



بررسی تأثیر جهت‌گیری نانوذرات بر استحکام کمانشی صفحات نانوکامپوزیتی پلیمری تقویت شده با نانولوله کربنی و نانورس

مهدی نقابی¹، مجید صفرآبادی فراهانی^{2*}

1- دانشجو کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه تهران، تهران

2- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه تهران

* تهران، صندوق پستی 14155-6619، msafarabadi@ut.ac.ir

چکیده	اطلاعات مقاله
در این مقاله تأثیر افزودن نانوذرات به ماده زمینه در بهبود استحکام کمانشی صفحات نانوکامپوزیتی پایه پلیمری از طریق مدل‌سازی اجزا محدود بررسی شد. نانوذرات از دو جنس نانولوله‌های کربنی و نانورس با درصد‌های حجمی مختلف با توزیع تصادفی به ماده زمینه افزوده شد و خواص مکانیکی ماتریس تقویت‌شده از طریق شبیه‌سازی اجزا محدود به کمک المان نماینده حجم در نرم‌افزار آباکوس محاسبه گردید. در ادامه با کدنویسی پایتون، نانولوله‌های کربنی به صورت جهت‌دهی شده درون ماده زمینه توزیع گردید و مدول یانگ مؤثر برای جهت‌های افقی و عمودی به صورت جداگانه به دست آمد. با داشتن خواص مکانیکی ماتریس تقویت‌شده، بررسی بار بحرانی کمانش برای صفحات ساخته شده از نانوکامپوزیت‌های پایه پلیمری از جنس اپوکسی و الیاف تک‌جهته شیشه از طریق روش تحلیل مقادیر ویژه انجام شد. مقایسه نتایج حاصل از این پژوهش با نتایج پژوهش‌های پیشین تطابق خوبی نشان داد. با افزودن نانوذرات افزایش بار بحرانی کمانشی صفحه با افزایش درصد حجمی مشاهده گردید. در حالتی که الیاف وجود دارند، هنگامی که نانوذرات در راستای الیاف که همان راستای بارگذاری هست توزیع شدند، بار بحرانی کمانش افزایش بیشتری نشان داد. در حالت بدون وجود الیاف و تقویت صفحه پلیمری خالص، در حالت جهت‌دهی طولی نانوذرات بار بحرانی کمانشی در راستای محوری 3.55٪ افزایش یافت، اما برای توزیع تصادفی افزایش به میزان 2.14٪ بود. در نهایت مطالعه پارامتری بر اثر جهت‌گیری نانوذرات، نسبت منطری صفحه، بارگذاری در جهت عرضی صفحه، جنس و درصد حجمی نانوذرات بر بار بحرانی کمانش صفحات پلیمری صورت پذیرفت.	دریافت: 1400/06/29 پذیرش: 1400/09/22
	کلید واژگان: نانوکامپوزیت‌ها، تحلیل اجزا محدود، المان نماینده حجم، توزیع نانوذرات، کمانش خطی

Investigating the effect of Nano-additives orientations on buckling strength of polymeric Nanocomposite plates reinforced by CNT and Nanoclay

Mahdi Neghabi¹, Majid Safarabadi Farahani^{2*}

1- School of Mechanical Engineering, College of Engineering, University of Tehran, Tehran, Iran

2- School of Mechanical Engineering, College of Engineering, University of Tehran, Tehran, Iran

* P.O.B. 14155-6619, Tehran, Iran, msafarabadi@ut.ac.ir

Keywords

Nanocomposites, Finite Element analysis, Nanoparticles distribution, Representative volume element, Linear buckling

Abstract

In this article, the effect of adding nanoparticles into the matrix on improving the buckling strength of polymeric nanocomposite plates was investigated through finite element analysis. Two types of nanoparticles, including Carbon nanotubes (CNTs) and Nanoclays with different volume fractions (VF), were added randomly into the Epoxy matrix and mechanical properties of the reinforced matrix were estimated using simulation of a representative volume element (RVE). Moreover, a python script was generated to distribute CNT nanoparticles in aligned orientations and calculate the equivalent Young's modulus in horizontal and vertical directions. Afterwards, the critical buckling load of nanocomposite plates made of unidirectional glass fibers and nanoparticle reinforced Epoxy matrix were studied, using Eigenvalue analysis. Results were validated by previous studies and a very good agreement was obtained. In general, adding nanoparticles into the matrix led to increasing the critical buckling load with an increase of nano-additive's VFs. When nanoparticles were dispersed aligned with fiber directions, which is the same as loading direction, a higher increase of critical buckling load was observed. For the case of reinforcing pure polymeric plates without fibers, when nanoparticles were aligned in the longitudinal direction, axial critical buckling load rose to 55.3%, whereas for the random distribution, it was increased by 14.2%. Finally, a parametric study was conducted to evaluate the effect of nanoparticle orientations, the aspect ratio of plates, transverse loading, type, and volume fraction of nano-additives on the critical buckling load of polymeric plates.

1- مقدمه

نانوکامپوزیت‌ها نوعی از مواد کامپوزیتی هستند که در ساختار آن‌ها فاز زمینه با ریزساختارهایی در ابعاد نانو تقویت شده است. نانوکامپوزیت‌ها از استحکام مکانیکی بالا و وزن نسبتاً کم برخوردار هستند و مقاومت حرارتی و الکتریکی بالایی دارند. امروزه این مواد به علت خواص بهینه‌ای که دارند، در صنایع مختلف از قبیل هوافضا، ساختمانی، بسته‌بندی، خودروسازی، پزشکی و غیره به طور چشمگیری مورد استفاده قرار می‌گیرند. بسته به نوع ماده زمینه و همچنین نانوذراتی که به عنوان تقویت‌کننده یا پرکننده¹ به آن افزوده می‌شود، نانوکامپوزیت‌ها به انواع مختلف همچون نانوکامپوزیت‌های پایه پلیمری، نانوکامپوزیت‌های پایه سرامیکی و نانوکامپوزیت‌های پایه فلزی طبقه‌بندی می‌گردند. ماتریس پلیمری به خوبی نانوذرات تقویت‌کننده را در خود جای می‌دهد و می‌تواند نیروهای اعمال شده به کامپوزیت را به شکل یکنواخت بر روی تمام اجزا منتقل کند. از مهم‌ترین نانوذراتی که به عنوان تقویت‌کننده به ماده زمینه افزوده می‌شوند، نانوذرات معدنی (نانوسیلیکا و نانورس‌های حاصل شده از سیلیکات‌های لایه‌ای²) و نانولوله‌های کربنی (CNT³) از نوع تک جداره و چند جداره می‌باشند. نانولوله‌های کربنی ساختار استوانه‌ای یک بعدی از اتم‌های کربنی هستند که به صورت شش ضلعی مرتب شده‌اند و مدول الاستیسیته حدود 1 TPa و استحکام کششی حدود 150 GPa دارند. مطالعات نشان می‌دهد که افزودن درصد کمی از این نانوذرات (حدود 0.5٪) خواص مکانیکی پلیمرها را به طور چشمگیری افزایش می‌دهد. در سالیان اخیر پژوهشگران علاوه بر جنس و ساختار نانوذرات، شیوه‌های گوناگون توزیع آن‌ها درون ماده زمینه را نیز مورد توجه قرار داده‌اند. با توزیع نانوذرات به صورت یکنواخت و همگن می‌توان خواص مکانیکی همسانگرد در فاز تقویت شده مشاهده نمود. به علاوه برای استفاده‌های خاص در برخی صنایع، توزیع نانوذرات به شکل غیریکنواخت و یا جهت‌دهی شده توسط روش‌های مخصوصی از قبیل تأثیرات میدان الکتریکی یا مغناطیسی نیز دارای اهمیت می‌باشد، به شکلی که استحکام نانوکامپوزیت را در جهت مخصوصی مانند جهت بارگذاری یا الیاف تقویت نماید. یکی از رفتارهای مکانیکی که سازه نانوکامپوزیتی تحت بارگذاری از خود نشان می‌دهد، رفتار کمانشی است که در صنایع مختلف از اهمیت بالایی برخوردار می‌باشد. از آنجا که ماهیت این رفتار مکانیکی به ویژگی‌های ذاتی ماده مانند استحکام، سفتی و ... مربوط می‌شود، بهبود و ارتقا این ویژگی‌ها در سازه‌های مورد استفاده در صنایع حساس یکی از اساسی‌ترین زمینه‌های تحقیق و توسعه را شامل می‌شود.

در دهه‌های اخیر مطالعات گسترده‌ای بر روی تعیین خواص مکانیکی کامپوزیت‌های تقویت شده با نانوذرات و نانوالیاف انجام شده است. گریل و هاماکرز [1] مدول الاستیسیته سازه کامپوزیتی تقویت شده با نانولوله‌های کربنی را توسط شبیه‌سازی دینامیک مولکولی مورد بررسی قرار دادند. یکی از نتایج جالب در این پژوهش این بود که با استفاده از نانولوله‌های درازتر، سازه بیشتر تقویت گردید. حبایب و همکاران [2] مدل اجزا محدود دو بعدی و سه بعدی برای شبیه‌سازی توزیع تصادفی و جهت‌دهی شده نانوذرات، برای بررسی تأثیر درصد وزنی نانوذرات بر سفتی سازه کامپوزیتی با استفاده از روش موری-تاناکا را به کار گرفتند. نتایج نشان داد که روش موری-تاناکا برای نانوذرات جهت‌دهی شده و با درصد وزنی کمتر از 5 درصد، نتایج دقیق‌تری را حاصل می‌سازد. زمانی و همکاران [3] تأثیر افزودن نانوذرات رسی به ماتریس

