



## ارائه یک ضریب تصحیح جهت بهبود تخمین نسبت پواسون ساختار آگزتیک دو بعدی به کمک شبیه‌سازی و آزمایش

محمد کشفی<sup>1\*</sup>، پیام پورربیا<sup>2</sup>، پرویز کحال<sup>3</sup>

1- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه آیت... بروجردی، بروجرد  
 2- دانش آموخته کارشناسی مهندسی مکانیک، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه آیت... بروجردی، بروجرد  
 3- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه آیت... بروجردی، بروجرد  
 \* بروجرد، صندوق پستی 69199-69737، m.kashfi@abru.ac.ir

### چکیده

### اطلاعات مقاله:

دریافت: 1400/05/03  
 پذیرش: 1400/08/15  
 کلیدواژگان: ساختار آگزتیک، ساخت افزایشی، روش اجزا محدود، نسبت پواسون

ساختارهای آگزتیک سازه‌هایی هستند که دارای نسبت پواسون منفی هستند، از این رو استفاده از این سازه‌ها به دلیل رفتار منحصر به فردشان در صنایع هوایی و خودرویی رو به افزایش است. تخمین نسبت پواسون در این ساختارها به منظور طراحی سازه‌های شخصی‌سازی شده مورد توجه است. برخی روابط تئوری جهت پیش‌بینی نسبت پواسون سازه‌های آگزتیک دو بعدی ارائه شده است که به دلیل در نظر نگرفتن برخی پارامترهای هندسی از دقت کمی برخوردار هستند. در این پژوهش ابتدا یک مدل عددی بر پایه روش اجزا محدود به وسیله مقایسه و تحلیل نتایج آزمایشگاهی اعتبار سنجی می‌شود. به منظور اعتبار سنجی مدل عددی، نمونه‌ها در ابتدا به کمک یک چاپگر سه‌بعدی ساخته و به کمک روش پردازش تصویر نسبت پواسون آن‌ها مورد ارزیابی قرار می‌گیرد. سپس، با توجه به جدول طراحی متغیرهای هندسی، یک ضریب تصحیح بر پایه پارامترهای هندسی سازه به‌ویژه ضخامت اضلاع طوری تعریف می‌شود که در عین بی‌بعد بودن با کمترین تعداد پارامتر بتواند مدل تئوری را به بیشترین دقت در تخمین نسبت پواسون برساند. نتایج نشان داد که با افزایش زاویه درونی و ضخامت اضلاع خطای رابطه تئوری افزایش می‌یابد که با در نظر گرفتن ضریب تصحیح ارائه شده تخمین نتایج بهبود قابل توجهی یافت به طوری که این ضریب می‌تواند خطای نتایج تئوری را از 800٪ به زیر 2٪ کاهش دهد.

## A correction factor to improve Poisson's ratio prediction of 2D auxetic structure using finite element analysis and experiment

Mohammad Kashfi\*, Payam Pourrabia, Parviz Kahhal

Mechanical engineering department, Ayatollah Boroujerdi University, Boroujerd, Iran.  
 \* P.O.B. 69199-69737, Boroujerd, Iran, m.kashfi@abru.ac.ir

### Keywords

Auxetic structures, Additive manufacturing, Finite element analysis, Poisson's ratio

### Abstract

Auxetic structures as a part of lattice structures are designed with a negative Poisson's ratio. The use of these structures is increasing due to their customized behavior in the aerospace and automotive industries. Several theoretical relations have been proposed to predict Poisson's ratio of 2D auxetic structures. Most simple relations could not predict the Poisson's ratio with a reasonable accuracy due to the absence of structure thickness. In this work, a numerical model based on finite element method is first validated by experimental results. In order to verify the numerical model accuracy, the constructed model is validated by experiment. Samples are printed, and the Poisson's ratio is measured using the DIC method during the compression test. A correction factor based on the geometrical parameters of the structure, especially the structure thickness, is then introduced. This dimensionless correction factor not only consists of the minimum number of parameters but also significantly improves the theoretical model accuracy. The results showed that the theoretical relation error is cumulated by increasing the structural angle and thickness. The present correction factor is successfully reduced the error of theoretical relation from 800% to less than 2%.

### 1- مقدمه

لایه نشانی مذاب<sup>1</sup> یکی از روش‌های ساخت افزایشی است که به دلیل تولید نمونه‌هایی انعطاف‌پذیر و ساخت سریع، هزینه کم، تنوع و غیر سمی بودن مواد مورد استفاده و مقاومت بالای آن‌ها یکی از روش‌های محبوب در چاپ نمونه‌های سه‌بعدی محسوب می‌شود [4]. در حال حاضر این روش به طور

امروزه مواد مرکب در کنار ساخت افزایشی به‌ویژه نمونه‌سازی به روش چاپ سه‌بعدی به طور گسترده در مهندسی مکانیک، عمران، خودرو، پزشکی، مواد غذایی، پوشاک و برداشت انرژی مورد استفاده قرار گرفته است [1-3]. روش

<sup>1</sup> Fused Deposition Modelling (FDM)

Please cite this article using:

برای ارجاع به مقاله از عبارت زیر استفاده کنید:

Kashfi, M., Pourrabia, P., Kahhal, P., "A correction factor to improve Poisson's ratio prediction of 2D auxetic structure using finite element analysis and experiment", In Persian, Journal of Science and Technology of Composites, Vol. 8, No. 2, pp. 1556-1562, 2021. <https://doi.org/10.22068/JSTC.2021.534622.1738>

انترانت را تحت خمش چهار نقطه‌ای مورد بررسی قرار دادند و به این نتیجه رسیدند که تیر آگرتیک در اکثر نواحی، پایین‌ترین سطح تنش را دارد. گائو<sup>6</sup> و همکاران [16] با بررسی ساختارهای شبکه سه‌بعدی آگرتیک کامپوزیتی تقویت‌شده با الیاف کربن بر اساس سلول‌های تحت کشش، نشان دادند که این ساختارها در بارگذاری تک‌محوره بسیار مناسب هستند.

