو را پیش‌بینی و رفتار بین فاز ماتریس پلیمری و تقویت‌کننده رسی را محاسبه کردند. سیلوستر و همکارانش [5] به مروری بر بهبود خواص مکانیکی نانو کامپوزیت‌های سرامیکی پرداختند. در تحقیقی دیگر آرش و وانگ [6] به بررسی تحقیقات اخیر در مورد کاربرد تئوری پیوسته غیرمحللی در مدل‌سازی نانولوله‌های کربنی و صفحات گرافن پرداختند. کنترل ارتعاش تیر ساندويچي کامپوزيتي تقويت شده با نانولوله مدرج تابعي با استفاده از دولایه محرک مغناطیسی توسط طالبی‌توتی و فدایی انجام گرفت [7]. وانگ و ورادان [8] یک مدل مکانیک پیوسته غیرمحللی برای مطالعه ارتعاش نانولوله‌های تک جداره (SWNTs) و نانولوله‌های دوجداره (DWNT) از طریق تئوری‌های تیر الاستیک ارائه و به کار بردند. همچنین بسیاری از مطالعات تحقیقاتی ویژگی‌های ارتعاشی صفحات، پانل‌ها و پوسته‌های کامپوزیتی تقویت‌شده با نانولوله‌های کربنی را بررسی کردند. به عنوان مثال لی و همکارانش [9] رفتار ارتعاشی ورق‌های نانو کامپوزیتی مدرج تابعی تقویت شده با نانولوله‌های تک جداره (SWCNTs) را با روش المان آزاد کبیبی ریتز مورد بررسی قرار داده است. یاس و همکارانش [10] خواص ارتعاشی پانل‌های استوانه‌ای نانو کامپوزیت مدرج تابعی تقویت‌شده توسط نانولوله‌های کربنی تک جداره (SWCNTs) بر اساس تئوری سه‌بعدی الاستیسیته مطالعه کرده است. در تحقیقی دیگر لیو و همکارانش [11] ارتعاش آزاد پانل استوانه‌ای تقویت شده با نانولوله‌های کربنی را با روش اشلیبی - موری - تاناکا مطالعه کردند. کار و پاندا [12] با استفاده از روش المان محدود غیرخطی به بررسی پاسخ‌های خمشی پوسته‌های دوانحنايه مدرج تابعی پرداختند. کیانی [13] پاسخ دینامیکی پانل‌های استوانه‌ای کامپوزیتی تقویت شده با نانولوله مدرج تابعی را تحت بار متحرک به دست آورده است. در پژوهشی دیگر زیگل و همکارانش [14] استحکام خمشی و ارتعاش آزاد پانل‌های استوانه‌ای کامپوزیتی تقویت‌شده با نانولوله کربنی به دست آورده‌اند. ارتعاش آزاد ورق‌های مستطیلی ضخیم کامپوزیتی تقویت شده با نانولوله‌های کربنی توسط مرکان و همکارانش [15] مورد بررسی قرار گرفته شد.

سازه‌های ساندويچي لانه‌زنبوري نیز به دلیل ویژگی‌های مهم مانند استحکام و سختی ویژه بالا، قابلیت جذب انرژی بالا و قیمت مناسب توجه زیادی را به خود جذب کرده‌اند. پژوهشگران مختلفی بر روی این سازه‌های کار و تحقیق انجام داده‌اند، که می‌توان گیبسون و اشلی [16] و لیم [17] را محققین پیشرو در بررسی سازه‌های ساندويچي نام برد. در زمینه سازه‌های ساندويچي، خورشیدی و همکارانش ارتعاش میکروورق‌های مدرج تابعی ساندويچي با لایه‌های پیزوالتریک [18] و ورق‌های ساندويچي با رويه‌های مدرج تابعی در محیط حرارتی [19] را بررسی کرده‌اند. آگرتيک‌های لانه‌زنبوري با ضریب پواسن منفی به عنوان یک متاماده، خواص مکانیکی بهتری از جمله مدول برشی، چقرمگی شکست و مقاومت در برابر فرورفتگی بیشتری نسبت به مواد معمولی دارند. اخیراً لیو و همکارانش [20] پاسخ‌های خرد کردن

مرتبه اول برشی ردی بررسی کردند. به علت همین گسترش استفاده از مواد کامپوزیتی تقویت شده با نانولوله کربنی در سازه‌های گوناگون و پیدایش کاربردهای جدید برای متاماده‌های آگرتيکی در حوزه‌های مختلف [24] و بررسی سابقه پژوهش‌ها در این باب که نشان‌دهنده عدم وجود پژوهش‌های کافی در مورد کاهش و بررسی ارتعاش سازه‌های دوانحنايه است، در این مقاله ما به بررسی ارتعاش آزاد پانل‌های ساندويچي دوانحنايه، سهمی‌گون هذلولوی، سیلندری و ورق‌های تخت ساندويچي سه‌لایه با هسته لانه‌زنبوري آگرتيک و رويه‌های کامپوزيتي تقويت شده توسط نانولوله‌های کربنی با توزیع یکنواخت و مدرج تابعی پرداختیم.

2- استخراج معادلات حاکم

نمای کلی پانل دو انحنايي با هسته شبکه‌ای لانه‌زنبوري و صفحات کامپوزيتي تقويت شده با نانولوله کربنی مورد بررسی در شکل 1 با طول (b)، عرض (a) نمایش داده شده است. مطابق شکل دستگاه مختصات $O(x,y,z)$ از نوع دکارتی و در گوشه پانل در صفحه میانی ضخامت در نظر گرفته شده است.

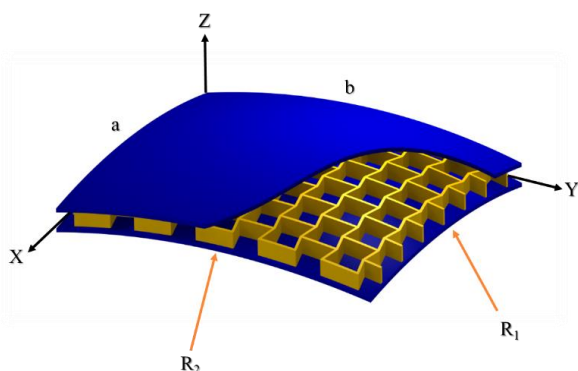


Fig. 1 Doubly curved sandwich panel (DCSP) with Auxetic core

شکل 1 پانل ساندويچي دو انحنايي آگرتيکی

1-2- روابط ساختاری و خواص مواد

در این پژوهش برای به دست آوردن خواص مکانیکی صفحات کامپوزيتي تقويت شده با نانولوله کربنی تک جداره از قانون اختلاط بهبودیافته بهره می‌گیریم. مطابق آن روابط کسر حجمی به‌صورت زیر تعریف می‌شود [25]:

$$V_{CNT} = w(z)V_{CNT}^* \quad (1)$$

$$V_{CNT} = \frac{w_{CNT}}{w_{CNT} + \left(\frac{\rho_{CNT}}{\rho^m}\right)(1 - w_{CNT})} \quad (2)$$

$$V_{CNT} + V_m = 1 \quad (3)$$

در روابط فوق ρ_{CNT} ، w_{CNT} ، V_{CNT} ، ρ^m به ترتیب بیان‌کننده کسر حجمی نانولوله کربنی، کسر جرمی نانولوله کربنی، چگالی نانولوله کربنی و چگالی ماتریس می‌باشند. $w(z)$ نیز مبین تابع توزیع حجمی نانولوله‌ها در جهت