پلیمری بر رفتار کمانشی پوسته‌های مشبک نانوکامپوزیتی الیاف شیشه‌ای/اپوکسی/ نانوذرات رسی به صورت تجربی مورد مطالعه قرار دادند. نتایج آزمون کشش نشان داد افزودن نانوذرات رسی به اپوکسی سبب افزایش مدول الاستیسیته، استحکام کششی، کرنش شکست و انرژی جذب شده تا شکست نانوکامپوزیت‌های اپوکسی/نانورس گردید. نتایج آزمون کمانش پوسته‌های مشبک نانوکامپوزیتی نیز بهبود رفتار کمانشی این سازه‌ها با افزایش درصد نانوذرات رسی در زمینه را در پی داشت. نصیحت‌گذار و همکاران [4] به تحلیل کمانش پل‌های کامپوزیتی پیژوالکتریک تقویت‌شده با نانولوله‌های کربنی در حضور میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی در دو حالت بارهای محوری و فشاری پرداختند و ضمن بررسی اثرات تراکم حجمی نانولوله‌ها، نوع بارگذاری و ابعاد هندسی، نشان دادند که افزایش کسر حجمی⁴ نانولوله‌های تقویت‌کننده منجر به افزایش بار کمانش بحرانی سازه نیز می‌شوند. شن و همکارانش [5] بین سال‌های 2009 تا 2011 کمانش حرارتی، پاسخ پس-کمانشی و ارتعاش غیرخطی صفحات و پوسته‌های کامپوزیتی تقویت‌شده با نانولوله‌های کربنی را مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها متوجه شدند که تقویت‌کننده‌های نانولوله‌ای کربنی با توزیع تابعی (FG⁵) می‌توانند دمای بحرانی کمانش و همچنین استحکام پاسخ پس از کمانش ساختارهای صفحه-پوسته تحت بار مکانیکی را افزایش دهد. محمدی‌مهر و همکاران [6]، رفتار خمشی، کمانشی و ارتعاشات آزاد تیرهای نانوکامپوزیتی تقویت‌شده با CNT را با روش‌های تئوری نظیر اویلر-برنولی، تیموشنکو و ردی مورد مطالعه قرار دادند. آن‌ها در این پژوهش آزمون‌هایی را به منظور تعیین خواص مکانیکی نانوکامپوزیت انجام دادند. نتایج آن‌ها حاکی از آن بود که با افزودن دو درصد نانوذرات، به بهبود خواص مکانیکی، افزایش بار بحرانی کمانش و فرکانس‌های طبیعی و همچنین کاهش خیز تیر می‌گردد. اخیراً بررسی رفتار-های مکانیکی نانوکامپوزیت‌ها با توزیع نانوذرات در جهت‌گیری‌های خاص نیز مورد مطالعه قرار گرفته است. اولین بار در سال 1994 آجایان و همکاران [7] هم‌راستا کردن نانوذرات درون زمینه پلیمری را مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها از روش برش‌دادن به منظور قرار دادن نانوالیاف در جهت‌های موازی درون ماده پلیمری بهره بردند. در نتیجه خواص مکانیکی بالای نانوالیاف به طور قابل ملاحظه‌ای به زمینه پلیمری منتقل گردید و ماده پلیمری خواص غیر ایزوتروپیک را از خود بروز داد. جعفری مهرآبادی و همکاران [8] کمانش صفحه نانوکامپوزیتی تقویت شده با نانولوله‌های کربنی تک جداره و چند جداره که به شکل هم‌راستا و مدرج تابعی در ضخامت صفحه توزیع شده‌اند را تحت بارگذاری صفحه‌ای فشاری یک جهته و دوجهته مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها با مقایسه نسبت‌های منطری⁶ مختلف تأثیر افزایش درصد حجمی و همچنین شکل‌های متفاوت توزیع نانوذرات بر بار بحرانی کمانش را ارائه دادند. خرمی شاد و همکاران [9] اثر هم‌راستا کردن نانوصفحات گرافن اکسید (GONP⁷) به کمک اعمال میدان الکتریکی مستقیم بر رفتار شکست اتصال پلیمری را به کمک روش تجربی و عددی مورد مطالعه قرار دادند. نتایج نشان داد که هم‌راستا کردن نانوذرات نسبت به حالتی که به طور تصادفی⁸ توزیع شده‌اند، مقاومت در برابر شکست بهتری از خود نشان داد. همچنین افزایش درصد وزنی نانوذرات از حدی به بعد تأثیر مطلوبی بر استحکام ماده نداشت. جعفری‌پور و همکاران [10] اثر هم‌راستا کردن نانوالیاف کربن (CNF) بر

4 Volume fraction
5 Functionally Graded
6 Aspect ratio
7 Graphene oxide nanoplatelet
8 Random

1 Filler
2 Layered silicates
3 Carbon nanotube

نکته حائز اهمیت در توزیع تصادفی این است که ذرات باید تا حد امکان به شکل یکنواخت و همگن توزیع گردند تا بیانگر دقت خوبی از خواص کلی ماده باشند. یک الگوریتم توزیع تصادفی نانوذرات درون سلول واحد به کمک اسکریپت نویسی در محیط پایتون تولید شد و نقاط خروجی در محیط نرم-افزار آباکوس برای قرار دادن نانوذرات درون ماده زمینه به کار گرفته شد. دو شرط عدم تداخل نانوذرات به یکدیگر و همچنین عدم برخورد با مرزهای سلول واحد نیز در تولید نقاط تصادفی لحاظ گردیده‌اند. کد تصادفی تولید شده این قابلیت را دارد تا تعداد نانوذرات، طول ضلع RVE و شعاع نانوذره را به عنوان ورودی یک تابع بگیرد و در خروجی مختصات توزیع تصادفی سه بعدی آن‌ها در فضا، با رعایت شرط‌های فرض شده، به کار برده‌دهد. در مرحله بعد، با داشتن کد مورد نیاز برای توزیع تصادفی نقاط، اسکریپت نویسی برای مدل سازی RVE در محیط آباکوس انجام شد. در این کد ابتدا یک پارت⁶ مکعبی برای ماتریس از جنس رزین اپوکسی با مدول یانگ $E_m=3.4 \text{ GPa}$ و ضریب پواسون⁷ $\nu_m=0.3$ تولید شد [12]. سپس به کمک یک حلقه for به تعداد نانوذرات مورد نیاز با توجه به درصد حجمی مد نظر، پارت‌های مربوط به نانوذرات ایجاد گردید و خواص مواد و همچنین نوع مقاطع هر کدام اختصاص داده شد. در جدول 1 مدول یانگ، ضریب پواسون و ابعاد نانوذرات آورده شده است. پس از تولید پارت‌ها و اختصاص ویژگی‌های مواد در قسمت اسمبلی⁸، پارت‌های تولید شده جایگذاری گردیدند. همچنین در این بخش به کمک دستور انتقال و یک حلقه for پارت‌های مربوط به نانوذرات به مختصات تولید شده متناظر در تابع توزیع تصادفی منتقل شده و آن قسمت‌ها از ماتریس توخالی شدند. بدین صورت یک RVE با توزیع تصادفی نانوذرات داخل آن خواهیم داشت. برای نانوذرات با هندسه کروی مانند نانورس جهت-گیری مطرح نمی‌باشد ولی برای نانوذرات استوانه‌ای مانند CNT و CNF⁹ می‌توان در همین قسمت جهت‌گیری آن‌ها در فضا را نیز اختصاص داد. در مرحله اول جهت‌گیری نانوذرات در زوایای تصادفی داده شدند و در ادامه به صورت هم‌راستا در زوایای دلخواه ورودی جهت‌دهی گردیدند. مدل سازی- RVE ها برای درصد حجمی‌های 1، 2، 3 و 4٪ از نانوذرات درون ماتریس پلیمری صورت گرفتند. برای محاسبه تعداد نانوذرات در هر درصد حجمی به آسانی از فرمول‌های حجم استوانه و کره که بر حجم RVE مکعبی تقسیم می‌شوند بهره برده شد. طول ضلع RVE از مقداری شروع به افزایش داده تا جایی که نتایج همگرا شوند. طول ضلع مکعب معادل 200 nm، حدود 4 برابر بزرگ‌ترین بعد که طول CNT است در شبیه‌سازی لحاظ گردید و نتایج قابل قبول به دست آمد. همچنین به منظور دقت بیشتر در نتایج، برای هر حالت RVE حدود سه مدل تولید گردید و نتایج آن‌ها میانگین گرفته شد.

جدول 1 خواص مکانیکی و ابعاد نانوذرات [13-14]

Table 1 Mechanical properties and dimensions of nanoparticles [13-14]

Nanoclay	CNT	نانوذره
200	1000	مدول الاستیسیته (GPa)
0.28	0.3	ضریب پواسون
20	7.2	قطر (nm)
-	50	طول (nm)

خواص ترمومکانیکی و تنش‌های پسماند ناشی از پخت در نانوکامپوزیت‌های پلیمری را به طور عددی مطالعه نمودند. نتایج پژوهش آن‌ها نشان داد با افزودن 2 درصد وزنی CNF هم‌راستا شده در جهت عرضی به نانوکامپوزیت-های نامتقارن پلیمری با الیاف کربن و شیشه، به ترتیب به میزان 15٪ و 29٪ نسبت به حالت توزیع تصادفی CNF تنش‌های پسماند موجود در این نانوکامپوزیت‌ها را کاهش داد. آن‌ها همچنین در پژوهش دیگری [11] نتایج حاصل از شبیه‌سازی اجزا محدود خود را با نتایج آزمایشگاهی، هالپین-تسای و موری-تاناکا مقایسه کردند و ملاحظه شد که نتایج روش اجزا محدود تطابق بالاتری با نتایج تجربی دارد.

هرچند مطالعات گوناگون به نحوه توزیع نانوذرات درون ماده پلیمری و همچنین روش‌های انجام این فرآیند پرداخته‌اند، اثر هم‌راستا کردن نانوذرات در طیف گسترده از زوایا بر بهبود خواص مکانیکی ماده زمینه در جهات اصلی به طور چشم‌گیری صورت نپذیرفته است. در این مقاله به کمک شبیه‌سازی مدل اجزا محدود ابتدا به تعیین خواص مکانیکی معادل برای ماتریس اپوکسی تقویت‌شده با نانوذرات از جنس CNT تک جداره با هندسه استوانه-ای و نانورس با هندسه کروی پرداخته شد. سپس بجای توزیع تصادفی، نانوذرات در زوایای مختلف به شکل جهت‌گیری شده و هم‌راستا درون ماده زمینه پخش می‌شوند. برای این منظور از یک کد اسکریپت به زبان پایتون¹ بهره برده شد. در ادامه مدول الاستیسیته مؤثر در راستای دو محور اصلی مختصات برای ماتریس تقویت‌شده با نانولوله‌های کربنی محاسبه گردید. در ادامه با داشتن خواص مکانیکی معادل برای ماتریس اپوکسی تقویت شده، بررسی رفتار کمانشی صفحه نانوکامپوزیتی از جنس ماتریس اپوکسی و الیاف تک‌جهته شیشه، و همچنین صفحات پلیمری از جنس رزین اپوکسی بدون الیاف انجام شد. بدین منظور به کمک روش اجزا محدود بار بحرانی کمانش این صفحات تحت توزیع‌های نانوذرات در زوایای مختلف و توزیع تصادفی، نسبت منطری‌های مختلف صفحه، بارگذاری در جهت عرضی و همچنین درصد حجمی‌های مختلف برای نانوذرات محاسبه گردید.

2- مدل سازی اجزا محدود

در این بخش ابتدا به کمک شبیه‌سازی المان نماینده حجم $(RVE)^2$ خواص مکانیکی معادل ماتریس پلیمری تقویت شده با نانوذرات را به دست آمد. در تئوری کامپوزیت‌ها، RVE که سلول واحد نیز نامیده می‌شود، کوچک‌ترین حجمی است که می‌توان خواص ماکروسکوپی³ نمونه را به طور متوسط به آن نسبت داد. در این تحقیق از یک سلول واحد مکعبی $(3D \text{ RVE})$ که در برگیرنده فاز ماتریس و نانوذرات داخل آن می‌باشد استفاده می‌گردد. شبیه-سازی در محیط CAE نرم‌افزار آباکوس⁴ انجام می‌پذیرد. ابعاد سلول واحد باید تا حدی بزرگ باشند که خواص مکانیکی آن تقریباً قابل قبولی از خواص ماده در ابعاد ماکروسکوپی⁵ باشد. از طرف دیگر افزایش ابعاد سلول واحد منجر به طولانی‌تر و پرهزینه‌تر شدن محاسبات می‌گردد. لذا مطالعات نشان می‌دهد با در نظر گرفتن طول ضلع سلول واحد به اندازه سه تا پنج برابر بیشترین طول ذرات داخل آن به نتایج مطلوبی می‌رسیم.

ابتدا نانوذرات به صورت تصادفی درون ماده زمینه توزیع شدند. روش‌های مختلفی برای توزیع تصادفی نقاط درون سطح یا حجم مشخص وجود دارد. از شناخته‌شده‌ترین این روش‌ها الگوریتم توزیع تصادفی مونت-کارلو⁵ می‌باشد.