نتایج پژوهش‌های گذشته نشان داد که محاسبه خواص مکانیکی ساختارهای آگرتیک همواره مورد توجه بوده است. باین‌حال روابط تئوری موجود جهت پیش‌بینی نسبت پوآسون آن‌ها از دقت لازم برخوردار نیست. لذا در این پژوهش در ابتدا یک ساختار آگرتیک پارامتریک طراحی و توسط روش لایه نشانی مذاب تولید می‌شود. سپس، نسبت پوآسون آن به کمک آزمایش فشار و بهره‌گیری از روش پردازش تصویر به صورت تجربی محاسبه می‌گردد. در گام بعد، با مقایسه و تحلیل نسبت پوآسون به دست آمده از آزمایش و مقایسه آن با مقدار پیش‌بینی شده در روش اجزا محدود، مدل عددی اعتبار سنجی می‌گردد. در نهایت بر پایه جدول طراحی پارامترهای ساختار آگرتیک و شبیه‌سازی مدل‌های مختلف، یک ضریب تصحیح جهت بهبود تخمین نسبت پوآسون روابط تئوری ارائه می‌گردد.

## 2- محاسبه تئوری خواص مکانیکی آگرتیک‌ها

به‌طور کلی هندسه یک سازه آگرتیک تک‌سلولی را می‌توان به‌وسیله چهار پارامتر  $l$ ،  $h$ ،  $t$  و  $\theta$  توصیف نمود که در شکل 1 نشان داده شده است. شایان‌ذکر است که پارامترهای نشان داده در شکل طوری در نظر گرفته شده است که مقادیر این ابعاد به سادگی قابل‌اندازه‌گیری باشند.

نسبت پوآسون یک سازه آگرتیک را می‌توان با استفاده از معادله (1) به دست آورد [12]. در این رابطه از تغییر شکل اضلاع در حین بارگذاری صرف‌نظر شده است. همچنین، مقدار تغییر شکل به‌گونه‌ای فرض شده که تمامی تغییرات در ناحیه خطی واقع شده باشد. به عبارت دیگر یک ضلع در حین بارگذاری همچنان به صورت خط باقی بماند.

$$\nu = -\frac{\sin^2 \theta}{\cos \theta \left( \frac{\sin \theta}{th} - \cos \theta \right)} \quad (1)$$

در رابطه اخیر  $l$  طول عضو افقی فوقانی و تحتانی،  $2h$  ارتفاع سلول،  $\theta$  زاویه بین عضو افقی و مورب و  $t$  ضخامت عضو می‌باشد.

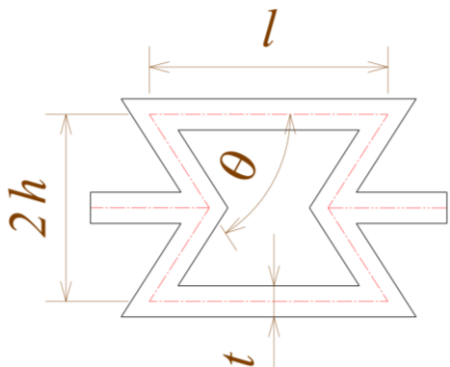


Fig. 1 A single cell of auxetic structure with design parameters.

شکل 1 نمایی از یک سازه آگرتیک تک‌سلولی و پارامترهای تعریف هندسه.

گسترده در ساخت نمونه‌ها و همچنین ترکیب آن با روش‌های عددی مانند روش اجزا محدود و بهینه‌سازی مورد استفاده قرار می‌گیرد. در این روش یک رشته به عنوان تغذیه در حالت نیمه مذاب به درون نازل دستگاه وارد می‌شود و بر اساس جی-کد نوشته شده در مختصات مربوطه قرار داده شده و به لایه ماده قبلی می‌پیوندد [5]. به طور معمول پلیمر مورد استفاده در روش لایه نشانی مذاب، پلی‌لاکتیک‌اسید (PLA) می‌باشد که از منابع تجدید پذیر تهیه می‌شود و دوستدار محیط‌زیست است [6].

پیشرفت‌های اخیر در فناوری به‌ویژه در صنایع هواپیمایی، خودروپی، ورزشی و پزشکی، لزوم تولید قطعات با هندسه‌های پیچیده و بهینه را طلب کرده که لایه نشانی مذاب روشی مناسب جهت تولید آن‌ها است [7]. یکی از سازه‌هایی که به کمک این روش قابلیت ساخت پیدا نموده است، ساختارهایی با نسبت پوآسون منفی هستند که روز به روز کاربرد آن‌ها رو به افزایش است. برخی از این سازه‌ها به صورت لانه‌زنبوری بوده که با تغییر در زاویه‌های سلول امکان ایجاد نسبت پوآسون منفی در سازه را مهیا می‌کند. در مجامع علمی ساختارهایی با نسبت پوآسون منفی را سازه‌های آگرتیک<sup>1</sup> نیز می‌نامند [8]. آگرتیک‌ها به هنگام اعمال بارهای مکانیکی رفتارهای خاصی دارند به‌طوری‌که در هنگام کشش در جهت عرضی بر خلاف مواد متداول، کرنش مثبت و زمانی که تحت فشار قرار گیرند در جهت عرضی کرنش منفی دارند [9].

صفی‌خانی‌نسیم<sup>2</sup> و همکاران [10] به بررسی رفتار نوع جدیدی از کامپوزیت آگرتیک تشکیل‌شده از الیاف پلی‌استر و لوله‌های ABS<sup>3</sup> به عنوان تقویت‌کننده و فوم پلی‌اورتان به عنوان ماتریس پرداختند. آن‌ها دریافتند که این نوع کامپوزیت در کرنش‌های بالا، مشابه مواد میرا کننده عمل می‌کند. همچنین، با بررسی پارامترهای مؤثر در رسیدن به ضریب پوآسون منفی بیشتر کامپوزیت آگرتیک نشان دادند که کاهش چگالی فوم و کاهش فاصله بین لوله‌های ABS در ابتدا تا رسیدن به یک مقدار بحرانی سبب افزایش ضریب پوآسون منفی شده و سپس کاهش پیدا می‌کند. نجفی<sup>4</sup> و همکاران [11] به مطالعه تجربی و عددی جذب انرژی سازه‌های آگرتیک تحت بارگذاری شبه استاتیکی پرداختند. آن‌ها دریافتند که سازه‌های آگرتیک در مقایسه با سازه غیر آگرتیک لانه‌زنبوری عملکرد بهتری در جذب انرژی دارد به طوری که جذب انرژی سازه‌ی سرنیزه‌های 161٪ بیشتر از سازه لانه‌زنبوری خواهد بود.