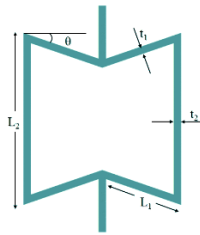


Fig. 3 The re-entrant unit cell of Auxetic core

شکل 3 سلول درون‌رو هسته آگرتیک

$$E_{11}^c = E_s \frac{\gamma_3^3 (1 - \sin\theta)}{\cos^3\theta [1 + (\tan^2\theta + \gamma_1 \sec^2\theta) \gamma_3^2]} \quad (a-11)$$

$$E_{22}^c = E_s \frac{\gamma_3^3}{\cos^3\theta (\gamma_1 - \sin\theta) [1 + (\tan^2\theta + \gamma_3^2)]} \quad (b-11)$$

$$G_{12}^c = E_s \frac{\gamma_3^3}{\gamma_1 (1 + 2\gamma_1) \cos\theta} \quad (c-11)$$

$$G_{23}^c = G_s \frac{\gamma_3 \cos\theta}{\gamma_1 - \sin\theta} \quad (d-11)$$

$$G_{31}^c = G_s \frac{\gamma_3}{2\cos\theta} \left[\frac{\gamma_1 - \sin\theta}{1 + 2\gamma_1} + \frac{\gamma_1 + 2\sin^2\theta}{2(\gamma_1 - \sin\theta)} \right] \quad (e-11)$$

$$v_{12}^c = - \frac{\sin\theta (1 - \gamma_3^2) (\gamma_1 - \sin\theta)}{\cos^2\theta [1 + (\tan^2\theta + \gamma_1 \sec^2\theta) \gamma_3^2]} \quad (f-11)$$

$$v_{21}^c = - \frac{\sin\theta (1 - \gamma_3^2)}{(\tan^2\theta + \gamma_3^2) (\gamma_1 - \sin\theta)} \quad (g-11)$$

$$\rho^c = \rho_s \frac{\gamma_3 (\gamma_1 + 2)}{2\cos\theta (\gamma_1 - \sin\theta)} \quad (h-11)$$

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix}^{(k)} = \begin{Bmatrix} Q_{11}^{(k)} & Q_{12}^{(k)} & 0 & 0 & 0 \\ Q_{21}^{(k)} & Q_{22}^{(k)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Q_{44}^{(k)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Q_{55}^{(k)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Q_{66}^{(k)} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_{xx} \\ \epsilon_{yy} \\ \epsilon_{yz} \\ \epsilon_{xz} \\ \epsilon_{xy} \end{Bmatrix}$$

, k = t, c, b (12)

که در رابطه 12.

$$Q_{11}^{(k)} = \frac{E_{11}^{(k)}}{1 - v_{12}^{(k)} v_{21}^{(k)}} \quad (a-13)$$

$$Q_{12}^{(k)} = \frac{v_{12} E_{11}^{(k)}}{1 - v_{12}^{(k)} v_{21}^{(k)}} \quad (b-13)$$

$$Q_{22}^{(k)} = \frac{E_{22}^{(k)}}{1 - v_{12}^{(k)} v_{21}^{(k)}} \quad (c-13)$$

$$Q_{66}^{(k)} = G_{12}^{(k)} \quad (d-13)$$

$$Q_{55}^{(k)} = G_{13}^{(k)} \quad (e-13)$$

$$Q_{44}^{(k)} = G_{23}^{(k)} \quad (f-13)$$

ضخامت پانل می‌باشد. برای دو حالت توزیع یکنواخت (UD) و مدرج تابعی (FG) این تابع به صورت رابطه 4 و 5 تعریف می‌شود [27, 26]. نحوه توزیع نانولوله‌های تقویت‌کننده لایه‌های فوقانی و تحتانی در شکل 2 نشان داده شده است.

$$V_{CNT} = V_{CNT}^* \quad (4)$$

$$V_{CNT} = \left(1 - \frac{2z}{h}\right) V_{CNT}^* \quad (5)$$

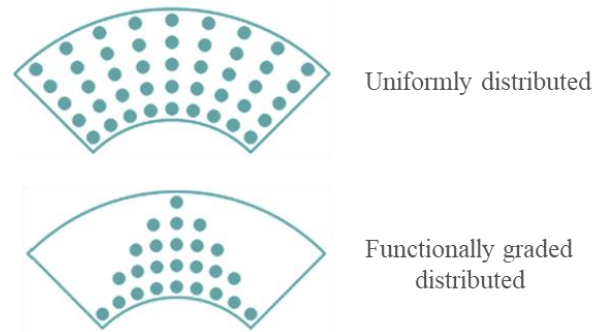


Fig. 2 Distribution types of CNTs across the thickness of face sheets

شکل 2 نحوه توزیع نانولوله‌های کربنی در ضخامت رویه‌ها

بر اساس قانون بهبودیافته اختلاط چگالی، مدول یانگ و مدول برشی مطابق روابط (6-9) قابل محاسبه می‌باشند [28].

$$\rho = V_{CNT} \rho^{CNT} + V_m \rho^m \quad (6)$$

$$E_{11} = \eta_1 V_{CNT} E_{11}^{CNT} + V_m E^m \quad (7)$$

$$E_{22} = \frac{\eta_2}{\frac{V_{CNT}}{E_{22}^{CNT}} + \frac{V_m}{E^m}} \quad (8)$$

$$G_{11} = \frac{\eta_3}{\frac{V_{CNT}}{G_{12}^{CNT}} + \frac{V_m}{G^m}} \quad (9)$$

در معادلات 6 تا 9، پارامتر کارایی نانولوله کربنی هستند که مقادیر آن‌ها با توجه به روش دینامیک مولکولی و قانون اختلاط تعیین می‌گردد. همچنین E_{11}^{CNT} ، E_{22}^{CNT} و G_{12}^{CNT} به ترتیب نشان‌دهنده مدول یانگ نانولوله‌های کربنی در جهت الیاف، عمود بر الیاف و مدول برشی نانولوله‌های کربنی هستند. E^m و G^m نیز خواص متناظر ماتریس می‌باشند. نسبت پواسون صفحات کامپوزیتی را به صورت زیر می‌توان به دست آورد.

$$v_{12} = V_{CNT} v_{12}^{CNT} + V_m v^m \quad (10)$$

هندسه سلول شبکه لانه‌زنبوری مورد استفاده در این پژوهش را می‌توان در شکل 3 مشاهده کرد. خواص مکانیکی هسته ساندویچ پانل از رابطه 11 محاسبه می‌شود [29].

در رابطه 11، $\gamma_1 = \frac{t_2}{L_1}$ ، $\gamma_2 = \frac{t_1}{L_1}$ و $\gamma_3 = \frac{t_1}{L_1}$ و خواص مکانیکی هسته آگرتیک برای هندسه تخت و انحنادار یکسان می‌باشد [30، 31]. روابط ساختاری برای پانل ساندویچی مفروض در رابطه 12 آورده شده است [32].

در روابط ساختاری $K = t, c, b$ به ترتیب نشان‌دهنده لایه فوقانی، هسته و لایه تحتانی می‌باشد.

2-2- معادلات حرکت

میدان جابه‌جایی برای پانل دو انحنایی ساندویچی مطابق رابطه 14 در نظر گرفته شده است [33]:

$$\begin{aligned}
 & -\delta\psi \left(\frac{\partial P_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial P_{yy}}{\partial y} - Q_{yz} \right) dA \\
 \delta T = & \frac{1}{2} \int \left[-\delta u \left(I_1 \ddot{u} + I_7 \frac{1}{R_1} \ddot{u} + I_4 \frac{\partial \ddot{w}}{\partial x} + I_5 \dot{\xi} \right. \right. \\
 & \left. \left. + I_7 \frac{1}{R_1} \ddot{u} + I_8 \left(\frac{1}{R_1} \right)^2 \ddot{u} + I_9 \frac{1}{R_1} \frac{\partial \ddot{w}}{\partial x} + I_{10} \frac{1}{R_1} \dot{\xi} \right) \right. \\
 & \left. + \delta w \left(I_4 \frac{\partial \ddot{u}}{\partial x} + I_9 \frac{1}{R_1} \frac{\partial \ddot{u}}{\partial x} + I_2 \frac{\partial^2 \ddot{w}}{\partial x^2} + I_6 \frac{\partial \dot{\xi}}{\partial x} - I_1 \dot{w} \right. \right. \\
 & \left. \left. + I_4 \frac{\partial \ddot{v}}{\partial y} + I_9 \frac{1}{R_2} \frac{\partial \ddot{v}}{\partial y} + I_2 \frac{\partial^2 \ddot{w}}{\partial y^2} + I_6 \frac{\partial \dot{\psi}}{\partial y} \right) - \delta \xi (I_5 \dot{u} \right. \\
 & \left. + I_{10} \frac{1}{R_1} \ddot{u} + I_6 \frac{\partial \ddot{w}}{\partial x} + I_3 \dot{\xi} \right) - \delta v \left(I_1 \dot{v} + I_7 \frac{1}{R_2} \dot{v} \right. \\
 & \left. + I_4 \frac{\partial \ddot{w}}{\partial y} + I_5 \dot{\psi} + I_7 \frac{1}{R_2} \dot{v} + I_8 \left(\frac{1}{R_2} \right)^2 \dot{v} + I_9 \frac{1}{R_2} \frac{\partial \ddot{w}}{\partial y} \right. \\
 & \left. + I_{10} \frac{1}{R_2} \dot{\psi} \right) - \delta \psi \left(I_5 \dot{v} + I_{10} \frac{1}{R_2} \dot{v} + I_6 \frac{\partial \ddot{w}}{\partial y} \right. \\
 & \left. + I_3 \dot{\psi} \right)] dV \tag{b-18}
 \end{aligned}$$