⁶ Part

⁷ Poisson's ratio

⁸ Assembly

⁹ Carbon nano fiber

¹ Python

² Representative Volume Element

³ Macroscopic

⁴ Abaqus

⁵ Monte Carlo

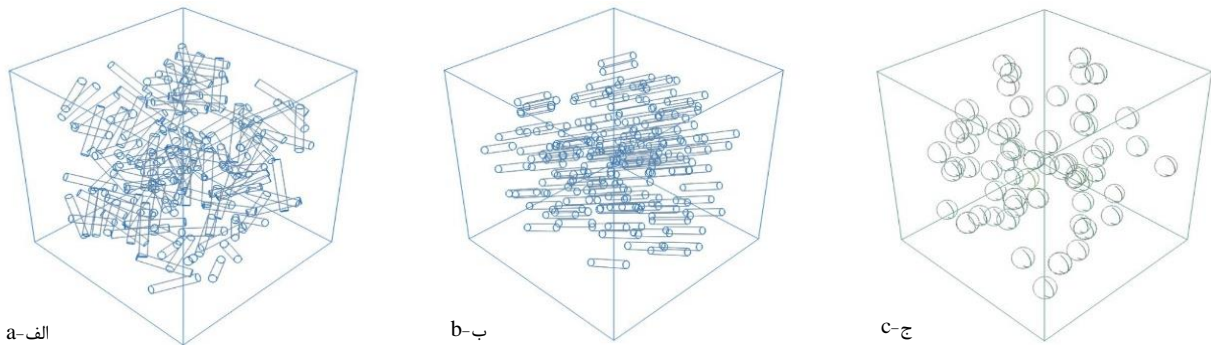


Fig. 1 Generated RVE of 3% VF (a) CNTs with random distribution (b) CNTs with aligned distribution (c) Nanoclays with random distribution

شکل 1 سلول‌های واحد تولید شده برای 3٪ حجمی، الف) CNT با توزیع تصادفی، ب) CNT با توزیع هم‌راستا شده، ج) نانورس با توزیع تصادفی

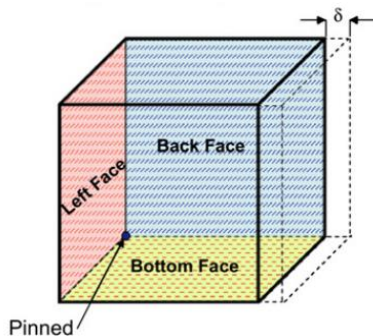


Fig. 2 Symmetric boundary conditions and applied uniform displacement load in 3D RVE model [2]

شکل 2 شرایط مرزی متقارن و بار یکنواخت جابجایی اعمال شده در سلول واحد سه بعدی مدل‌سازی شده [2]

2-2 محاسبه خواص مکانیکی معادل برای ماتریس تقویت‌شده با نانوذرات

تعیین خواص مکانیکی کامپوزیت‌ها و نانوکامپوزیت‌ها از موضوعاتی است که محققان پژوهش‌های گسترده بر روی آن انجام می‌دهند. از جمله روش‌های ارائه‌شده، روش‌های تجربی، عددی و نیمه تجربی می‌باشد. استفاده از روابط میکرومکانیکی مانند هالپین-تسای⁹ و موری-تاناکا¹⁰ از دقت خوبی برای تعیین خواص مکانیکی نانوکامپوزیت‌ها با توزیع همگن نانوذرات برخوردار هستند. در این پژوهش از روش پرکاربرد همگن‌سازی عددی به کمک RVE تولید شده، خواص مکانیکی مؤثر معادل نانوکامپوزیت، با میانگین گرفتن از تنش‌ها و کرنش‌های به وجود آمده در المان‌ها ناشی از بارگذاری یکنواخت استاتیکی بر روی حجم کل سلول واحد به دست می‌آیند [15]. برای محاسبه مدول یانگ مؤثر¹¹، تنش و کرنش میانگین حجمی تمام المان‌های RVE به کمک کد پایتون و طبق روابط زیر محاسبه گردید [15].

$$S_{ave} = \sum_{i=1}^N \frac{s_i \times v_i}{V} \quad (1)$$

$$\epsilon_{ave} = \sum_{i=1}^N \frac{e_i \times v_i}{V} \quad (2)$$

$$E_{eff} = \frac{S_{ave}}{\epsilon_{ave}} \quad (3)$$

در این مدل‌سازی بیشتر اثرات کلی هندسه نانوذرات در ابعاد ماکرو با اختصاص خواص مکانیکی آن‌ها در تقویت ماده زمینه و بهبود استحکام کمانشی صفحات نانوکامپوزیتی مورد توجه بوده و لذا ساختار استوانه‌ای ساده و غیرمشبک برای نانولوله‌ها درون ماتریس در نظر گرفته شد و با نتایج مراجع صحت‌سنجی گردید. اتصال بین نانوذرات توزیع شده و ماتریس در محدوده کرنش‌های پایین تا حد خیلی زیادی می‌تواند از نوع کاملاً متصل¹ با قید گره² در نظر گرفت. البته لازم به ذکر است که در مدل‌سازی‌های با دقت بالاتر که برهم‌کنش بین نانوذرات و ماتریس در ابعاد مولکولی اهمیت دارد، معمولاً فاز میانی³ نیز در مدل‌سازی لحاظ می‌گردد. در شکل 1 سه نمونه از RVE های تولید شده به ترتیب برای ماتریس اپوکسی تقویت شده با نانولوله‌های کربنی با توزیع تصادفی، نانولوله‌های کربنی هم‌راستا شده (30 درجه) و هم‌چنین نانو-رس با توزیع تصادفی و درصد حجمی 3٪ ارائه می‌گردد.

1-2 بارگذاری و شرایط مرزی

به منظور تعیین خواص مکانیکی نمونه، لازم است تا سلول واحد تحت بارگذاری استاتیکی قرار گیرد. از این رو یک بار از نوع جابجایی (δ) با کرنش ثابت برابر با 1٪ طول RVE به یک وجه از آن اعمال می‌شود و تنش‌ها و کرنش‌های حاصل از آن به دست می‌آیند. شرایط مرزی از نوع متقارن⁴ است به طوری که سه وجه زیرین، پشتی و چپ از مکعب در راستای بردار نرمال هر یک ثابت می‌شوند و هم‌چنین نقطه تقاطع آن سه وجه نیز تمام درجات آزادی آن بسته شده تا پین⁵ شود [2]. برای محاسبه خواص مکانیکی در سه راستای اصلی مختصات، بارگذاری کرنشی سه مرتبه به صورت جداگانه بر وجه‌های آزاد مکعب اعمال می‌گردد. در شکل 2 شرایط مرزی و بارگذاری سلول واحد در راستای محور x نشان داده شده است.

در گام بعدی سلول واحد مدل‌سازی شده که شامل ماتریس اپوکسی و نانوذرات توزیع شده درون آن می‌باشد، مش زده می‌شود. مش‌زنی با روش آزاد⁶ و المان‌های استفاده شده از نوع سه‌بعدی خطی چهار گره‌ای هرمی⁷ (C3D4) می‌باشد. دانه‌ریزی⁸ المان‌ها هم به نحوی انجام می‌شود که در اطراف نانوذرات المان‌ها ریزتر باشند و هر چه به سمت نقاط دور از نانوذرات و لبه‌های ماتریس مکعبی می‌رویم ابعاد المان‌ها درشت‌تر می‌شوند. با این روش دقت نتایج بالاتر رفته و حجم محاسبات تا حد خوبی کاهش می‌یابد.

¹ Fully bonded
² Tie
³ Interphase
⁴ Symmetric boundary conditions
⁵ Pin
⁶ Free
⁷ Tetrahedral Elements
⁸ Seeding

⁹ Halpin-Tsai
¹⁰ Mori-Tanaka
¹¹ Effective Young's modulus

مسأله کمانش ورق بر اساس تئوری کلاسیک صفحه²، تئوری تیر اویلر-برنولی و تیموشنکو اصلاح شده³، تئوری‌های تغییر شکل برشی مرتبه اول⁴ و تغییر شکل برشی مرتبه بالاتر⁵ می‌باشند. این روش‌ها عموماً مبتنی بر حل معادلات تعادل و ساختاری سازه با در نظر گرفتن فرضیات خاص خود هستند [18]. طبق معادلات تعادل و پایداری در تحلیل خطی کمانشی ورق نازک، بار بحرانی کمانشی صفحه تحت بار ثابت تک‌جهته محوری N_x مطابق شکل 3 از روابط زیر به دست می‌آید [19,20]:

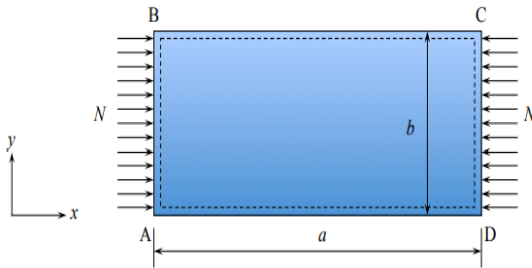


Fig. 3 Geometry and loading of the classical plate buckling problem

شکل 3 هندسه و شرایط بارگذاری در مسأله کلاسیک کمانش ورق

$$D\nabla^4 w + N_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0 \quad (8)$$

که:

$$\nabla^4 = \nabla^2 \nabla^2 = \frac{\partial^4}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4}{\partial y^4} \quad (9)$$

در این روابط w جابجایی در راستای عمود بر صفحه یا همان خیز است. ∇^2 عملگر لاپلاس⁶ و ∇^4 عملگر همساز مضاعف⁷ می‌باشد. هم‌چنین D سفتی خمشی⁸ ورق می‌باشد که برابر است با:

$$D = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)} \quad (10)$$

که E مدول یانگ صفحه، t ضخامت ورق و ν ضریب پواسون آن است. با در نظر گرفتن شرایط مرزی تکیه‌گاه ساده و بارگذاری ثابت تک‌جهته N_x در راستای طولی، پاسخ غیربدهی معادله دیفرانسیل (8) به شکل رابطه زیر حاصل می‌شود:

$$N_x = \frac{D\pi^2}{b^2} \left(\frac{mb}{a} + \frac{a}{mb} \right)^2 \quad (11)$$

در رابطه (11)، a و b به ترتیب طول و عرض صفحه هستند و m نیز نسبت طول به عرض صفحه می‌باشد.

$$m = \frac{a}{b} \quad (12)$$

در روابط فوق S_{ave} و ε_{ave} به ترتیب تنش و کرنش میانگین حجمی تمام المان‌های تشکیل دهنده RVE می‌باشند. هم‌چنین v_i, e_i, s_i و V, N به ترتیب بیانگر تنش هر المان، کرنش هر المان، حجم هر المان، حجم کل المان نماینده حجم و تعداد المان‌های موجود در مدل هستند.

لازم به یادآوری هست که در حالتی که نانوذرات به صورت تصادفی و همگن درون ماده زمینه توزیع شده‌اند، خواص معادل برای ماده از نوع ایزوتروپیک¹ می‌باشد، اما هنگامی نانوذرات به صورت جهت‌دهی شده توزیع می‌گردند، مدول یانگ مؤثر در جهات مختلف متفاوت است، لذا می‌بایست تنش‌ها و کرنش‌های میانگین برای جهات اصلی جداگانه محاسبه شده تا در نتیجه مدول یانگ مؤثر برای آن جهات حاصل گردد.