وانگ<sup>5</sup> و همکاران [12] خواص مکانیکی ساختارهای سلولی آگرتیک ری-انترانت را مورد بررسی قرار دادند و با مقایسه روابط تئوری و نتایج تجربی نشان دادند هنگامی که پایه‌ها به اندازه کافی باریک باشند، خم شدن پایه‌ها تعیین‌کننده و تغییر شکل در ساختار و مکانیسم‌های دیگر را می‌توان نادیده گرفت. درحالی‌که وقتی پایه‌ها نسبتاً ضخیم می‌شوند، همه مکانیسم‌ها از جمله خمش، برش و بارگذاری محوری باید در نظر گرفته شوند. الوو<sup>6</sup> و همکاران [13] با انجام آزمایش فشاری خستگی کم چرخه بر روی آگرتیک لانه زنبوری چاپ شده دریافتند که تحمل بار مبتنی بر سلول شش ضلعی، 1.75 برابر ساختار مشابه غیر آگرتیک است. چن<sup>7</sup> و همکاران [14] شبکه‌های آگرتیک ری-انترانت را مورد مطالعه قرار دادند. آن‌ها نشان دادند که در اثر اضافه کردن یک دنده تقویت‌کننده به آگرتیک تک‌سلولی معمولی در جهت عمود بر راستای آگرتیک ری-انترانت سفتی افزایش می‌یابد. دوتا<sup>8</sup> و همکاران [15] ساختارهای مختلف تیر از جمله همگن، خرپا و آگرتیک ری-

1 Auxetic  
2 SafikhaniNasim  
3 Acrylonitrile butadiene styrene  
4 Najafi  
5 Wang

6 Lvov  
7 Chen  
8 Dutta  
9 Gao

## 3- ساخت نمونه‌ها و آزمایش

## 3-1- ساخت نمونه

یک ساختار آگرتیک چهار سلولی به وسیله یک چاپگر سه بعدی دو نازل و با تغذیه رشته PLA تهیه شد. جهت چاپ بهینه با توجه به خواص رشته مورد استفاده، دمای نازل و بستر به ترتیب 215 و 40 درجه سلسیوس در نظر گرفته شد. همچنین، ضخامت لایه‌ها برابر 0.2 میلی‌متر تنظیم گردید. جهت استخراج جی-کد مربوطه از نرم‌افزار کورا استفاده گردید. به منظور صحت-سنجی، پارامترهای هندسی نمونه،  $t$ ،  $l$ ،  $h$ ،  $\theta$  به ترتیب برابر 1 رادیان، 9، 23 و 3 میلی‌متر در نظر گرفته شد. همچنین، مقدار عمق نمونه در جهت عمود بر صفحه به نحوی در نظر گرفته شد که بتوان از پدیده کماتش در حین آزمایش صرف‌نظر نمود. نمونه چاپ شده در شکل 2 نشان داده شده است.

## 3-2- آزمایش فشار

به منظور بررسی خواص مکانیکی ساختار آگرتیک 4 سلولی تهیه شده، آزمایش فشار با استفاده از دستگاه آزمایش فشار با ظرفیت اعمال 10 تن انجام شد. همچنین، جهت افزایش دقت در محاسبه نسبت پوآسون، از یک دوربین 18 مگا پیکسل کنون همراه با کد پردازش تصویر روش DIC در نرم‌افزار متلب استفاده شد.

## 4- مدل سازی و شبیه سازی عددی

جهت بررسی خواص مکانیکی ساختار آگرتیک چاپ شده، مدل آن در نرم‌افزار کتیا بر پایه ابعاد در نظر گرفته شده در آزمایش مدل سازی و سپس به نرم‌افزار آباکوس انتقال داده شد. یک میلی‌متر جابجایی به عنوان بار خارجی به وجه بالایی اعمال گردید. از اصطکاک موجود بین صفحات بارگذاری در حین آزمایش صرف‌نظر شده است. همچنین، نمونه به دلیل تقارن در راستای عمود بر صفحه به صورت متقارن و با اعمال قید تقارن، مدل سازی شده است. مدول الاستیسیته و نسبت پوآسون PLA به ترتیب برابر 3.5 گیگاپاسکال و 0.36 اختصاص داده شد [6]. با توجه به رفتار ماده، مدل الاستیک خطی جهت شبیه سازی در نظر گرفته شد. به منظور بررسی المان‌های مختلف جهت مدل سازی، با استفاده از حلگر استاتیکی مسئله یک بار در حالت دوبعدی تنش صفحه‌ای (المان Quad) شامل 1269 المان، سپس در حالت سه بعدی (المان Hex) شامل 32425 المان و در نهایت به وسیله المان تیر (Beam) در مجموع با 30 المان، تحلیل شد.



Fig. 2 As printed auxetic structure used for experiment.

شکل 2 نمونه آگرتیک چاپ شده جهت انجام آزمایش.

به منظور دستیابی رابطه بین ویژگی‌های هندسی و نسبت پوآسون سازه، پارامترهای هندسی سازه آگرتیک به صورت جدول 1 در نظر گرفته می‌شود. همان‌گونه که در جدول مشاهده می‌شود، مقادیر  $\theta$  بین 1 تا 1.4 رادیان و دیگر پارامترهای طوری طراحی شده است که فضای طراحی مناسبی جهت محاسبات و شبیه‌سازی‌ها ارائه گردد. مدل معیار جهت چاپ، آزمایش و بررسی نتایج آزمایشگاهی، عددی و تئوری مورد هفتم جدول انتخاب شده است. قابل توجه است که برخی تغییرات در روند اعداد در جدول مذکور به منظور جلوگیری از تداخل هندسی لحاظ شده است.