که در آن‌ها منتجه‌های تنش و ممان‌های اینرسی جرمی به شکل رابطه 19 تعریف شده‌اند.

$$\begin{aligned}
 (N_{xx}, N_{yy}, N_{xy}) = & \int_{-(h_b + \frac{h_c}{2})}^{\frac{h_c}{2}} (\sigma_x^b, \sigma_y^b, \sigma_{xy}^b) dz + \\
 & \int_{-\frac{h_c}{2}}^{\frac{h_c}{2}} (\sigma_x^c, \sigma_y^c, \sigma_{xy}^c) dz + \int_{\frac{h_c}{2} + h_t}^{h_t} (\sigma_x^t, \sigma_y^t, \sigma_{xy}^t) dz \tag{a-19}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (S_{xx}, S_{yy}, S_{xy}) = & \int_{-(h_b + \frac{h_c}{2})}^{\frac{h_c}{2}} (\sigma_x^b, \sigma_y^b, \sigma_{xy}^b) G(z) dz + \\
 & \int_{-\frac{h_c}{2}}^{\frac{h_c}{2}} (\sigma_x^c, \sigma_y^c, \sigma_{xy}^c) G(z) dz + \int_{\frac{h_c}{2} + h_t}^{h_t} (\sigma_x^t, \sigma_y^t, \sigma_{xy}^t) G(z) dz \tag{b-19}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (P_{xx}, P_{yy}, P_{xy}) = & \int_{-(h_b + \frac{h_c}{2})}^{\frac{h_c}{2}} (\sigma_x^b, \sigma_y^b, \sigma_{xy}^b) F(z) dz + \\
 & \int_{-\frac{h_c}{2}}^{\frac{h_c}{2}} (\sigma_x^c, \sigma_y^c, \sigma_{xy}^c) F(z) dz + \int_{\frac{h_c}{2} + h_t}^{h_t} (\sigma_x^t, \sigma_y^t, \sigma_{xy}^t) F(z) dz \tag{c-19}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (Q_{xz}, Q_{yz}) = & \int_{-(h_b + \frac{h_c}{2})}^{\frac{h_c}{2}} (\sigma_{xz}^b, \sigma_{yz}^b) \frac{\partial F(z)}{\partial z} dz + \\
 & \int_{-\frac{h_c}{2}}^{\frac{h_c}{2}} (\sigma_{xz}^c, \sigma_{yz}^c) \frac{\partial F(z)}{\partial z} dz + \int_{\frac{h_c}{2} + h_t}^{h_t} (\sigma_{xz}^t, \sigma_{yz}^t) \frac{\partial F(z)}{\partial z} dz \tag{d-19}
 \end{aligned}$$

$$U(x,y,z,t) = \left(1 + \frac{z}{R_1} \right) u(x,y,t) + G(z) \frac{\partial w(x,y,t)}{\partial x} + F(z) \xi(x,y,t) \tag{a-14}$$

$$V(x,y,z,t) = \left(1 + \frac{z}{R_2} \right) v(x,y,t) + G(z) \frac{\partial w(x,y,t)}{\partial x} + F(z) \psi(x,y,t) \tag{b-14}$$

$$W(x,y,z,t) = w(x,y,t) \tag{c-14}$$

که مقادیر $F(z)$ و $G(z)$ مطابق تئوری جدید تغییر شکل برشی مرتبه پنجم ارائه شده معادل رابطه 15 در نظر گرفته می‌شوند.

$$G(z) = -z, F(z) = \left(\frac{19z}{22} - \frac{9z^3}{4h^2} + \frac{10z^5}{3h^4} \right) \tag{15}$$

3-2- روابط کرنش-جابه‌جایی

کرنش‌های خطی برای پانل دو انحنایی طبق میدان جابه‌جایی مذکور مطابق رابطه 16 محاسبه می‌شوند:

$$\varepsilon_x = \left(1 + \frac{z}{R_1} \right) \frac{\partial u}{\partial x} + G(z) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + F(z) \frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{w}{R_1} \tag{a-16}$$

$$\varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} + G(z) \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + F(z) \frac{\partial \psi}{\partial y} + \frac{w}{R_2} \tag{b-16}$$

$$\begin{aligned}
 \gamma_{xy} = & \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) + 2G(z) \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + F(z) \left(\frac{\partial \xi}{\partial y} \right. \\
 & \left. + \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) \tag{c-16}
 \end{aligned}$$

$$\gamma_{xz} = \frac{\partial G(z)}{\partial z} \frac{\partial w}{\partial x} + \xi \frac{\partial F(z)}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \tag{d-16}$$

$$\gamma_{yz} = \frac{\partial G(z)}{\partial z} \frac{\partial w}{\partial y} + \psi \frac{\partial F(z)}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \tag{e-16}$$

4-2- استخراج معادلات حاکم

در این مقاله برای استخراج معادلات بر حرکت پانل دو انحنایی از اصل همیلتون مطابق رابطه 17 کمک می‌گیریم [34, 35].

$$\int_0^t (\delta T + \delta W - \delta U) dt = 0 \tag{17}$$

در رابطه (17) δT و δU به ترتیب بیانگر تغییرات انرژی پتانسیل کرنشی و جنبشی می‌باشند. δW نیز کار ناشی از نیروهای خارجی است. انرژی پتانسیل کرنشی و جنبشی برای پانل مورد بررسی مطابق روابط a-18 و b-18 به دست می‌آیند:

$$\begin{aligned}
 \delta U = & \frac{1}{2} \int \left(-\delta u \left(\frac{\partial N_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial y} \right) - \delta v \left(\frac{\partial N_{yy}}{\partial y} \right. \right. \\
 & \left. \left. + \frac{\partial N_{xy}}{\partial x} \right) - \delta \xi \left(\frac{\partial P_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial P_{xy}}{\partial y} - Q_{xz} \right) + \delta w \left(\frac{\partial^2 S_{xx}}{\partial x^2} \right. \right. \\
 & \left. \left. + 2 \frac{\partial^2 S_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 S_{yy}}{\partial y^2} - \frac{\partial T_{yz}}{\partial y} - \frac{\partial T_{xz}}{\partial x} + \frac{N_{xx}}{R_1} + \frac{N_{yy}}{R_2} \right) \right) \tag{a-18}
 \end{aligned}$$

$$u(x, y, t) = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N u_{mn} \bar{u}(x, y) e^{i\omega t} \quad (a-21)$$

$$v(x, y, t) = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N v_{mn} \bar{v}(x, y) e^{i\omega t} \quad (b-21)$$

$$w(x, y, t) = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N w_{mn} \bar{w}(x, y) e^{i\omega t} \quad (c-21)$$

$$\xi(x, y, t) = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \xi_{mn} \bar{\xi}(x, y) e^{i\omega t} \quad (d-21)$$

$$\psi(x, y, t) = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \psi_{mn} \bar{\psi}(x, y) e^{i\omega t} \quad (e-21)$$

در رابطه 21، m و n به ترتیب نمایانگر تعداد نیم موج‌های طولی و محیطی هستند. u_{mn} ، v_{mn} ، w_{mn} ، ξ_{mn} و ψ_{mn} ضرایب سری فوریه می‌باشند که با کمینه شدن باقیمانده‌ها محاسبه خواهند شد. $\bar{u}(x, y)$ ، $\bar{v}(x, y)$ ، $\bar{w}(x, y)$ ، $\bar{\xi}(x, y)$ و $\bar{\psi}(x, y)$ برای ارضای شرایط مرزی ساده به شکل زیر فرض می‌شوند [36]:

$$\bar{u}(x, y) = \cos\left(\frac{n\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{m\pi y}{b}\right) \quad (a-22)$$

$$\bar{v}(x, y) = \sin\left(\frac{n\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{m\pi y}{b}\right) \quad (b-22)$$

$$\bar{w}(x, y) = \sin\left(\frac{n\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{m\pi y}{b}\right) \quad (c-22)$$

$$\bar{\xi}(x, y) = \cos\left(\frac{n\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{m\pi y}{b}\right) \quad (d-22)$$

$$\bar{\psi}(x, y) = \sin\left(\frac{n\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{m\pi y}{b}\right) \quad (e-22)$$