به منظور اعتبارسنجی نتایج به دست آمده، از روش نیمه تجربی هالپین-تسای بهره برده شد. این روابط میکرومکانیکی با فرض اتصال کامل بین نانوذرات و ماتریس برای تعیین مدول یانگ مؤثر ماتریس تقویت شده با توزیع تصادفی و همگن نانوذرات درون آن به کار می‌روند. دقت بالای این مدل طبق تحقیقات آزمایشگاهی زیادی چون پژوهش صورت گرفته توسط شکرپه و همکاران [16] سنجیده شده است. روابط ارائه شده در این مدل به شرح زیر می‌باشد [13,17]:

$$E_{eff} = \frac{3}{8}E_1 + \frac{5}{8}E_2 \quad (4)$$

$$G_{eff} = \frac{1}{8}E_1 + \frac{1}{4}E_2 \quad (5)$$

که در این روابط E_{eff} و G_{eff} به ترتیب مدول یانگ و مدول برشی معادل نانوکامپوزیت ایزوتروپیک می‌باشند. E_1 و E_2 نیز به ترتیب نشان‌دهنده مدول‌های یانگ فرضی در جهات طولی و عرضی نانوذره یا نانوالیاف می‌باشند که از روابط زیر محاسبه می‌گردند [13]:

$$\frac{E_1(or 2)}{E_m} = \frac{1 + \xi\eta VF}{1 - \eta VF} \quad (6)$$

$$\eta = \frac{\frac{E_f}{E_m} - 1}{\frac{E_f}{E_m} + \xi} \quad (7)$$

در روابط (6) و (7) E_m مدول یانگ ماتریس خالص، E_f مدول یانگ ماده تقویت‌کننده (نانوذره یا نانوالیاف)، VF کسر حجمی نانوذره در ماتریس خالص و ξ ضریب اصلاح مربوط به شرایط هندسی و شرایط بارگذاری می‌باشد که مقدار آن برای E_1 و E_2 به ترتیب برابر با $\frac{2l}{a}$ و 2 هست (l طول نانوذره و d قطر آن می‌باشد).

3- کمانش صفحه نانوکامپوزیتی

پس از به دست آوردن خواص ماتریس تقویت‌شده با نانوذرات، مطالعه بر بار بحرانی کمانش صفحات نانوکامپوزیتی تشکیل‌شده از ماتریس تقویت‌شده و الیاف شیشه تک‌جهته انجام می‌شود. هم‌چنین تأثیر جهت‌دهی کردن نانوذرات در راستاهای مختلف بر بار بحرانی کمانش صفحه نیز بررسی می‌گردد.

روش‌های مختلف تئوری، تجربی و عددی گوناگون برای تعیین بار بحرانی کمانش صفحات مستطیلی وجود دارند. از جمله روش‌های متداول تئوری، حل

¹ Isotropic

² Classical Plate Theory (CPT)

³ Modified Euler-Bernoulli and Timoshenko Beam Theory

⁴ First Order Shear Deformation Theory (FSDT)

⁵ Higher Order Shear Deformation Theory (HSDT)

⁶ Laplace Operator

⁷ Biharmonic Operator

⁸ Flexural rigidity

می‌گردد. در ادامه اعمال بارگذاری و شرایط مرزی انجام شد. شرایط تکیه‌گاهی صفحه از نوع ساده و گیردار فرض می‌گردد. بار کمانش خطی از نوع فشاری محوری می‌باشد که در شبیه‌سازی نرم‌افزار یک بار واحد طولی از نوع بار لبه‌ای¹⁵ در راستای محور افقی که همان راستای الیاف می‌باشد، به طور یکنواخت وارد می‌گردد. در قسمت نتایج مقدار ویژه حاصل شده از حلگر نرم-افزار در مود اول، ضربدر طول لبه‌ای که بار به آن اعمال شده برابر با بار بحرانی کمانش خطی متناظر می‌باشد. در صورت نیاز می‌توان مقدار بار بحرانی برای مودهای بالاتر را نیز به همین ترتیب محاسبه کرد، هر چند در اینجا مورد اهمیت نمی‌باشند.

4- نتایج

در این بخش جداول و نمودارهای مربوط به نتایج به دست آمده در پژوهش حاضر ارائه می‌گردد. ابتدا نتایج مربوط به محاسبه مدول الاستیسیته مؤثر زمینه پلیمری تقویت شده با نانوذرات با توزیع تصادفی و جهت‌دهی شده، و سپس بار بحرانی کمانش صفحه نانوکامپوزیتی تشکیل شده از زمینه پلیمری تقویت شده در شرایط تکیه‌گاهی و درصد‌های حجمی مختلف نمایش داده می‌شود.

4-1- نتایج مدول الاستیسیته مؤثر برای زمینه پلیمری تقویت شده با نانوذرات
ماتریس پلیمری از جنس اپوکسی با مدول 4.3 GPa و ضریب پواسون برابر با 0.3، با افزودن نانوذرات با خواص مکانیکی و ابعاد ذکر شده در جدول 1 تقویت شدند و خواص مکانیکی معادل آن به کمک شبیه‌سازی اجزا محدود پیش‌بینی گردید. صحت نتایج با روش نیمه تجربی هالپین-تسای مقایسه شده است. در شکل 4 نتایج مربوط به مدول 4.3 GPa و ضریب پواسون 0.3، با افزودن نانوذرات CNT در درصد حجمی‌های 1، 2، 3 و 4 آورده شده است.

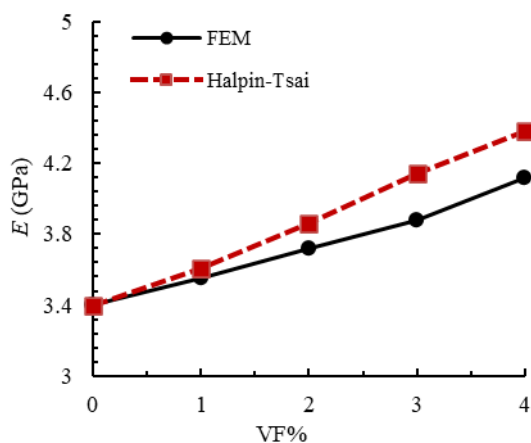


Fig. 4 Effective elastic modulus of Epoxy matrix reinforced with randomly oriented CNTs

شکل 4 مدول الاستیسیته مؤثر ماتریس اپوکسی تقویت شده با نانولوله‌های کربنی با توزیع تصادفی

این نتایج برای سه نمونه مدل‌سازی شده RVE تحت بارگذاری یکنواخت کرنشی 1٪ و میانگین گرفتن از آن‌ها به دست آمده است. همچنین ضرایب پواسون مؤثر معادل برای ماتریس تقویت شده نیز به روش مشابه محاسبه گردید و تفاوت چندانی با ضریب پواسون ماتریس خالص نداشت، لذا همان مقادیر ثبت گردیدند. طبق نتایج ملاحظه شده در شکل 4 با افزایش درصد

در این مقاله تحلیل کمانشی انجام شده با روش اجزا محدود و روش تعیین مقدار ویژه¹ به کمک نرم‌افزار آباکوس می‌باشد. تحلیل کمانش از جمله مسائل مربوط به پایداری² سازه‌ها می‌باشد. روش تعیین مقدار ویژه عموماً برای تخمین بار بحرانی یا دوشاخه شدن³ سازه‌های سفت⁴ به کار گرفته می‌شود. این روش یک نوع مسأله آشفتگی خطی⁵ می‌باشد که می‌تواند برای تعیین بار بحرانی سازه دارای پیش بار و حساسیت به ناکاملی⁶ سازه استفاده شود [21]. به طور کلی در روش مقادیر ویژه کمانشی، ما به دنبال یافتن بارهایی هستیم که ماتریس سفتی⁷ مدل را منفرد⁸ می‌کنند، بنابراین در معادله (13) جواب‌های غیربدیهی⁹ خواهیم داشت [21,22].

$$K^{MN}v^M = 0 \quad (13)$$

که K^{MN} ماتریس سختی استفاده شده در هر گام تکرار حل مسأله پس از اعمال بار می‌باشد. همچنین v^M هم پاسخ‌های غیربدیهی بردار تغییر مکان می‌باشد. M و N بیانگر درجات آزادی سیستم هستند. بار اعمالی هم می‌تواند از نوع فشار، بار متمرکز، جابجایی و بار حرارتی باشد.

برای حل معادله (13) یک الگوی بارگذاری افزایشی¹⁰، Q^N ، تعریف می‌شود. مقدار این بار تعریف شده مهم نیست و در ادامه در ضرایب بار (λ_i) حاصل شده از حل مسأله مقدار ویژه ضرب می‌گردند. شکل عمومی رابطه به فرم زیر است [21]:

$$(K_0^{NM} + \lambda_i K_{\Delta}^{NM})v_i^M = 0 \quad (14)$$

در معادله (14)، K_0^{NM} ماتریس سختی متناظر با حالت پایه است که تأثیر پیش‌بارها¹¹، P^N ، (در صورت وجود پیش‌بار) را نیز در بر می‌گیرد. K_{Δ}^{NM} نیز نماینده ماتریس سختی بار و تنش‌های اولیه دیفرانسیلی ناشی از Q^N می‌باشد. همچنین λ_i مقادیر ویژه، v_i^M شکل مودهای کمانش یا همان بردارهای ویژه¹² و اندیس i بیانگر شماره مود کمانش متناظر می‌باشند.

برای به دست آوردن بار بحرانی کمانش معمولاً کمترین مقدار λ_i مد نظر می‌باشد که متناظر با مود اول کمانش سازه هست. لازم به ذکر است که K_0^{NM} و K_{Δ}^{NM} ماتریس‌های متقارن شده می‌باشند، زیرا حلگر نرم‌افزار آباکوس-استاندارد تنها قادر به استخراج مقادیر و بردارهای ویژه ماتریس‌های متقارن است. به طور کلی حلگر نرم‌افزار از روش‌های تکرار¹³ برای استخراج مقادیر و بردارهای ویژه بهره می‌برد، به نحوی که هر چه تعداد گام‌های تکرار افزایش یابد، نتایج از دقت و همگرایی بالاتری برخوردار می‌شود.

لذا به منظور تعیین بار بحرانی کمانشی صفحه از روش FEM در نرم‌افزار آباکوس، پس از مدل‌سازی صفحه نانوکامپوزیتی و اختصاص خواص مکانیکی زیرلایه‌ها و همچنین هندسه و ترتیب لایه‌چینی¹⁴، یک گام حل آشفتگی خطی و از نوع کمانش ایجاد نموده و تعداد بردارهای ویژه مدنظر تعیین

¹ Eigenvalue analysis

² Stability problems

³ Bifurcation

⁴ Stiff structures

⁵ Linear perturbation procedure

⁶ Imperfection

⁷ Stiffness Matrix

⁸ Singular

⁹ Nontrivial solutions

¹⁰ Incremental loading pattern

¹¹ Preloads

¹² Eigenvectors

¹³ Iteration

¹⁴ Composite lay-up

¹⁵ Shell edge load

لازم به ذکر است که جهت طولی تعریف شده به صورت قراردادی می‌باشد و در اینجا همان جهت اعمال بار یکنواخت کرنشی بر وجه عمود بر محور طولی RVE است که متناظر با بیشترین افزایش مدول الاستیسیته برای حالت توزیع نانولوله‌های کربنی هم‌راستا با این محور گردید.