جدول 1 پارامترهای تعریف ساختار آگرتیک جهت شبیه‌سازی رفتار سازه آگرتیک

Table 1 Design table required for simulations

$t$	$l$	$h$	$\theta$	#	$t$	$l$	$h$	$\theta$	#	$t$	$l$	$h$	$\theta$	#	$t$	$l$	$h$	$\theta$	#
5	33	25	1.3	46	3	20	9	1.2	31	2	14	6	1.1	16	1	10	3	1.0	1
7	47	30	1.3	47	4	30	14	1.2	32	2	15	7	1.1	17	1	12	4	1.0	2
8	54	35	1.3	48	4	35	20	1.2	33	2	18	8	1.1	18	1	13	5	1.0	3
1	5	3	1.4	49	5	47	25	1.2	34	3	20	9	1.1	19	2	15	6	1.0	4
1	7	4	1.4	50	7	55	30	1.2	35	4	30	14	1.1	20	2	18	7	1.0	5
1	8	5	1.4	51	8	63	35	1.2	36	4	35	20	1.1	21	2	20	8	1.0	6
2	10	6	1.4	52	1	5	3	1.3	37	5	47	25	1.1	22	3	23	9	1.0	7
2	11	7	1.4	53	1	8	4	1.3	38	7	55	30	1.1	23	4	35	14	1.0	8
2	14	8	1.4	54	1	10	5	1.3	39	8	63	35	1.1	24	4	40	20	1.0	9
3	15	9	1.4	55	2	11	6	1.3	40	1	9	3	1.2	25	5	52	25	1.0	10
4	17	14	1.4	56	2	13	7	1.3	41	1	12	4	1.2	26	7	59	30	1.0	11
4	23	17	1.4	57	2	16	8	1.3	42	1	13	5	1.2	27	8	68	35	1.0	12
5	30	22	1.4	58	3	18	9	1.3	43	2	14	6	1.2	28	1	7	3	1.1	13
7	41	27	1.4	59	4	20	14	1.3	44	2	15	7	1.2	29	1	9	4	1.1	14
8	51	32	1.4	60	4	25	20	1.3	45	2	18	8	1.2	30	1	10	5	1.1	15

## 5- بحث و نتایج

## 5-1- نتایج آزمایشگاهی

جهت بررسی تجربی رفتار ساختار آگرتیک چاپ شده و همچنین اعتبار سنجی مدل اجزا محدود، مطابق با شکل 3، سازه در بین فک‌های دستگاه تحت آزمایش فشار قرار گرفت. همان‌گونه که قبلاً اشاره شد، به منظور افزایش دقت در اندازه‌گیری کرنش‌ها، روش پردازش تصویر در بستر نرم‌افزار متلب به کار گرفته شده است. به ترتیب چهار نقطه در جهات طولی و عرضی به عنوان کرنش‌سنج‌های مجازی در طی فرایند پردازش تصویر تعریف گردید. با اتصال نقاط عمودی و افقی، کرنش‌سنج‌های مجازی در دو راستای طولی و عرضی تعریف می‌شوند. با توجه به مختصات نقاط، کرنش‌سنج‌های مجازی در ابتدا کاملاً افقی و عمودی در نظر گرفته شدند. مقدار تغییرات طول و در نتیجه کرنش برای هر کرنش‌سنج مجازی حین آزمایش در نمودارهای یکسان بر اساس عکس‌های تهیه شده محاسبه می‌شود. الگوی ایجاد شده بر روی نمونه جهت شناخت میدان تغییر مکان در فرایند پردازش تصویر می‌باشد که همراه با نقاط نشانگر در شکل 3 نشان داده شده است.

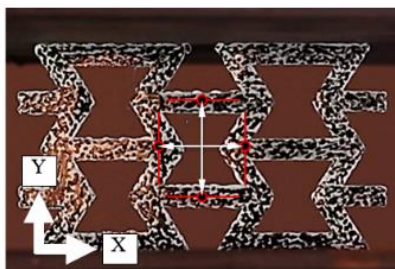
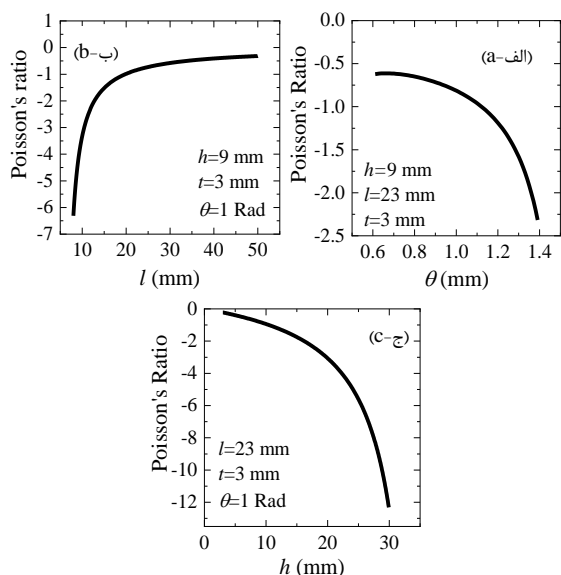


Fig. 3 Auxetic structure under compression test and DIC pattern indicators.

شکل 3 نمونه تحت آزمایش فشار و نقاط مرجع جهت اندازه‌گیری کرنش‌ها.

شکل 4 نمودار تغییرات کرنش‌های عرضی و طولی را بر اساس کرنش‌سنج‌های مجازی تعریف شده نشان می‌دهد. در مجموع زمان آزمایش 25 تصویر و به دنبال آن 25 نقطه اندازه‌گیری ثبت گردید. همان‌گونه که شکل

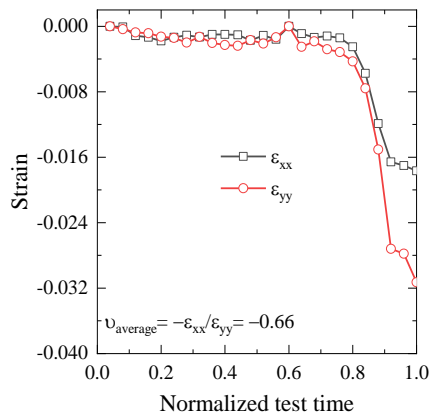


**Fig. 5** Variation of Poisson's ratio by changing (a)  $\theta$ , (b)  $l$  and (c)  $h$ .  
 شکل 5 نحوه تغییرات نسبت پواسون تخمین زده شده بر اساس رابطه تئوری بر حسب پارامترهای رابطه (1).

نشان می‌دهد در ابتدا مقادیر کرنش دارای تغییرات اندکی هستند که مبین ناحیه الاستیک بوده و در انتهای آزمایش تغییرات شدید می‌شود. با تقسیم کرنش عرضی به طولی و همچنین اعمال ضریب 1-، مقدار نسبت پواسون معادل سازه حاصل می‌شود. سپس با استفاده از برازش یک منحنی درجه صفر، مقدار نسبت پواسون ماده برابر با 0.66- محاسبه می‌شود.