برای به دست آوردن فرکانس‌های طبیعی بایستی رابطه 23 که با ساده‌سازی به شکل معادلات ماتریسی بسته نمایش داده شده است، حل گردد [37].

$$([K] - \omega^2 [M])\{\Delta\} = 0 \quad (23)$$

که $\{\Delta\}$ بردار ضرایب مجهول، $[K]$ ماتریس سختی، $[M]$ ماتریس جرم و ω فرکانس طبیعی پانل ساندویچی دو انحنایی می‌باشند. برای به دست آوردن مجهولات مشابه رابطه (24) ابتدا طرفین معادلات حاکم را از یکدیگر جدا می‌کنیم.

$$Y_1(u, v, w, \xi, \psi) = I_1 u + I_7 \frac{2}{R_1} u + I_4 \frac{\partial w}{\partial x} + I_5 \xi + I_8 \left(\frac{1}{R_1}\right)^2 + I_9 \frac{1}{R_1} \frac{\partial w}{\partial x} + I_{10} \frac{1}{R_1} \xi$$

$$Y_2(u, v, w, \xi, \psi) = I_1 v + I_7 \frac{2}{R_2} v + I_4 \frac{\partial w}{\partial y} + I_5 \psi + I_8 \left(\frac{1}{R_2}\right)^2 v + I_9 \frac{1}{R_2} \frac{\partial w}{\partial y} + I_{10} \frac{1}{R_2} \psi \quad (24)$$

$$(T_{xz}, T_{yz}) = \int_{-(h_b + \frac{h_c}{2})}^{\frac{h_c}{2}} (\sigma_{xz}^b, \sigma_{yz}^b) \left(\frac{\partial G(z)}{\partial z} + 1\right) dz + \int_{-\frac{h_c}{2}}^{\frac{h_c}{2}} (\sigma_{xz}^c, \sigma_{yz}^c) \left(\frac{\partial G(z)}{\partial z} + 1\right) dz + \int_{\frac{h_c}{2}}^{h_t} (\sigma_{xz}^t, \sigma_{yz}^t) \left(\frac{\partial G(z)}{\partial z} + 1\right) dz \quad (e-19)$$

$$I_j = \int_{-(h_b + \frac{h_c}{2})}^{\frac{h_c}{2}} \rho^b J_j dz + \int_{-\frac{h_c}{2}}^{\frac{h_c}{2}} \rho^c J_j dz + \int_{\frac{h_c}{2}}^{h_t} \rho^t J_j dz \quad (f-19)$$

$$J_j = \left(1 \cdot (G(z))^2 \cdot (F(z))^2 \cdot G(z) \cdot F(z) \cdot F(z)G(z) \cdot z \cdot z^2 \cdot zG(z) \cdot zF(z)\right) \quad (g-19)$$

حال با جایگذاری روابط a-18 و b-18 در اصل همیلتون معادلات حاکم به صورت رابطه 20 استخراج می‌شوند.

$$\delta u: \frac{\partial N_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial y} = I_1 \ddot{u} + I_7 \frac{2}{R_1} \ddot{u} + I_4 \frac{\partial \ddot{w}}{\partial x} + I_5 \ddot{\xi} + I_8 \left(\frac{1}{R_1}\right)^2 \ddot{u} + I_9 \frac{1}{R_1} \frac{\partial \ddot{w}}{\partial x} + I_{10} \frac{1}{R_1} \ddot{\xi} \quad (a-20)$$

$$\delta v: \frac{\partial N_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial x} = I_1 \ddot{v} + I_7 \frac{2}{R_2} \ddot{v} + I_4 \frac{\partial \ddot{w}}{\partial y} + I_5 \ddot{\psi} + I_8 \left(\frac{1}{R_2}\right)^2 \ddot{v} + I_9 \frac{1}{R_2} \frac{\partial \ddot{w}}{\partial y} + I_{10} \frac{1}{R_2} \ddot{\psi} \quad (b-20)$$

$$\delta w: \frac{\partial T_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial T_{xz}}{\partial x} - \frac{\partial^2 S_{xx}}{\partial x^2} - 2 \frac{\partial^2 S_{xy}}{\partial x \partial y} - \frac{\partial^2 S_{yy}}{\partial y^2} - \frac{N_{xx}}{R_1} - \frac{N_{yy}}{R_2} = -I_1 \ddot{w} + I_2 \left(\frac{\partial^2 \ddot{w}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \ddot{w}}{\partial y^2}\right) + I_4 \left(\frac{\partial \ddot{u}}{\partial x} + \frac{\partial \ddot{v}}{\partial y}\right) + I_6 \left(\frac{\partial \ddot{\xi}}{\partial x} + \frac{\partial \ddot{\psi}}{\partial y}\right) + I_9 \left(\frac{1}{R_1} \frac{\partial \ddot{u}}{\partial x} + \frac{1}{R_2} \frac{\partial \ddot{v}}{\partial y}\right) \quad (c-20)$$

$$\delta \xi: \frac{\partial P_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial P_{xy}}{\partial y} - Q_{xz} = I_5 \ddot{u} + I_{10} \frac{1}{R_1} \ddot{u} + I_6 \frac{\partial \ddot{w}}{\partial x} + I_3 \ddot{\xi} \quad (d-20)$$

$$\delta \psi: \frac{\partial P_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial P_{yy}}{\partial y} - Q_{yz} = I_5 \ddot{v} + I_{10} \frac{1}{R_2} \ddot{v} + I_6 \frac{\partial \ddot{w}}{\partial y} + I_3 \ddot{\psi} \quad (e-20)$$

3- حل مسئله

3-1 روش حل

برای محاسبه ارتعاش آزاد پانل ساندویچی دو انحنایی در این پژوهش از روش گالرکین بهره می‌بریم. بر اساس این روش شکل تابع حدس جابه‌جایی به صورت رابطه 21 در نظر گرفته می‌شود.

همان‌طور که مشاهده می‌شود تابع سعی ارائه شده برای شرایط مرزی ساده همگرایی سریع به ازای افزایش شمار جمله‌های تخمین با M و N برابر برای فرکانس اول بی‌بعد شده دارد. با توجه به نتایج حاصل شده برای فرکانس‌ها M و N را برابر 10 در نظر گرفتیم.

جدول 1 مقایسه نتایج با منابع معتبر

Table 1 Comparison of results with other research

Vcnt		UD	FG
	تحقیق حاضر	19.9915	17.9637
0.11	وانگ و همکاران [39]	19.5954	17.6852
	فاضل‌زاده و پوراسماعیلی [40]	20.2381	18.2514
	تحقیق حاضر	21.4508	19.2709
0.14	وانگ و همکاران [39]	20.9984	18.9536
	فاضل‌زاده و پوراسماعیلی [40]	21.6551	19.5458
	تحقیق حاضر	24.7901	22.3108
0.17	وانگ و همکاران [39]	24.3042	21.9784
	فاضل‌زاده و پوراسماعیلی [40]	25.0512	22.6250

وانگ و همکارانش [39] از تئوری برشی مرتبه اول ردی و از روش گالرکین ارتعاش آزاد را محاسبه کرده‌اند. اما روش حل در کار فاضل‌زاده و پوراسماعیلی [40] متفاوت است و آن‌ها از روش فوریه برای به دست آوردن ارتعاش آزاد بهره گرفته‌اند. همان‌طور که در جدول مشخص است همگرایی بسیار خوبی بین نتایج مراجع معتبر و مقادیر به‌دست‌آمده مشاهده می‌شود.