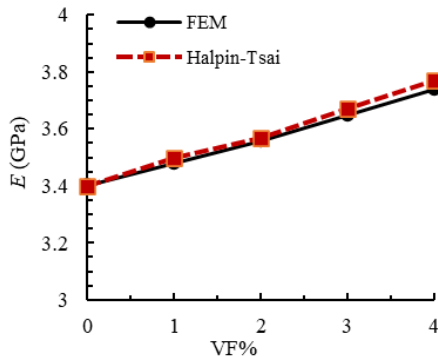


Fig. 5 Effective elastic modulus of Epoxy matrix reinforced with randomly oriented Nanoclays

شکل 5 مدول الاستیسیته مؤثر ماتریس اپوکسی تقویت شده با نانورس با توزیع تصادفی

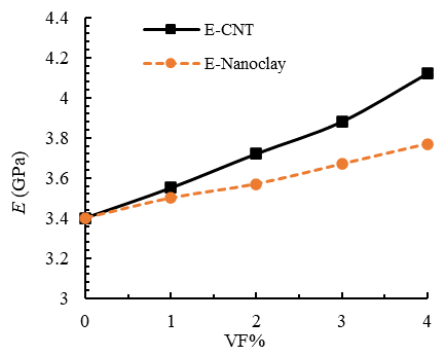


Fig. 6 Effective elastic modulus of Epoxy matrix reinforced with randomly oriented CNTs and Nanoclays

شکل 6 مدول الاستیسیته مؤثر ماتریس اپوکسی تقویت شده با نانولوله‌های کربنی و نانورس با توزیع تصادفی

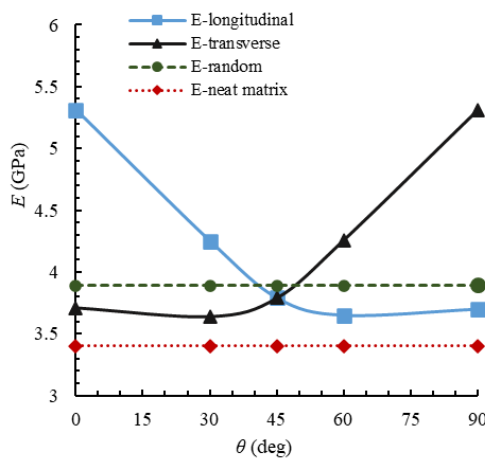


Fig. 7 Effective longitudinal and transverse elastic modulus of Epoxy matrix reinforced with aligned CNTs in different angles

شکل 7 مدول الاستیسیته طولی و عرضی مؤثر ماتریس اپوکسی تقویت شده با نانولوله‌های کربنی با توزیع هم‌راستا شده در زوایای مختلف

حجمی نانولوله‌های کربنی افزوده شده به ماتریس خالص^۱ (بدون تقویت‌کننده)، مدول یانگ به طور تقریباً خطی افزایش می‌یابد. بیشترین افزایش مربوط به درصد حجمی 4/ نانولوله‌های کربنی می‌باشد که طبق نتایج FEM مدول یانگ به میزان 21.2٪ نسبت به ماتریس خالص افزایش یافته است. البته در عمل برای افزایش درصد حجمی محدودیت وجود دارد و از یک مقدار به بعد باعث ایجاد انباشتگی^۲ درون ماتریس گردیده و خواص مکانیکی و استحکام را کاهش می‌دهد. هم‌چنین طبق شکل 4 مقایسه نتایج حاصل از FEM و مدل هالپین-تسای تطابق خوبی را نشان می‌دهد. حداکثر اختلاف بین نتایج در دو روش برابر با 5.8٪ است که مقدار ناچیزی می‌باشد. به طور کلی نیز مقادیر مدول الاستیسیته پیش‌بینی شده در روش هالپین-تسای کمی از مدول‌های حاصل از روش FEM بیشتر می‌باشد.

در شکل 5 نتایج مربوط به مدول الاستیسیته ماتریس تقویت شده با توزیع تصادفی نانوذرات از جنس نانورس نشان داده شده است. تأثیر افزایش درصد حجمی این نانوذرات بر افزایش مدول الاستیسیته مؤثر همانند نانوذرات CNT به شکل خطی می‌باشد. بیشترین افزایش مربوط به درصد حجمی 4/ نانورس می‌باشد که طبق نتایج FEM مدول یانگ به میزان 10.3٪ نسبت به ماتریس خالص افزایش یافته است. البته واضح است که به دلیل مدول یانگ پایین‌تر نانورس نسبت به نانولوله‌های کربنی، مقدار افزایش مدول مؤثر ماتریس در این حالت کمتر می‌گردد. در شکل 6 مقادیر مدول الاستیسیته مؤثر ماتریس تقویت شده با توزیع تصادفی CNT و نانورس حاصل از FEM در یک نمودار مقایسه شده‌اند.

طبق شکل 6 با افزایش درصد حجمی نانوذرات تقویت‌کننده، اختلاف اثر تقویت‌کنندگی دو نوع نانوذره چشم‌گیرتر می‌گردد، به نحوی که در درصد حجمی 4/، مدول مؤثر ماتریس تقویت شده با CNT به میزان 9.3٪ از ماتریس تقویت‌شده با نانورس بیشتر است، که ناشی از خواص مکانیکی بالاتر نانولوله‌های کربنی نسبت به نانورس می‌باشد.

در ادامه تأثیر هم‌راستا کردن نانولوله‌های کربنی بر مدول الاستیسیته مؤثر در شکل 7 ارائه گردیده است. نانوذرات CNT در زوایای 0، 30، 45 و 60 درجه، به صورت موازی و هم‌راستا شده درون ماتریس اپوکسی با درصد حجمی ثابت 3/ توزیع شدند و مدول الاستیسیته مؤثر ماتریس در دو راستای طولی^۳ و عرضی^۴ محاسبه گردید. طبق شکل 7 ملاحظه می‌گردد که با تغییر زاویه قرارگیری نانولوله‌های کربنی از صفر تا 45 درجه، مدول یانگ طولی کاهش می‌یابد، به نحوی که در زاویه صفر درجه بیشینه مدول یانگ طولی به دست می‌آید؛ و به طور عکس، از 45 تا 90 درجه مدول یانگ عرضی افزایش می‌یابد، به طوری که در زاویه 90 درجه بیشینه مدول یانگ عرضی مشاهده شده است. هم‌چنین مدول یانگ مؤثر برای حالتی که نانولوله‌های کربنی با توزیع تصادفی و جهت‌گیری تصادفی درون ماده زمینه با همان درصد حجمی 3/ قرار گرفته‌اند نیز با مدول‌های طولی و عرضی در زوایای مختلف مقایسه شده است. همان‌طور که قبلاً ذکر شد در حالت توزیع تصادفی نانوذرات خواص مکانیکی RVE در همه جهات تقریباً یکسان است و می‌توان آن را ایزوتروپیک فرض کرد. نتایج پژوهش نشان داد برای حالت توزیع هم‌راستا نانوذرات CNT در زاویه صفر درجه بیشترین مقدار مدول الاستیسیته طولی به دست می‌آید که به ترتیب به میزان قابل توجه 56.2٪ و 36.8٪ نسبت به مدول یانگ ماتریس خالص و ماتریس با توزیع تصادفی نانوذرات CNT افزایش یافته است.

¹ Neat matrix
² Agglomeration
³ Longitudinal
⁴ Transverse

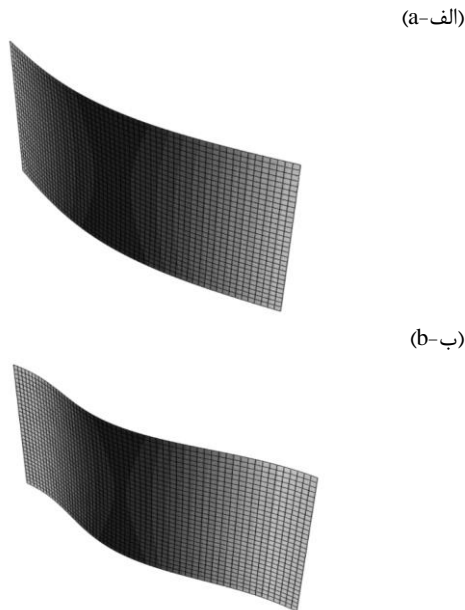


Fig. 9 First buckling mode shape of (a) Simply supported and (b) Clamped composite plate

شکل 9 شکل مود اول کمانش صفحه کامپوزیتی با تکیه‌گاه (الف) ساده و (ب) گیردار

جدول 2 مقایسه بار بحرانی کمانش صفحه کامپوزیتی تحقیق حاضر و نتایج تجربی و

تئوری

Table 2 Comparison between critical buckling load of composite plate resulted from present study and theoretical and experimental results

Experiment [12]	Theory [12]	Present study (FEM)	بار بحرانی (N)	
			نوع تکیه‌گاه	
141.7	157.65	157.8	ساده	
563	630.6	638.7	گیردار	

طبق جدول 2 و شکل 10، نتایج به دست آمده در پژوهش حاضر با روش شبیه‌سازی اجزا محدود، تطابق بسیار خوبی با نتایج تئوری و تجربی داشت. به طور مثال برای صفحه با تکیه‌گاه گیردار اختلاف بار بحرانی کمانش حاصل از FEM با روش تئوری و تجربی به ترتیب 1.3٪ و 13.4٪ می‌باشد. کمتر بودن بار بحرانی کمانش حاصل از آزمایش تجربی معمولاً به دلیل وجود ناکاملی‌هایی در هندسه و ساختار نمونه، و هم‌چنین بروز خطاهای احتمالی در اعمال بار و شرایط مرزی رخ می‌دهد.

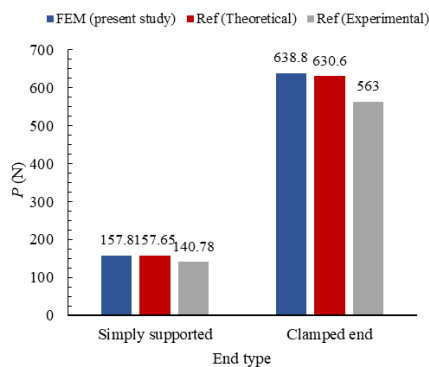


Fig. 10 Validation study of critical buckling load

شکل 10 اعتبار سنجی بار بحرانی کمانش

2-4- نتایج بار کمانش بحرانی برای صفحات نانوکامپوزیتی مدل‌سازی شده

اکنون با در اختیار داشتن خواص مکانیکی ماتریس تقویت شده با نانوذررات، بررسی بار بحرانی کمانشی نانوکامپوزیت ساخته شده از آن انجام گردید. به منظور مقایسه و اعتبارسنجی نتایج خود، از نمونه چندلایه¹ بررسی شده در پژوهش چای و همکاران [12] استفاده شد. در آن پژوهش بار بحرانی کمانش صفحات کامپوزیتی ساخته شده از ماتریس اپوکسی و الیاف تک‌جهته شیشه از پیش‌ساخته‌های² فایبرگلاس از نوع Fibredux 913G-E-5-30% به صورت تئوری و تجربی مورد مطالعه قرار گرفت.

ابعاد صفحه طبق پژوهش چای و همکاران برابر با 120×60 mm و ضخامت آن برابر با 1 mm می‌باشد. زاویه قرارگیری الیاف صفر درجه و هم‌راستا با محور طولی صفحه که بارگذاری نیز در آن راستا اعمال می‌شود، می‌باشد. تعداد لایه‌ها برابر 8 و شرایط تکیه‌گاهی از دو نوع تکیه‌گاه ساده³ و گیردار⁴ لحاظ گردید. بارگذاری به صورت بار یکنواخت خطی فشاری در راستای محوری (هم‌راستا با جهت الیاف) بر انتهای آزاد صفحه اعمال شد. شکل 8 بارگذاری فشاری در راستای طولی بر صفحه نانوکامپوزیتی مستطیل شکل با تکیه‌گاه گیردار را نشان می‌دهد.

هم‌چنین در شکل 9، کمانش صفحه در مود اول برای دو نوع تکیه‌گاه ساده و گیردار که توسط شبیه‌سازی کمانش در نرم‌افزار آباکوس از روش تحلیل مقادیر ویژه به دست آمده‌اند ملاحظه می‌گردد.