5-2- بررسی حساسیت مدل تئوری

در این بخش اثر هر کدام از پارامترهای مؤثر بر نسبت پواسون منطبق با معادله (1) بیان می‌شود. شکل 5(a-الف)، شکل 5(b-ب) و شکل 5(c-ج) به ترتیب روند تغییرات نسبت پواسون سازه آگزیٹیک را بر حسب  $h$  و  $l$  و  $\theta$  نشان می‌دهد. همان‌گونه که مشاهده می‌شود، بیشترین حساسیت مربوط به  $h$  بوده و کمترین حساسیت نسبت پواسون مربوط به  $\theta$  است. همچنین با افزایش هر دو مقدار  $h$  و  $\theta$  نسبت پواسون کاهش بیشتری را نشان می‌دهد. به عبارت دیگر، با افزایش دو پارامتر فوق، نسبت پواسون منفی‌تر و خاصیت آگزیٹیکی افزایش می‌یابد. برخلاف این دو پارامتر، با افزایش  $l$  مقدار نسبت پواسون صعودی بوده و به صفر نزدیک‌تر می‌شود. همان‌گونه که انتظار می‌رود رابطه تئوری ارائه شده فاقد  $t$  بوده و مستقل از ضخامت تعریف شده است به همین دلیل تغییرات نسبت پواسون نسبت به ضخامت در شکل لحاظ نشده است.



**Fig. 4** Longitudinal and transverse strains during the compression test extracted by DIC.

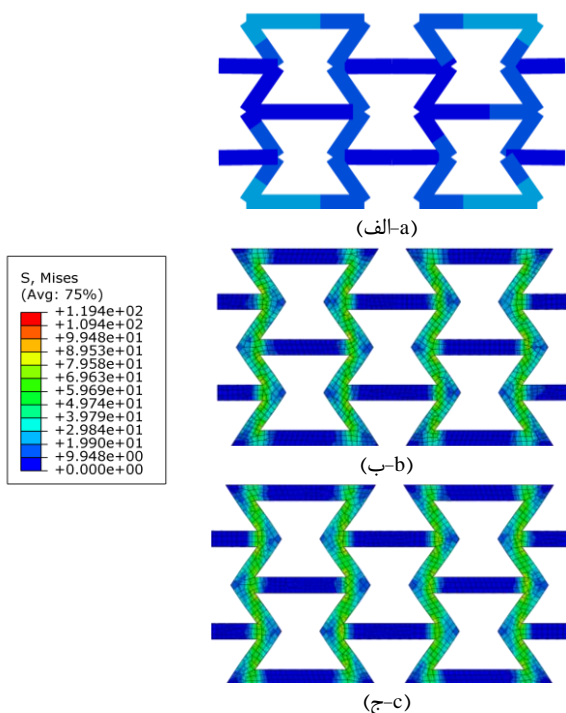
شکل 4 نمودار کرنش‌های محوری و جانبی مستخرج از روش پردازش تصویر طی آزمایش فشار.

5-3- نتایج شبیه‌سازی

5-3-1- بررسی اثر نوع المان و اعتبار سنجی مدل

شکل 6(a-الف)، شکل 6(b-ب) و شکل 6(c-ج) به ترتیب توزیع تنش معادل فون مایز را برای المان‌های تیر، دو و سه بعدی نشان می‌دهد. همان‌گونه که مشاهده می‌شود، حداکثر تنش معادل در مدل با المان تیر، دوبعدی و سه‌بعدی به ترتیب برابر 42.5، 119.4 و 111.5 مگاپاسکال می‌باشد. بیشترین مقدار تنش معادل در اعضای رخ داده است که در هنگام تغییر شکل تحت بار خمشی واقع شده است. از سوی دیگر تنش در اعضای افقی ناچیز بدست آمده است. با توجه به ماهیت مدل‌سازی بر پایه المان تیر، تنش در کل یک المان ثابت است درحالی‌که برای مدل با المان‌های دو و سه‌بعدی توزیع تنش در راستای ضخامت نیز مشاهده می‌شود که این امر به واقعیت نزدیک‌تر است.

از آنجا که مقدار جابجایی افقی مقداری مؤثر بر نسبت پواسون سازه است، لذا تغییر در این پارامتر می‌تواند منجر به تغییر در مقدار نسبت پواسون معادل هر مدل گردد. بیشترین جابجایی عمودی در هر سه مدل یکسان و برابر با شرط مرزی اعمال شده (1 میلی‌متر) در نظر گرفته شده است.



**Fig. 6** Von-Mises stress contour of auxetic structure using (a) beam, (b) 2D and (c) 3D elements.

شکل 6 توزیع تنش معادل فون مایز در مدل با المان‌های (الف) تیر، (ب) دوبعدی و (ج) سه‌بعدی.

با استفاده از مقادیر جابجایی به‌دست‌آمده و همچنین مقادیر طول اولیه، می‌توان به ترتیب کرنش‌های طولی و جانبی معادل را محاسبه نمود. بنا بر تعریف نسبت پواسون، مقادیر آن به ترتیب برای المان‌ها تیر، دو و سه بعدی برابر 0.80-، 0.68- و 0.65- به دست آمده است. همان‌گونه که مشاهده می‌شود، بیشترین تغییرات بین المان‌های تیر و سه‌بعدی مشاهده می‌شود که در حدود 19٪ است. خطای محاسبه شده قابل‌ملاحظه بوده، لذا استفاده از المان تیر

در شکل نشانگر ضخامت جداره ساختار آگرتیک و هر رنگ بیانگر زاویه می‌باشد. همان‌گونه که مشاهده می‌شود در تمامی نقاط طراحی، نسبت پواسون منفی محاسبه شده است. همچنین، با افزایش ضخامت (اندازه هر گوی) مقدار نسبت پواسون تا حدودی کاهش یافته است. البته در ضخامت‌های کم روند به‌گونه‌ای دیگر می‌باشد و برعکس به دست آمده است. پیچیدگی در تغییرات نسبت پواسون نیازمند تحلیل دقیقی بر روی نتایج است تا بتوان رفتار را به‌درستی پیش‌بینی نمود. نمودار به‌خوبی نشان می‌دهد که ضخامت جداره مطمئناً در مقدار نسبت پواسون مؤثر بوده درحالی‌که معادله (1) استقلال نسبت پواسون از ضخامت را نشان می‌دهد. بر این اساس رابطه تئوری نیازمند اصلاحاتی می‌باشد که در بخش بعد توضیح داده خواهد شد. لازم به ذکر است که برخی از گوی‌ها در شکل 8 با دو رنگ نشان داده شده که بیانگر یک نقطه با مقادیر  $h$  و  $l$  ثابت است و تنها پارامتر  $\theta$  در آن متغیر است.