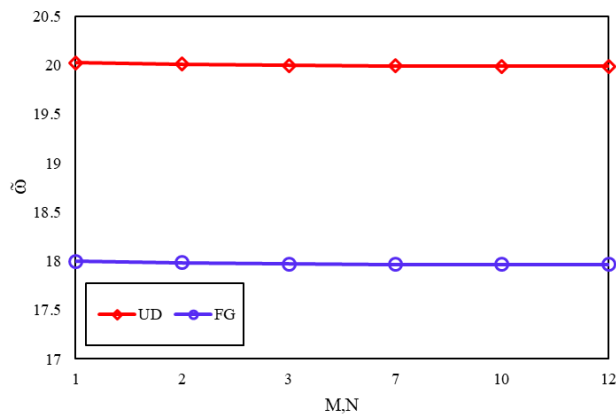


Fig. 4 Convergence of results the non-dimensional natural frequency of the doubly curved panel

شکل 4 همگرایی نتایج فرکانس طبیعی بی‌بعد برای پانل دو انحنايي

جنس لایه‌های فوقانی و تحتانی پانل مورد بررسی کامپوزیت تقویت شده با نانولوله کربنی تک جداره می‌باشند. خواص مواد به‌کاررفته در رويه‌ها را می‌توان در جدول 2 مشاهده نمود [41, 42]. پارامترهای کارایی برای مقادیر مختلف $V_{CNT}=0.11$ برابر با $\eta_1=0.149$ و $V_{CNT}=0.14$ برابر با $\eta_1=0.15$ و $\eta_2=\eta_3=0.934$ و $V_{CNT}=0.17$ برابر با $\eta_1=0.149$ و $\eta_2=\eta_3=1.381$ می‌باشد [41]. همچنین خواص هسته پانل عبارت‌اند از:

$$E_s = 69 \text{ (GPa)}, G_s = 26 \text{ (GPa)}, \rho_s = 2700 \left(\frac{\text{Kg}}{\text{m}^3} \right), \nu = 0.33$$

$$Y_3(u, v, w, \xi, \psi) = -I_1 w + I_2 \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) + I_4 \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) + I_6 \left(\frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{\partial \psi}{\partial y} \right) + I_9 \left(\frac{1}{R_1} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{R_2} \frac{\partial v}{\partial y} \right)$$

$$Y_4(u, v, w, \xi, \psi) = I_5 \ddot{u} + I_{10} \frac{1}{R_1} \ddot{u} + I_6 \frac{\partial w}{\partial x} + I_3 \xi$$

$$Y_5(u, v, w, \xi, \psi) = I_5 v + I_{10} \frac{1}{R_2} v + I_6 \frac{\partial w}{\partial y} + I_3 \psi$$

در رابطه 24، Y_i ($i = 1, 2, 3, 4, 5$) طرف راست معادلات حاکم می‌باشند. با جایگذاری توابع فرضی در درون معادلات حاکم و انتگرال‌گیری روی سطح به تعداد مجهولات توابع فرضی معادله به وجود می‌آید که با حل آن‌ها، مجهولات درون توابع به دست می‌آیند و ماتریس سختی حاصل می‌شود.

$$\int_0^b \int_0^a Y_1(u, v, w, \xi, \psi) \bar{u}(x, y) dx dy = 0 \quad (a-25)$$

$$\int_0^b \int_0^a Y_2(u, v, w, \xi, \psi) \bar{v}(x, y) dx dy = 0 \quad (b-25)$$

$$\int_0^b \int_0^a Y_3(u, v, w, \xi, \psi) \bar{w}(x, y) dx dy = 0 \quad (c-25)$$

$$\int_0^b \int_0^a Y_4(u, v, w, \xi, \psi) \bar{\xi}(x, y) dx dy = 0 \quad (d-25)$$

$$\int_0^b \int_0^a Y_5(u, v, w, \xi, \psi) \bar{\psi}(x, y) dx dy = 0 \quad (e-25)$$

به طریق مشابه با جایگذاری و ضرب توابع سعی در طرف دیگر معادلات حاکم و انتگرال‌گیری روی سطح و کمینه‌سازی نسبت به ضرایب مودال $(u_{mn}, v_{mn}, w_{mn}, \xi_{mn}, \psi_{mn})$ ماتریس جرم حاصل می‌شود. با داشتن این دو ماتریس با کمک رابطه 23 فرکانس‌های طبیعی به دست می‌آیند.

2-3- بحث و بررسی نتایج عددی

در این بخش علاوه بر صحت‌گذاری نتایج به‌دست‌آمده به بررسی اثر پارامترهای مختلف نیز می‌پردازیم. در ادامه ارتعاشات آزاد به‌دست‌آمده برای پانل دو انحنا، با در نظر گرفتن پارامتر بی‌بعدی مطابق رابطه (26) ارائه شده است [38].

$$\bar{\omega} = \omega \frac{a^2}{h} \sqrt{\frac{12\rho(1-\nu_c^2)}{E}} \quad (26)$$

برای اطمینان از صحت روابط به‌دست‌آمده و روش حل، نتایج حاصل از ارتعاش پانل دو انحنايي کامپوزيتي را با نتایج ارائه شده در مراجع معتبر مقایسه می‌کنیم. در جدول 1 ارتعاش آزاد پانل دو انحنايي کامپوزيتي با اتخاذ $a/h=20$ ، $b/a=1$ و $a/R_1=b/R_2=0.5$ برای نسبت‌های مختلف V_{cnt} برابر 11.0، 14.0 و 17.0 همچنین با دو نوع توزیع یکنواخت و مدرج تابعی نانولوله کربنی محاسبه و مقایسه شده است. پارامتر بی‌بعدی برای این جدول مشابه مرجع در نظر گرفته شده است. همچنین همگرایی نتایج برای پانل دو انحنايي به ازای V_{cnt} برابر 11.0 و با فرض $a/h=20$ و $b/a=1$ ، $a/R_1=b/R_2=0.5$ برای دو توزیع مدرج تابعی و یکنواخت نانولوله کربنی در شکل 4 قابل مشاهده است.

جدول 2 خواص مواد

Table 2 Material properties

خواص نانولوله کربنی	خواص زمینه پلیمر اپوکسی
$E_{11}^{CNT} = 5646.6$ (GPa)	
$E_{22}^{CNT} = 7080$ (GPa)	$E^m = 2.1$ (GPa)
$G_{12}^{CNT} = 194.45$ (GPa)	$\nu^m = 0.34$
$\nu_{12}^{CNT} = 0.175$	$\rho^m = 1150$ (Kg/m ³)
$\rho^{CNT} = 1400$ (Kg/m ³)	

V_{cnt} در شکل‌های 5 تا 8 برابر 11.0 و شعاع انحنای پانل معادل $R_1=2a$ و $R_2=2b$ و برابر فرض شده‌اند. شکل 5 و 6 به ترتیب تأثیر زاویه سلول و نسبت اندازه طول لبه مورب به عمودی هسته لانه‌زنبوری بر ارتعاش آزاد پانل دو انحنایی نشان داده شده است. همان‌طور که در شکل 5 مشاهده می‌شود ارتعاش آزاد با افزایش زاویه سلول لانه‌زنبوری از منفی 60 درجه تا حدود منفی 30 درجه افزایش می‌یابد و بعد از آن به دلیل خواص ویژه مواد آگرتیک در تأثیرپذیری خواص مکانیکی از شکل سلول کاهش می‌یابد. اما در پانل با توزیع مدرج تابعی به جهت نحوه توزیع نانولوله کربنی در ضخامت رویه‌ها در این بازه زاویه‌ای افزایشی مشاهده نمی‌شود. در واقع می‌توان گفت نوع توزیع نانولوله کربنی در ضخامت رویه‌های فوقانی و تحتانی اثر زاویه هسته در افزایش فرکانس طبیعی پانل را خنثی کرده است. در سلول آگرتیک مفروضه زوایای مثبت باعث تغییر در خواص مکانیکی و منفی شدن ضریب پواسن هسته هستند. در نمودار پنجم علاوه بر نشان دادن تأثیر نسبت اندازه طول لبه مورب به عمودی، با فرض زاویه سلول $\theta = \pm 30^\circ$ با توجه به شماتیک سلول آگرتیک، تأثیر منفی بودن ضریب پواسن لایه هسته بر ارتعاش آزاد پانل ساندویچی سه‌لایه نیز نشان داده شده است. در شکل‌های 5 و 6 مشاهده می‌شود زمانی که ضریب پواسن لایه میانی منفی است ارتعاش پانل مفروض کمتر می‌شود.

در شکل 7 با فرض برابر بودن طول و عرض پانل ساندویچی تأثیر نسبت طول به ضخامت کل پانل دو انحنایی محاسبه و نشان داده شده است. همان‌طور که در این شکل مشاهده می‌شود مقادیر ارتعاش آزاد در نسبت‌های پایین طول به ضخامت وابستگی کمتری به زاویه سلول آگرتیک دارد. شکل ششم همچنین نشان می‌دهد که با افزایش نسبت ضخامت به طول فرکانس طبیعی پانل دو انحنایی کاهش می‌یابد.