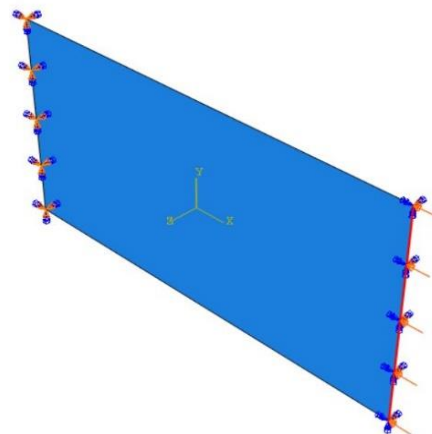


Fig. 8 Boundary conditions and applied load on rectangular nanocomposite plate

شکل 8 شرایط مرزی و بارگذاری بر صفحه نانوکامپوزیتی مستطیل شکل

3-4- اعتبارسنجی نتایج

روش تحلیل استفاده شده در پژوهش حاضر شبیه‌سازی FEM می‌باشد. در ابتدا برای بررسی دقت روش استفاده شده، کمانش یک نمونه صفحه کامپوزیتی مطالعه شده در مرجع [12] شبیه‌سازی گردید. خواص مکانیکی یک نمونه تک لایه⁵ مورد آزمایش مرجع [12] برابر با $E_{11} = 46$ Gpa، $E_{22} = 15$ Gpa، $G_{12} = 4.17$ GPa و $\nu_{12} = 0.276$ می‌باشد. در جدول 2 مقادیر بار بحرانی کمانش صفحه کامپوزیتی با خواص مکانیکی فوق حاصل از روش FEM با نتایج به دست آمده در مرجع [12] به روش تئوری و تجربی مقایسه گردید.

¹ Laminate

² Prepregs

³ Simply supported

⁴ Clamped

⁵ Lamina

4-4 مطالعه همگرایی مش

به منظور بررسی دقت بیشتر نتایج حاصل از FEM، استقلال از مش مورد مطالعه قرار گرفت. مطابق شکل 11 مش زنی مدل ابتدا با المان‌های درشت‌تر انجام گرفت و سپس رفته رفته اندازه المان‌ها کوچک‌تر گردید و در نتیجه تعداد (n) آن‌ها افزایش داده شد. مشاهده گردید که در حدود تعداد 4000 المان مقادیر بار بحرانی همگرا و ثابت می‌گردند. لازم به ذکر است نوع المان استفاده شده از نوع متداول پوسته‌ای چهارگره‌ای (S4R) می‌باشد.

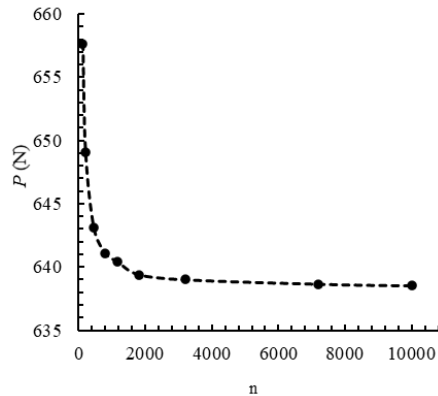


Fig. 11 Mesh convergence study

شکل 11 بررسی همگرایی مش

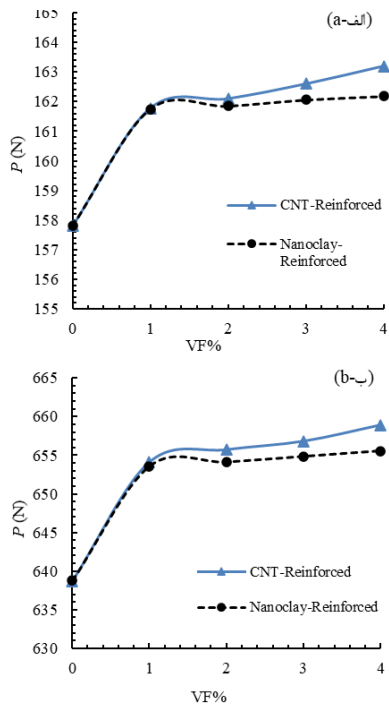


Fig. 12 Critical buckling load of CNT/Glass fiber reinforced and Nanoclay/Glass fiber reinforced nanocomposite plates with random distribution of nanoparticles inside Epoxy matrix for (a) Simply supported and (b) Clamped boundary conditions

شکل 12 بار بحرانی کمانش صفحات نانوکامپوزیتی از جنس ماتریس اپوکسی تقویت شده با توزیع تصادفی نانولوله‌های کربنی و نانورس و الیاف از نوع شیشه برای شرایط مرزی (الف) تکیه‌گاه ساده و (ب) تکیه‌گاه گیردار

5-4 بررسی کمانش صفحات نانوکامپوزیتی تقویت شده با الیاف و نانوذرات

با در اختیار داشتن خواص مؤثر ماتریس اپوکسی تقویت شده با نانوذرات، به کمک روابط میکرومکانیکی قانون اختلاط¹ و هالپین-تسای، خواص مکانیکی معادل تک لایه GFRP تشکیل شده از ماتریس تقویت شده به دست آمد و تحلیل کمانش خطی به منظور یافتن بار بحرانی بر صفحات نانوکامپوزیتی انجام گردید. در شکل 12 بار بحرانی کمانش صفحات نانوکامپوزیتی تقویت شده با الیاف شیشه و توزیع تصادفی نانوذرات CNT و نانورس، تحت شرایط مرزی تکیه‌گاه ساده و گیردار نشان داده شده است. طبق نتایج شکل 12 با افزایش درصد حجمی نانوذرات درون ماده زمینه، مقادیر بار بحرانی افزایش می‌یابد، هر چند این افزایش شیب تندی ندارد. بیشترین مقدار افزایش بار بحرانی کمانش مربوط به درصد حجمی 4/ نانولوله‌های کربنی می‌باشد که در حالت تکیه‌گاه ساده و گیردار به ترتیب به میزان 3.5٪ و 3.2٪ نسبت به صفحه بدون نانوذره افزایش نشان می‌دهد. هم‌چنین افزایش بار بحرانی کمانش برای توزیع تصادفی نسبت به توزیع تصادفی نانورس بیشتر است که ناشی از خواص مکانیکی و نسبت منظری بالاتر CNT نسبت به نانورس می‌باشد. هم‌چنین مطابق شکل 12، مقادیر بار بحرانی کمانشی حاصل در حالت تکیه‌گاه گیردار، حدوداً 4 برابر بیشتر از مقادیر متناظر برای تکیه‌گاه ساده است که این نسبت با نتایج تئوری کاملاً همخوانی دارد.

پس از مقایسه نتایج بار بحرانی کمانشی صفحات نانوکامپوزیتی با توزیع تصادفی نانوذرات، به بررسی اثر توزیع هم‌راستا شده نانولوله‌های کربنی بر بار بحرانی کمانش صفحات پرداخته شد. همان‌طور که در شکل 13 نشان داده شده است، نانوذرات CNT در زوایای بین صفر تا 90 درجه درون ماده زمینه هم‌راستا شده‌اند و تغییرات بار کمانش بحرانی ملاحظه می‌گردد. تغییرات بار در نظر گرفتن درصد حجمی ثابت نانوذرات برابر با 3٪ ثبت شده‌اند.

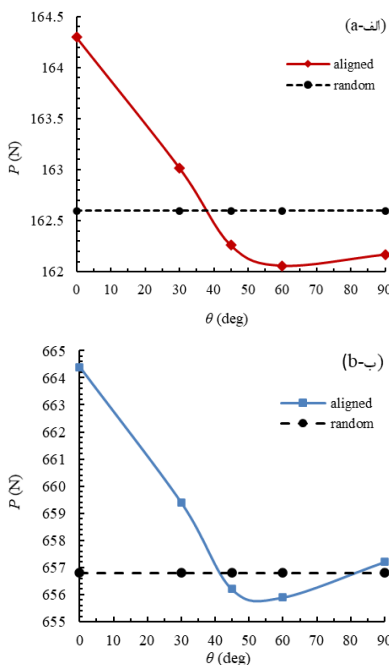


Fig. 13 Critical buckling load of CNT/Glass fiber reinforced nanocomposite plates with aligned distribution of nanoparticles at different angles inside Epoxy matrix for (a) Simply supported and (b) Clamped boundary conditions

شکل 13 بار بحرانی کمانش صفحات نانوکامپوزیتی از جنس ماتریس اپوکسی تقویت شده با توزیع هم‌راستا شده نانولوله‌های کربنی در زوایای مختلف و الیاف از نوع شیشه برای شرایط مرزی (الف) تکیه‌گاه ساده و (ب) تکیه‌گاه گیردار

¹ Rule of mixture

استحکام ماتریس تقویت شده در جهت طولی که همان جهت اعمال بار کمانشی است، می‌باشد.

7-4- مطالعه پارامتری تأثیر ضریب منظری صفحه بر بار بحرانی کمانش

تغییر در هندسه و ابعاد نمونه یکی از متداول‌ترین راهکارها برای تغییر بار بحرانی کمانش می‌باشد [23]. در این قسمت با تغییر نسبت منظری (AR) صفحه پلیمری که همان نسبت طول به عرض آن می‌باشد، تغییرات بار بحرانی کمانش بررسی گردیده است. طبق شکل 15 در چهار نسبت منظری 1، 1.5، 2 و 3، بار بحرانی کمانش صفحات تقویت شده با نانوذرات CNT با توزیع تصادفی و توزیع هم‌راستا شده در زاویه صفر درجه (موازی با راستای اعمال بار) به دست آمده‌است. بار اعمالی نیز در راستای طولی صفحه اعمال می‌شود و تکیه‌گاه از نوع ساده است. ملاحظه می‌گردد با افزایش AR بار بحرانی کمانش صفحه کاهش می‌یابد. به طور مثال در نسبت منظری 3 مقدار بار بحرانی به میزان 89.1٪ نسبت به صفحه با نسبت منظری 1 و تقویت شده با نانوذرات با توزیع هم‌راستا کاهش می‌یابد که مقدار چشمگیری است. همچنین طبق شکل 15، مقادیر بار بحرانی کمانش در تمام نسبت منظری‌های صفحه، در حالت توزیع هم‌راستا شده نانوذرات بیشتر از مقادیر متناظر برای توزیع تصادفی می‌باشد. نتایج از منظر تئوری نیز قابل تفسیر هستند زیرا با افزایش نسبت طول به عرض صفحه مطابق تئوری اوپلر، استحکام کمانشی در آن راستا کم می‌شود و با مقادیر بار کمتری، صفحه دچار کمانش می‌گردد [24]. در ادامه با تغییر راستای اعمال بار فشاری در جهت عرضی صفحه مطابق شکل 16، بار بحرانی کمانش صفحه پلیمری در راستای عرضی و تکیه‌گاه ساده برای نسبت منظری‌های مختلف محاسبه می‌گردد.