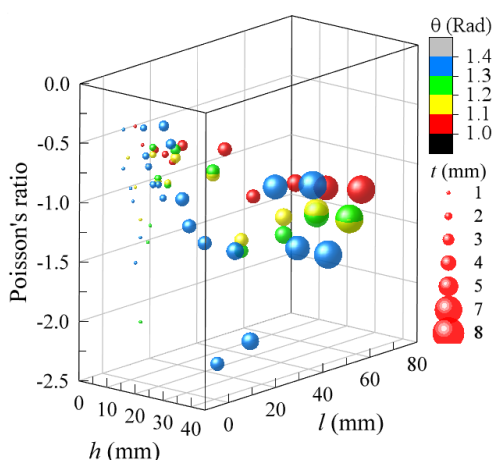


Fig. 8 Variation of Poisson's ratio respect to  $\theta$ ,  $h$ ,  $l$  and  $t$ .

شکل 8 نمودار تغییرات نسبت پواسون به ازای تغییرات  $\theta$ ،  $h$  و  $l$

#### 4-5- ارائه ضریب تصحیح

با توجه به رابطه ارائه شده در معادله (1)، مشاهده می‌شود که معادله مذکور به دلیل عدم در نظر گرفتن ضخامت و همچنین به صورت خط ماندن اضلاع پس از تغییر شکل سازه، دقت مناسبی در تخمین نسبت پواسون ندارد. میانگین خطا به ازای زاویه 1 رادیان (ردیف 1 تا 12 از جدول 1) 7.83٪ می‌باشد. به همین ترتیب مقدار خطا به ازای زاویه 1.1، 1.2، 1.3 و 1.4 به ترتیب 23.10٪، 40.94٪، 120.27٪ و 400.63٪ می‌باشد. همان‌گونه که مشاهده می‌شود، با افزایش مقدار  $\theta$ ، مقدار خطای بین رابطه تئوری (معادله (1)) و نتایج عددی به‌شدت در حال افزایش است. از سوی دیگر در یک زاویه ثابت، با افزایش ضخامت نیز خطا افزایشی خواهد بود؛ بنابراین در این بخش یک ضریب تصحیح جهت افزایش دقت رابطه تئوری به شرح زیر تعریف می‌گردد.

$$v = -CF \frac{\sin^2 \theta}{\cos \theta \left( \frac{\sin \theta}{\ln} - \cos \theta \right)} \quad (2)$$

که در آن CF از رابطه زیر محاسبه می‌شود.

$$CF = a - b \times c \left( \frac{hl}{t^2} \right) \quad (3)$$

علیرغم سادگی، دقت کافی را جهت تخمین نسبت پواسون ندارد. دلیل این خطا در المان تیر، عدم امکان بروز انحنای در المان است که این موضوع می‌تواند منجر به خطا شود.

مقدار خطا در مدل با المان دو و سه بعدی در حدود 4٪ می‌باشد؛ بنابراین جهت محاسبه نسبت پواسون می‌توان از مدل با المان دوبعدی استفاده نمود که زمان حل آن در مقایسه با مدل سه‌بعدی بسیار کمتر است؛ بنابراین با توجه به مقادیر محاسبه شده برای نسبت پواسون، مدل دوبعدی جهت تحلیل‌های بعدی مورد استفاده قرار می‌گیرد. این مدل نه تنها از دقت بالایی برخوردار است، بلکه زمان حل آن نیز در مقایسه با مدل سه‌بعدی کمتر است. با مقایسه نسبت پواسون محاسبه شده در روش آزمایشگاهی تنها 4.55٪ خطا محاسبه می‌شود که با توجه به فرضیات موجود در شبیه‌سازی‌ها از جمله صرف‌نظر از اصطکاک بین فک‌ها و سازه تخمین خوبی از جواب‌ها حاصل شده است؛ بنابراین اعتبار مدل عددی استفاده شده در این پژوهش صحت‌سنجی شده و می‌توان آن در ادامه از آن جهت بهینه‌سازی‌ها بهره برد.

#### 3-3-5- بررسی اثر تعداد سلول‌ها بر نتایج

از آنجاکه ساختار آگرتیک به‌صورت سلولی می‌باشد، بنابراین تعداد سلول‌های در نظر گرفته شده می‌تواند منجر به تغییر جواب‌ها شود؛ بنابراین تعداد سلول‌های در نظر گرفته شده باید به‌گونه‌ای باشد که پاسخ‌های به دست آمده همگرا شوند. بدین منظور در ادامه به ترتیب مدل‌هایی با یک، چهار، نه و شانزده سلول در نظر گرفته شده است. با توجه به نتایج بخش 3-3-5، جهت انجام شبیه‌سازی‌ها از مدل با المان دوبعدی استفاده شده است. پس از انجام تحلیل استاتیکی روی مدل‌های ذکر شده مقادیر نسبت پواسون برای حالت‌های مختلف در شکل 7 نمایش داده شده است. با توجه به مقادیر نشان داده شده در شکل، اختلاف مقادیر پیش‌بینی‌شده برای مدل 16 و 9 سلولی در مقایسه با مدل 4 سلولی به ترتیب تنها برابر 1.5 و 1٪ می‌باشد. از این‌رو با توجه به زمان حل هر مدل، مدل چهار سلولی به عنوان مدل اصلی در بهینه‌سازی‌ها مورد استفاده قرار می‌گیرد.

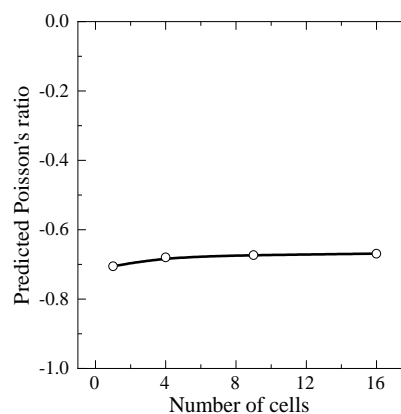


Fig. 7 Predicted Poisson's ratio for different number of considered cells.