شکل 8 نشان می‌دهد با افزایش نسبت ضخامت هسته لانه‌زنبوری به ضخامت کل پانل دو انحنایی فرکانس طبیعی بی‌بعد کمتر می‌شود. در نسبت‌های مساوی و پارامترهای مؤثر یکسان، به‌طور کلی ارتعاش آزاد پانل با رویه‌های کامپوزیتی همراه توزیع یکنواخت نانولوله کربنی در مقایسه با توزیع مدرج تابعی مذکور بیشتر خواهد بود. هرچه نسبت ضخامت هسته آگرتیکی به ضخامت کل پانل کمتر باشد اثر خواص مکانیکی ناشی از سلول لانه‌زنبوری کمتر خواهد بود لذا در نسبت 4.0 فاصله بین خطوط کمتر و هر چه این نسبت بیشتر می‌شود خط‌ها نمودار با جنس رویه‌های یکسان بیشتر از هم فاصله می‌گیرند. همچنین ارتعاش آزاد پانل در هر دو نوع توزیع در زمانی که ضریب پواسن هسته پانل منفی و زاویه سلول برابر با 30 درجه است کمتر از زمانی که با ضریب پواسن مثبت حاصل از زاویه سلول -30 درجه می‌باشد. در شکل 9، تأثیر دو پارامتر مهم نسبت ضخامت‌های هسته به ضخامت کل و همچنین مقادیر مختلف V_{cnt} بر فرکانس طبیعی نشان داده شده است. در این شکل دو نوع توزیع یکنواخت و مدرج تابعی در نظر گرفته شده است و زاویه سلول آگرتیک برابر 30 درجه فرض شده است. در شکل 9 مشاهده می‌گردد ارتعاش آزاد پانل ساندویچی دو انحنایی برای مقادیر بزرگ‌تر V_{cnt} بیشتر است. هرچه نسبت ضخامت هسته به کل بیشتر می‌شود ارتعاش آزاد کاهش می‌یابد. فرکانس طبیعی بی‌بعد پانل با رویه‌های با توزیع یکنواخت از توزیع مدرج تابعی مذکور به‌طور کلی بیشتر است.

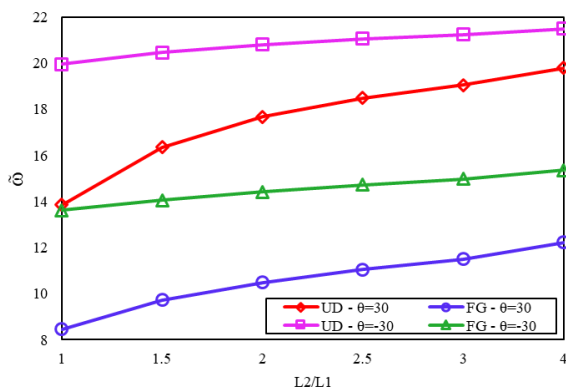


Fig. 6 The effect of the vertical cell rib length to inclined cell rib length on the non-dimensional natural frequency of the DCSP

شکل 6 اثر تغییرات نسبت‌های مختلف طول لبه عمودی به مورب سلول آگرتیک بر فرکانس طبیعی پانل دو انحنایی

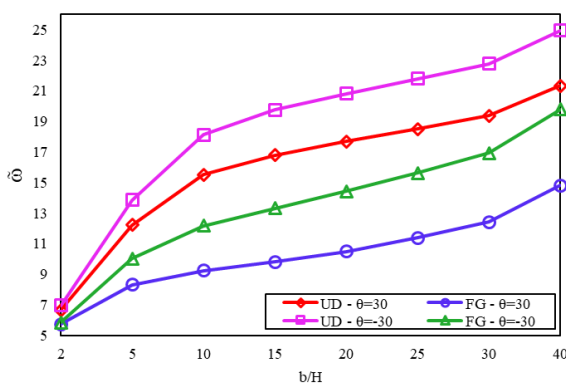


Fig. 7 The effect of the length to total thickness the DCSP on the non-dimensional natural frequency

شکل 7 اثر تغییرات نسبت طول به ضخامت کل پانل دو انحنایی بر فرکانس طبیعی

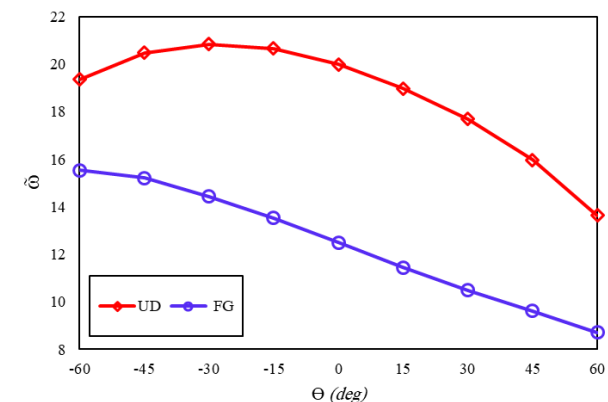


Fig. 5 The effect of the angle of the core cell on the non-dimensional natural frequency of DCSP

شکل 5 اثر تغییرات زاویه سلول آگرتیک بر فرکانس طبیعی پانل دو انحنایی

زین‌اسی) دارای یک انحنای منفی و یک انحنای مثبت (شکل 11-b) و سیلندری شکل دارای تنها یک انحنای (شکل 11-c) و پانل تخت فاقد انحنای (شکل 11-d) می‌باشند. فرکانس طبیعی پانل ساندویچی سیلندری شکل نسبت به ورق‌های تخت و پانل‌های سهمی‌گون هذلولی بیشتر می‌باشد. هندسه سازه‌های مورد بررسی در شکل 10 نشان داده شده است.

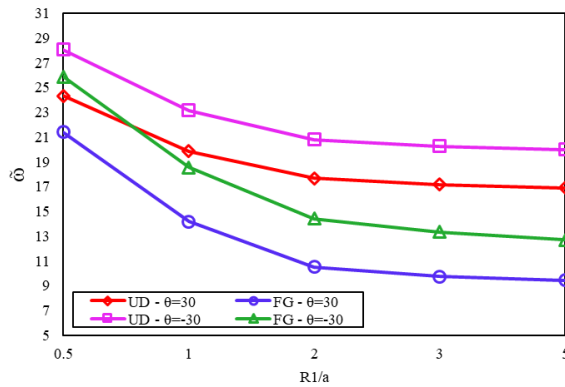


Fig. 10 The effect of the radius to the length of the DCSP on the non-dimensional natural frequency

شکل 10 اثر تغییرات نسبت شعاع به طول پانل بر فرکانس طبیعی پانل دو انحنایی

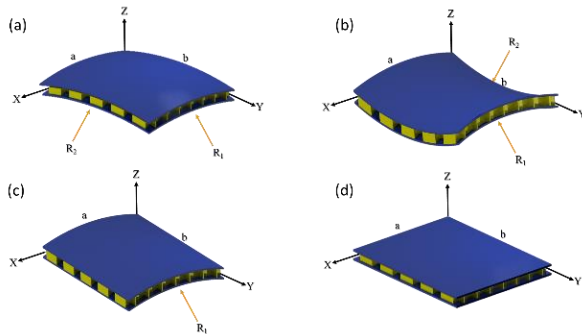


Fig. 11 Geometry of structures with different curvatures

شکل 11 شماتیک سازه‌ها با انواع انحنای

جدول 3 فرکانس طبیعی پانل ساندویچی با انحناهای مختلف

Table 3 Natural frequency of sandwich panels with different curvatures

a/R1	b/R2	Vcnt	UD	FG
		11.0	17.5271	9.94001
5.0	0.5	14.0	4424.19	6791.10
		17.0	21.2751	11.87
		11.0	18.1143	10.1905
5.0	0	14.0	032.20	9714.10
		17.0	22.004	12.2951
		11.0	17.9675	10.1231
0	0	14.0	9326.19	10.8761
		17.0	21.8126	0848.12

4- جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

در این پژوهش، ارتعاش آزاد پانل دو انحنایی ساندویچی سه‌لایه با هسته آگرتیکی و رویه‌های کامپوزیتی تقویت شده با نانولوله کربنی تک جداره بررسی گردید. معادلات حرکت بر مبنای تئوری برشی مرتبه پنجم که برای اولین بار ارائه شده است به دست آمدند و سپس با روش گالرکین معادلات حل و ارتعاش

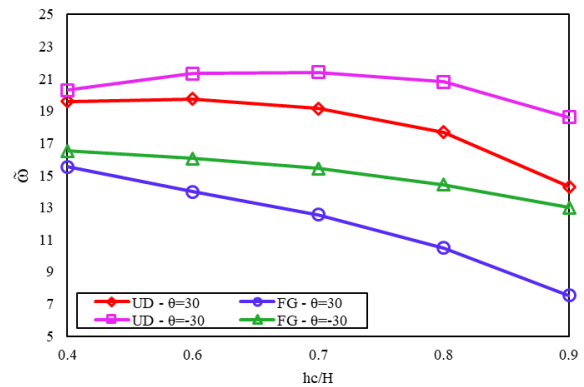


Fig. 8 The effect of the core thickness to total thickness the DCSP on the non-dimensional natural frequency