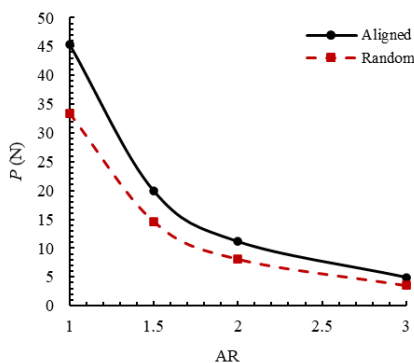


Fig. 15 Effect of aspect ratio on critical buckling load of reinforced polymeric plates with aligned and random distribution of nanoparticles
 شکل 15 تأثیر نسبت منظری بر بار بحرانی کمانش صفحات پلیمری تقویت شده با نانوذرات CNT با توزیع هم‌راستا شده و تصادفی

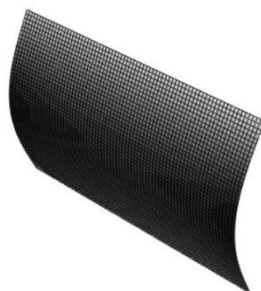


Fig. 16 Buckling mode shape of polymeric plate under transverse loading

شکل 16 شکل مود کمانشی صفحه پلیمری تحت بارگذاری در راستای عرضی

مطابق شکل 13، با افزایش زاویه قرارگیری نانولوله‌ها از صفر تا حدود 50 درجه، مقادیر بحرانی کمانش صفحه کاهش می‌یابد، سپس با افزایش زاویه تا 90 درجه کمی افزایش می‌یابد. بیشترین مقدار بار کمانش در زاویه صفر درجه رخ می‌دهد که برای صفحه با تکیه‌گاه ساده به ترتیب به میزان 4.4٪ و 1.1٪ نسبت به صفحه بدون نانوذرات و صفحه با نانوذرات با توزیع تصادفی، افزایش بار بحرانی کمانش را به حاصل دارد. همچنین ملاحظه می‌گردد که مقادیر بار بحرانی کمانش صفحه در حالت توزیع هم‌راستا شده نانولوله‌های کربنی تا حدود زاویه قرارگیری 40 درجه، از مقادیر بار بحرانی در حالت توزیع تصادفی با همان درصد حجمی که به صورت خط‌چین در شکل 13 مشخص شده است، بیشتر می‌باشند. به طور کلی نتایج پژوهش نشان می‌دهد که عامل اصلی در استحکام کمانشی نمونه‌ها، خواص مکانیکی آن‌ها در راستای اعمال بار می‌باشد، لذا بیشتر مقاومت کمانشی صفحه نانوکامپوزیتی مربوط به الیاف است. بهبود مدول الاستیسیته ماتریس منجر به افزایش استحکام سازه در راستای عرضی می‌شود و با جهت‌دهی کردن توزیع نانوذرات تقویت‌کننده در راستای طولی هم به طور قابل قبولی افزایش استحکام کمانشی به دست می‌آید.

6-4 بررسی کمانش صفحات پلیمری تقویت شده با نانوذرات

در این قسمت تأثیر افزودن نانوذرات در حالت توزیع تصادفی و هم‌راستا شده بر بار بحرانی صفحات پلیمری ساخته شده از رزین اپوکسی با خواص مکانیکی یاد شده مورد بررسی قرار گرفت. صفحات به شکل مربعی و طول ضلع 100 mm و بارگذاری در راستای طولی و شرایط تکیه‌گاهی ساده فرض شد. در شکل 14، بار بحرانی کمانش صفحات ساخته شده از رزین اپوکسی خالص، رزین اپوکسی تقویت شده با توزیع تصادفی نانوذرات از جنس CNT و هم-چنین صفحه از جنس رزین اپوکسی با توزیع هم‌راستا شده نانوذرات CNT درون آن در زوایای بین صفر تا 45 درجه، در یک نمودار ترسیم شده‌اند.

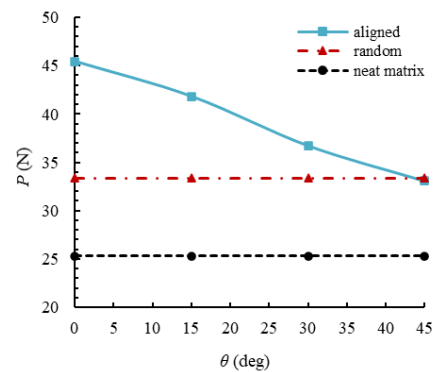


Fig. 14 Critical buckling load of CNT reinforced polymeric plates with aligned distribution of nanoparticles at different angles inside Epoxy matrix

شکل 14 بار بحرانی کمانش صفحات پلیمری تقویت شده با نانوذرات CNT با توزیع هم‌راستا شده در زوایای مختلف

با مقایسه نتایج شکل 14، ملاحظه می‌گردد که بیشترین افزایش بار بحرانی کمانش در حالت توزیع نانوذرات در زاویه صفر درجه و موازی با راستای بارگذاری رخ می‌دهد که به ترتیب به میزان 55.3٪ و 36.1٪ نسبت به صفحه بدون تقویت‌کننده و صفحه با توزیع تصادفی بیشتر است. همچنین با افزایش زاویه قرارگیری نانوذرات تا 45 درجه، مقدار بار بحرانی کمانش کاهش می‌یابد، هر چند نسبت به صفحه بدون تقویت‌کننده و صفحه تقویت شده با توزیع تصادفی مقادیر بار بحرانی همچنان بیشتر است. دلیل کاهش بار بحرانی با افزایش زاویه قرارگیری نانوذرات نیز به علت کاهش مدول الاستیسیته و

زمینه را به میزان بیشتری افزایش می‌دهند. برای نمونه، طبق نتایج حاصل از شکل 18، مقدار افزایش بار بحرانی کمانش برای صفحه پلیمری تقویت شده با CNT در درصد حجمی 4٪، نسبت به صفحه ساخته شده از پلیمر خالص و بدون نانوذرات تقویت‌کننده برابر با 21.3٪ می‌باشد. همچنین این میزان افزایش بار بحرانی کمانش برای صفحه پلیمری تقویت شده با 10٪ حجمی نانورس برابر با 4.25٪ نسبت به بار بحرانی کمانش صفحه بدون تقویت‌کننده است.

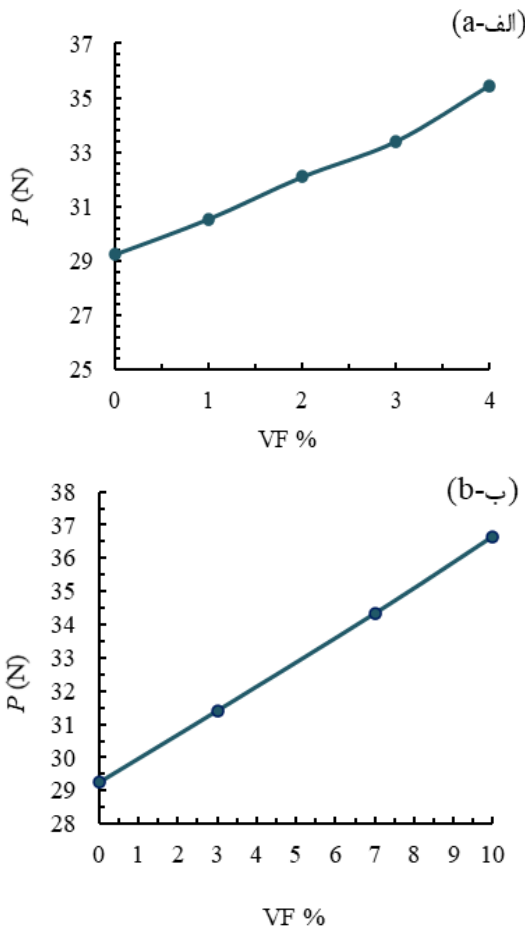


Fig. 18 Critical buckling load of (a) CNT reinforced polymeric plates (b) Nanoclay reinforced polymeric plates with random distribution of nanoparticles inside Epoxy matrix

شکل 18 بار بحرانی کمانش صفحات پلیمری از جنس ماتریس اپوکسی تقویت شده با توزیع تصادفی (الف) نانولوله‌های کربنی و (ب) نانورس

5- جمع‌بندی نتایج

در این تحقیق، ابتدا اثر تقویت‌کنندگی نانوذرات CNT و نانورس، بر مدول الاستیسیته ماده زمینه پلیمری به روش شبیه‌سازی اجزا محدود بررسی شد. بدین منظور بار کرنشی یکنواخت بر المان‌های واحد حجم (RVE) اعمال گردید و سپس با استفاده از تنش‌ها و کرنش‌های میانگین آن‌ها، مقدار مدول یانگ مؤثر نمونه‌ها محاسبه شد. این محاسبات برای درصدهای حجمی مختلف و توزیع و جهت‌گیری تصادفی نانوذرات درون ماده زمینه صورت پذیرفت و مدول یانگ مؤثر ماتریس تقویت شده در درصدهای حجمی و حالات توزیع مختلف در نمودارهایی ارائه شد. خلاصه نتایج به‌دست‌آمده به شرح ذیل است:

همان‌طور که اشاره شد، استحکام کمانشی صفحه در راستاهای مختلف تفاوت دارد. لذا برای حالت بارگذاری در راستای عرضی و در ضرایب منطری بیشتر از یک، مقدار بار بحرانی کمانش افزایش خواهد یافت. این نتیجه برای صفحه پلیمری از جنس اپوکسی خالص و بدون افزودن نانوذرات تقویت‌کننده و شرایط تکیه‌گاهی ساده، در شکل 17 مورد بررسی قرار گرفت. طبق پیش-بینی با افزایش نسبت منطری صفحه، بار کمانشی آن در راستای عرضی افزایش یافت که طبق شکل 17، این افزایش به شکل خطی می‌باشد. نتیجه جالب توجهی که حاصل گردید، نشان می‌دهد که تنها با تغییر نسبت منطری صفحه پلیمری بدون تقویت‌کننده، از 1 به 1.5 و تغییر راستای بارگذاری در جهت عرضی صفحه، بار بحرانی کمانش، با بار بحرانی کمانش صفحه پلیمری تقویت شده با نانوذرات هم‌راستا شده در راستای بار (زاویه صفر درجه) و نسبت منطری 1 تقریباً برابر می‌گردد. این نتیجه بسیار حائز اهمیت می‌باشد و نشان می‌دهد در صورت امکان مبنی بر تغییر ابعاد نمونه و جهت بارگذاری، بدون صرف هزینه زیاد برای افزودن نانوذرات و هم‌راستا نمودن آن‌ها، می‌توان به افزایش استحکام کمانشی به مقدار مشابه دست یافت.

4-8- مطالعه پارامتری اثر جنس و درصد حجمی نانوذرات بر بار بحرانی کمانش
در این قسمت نتایج مربوط به مطالعه پارامتری بر روی تأثیر جنس و درصد حجمی نانوذرات تقویت‌کننده بر افزایش بار بحرانی کمانش صفحه پلیمری از جنس رزین اپوکسی ارائه گردید. فرض شد که نانوذرات از جنس CNT و نانورس با توزیع تصادفی، هندسه صفحه از نوع مربعی و شرایط تکیه‌گاهی ساده باشد.

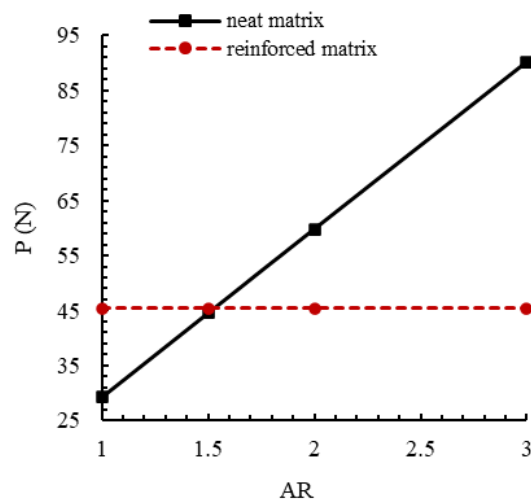


Fig. 17 Critical buckling load of polymeric plate under transverse loading at different aspect ratios

شکل 17 بار بحرانی کمانش صفحه پلیمری تحت بارگذاری در راستای عرضی در نسبت منطری‌های مختلف

نانوذرات CNT تا درصد حجمی 4٪ و نانوذرات نانورس تا درصد حجمی 10٪ به صورت همگن و با توزیع تصادفی به ماتریس اپوکسی افزوده شده و صفحات پلیمری تقویت شده تحت بارگذاری فشاری تک‌جهته قرار می‌گیرد. مقادیر افزایش بار بحرانی کمانش با افزودن نانوذرات به ماده زمینه در شکل 18، برای نانوذرات از جنس CNT و نانورس مشاهده می‌گردد. نانورس به علت قیمت بسیار پایین‌تر می‌تواند تا درصدهای بالاتر نسبت به نانولوله‌های کربنی به ماده زمینه افزوده شود. از طرف دیگر نانولوله‌های کربنی به علت خواص مکانیکی و نسبت منطری بالاتر نسبت به نانورس، استحکام مکانیکی ماده

عرضی، مقدار بار بحرانی تقریباً برابر با بار بحرانی صفحه مربعی تقویت شده با نانوذرات هم‌راستا شده بود. لذا در صورت امکان تنها با تغییر ابعاد صفحه و راستای بارگذاری می‌توان به اثر مشابه با افزودن ذرات تقویت‌کننده دست یافت و در هزینه‌ها صرفه‌جویی نمود.