شکل 7 نمودار نسبت پواسون پیش‌بینی‌شده بر اساس تعداد سلول در هر مدل.

#### 3-3-3- نتایج مدل عددی

پس از انجام شبیه‌سازی‌ها، مقدار نسبت پواسون برای هر کد بر اساس تعریف آن محاسبه گردید. شکل 8 نمودار تغییرات نسبت پواسون پیش‌بینی‌شده توسط شبیه‌سازی را بر حسب پارامترهای هندسی ساختار نشان می‌دهد. از آنجاکه نسبت پواسون تابع چهار پارامتر ورودی است، لذا نمودار مذکور به‌گونه‌ای رسم شده که تغییرات همه پارامترها منظور گردد. اندازه هر گوی



- یک ضریب تصحیح بر مبنای ویژگی‌های هندسی در جهت افزایش دقت مدل تئوری تعریف گردید به نحوی که خطای محاسبات را به میزان زیادی کاهش داد. در زاویه 1.4 رادیان ضریب تصحیح توانست خطا را از 800٪ به زیر 2٪ کاهش دهد. در این ضریب تصحیح بر خلاف مدل تئوری اثر ضخامت اضلاع نیز منظور گردیده است.

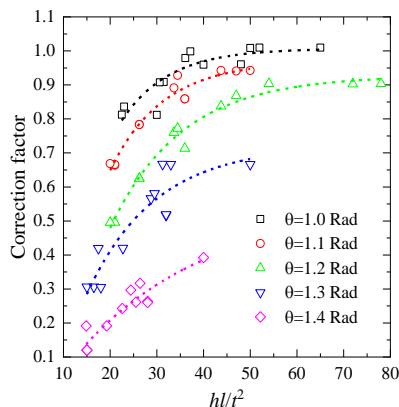


Fig. 9 Correction factor for different values of  $\theta$  and  $h/l^2$ .

شکل 9 تغییرات ضریب تصحیح برای زوایای مختلف نسبت به  $h/l^2$

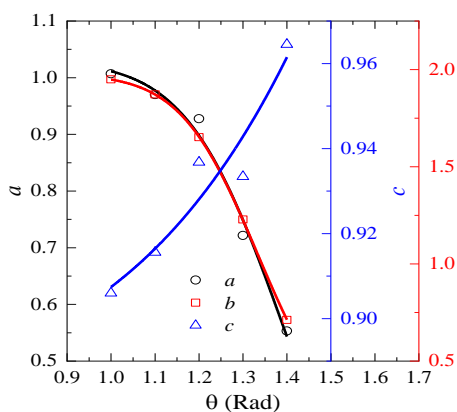


Fig. 10 Variation of  $a$ ,  $b$  and  $c$  functions for different values of  $\theta$ .

شکل 10 تغییرات توابع  $a$ ,  $b$  و  $c$  به ازای زوایای مختلف.

#### 7- تشکر و قدردانی

این تحقیق برگرفته از طرح پژوهشی با عنوان (طراحی و بهینه‌سازی ساختارهایی با نسبت پواسون منفی) می‌باشد که با حمایت مالی دانشگاه آیت الله العظمی بروجردی (ره) و با کد رهگیری (15664-213050) انجام پذیرفته است.

#### 8- مراجع

- [1] Lee, J.-Y., An, J. and Chua, C. K., "Fundamentals and Applications of 3d Printing for Novel Materials" Applied Materials Today, Vol. 7, pp. 120-133, 2017.
- [2] Kashfi, M., Fakhri, P., Amini, B., Yavari, N., Rashidi, B., Kong, L. and Bagherzadeh, R., "A Novel Approach to Determining Piezoelectric Properties of Nanogenerators Based on PVDF Nanofibers Using Iterative Finite Element Simulation for Walking Energy Harvesting" Journal of Industrial Textiles, pp. 23, 2020.
- [3] Ansari, E., Majzoobi, G., Rahmani, K. and Kashfi, M., "The Effect of Middle Layer Material and Thickness on the Quasi-Static Energy Absorption of FML" In Persian, Journal of Science and Technology of Composites, Vol. 5, No. 3, pp. 427-436, 2018.

که در آن  $h$  و  $d$  پارامترهای هندسی سازه آگرتیک هستند و در شکل 1 تعریف شده است. همچنین  $a$ ،  $b$  و  $c$  توابعی از  $\theta$  می‌باشند که در ادامه تعریف می‌شوند. همان‌گونه که در رابطه (3) مشاهده می‌شود، ضریب تصحیح  $CF$  یک کمیت بی‌بعد بوده و تنها یک ضریب است که تمامی پارامترهای هندسی سازه آگرتیک را شامل می‌شود. شکل 9 نمایی از تغییرات ضریب تصحیح تعریف شده را بر حسب  $h/l^2$  نمایش می‌شود. از آنجاکه مقدار ضریب تصحیح در هر زاویه تغییر می‌کند، لذا 5 نمودار برای زوایای گوناگون تعریف شده است. با افزایش زاویه همان‌گونه که انتظار می‌رود، مقدار ضریب تصحیح کوچک‌تر می‌شود. همچنین، در تمامی نقاط طراحی مقدار ضریب تصحیح کوچک‌تر از مقدار واحد است که نشان از آن دارد که رابطه تئوری مقدار نسبت پواسون را همواره منفی‌تر از مقدار واقعی پیش‌بینی می‌کند. این کاهش دقت در ضخامت و زوایای بالا به حد اکثر خود می‌رسد که گاه تا حدود 800٪ خطا نیز مشاهده می‌شود. تمامی برآزش‌های انجام شده بر روی داده‌های شکل 9 به‌گونه‌ای انجام شده است که مقدار  $R^2$  کمتر از 0.80 محاسبه نشود. باین‌حال در برخی موارد این مقدار تا حدود 0.9 نیز افزایش داشته است. هدف از ارائه ضریب تصحیح به شکل رابطه (3) آن بوده که به صورت هم‌زمان چهار پارامتر هندسی، سادگی رابطه، حداقل تعداد پارامترهای رابطه، بی‌بعد بودن و دقت تخمین بهینه باشد.