شکل 8 اثر تغییرات نسبت ضخامت هسته آگرتیکی به ضخامت کل بر ارتعاش آزاد پانل دو انحنایی

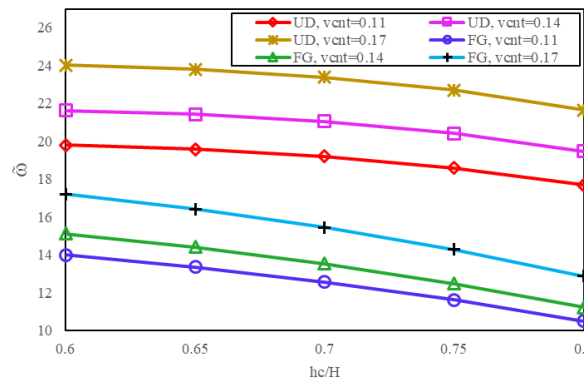


Fig. 9 The Effect of amount and distribution of carbon nanotubes on the natural frequency of the DCSP with different inclined cell rib thickness to vertical cell rib thickness ratio

شکل 9 اثر میزان و نحوه توزیع نانولوله کربنی بر فرکانس طبیعی پانل دو انحنایی با نسبت‌های مختلف ضخامت لایه مورب به لایه عمودی سلول هسته

بررسی اثر تغییر شعاع انحنای پانل ساندویچی با فرض برابر بودن شعاع‌ها در طول و عرض پانل برای هر دو نوع توزیع نانولوله تقویت‌کننده کربنی در رویه‌ها و نیز هسته آگرتیک با دو زاویه 30 و 30- درجه، در شکل 10 ارائه شده است. در این شکل ضخامت رویه‌ها و هسته به ترتیب 0.01 و 0.08 متر می‌باشد. همچنین نسبت t_1 به t_2 برابر یک و نسبت طول به ضخامت کل پانل 20 در نظر گرفته شده است. همان‌طور که در شکل 10 مشاهده می‌شود با افزایش نسبت شعاع پانل به طول فرکانس طبیعی بی‌بعد شده کاهش می‌یابد. در واقع، با کاهش انحنای پانل و تخت‌تر شدن پانل مفروض فرکانس طبیعی آن هم کمتر می‌شود و این موضوع برای هر چهار نوع پانل بررسی شده صادق می‌باشد. بیشتر شدن انحنای پانل سبب افزایش سختی آن می‌شود که می‌توان گفت دلیل بیشتر بودن فرکانس طبیعی پانل در این حالت است.

فرکانس طبیعی پانل‌های ساندویچی دو انحنایی و تأثیر پارامترهای مختلف روی آن در نمودارهای 4 تا 9 مورد بررسی قرار گرفت. حال تأثیر شکل پانل در میزان ارتعاش آزاد در جدول 3 برای پانل‌های ساندویچی با انحناهای مختلف از جمله سیلندری شکل، سهمی‌گون هذلولوی و پانل‌های ساندویچی تخت ارائه شده است. در جدول 3 زاویه هسته آگرتیک برابر 15 درجه و ضخامت رویه‌ها و هسته به ترتیب 0.01 و 0.08 متر فرض شده است. پانل سهمی‌گون هذلولوی

- آزاد محاسبه گردید. نتایج حاصل از این تحقیق نشان می‌دهد که ارتعاش آزاد پانل ساندویچی بررسی شده زمانی که ضریب پواسن هسته، ناشی از زوایای سلول آگرتیک منفی باشد، کاهش می‌یابد. همچنین با بررسی اثر پارامترهای مؤثر رویه‌های کامپوزیتی و پارامترهای هندسی هسته لانه‌زنبوری مشخص شد که فرکانس طبیعی پانل ساندویچی را می‌توان با توجه به کاربرد خواسته شده تغییر داد. به نحوی که با کاهش v_{CNT} و استفاده از مدل توزیع بار مدرج تابعی نانولوله کربنی معرفی شده در طول ضخامت پانل می‌توان فرکانس طبیعی آن را کاهش داد. همچنین نشان دادیم افزایش نسبت طول لبه عمودی به مورب در سلول آگرتیکی هسته باعث افزایش فرکانس طبیعی پانل می‌شود. همچنین نشان دادیم افزایش ضخامت هسته آگرتیکی در حالتی که ضخامت کلی پانل ثابت باشد باعث کاهش فرکانس طبیعی می‌گردد در صورتی که با افزایش نسبت طول به ضخامت پانل باعث بیشتر شدن فرکانس طبیعی می‌شود. همچنین فرکانس طبیعی بی‌بعد برای دیگر شکل‌های پانل‌های ساندویچی از جمله سهمی‌گون هذلولی، سیلندری شکل و ورق‌های سخت ساندویچی ارائه گردید.
- 5- مراجع**
- [1] Haghgoo, m., Ansari Khalkhali, R. and Hassanzadeh-Aghdam, m. k., "Micromechanical Analysis of Electro-Elastic Response of Polymer Composites Reinforced with Fuzzy Fiber Containing Cnts" In Persian, Journal of Science and Technology of Composites, Vol. 5, No. 4, pp. 485-498, 2019.
 - [2] Liew, K. M., Lei, Z. X. and Zhang, L. W., "Mechanical Analysis of Functionally Graded Carbon Nanotube Reinforced Composites: A Review" Composite Structures, Vol. 120, pp. 90-97, 2015.
 - [3] Liew, K. M., Pan, Z., Zhang, L.-W., Liew, K. M., Pan, Z. and Zhang, L.-W., "The Recent Progress of Functionally Graded Cnt Reinforced Composites and Structures" SCPMA, Vol. 63, No. 3, pp. 234601-234601, 2020.
 - [4] Msekh, M. A., Cuong, N. H., Zi, G., Areias, P., Zhuang, X. and Rabczuk, T., "Fracture Properties Prediction of Clay/Epoxy Nanocomposites with Interphase Zones Using a Phase Field Model" Engineering Fracture Mechanics, Vol. 188, pp. 287-299, 2018.
 - [5] Silvestre, J., Silvestre, N. and De Brito, J., "An Overview on the Improvement of Mechanical Properties of Ceramics Nanocomposites" Journal of Nanomaterials, Vol. 2015, 2015.
 - [6] Arash, B. and Wang, Q., "A Review on the Application of Nonlocal Elastic Models in Modeling of Carbon Nanotubes and Graphenes" Computational Materials Science, Vol. 51, No. 1, pp. 303-313, 2012.
 - [7] Talebitooti, M. and Fadaee, M., "A Magnetostrictive Active Vibration Control Approach for Rotating Functionally Graded Carbon Nanotube-Reinforced Sandwich Composite Beam" Smart Materials and Structures, Vol. 28, No. 7, pp. 075007, 2019/05/21, 2019.
 - [8] Wang, Q. and Varadan, V. K., "Vibration of Carbon Nanotubes Studied Using Nonlocal Continuum Mechanics" Smart Materials and Structures, Vol. 15, No. 2, pp. 659-659, 2006.
 - [9] Lei, Z. X., Liew, K. M. and Yu, J. L., "Free Vibration Analysis of Functionally Graded Carbon Nanotube-Reinforced Composite Plates Using the Element-Free Kp-Ritz Method in Thermal Environment" Composite Structures, Vol. 106, pp. 128-138, 2013.
 - [10] Yas, M. H., Pourasghar, A., Kamarian, S. and Heshmatia, M., "Three-Dimensional Free Vibration Analysis of Functionally Graded Nanocomposite Cylindrical Panels Reinforced by Carbon Nanotube" Materials & Design, Vol. 49, pp. 583-590, 2013.
 - [11] Zhang, L. W., Lei, Z. X., Liew, K. M. and Yu, J. L., "Static and Dynamic of Carbon Nanotube Reinforced Functionally Graded Cylindrical Panels" Composite Structures, Vol. 111, No. 1, pp. 205-212, 2014.
 - [12] Kar, V. R. and Panda, S. K., "Large Deformation Bending Analysis of Functionally Graded Spherical Shell Using Fem" Structural Engineering and Mechanics, Vol. 53, No. 4, pp. 661-679, 2015.
 - [13] Kiani, Y., "Dynamics of Fg-Cnt Reinforced Composite Cylindrical Panel Subjected to Moving Load" Thin-Walled Structures, Vol. 111, pp. 48-57, 2017.
 - [14] Zghal, S., Frikha, A. and Dammak, F., "Free Vibration Analysis of Carbon Nanotube-Reinforced Functionally Graded Composite Shell Structures" Applied Mathematical Modelling, Vol. 53, pp. 132-155, 2018.
 - [15] Mercan, K., Baltacıoğlu, A. K. and Civalek, Ö., "Free Vibration of Laminated and Fgm/Cnt Composites Annular Thick Plates with Shear Deformation by Discrete Singular Convolution Method" Composite Structures, Vol. 186, pp. 139-153, 2018/02/15/, 2018.
 - [16] Gibson, L. J. and Ashby, M. F., "Cellular Solids : Structure and Properties", Cambridge University Press, 1997.
 - [17] Lim, T.-C., "Auxetic Materials and Structures", 2015.
 - [18] Khorshidi, K., Bahrami, M., Karimi, M. and Ghasemi, M., "A Theoretical Approach for Flexural Behavior of Fg Vibrating Micro-Plates with Piezoelectric Layers Considering a Hybrid Length Scale Parameter" Journal of Theoretical and Applied Vibration and Acoustics, Vol. 6, No. 1, pp. 51-68, 2020.
 - [19] Khorshidi, K. and Karimi, M., "Flutter Analysis of Sandwich Plates with Functionally Graded Face Sheets in Thermal Environment" Aerospace Science and Technology, Vol. 95, pp. 105461-105461, 2019.
 - [20] Liu, Q., Fu, J., Wang, J., Ma, J., Chen, H., Li, Q. and Hui, D., "Axial and Lateral Crushing Responses of Aluminum Honeycombs Filled with Epp Foam" Composites Part B: Engineering, Vol. 130, pp. 236-247, 2017.
 - [21] Wang, Z., Qin, Q., Chen, S., Yu, X., Li, H. and Wang, T. J., "Compressive Crushing of Novel Aluminum Hexagonal Honeycombs with Perforations: Experimental and Numerical Investigations" International Journal of Solids and Structures, Vol. 126-127, pp. 187-195, 2017.
 - [22] Nejati, M., Ghasemi-Ghalebahman, A., Soltanmaleki, A., Dimitri, R. and Tornabene, F., "Thermal Vibration Analysis of Sma Hybrid Composite Double Curved Sandwich Panels" Composite Structures, Vol. 224, pp. 111035, 2019/09/15/, 2019.
 - [23] Duc, N. D., Seung-Eock, K., Tuan, N. D., Tran, P. and Khoa, N. D., "New Approach to Study Nonlinear Dynamic Response and Vibration of Sandwich Composite Cylindrical Panels with Auxetic Honeycomb Core Layer" Aerospace Science and Technology, Vol. 70, pp. 396-404, 2017.
 - [24] Wang, Z., Zulifqar, A. and Hu, H., "Auxetic Composites in Aerospace Engineering" Advanced Composite Materials for Aerospace Engineering, pp. 213-240, 2016.
 - [25] Heidari-Rarani, M., Alimirzaei, S. and Torabi, K., "Analytical Solution for Free Vibration of Functionally Graded Carbon Nanotubes (Fg-Cnt) Reinforced Double-Layered Nano-Plates Resting on Elastic Medium" In Persian, Journal of Science and Technology of Composites, Vol. 2, No. 3, pp. 55-66, 2015.
 - [26] Amini, A., Faraji, A. and Mohammadimehr, M., "Vibration Suppression of Composite Plate Reinforced by Cnts on Elastic Foundation Using Active Control Method" In Persian, Journal of Science and Technology of Composites, Vol. 7, No. 4, pp. 1243-1254, 2021.
 - [27] Shen, H.-S., "Nonlinear Bending of Functionally Graded Carbon Nanotube-Reinforced Composite Plates in Thermal Environments" Composite Structures, Vol. 91, No. 1, pp. 9-19, 2009/11/01/, 2009.
 - [28] Zhu, P., Lei, Z. X. and Liew, K. M., "Static and Free Vibration Analyses of Carbon Nanotube-Reinforced Composite Plates Using Finite Element Method with First Order Shear Deformation Plate Theory" Composite Structures, Vol. 94, No. 4, pp. 1450-1460, 2012/03/01/, 2012.
 - [29] Zhu, X., Zhang, J., Zhang, W. and Chen, J., "Vibration Frequencies and Energies of an Auxetic Honeycomb Sandwich Plate" Mechanics