در پایان مطالعه پارامتری بر تأثیر جنس و درصد حجمی نانوذرات بر بار بحرانی کمانش صفحات پلیمری صورت گرفت. مقدار افزایش بار بحرانی کمانش برای صفحه تقویت شده با توزیع تصادفی 4٪ حجمی CNT، 21.3٪ و برای 10٪ حجمی نانورس برابر با 25.4٪ به دست آمد.

6- مراجع

- [1] Griebel, M., Hamaekers, J., "Molecular dynamics simulations of the elastic moduli of polymer-carbon nanotube composites," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 193, No. 17-20, pp. 1773-1788, 2004.
- [2] Hbaieb, K., Wang, Q.X., Chia, Y.H.J. and Cotterell, B., "Modelling stiffness of polymer/clay nanocomposites," *Polymer*, Vol. 48, No. 3, pp. 901-909, 2007.
- [3] Zamani, R., Rahimi, G.H. and Pol, M.M., "Reinforcing Effect of Nanoclay on Buckling Behavior of Nanocomposite Grid Shells: Experimental Investigation," In Persian, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 3, pp. 411-418, 2015.
- [4] Nasihatgozar, M., Daghighi, V., Eskandari, M., Nikbin, K. and Simoneau, A., "Buckling analysis of piezoelectric cylindrical composite panels reinforced with carbon nanotubes," *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 107, pp. 69-79, 2016.
- [5] Shen, H.S., Zhang, C.L., "Thermal Buckling and Postbuckling Behavior of Functionally Graded Carbon Nanotube-Reinforced Composite Plates," *Materials & Design*, Vol. 31, pp.3403-3411, 2010.
- [6] Mohammadi Mehr, M., Mehrabi, M. and Shabani Nejad, E., "Buckling and Vibration Analyses of Double-bonded Micro Composite Plates Reinforced by CNTs and BNNTs Based on MSGT," In Persian, *Amirkabir Journal of Mechanical Engineering*, Vol. 50, No. 5, pp. 27-30, 2018.
- [7] Ajayan, P., Stéphan, O., Colliex, C. and Trauth, D., "Aligned Carbon Nanotube Arrays Formed by Cutting a Polymer Resin-Nanotube Composite," *Science*, Vol. 265, No. 5176, pp. 1212-1214, 1994.
- [8] Mehrabadi, S.J., Aragh, B.S., Khoshkharesh, V. and Taherpour, A., "Mechanical buckling of nanocomposite rectangular plate reinforced by aligned and straight single-walled carbon nanotubes," *Composites Part B: Engineering*, Vol. 43, No. 4, pp. 2031-2040, 2012.
- [9] Khoramishad, H, Hosseini Vafa, S.M.B., "Effect of aligning graphene oxide nanoplatelets using direct current electric field on fracture behaviour of adhesives," *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures*, Vol. 41, No. 6, pp. 2514-2529, 2018.
- [10] Jafarpour, A., Safarabadi, M. and Haghighi-yazdi, M., "Numerical investigation of oriented CNFs effects on thermo-mechanical properties and curing residual stresses field of polymeric nanocomposites," *Mechanics of Materials*, Vol. 138, 2019.
- [11] Jafarpour, A., Safarabadi, M., Haghighi-Yazdi, M. and Yousefi, A., "Numerical study of curing thermal residual stresses in GF/CNF/epoxy nanocomposite using a random generator model," *Mechanics of Advanced Materials and Structures*, pp.1-11, 2020.
- [12] Chai, G. B., Yap, C. W., and Lim, T. M., "Bending and buckling of a generally laminated composite beam-column," *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part L: Journal of Materials: Design and Applications*, Vol. 224, No. 1, pp. 1-7, 2010.
- [13] Srivastava, A., Dinesh K., "Mechanical characterization and postbuckling behavior of carbon nanotube-carbon fiber reinforced nanocomposite laminate," *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, Vol. 232, No. 1, pp. 106-123, 2018.

افزایش مدول یانگ مؤثر برای ماتریس تقویت شده با نانولوله‌های کربنی در درصد حجمی 4٪ به میزان 10.3٪ از ماتریس تقویت شده با نانورس بیشتر بود که ناشی از خواص مکانیکی بالاتر CNT نسبت به نانورس می‌باشد. نتایج حاصل با مدل نیمه تجربی هالپین-تسای مقایسه شدند و تطابق بسیار خوبی ملاحظه گردید.

با تعمیم مدل ارائه شده به کمک کدنویسی، نانوذرات CNT به طور هم‌راستا شده و در زوایای مختلف، درون ماتریس اپوکسی با درصد حجمی ثابت 3٪ توزیع گردیدند و مدول‌های الاستیسیته مؤثر در جهات طولی و عرضی به طور محاسبه شدند.

بیشترین مدول طولی مؤثر در زاویه صفر درجه برای قرارگیری نانولوله‌های کربنی و در جهت موازی با راستای اعمال بار حاصل شد که به ترتیب به میزان 56.2٪ و 36.8٪ نسبت به مدول یانگ ماتریس خالص و ماتریس با توزیع تصادفی نانوذرات CNT افزایش نشان داد.

به کمک روش تحلیل مقادیر ویژه و با روش شبیه‌سازی اجزا محدود، بار کمانش بحرانی صفحات نانوکامپوزیتی از جنس GFRP تشکیل شده از ماتریس اپوکسی تقویت شده با نانوذرات CNT و نانورس و الیاف تک‌جهته شیشه، در شرایط تکیه‌گاهی ساده و گیردار مورد بررسی قرار گرفت.

نتایج بار بحرانی کمانش در حالت تکیه گیردار حدود 4 برابر بار کمانش صفحات در حالت تکیه‌گاه ساده بود و همچنین با افزایش درصد حجمی نانوذرات تا 4٪ درون ماده زمینه صفحات نانوکامپوزیتی، مقدار بار بحرانی کمانش آن‌ها با شیب ملایمی افزایش داشت و بیشترین درصد افزایش نسبت به صفحه بدون تقویت‌کننده به میزان 3.5٪ برای صفحه تقویت شده با نانولوله‌های کربنی و درصد حجمی 4٪ و تکیه‌گاه ساده رخ داد.

بار بحرانی کمانش صفحه برای توزیع هم‌راستا شده نانولوله‌های کربنی در زوایای مختلف و در درصد حجمی ثابت 3٪ نیز بررسی شد و طبق نتایج بیشترین افزایش بار بحرانی برای حالتی که نانوذرات CNT با زاویه صفر درجه و موازی با راستای الیاف و بارگذاری قرار گرفتند به دست آمد که برای صفحه با تکیه‌گاه ساده به میزان 4.4٪ نسبت به صفحه بدون نانوذرات افزایش داشت.

بار بحرانی کمانش صفحات پلیمری از جنس ماتریس اپوکسی و تقویت شده با CNT در حالت تکیه‌گاه ساده نیز بررسی شد. نتایج حاصل نشان داد در حالت توزیع هم‌راستا شده نانولوله‌های کربنی در زاویه صفر درجه و موازی با جهت بارگذاری، بار بحرانی کمانشی صفحه به میزان 55.3٪ نسبت به صفحه پلیمری بدون تقویت‌کننده افزایش می‌یابد.

با افزایش زاویه هم‌راستا شدن نانولوله‌های کربنی تا 45 درجه، بار بحرانی کمانش صفحه کاهش یافته اما همچنان از صفحه ساخته شده از رزین خالص بیشتر بود.

اثر ضریب منطری صفحات (AR) که همان نسبت طول به عرض می‌باشد بر بار بحرانی کمانش نیز بررسی گردید. مطابق انتظار با افزایش نسبت طول به عرض صفحه برای بارگذاری در راستای طولی، مقادیر بار بحرانی به طور چشمگیری کاهش یافتند. برای نسبت منطری 3 مقدار بار بحرانی به میزان 89.1٪ نسبت به صفحه با نسبت منطری 1 و تقویت شده با نانوذرات با توزیع هم‌راستا کاهش داشت.

همچنین با تغییر راستای اعمال بار در جهت عرضی صفحه مقادیر بار بحرانی افزایش داشتند. نکته جالب توجه این بود که برای نسبت منطری 1.5 و صفحه پلیمری بدون تقویت‌کننده بارگذاری شده در راستای

- [14] Rafiee, R., Shahzadi, R. "Mechanical properties of nanoclay and nanoclay reinforced polymers: a review," *Polymer Composites*, Vol. 40, No. 2, pp. 431-445, 2019.
- [15] Mahdavi, M., Yousefi, E., Baniasadi, M., Karimpour, M. and Baghani, M., "Effective thermal and mechanical properties of short carbon fiber/natural rubber composites as a function of mechanical loading," *Applied Thermal Engineering*, Vol. 117, pp 8-16, 2017.
- [16] Shokrieh, M.M., Mosalmani, R. and Omid, M.J., "Strain rate dependent micromechanical modeling of reinforced polymers with carbon nanotubes," *Journal of Composite Materials*, Vol. 48, No. 27, pp. 3381-3393, 2014.
- [17] Shokrieh, M. M., Soveity, S. and Mosalmani, R., "An investigation on effects of aspect ratio of representative volume element on elastic modulus of a carbon nanotubes reinforced polymer," In Persian, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 9, pp. 107-116, 2014.
- [18] Abolghasemi, S., Eipakchi, H.R. and Shariati, M., "Analytical solution for buckling of rectangular plates subjected to non-uniform in-plane loading based on first order shear deformation theory," In Persian, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 13, pp. 37-46, 2015.
- [19] Timoshenko, S. P., Gere, J. M., "Theory of Elastic Stability," McGraw-Hill, New York, 1961.
- [20] Nwoji, C. U., Onah, H. N., Mama, B. O., Ike, C. C. and Ikwueze, E. U., "Elastic buckling analysis of simply supported thin plates using the double finite Fourier sine integral transform method," *Explorematics Journal of Innovative Engineering and Technology*, Vol. 1, No. 1, pp. 37-47, 2017.
- [21] Novoselac, S., Todor, E., "Linear and nonlinear buckling and post buckling analysis of a bar with the influence of imperfection," *Tehnicki Vjesnik*, Vol. 19, No. 3, pp. 695-701, 2012.
- [22] Brubak, L., Hellesland, J., "Approximate buckling strength analysis of arbitrarily stiffened, stepped plates," *Engineering Structures*, Vol. 29, No. 9, pp. 2321-2333, 2007.
- [23] Shukla, K. K., Nath, Y., Kreuzer, E., and Kumar, K. V., "Buckling of Laminated Composite Rectangular Plates," *Journal of Aerospace Engineering*, Vol. 18, pp. 215-223, 2005.
- [24] Khdeir, A. A., Reddy, J. N., "Buckling of cross-ply laminated beams with arbitrary boundary conditions," *Composite Structures*, Vol. 37, No. 1, pp. 1-3, 1997.