شکل 10 نحوه تغییرات توابع  $a$ ،  $b$  و  $c$  را به ازای زوایای مختلف نشان می‌دهد. هر دو پارامتر  $a$  و  $b$  روندی کاهشی را نشان می‌دهد درحالی‌که  $c$  روندی صعودی را ارائه می‌دهد؛ بنابراین جهت تخمین ضریب تصحیح می‌توان ابتدا با استفاده از زاویه، مقادیر  $a$ ،  $b$  و  $c$  را محاسبه نمود سپس با استفاده از این مقدار و همچنین مقادیر  $h$  و  $d$  ضریب تصحیح نهایی را به دست آورد. پس از اعمال ضریب تصحیح تعریف شده بر روی داده‌های شبیه‌سازی شده در جدول 1، مقدار میانگین خطا به ازای زوایای 1، 1.1، 1.2، 1.3 و 1.4 رادیان به ترتیب برابر 0.28٪، -0.71٪، -2.70٪، +6.19٪ و +1.74٪ محاسبه گردید که با توجه به مقادیر قبلی محاسبه شده برای خطا بهبود چشم‌گیری مشاهده می‌شود.

#### 6- نتیجه‌گیری

در این پژوهش به بررسی رفتار مکانیکی به ویژه نسبت پواسون سازه‌های آگرتیکی پرداخته شده است. در ابتدا مدل عددی بر پایه روش اجزا محدود به وسیله مقایسه و تحلیل نسبت پواسون مستخرج از آزمایش فشار اعتبار سنجی شده است. سپس با طراحی جدول پارامترهای هندسی، مقادیر نسبت پواسون در 60 حالت مختلف به وسیله شبیه‌سازی پیش‌بینی شده است. جهت افزایش دقت آزمایش‌ها از ساخت افزایشی به کمک چاپگر سه‌بعدی و سیستم پردازش تصویر بهره برده شده است. با توجه به عدم دقت در رابطه تئوری موجود یک ضریب تصحیح بر پایه یافته‌های عددی جهت افزایش دقت مدل تئوری ارائه شده است. در مجموع نتایج اصلی این پژوهش به صورت زیر خلاصه می‌شود.

- جهت شبیه‌سازی ساختار آگرتیک می‌توان با دقت قابل قبولی از المان‌های دو بعدی استفاده نمود. همچنین المان‌های تیر می‌تواند خطای تخمین نسبت پواسون را تا حدود 20٪ افزایش دهد.
- مقدار همگرایی جواب‌ها به ویژه مقدار نسبت پواسون با تعداد سلول‌های در نظر گرفته شده مرتبط است. با توجه به ابعاد در نظر گرفته شده تعداد چهار سلول می‌تواند در عین کاهش هزینه‌های تولید با دقت خوبی نسبت پواسون را تخمین بزند.

- [4] Ngo, T. D., Kashani, A., Imbalzano, G., Nguyen, K. T. Q. and Hui, D., "Additive Manufacturing (3d Printing): A Review of Materials, Methods, Applications and Challenges" *Composites Part B: Engineering*, Vol. 143, pp. 172-196, 2018 .
- [5] Yao, T., Ye, J., Deng, Z., Zhang, K., Ma, Y. and Ouyang, H., "Tensile Failure Strength and Separation Angle of Fdm 3d Printing Pla Material: Experimental and Theoretical Analyses" *Composites Part B: Engineering*, Vol. 188, pp. 107894, 2020 .
- [6] Farah, S., Anderson, D. G. and Langer, R., "Physical and Mechanical Properties of Pla, and Their Functions in Widespread Applications—a Comprehensive Review" *Advanced drug delivery reviews*, Vol. 107, pp. 367-392, 2016 .
- [7] Zhang, J., Lu, G. and You, Z., "Large Deformation and Energy Absorption of Additively Manufactured Auxetic Materials and Structures: A Review" *Composites Part B: Engineering*, Vol. 201, pp. 108340, 2020 .
- [8] Quan, C., Han, B., Hou, Z., Zhang, Q., Tian, X. and Lu, T. J., "3d Printed Continuous Fiber Reinforced Composite Auxetic Honeycomb Structures" *Composites Part B: Engineering*, Vol. 187, pp. 107858, 2020 .
- [9] Rezaei, S., Kadkhodapour, J., Hamzehei, R., Taherkhani, B., Anaraki, A. P. and Dariushi, S., "Design and Modeling of the 2d Auxetic Metamaterials with Hyperelastic Properties Using Topology Optimization Approach" *Photonics and Nanostructures-Fundamentals and Applications*, Vol. 43, pp. 100868, 2021 .
- [10] Safikhani Nasim, M. and Etemadi, E., "Analysis of Effective Parameters of Auxetic Composite Structure Made with Multilayer Orthogonal Reinforcement by Finite Element Method" *In Persian, Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 4, pp. 247-254, 2017.
- [11] Najafi, M., Ahmadi, H. and Liaghat, G. H., "Experimental and Numerical Investigation of Energy Absorption in Auxetic Structures under Quasi-Static Loading" *In Persian, Modares Mechanical Engineering*, Vol. 20, No. 2, pp. 415-424, 2020.
- [12] Wang, X.-T., Wang, B., Li, X.-W. and Ma, L., "Mechanical Properties of 3d Re-Entrant Auxetic Cellular Structures" *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 1, pp. 396-407, 2017 .
- [13] Lvov, V., Senatov, F., Korsunsky, A. and Salimon, A., "Design and Mechanical Properties of 3d-Printed Auxetic Honeycomb Structure" *Materials Today Communications*, Vol. 24, pp. 101173, 2020 .
- [14] Chen, Z., Wu, X., Xie, Y. M., Wang, Z. and Zhou, S., "Re-Entrant Auxetic Lattices with Enhanced Stiffness: A Numerical Study" *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 178, pp. 105619, 2020 .
- [15] Dutta, S., Menon, H. G., Hariprasad, M., Krishnan, A. and Shankar, B., "Study of Auxetic Beams under Bending: A Finite Element Approach" *Materials Today: Proceedings*, Vol. 47, 2020 .
- [16] Gao, Y., Zhou, Z., Hu, H. and Xiong, J., "New Concept of Carbon Fiber Reinforced Composite 3d Auxetic Lattice Structures Based on Stretching-Dominated Cells" *Mechanics of Materials*, Vol. 152, pp. 103661, 2021 .