- of Advanced Materials and Structures, Vol. 26, No. 23, pp. 1951-1957, 2019/12/02, 2019.
- [30] Tornabene, F., Viscoti, M. and Dimitri, R., "Higher Order Theory for the Modal Analysis of Doubly-Curved Shells with Lattice Layers and Honeycomb Cores" in: Eds., 2021.
- [31] Eipakchi, H. and mabhoubi nasrekani, F., "Geometrically Nonlinear Frequency Analysis of Composite Cylinders with Metamaterial Honeycomb Layer and Adjustable Poisson's Ratio Using the Multiple Scale Method" Thin-Walled Structures, Vol. 169, 09/24, 2021.
- [32] Hashemi, S. and Jafari, A.-A., "Nonlinear Free Vibration Analysis of Functionally Graded Rectangular Plate Using Modified Lindstedt-Poincare Method" In Persian, Journal of Science and Technology of Composites, Vol. 6, No. 4, pp. 637-648, 2020.
- [33] Reddy, J. N. and Liu, C. F., "A Higher-Order Shear Deformation Theory of Laminated Elastic Shells" International Journal of Engineering Science, Vol. 23, No. 3, pp. 319-330, 1985/01/01/, 1985.
- [34] Nasrollah Barati, A. H., jafari, A. A., Etemadi Haghghi, S. and Maghsoudpour, A., "The Effect of Fluid Column Pressure on the Natural Frequencies of an Annular Sector Plate Made of Functionally Graded Material" In Persian, Journal of Science and Technology of Composites, pp. -, 2021.
- [35] Moraveji Tabasi, H., Eskandari -Jam, J., Malekzadeh, k., Heydari - Beni, M. and Shahmohammadi -Beni, S., "Free Vibration Analysis of Orthogonal Multi-Layer Hybrid Composite Plate Using Generalized Differential Quadrature Method" In Persian, Journal of Science and Technology of Composites, Vol. 7, No. 1, pp. 779-790, 2020.
- [36] Khorshidi, K., Taheri, M. and Ghasemi, M., "Sensitivity Analysis of Vibrating Laminated Composite Rec-Tangular Plates in Interaction with Inviscid Fluid Using Efast Method" Mechanics of Advanced Composite Structures, Vol. 7, No. 2, pp. 219-231, 2020.
- [37] Khorshidi, K. and Bakhsheshy, A., "Free Vibration Analysis of a Functionally Graded Rectangular Plate in Contact with a Bounded Fluid" Acta Mechanica, Vol. 226, No. 10, pp. 3401-3423, 2015.
- [38] Khorshidi, K., Fallah, A. and Siahpush, A., "Free Vibrations Analysis of Functionally Graded Composite Rectangular Nanoplate Based on Nonlocal Exponential Shear Deformation Theory in Thermal Environment" In Persian, Journal of Science and Technology of Composites, Vol. 4, No. 1, pp. 109-120, 2017.
- [39] Wang, Q., Cui, X., Qin, B. and Liang, Q., "Vibration Analysis of the Functionally Graded Carbon Nanotube Reinforced Composite Shallow Shells with Arbitrary Boundary Conditions" Composite Structures, Vol. 182, pp. 364-379, 2017.
- [40] Poursmaeeli, S. and Fazelzadeh, S. A., "Frequency Analysis of Doubly Curved Functionally Graded Carbon Nanotube-Reinforced Composite Panels" Acta Mechanica 2016 227:10, Vol. 227, No. 10, pp. 2765-2794, 2016.
- [41] Emdadi, M., Mohammadimehr, M. and Navi, B., "Free Vibration of an Annular Sandwich Plate with Centre Facesheets and Fg Porous Cores Using Ritz Method" Advances in Nano Research, Vol. 7, pp. 109-123, 03/01, 2019.
- [42] Zeighami, V. and Golmakani, M. E., "Buckling Analysis of Nano Composite Plates Based on Combination of the Incremental Load Technique and Dynamic Relaxation Method" Mechanics of Advanced Composite Structures, Vol. 8, No. 1, pp. 133-148, 2021.