



## تحلیل قابلیت اطمینان عدم وقوع و رشد جدایش بین لایه‌ای ناشی از ترک ماتریسی در چندلایه‌های کامپوزیتی عمومی

علی دلبریانی نژاد<sup>1</sup>، امین فرخ آبادی<sup>2\*</sup>، محمد فتوحی<sup>3</sup>

1- دانشجوی دکتری، مهندسی هوافضا، دانشگاه تربیت مدرس، تهران

2- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران

3- مدرس، مهندسی مکانیک، دانشگاه گلاسگو، گلاسگو

\* تهران، صندوق پستی 14115-111، amin-farrokhi@modares.ac.ir

### اطلاعات مقاله:

### چکیده

چندلایه‌های کامپوزیتی برخلاف سایر مواد از منابع عدم قطعیت بیشتری نظیر عدم قطعیت در خواص مواد برخوردارند، از این رو پیش‌بینی احتمالات وقوع انواع آسیب‌ها در چندلایه‌های کامپوزیتی تحت اثر رفتار تصادفی سازه‌های کامپوزیتی، بسیار ضروری می‌باشد. جدایش بین لایه‌های ناشی از ترک ماتریسی یکی از مدهای مخربی می‌باشد که در چندلایه‌های کامپوزیتی می‌تواند رخ دهد. در این مقاله یک الگوریتم جدید برای پیش‌بینی احتمالات وقوع و رشد جدایش بین لایه‌ای ناشی از ترک ماتریسی بر مبنای مفهوم نرخ رهایی انرژی و مقدار بحرانی آن در مود دوم بارگذاری توسعه داده شده است و با به‌کارگیری روش پیشنهاد شده تحلیل قابلیت اطمینان عدم وقوع جدایش بین لایه‌ای ناشی از ترک ماتریسی انجام شده است. تابع حالت حدی با استفاده از یک معیار خرابی عمومی که توسط نویسندگان این مقاله در قبل توسعه داده شده است، فرموله شده است. برای نشان دادن عملکرد الگوریتم پیشنهاد شده، با استفاده از روش‌های مرتبه اول و مرتبه دوم قابلیت اطمینان احتمال وقوع و رشد جدایش بین لایه‌ای ناشی از شکل‌گیری ترک ماتریسی به شکل‌های مختلف در یک چندلایه شبه‌همسانگرد حاوی تک‌لایه‌های ۴۵، ۹۰، ۴۵- و ۰ درجه تحت شرایط بارگذاری و لایه‌چینی‌های متفاوت به‌دست آمده است. احتمالات به دست آمده با استفاده از شبیه‌سازی مونت کارلو صحت‌سنجی شده است. علاوه بر این نتایج مهم به‌صورت کیفی با استفاده از برخی داده‌های تجربی در دسترس اعتبارسنجی شده‌اند. در این پژوهش اثر متغیرهایی چون ضخامت تک لایه‌ها، سطح تنش تک محوره طولی و حضور تنش‌های درون‌صفحه‌ای به‌طور همزمان بر احتمال وقوع و رشد جدایش بین لایه‌ای ناشی از ترک ماتریسی بررسی شده‌اند.

دریافت: 1399/12/20

پذیرش: 1400/04/17.

### کلیدواژگان

قابلیت اطمینان

احتمال خرابی

جدایش بین لایه‌ای

تابع حالت حدی

معیار خرابی

## Reliability analysis of the delamination onset and growth due to the matrix cracking in general composite laminates

Ali Delbariani-Nejad<sup>1</sup>, Amin Farrokhabadi<sup>1\*</sup>, Mohammad Fotouhi<sup>2</sup>

1- Department of Mechanical Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran

2- School of Engineering, University of Glasgow, Glasgow, UK

\* P.O.B. 14115-111, Tehran, Iran, amin-farrokhi@modares.ac.ir

### Keywords

Reliability  
Probability of failure  
Delamination  
Limit state function  
Failure criterion

### Abstract

Unlike other materials, composite laminates have more uncertainty sources, such as uncertainty in the material properties; hence it is very essential to predict the probability of the occurrence of various types of damage modes in composite laminates due to random behaviors of composite structures. Matrix cracking induced delamination (MCID) is one of the catastrophic modes that can occur in composite laminates. In this paper, a new algorithm for probabilistic prediction of MCID based on the concept of energy release rate and its critical value was developed and by applying this proposed framework, the reliability analysis of MCID damage was performed. The limit state function was formulated using a general failure criterion which was developed by the authors of this article, previously. To represent the performance of the proposed algorithm, the probability of the occurrence and growth of MCID in a quasi-isotropic laminate including 45°, 90°, -45° and 0° plies under different loading conditions and various stacking sequences was extracted by using first and second order reliability methods (FORM and SORM). The verification of the obtained probabilities was performed using Monte Carlo simulation (MCS). In addition, some significant results were validated using several experimental data, qualitatively. The effect of variables such as the ply thickness, the level of longitudinal uniaxial stress and the presence of general in-plane stresses on the probability of occurrence and growth of MCID was investigated.

نظیر نسبت‌های بالای استحکام به وزن و چگالی به وزن در مقایسه با سایر مواد

کاربرد فراوانی در انواع حوزه‌های مهندسی نظیر سازه‌های هوافضایی پیدا

### 1-مقدمه

امروزه مواد کامپوزیتی تقویت‌شده با الیاف به دلیل ویژگی‌های منحصر به فردی

Please cite this article using:

برای ارجاع به این مقاله از عبارت زیر استفاده نمایید:

Delbariani-Nejad, A. Farrokhabadi, A. and Fotouhi, M., "Reliability analysis of the delamination onset and growth due to the matrix cracking in general composite laminates", In Persian, Journal of Science and Technology of Composites, Vol. 8, No. 1, pp. 1397-1410, 2021.

تصادفی از خود بروز دهند که در قالب تحلیل قابلیت اطمینان قابل بررسی می‌باشند [2]. پژوهش‌های متنوعی در زمینه تحلیل قابلیت اطمینان سازه‌های کامپوزیتی از نقطه‌نظرات متفاوت انجام شده است. آنتونیو و هافباور [9] با اعمال روش معکوس قابلیت اطمینان، الگوریتمی را برای بهینه‌سازی سازه‌های کامپوزیتی بر مبنای قابلیت اطمینان ارائه دادند. آن‌ها از روش شبکه‌های عصبی<sup>۱۳</sup> و شبیه‌سازی مونت‌کارلو<sup>۱۴</sup> برای شبیه‌سازی رفتار بحرانی، ارزیابی شاخص قابلیت اطمینان و حساسیت‌سنجی بر مبنای معیار خرابی تسای-وو<sup>۱۵</sup> استفاده کردند. لوپز و همکاران [10] قابلیت اطمینان سازه‌های کامپوزیتی به شکل ورق را با استفاده از روش المان محدود<sup>۱۶</sup> و شبکه‌های عصبی استخراج نمودند. در ادامه نتایج روش‌هایی چون مونت‌کارلو و روش مرتبه‌ی اول قابلیت اطمینان<sup>۱۷</sup> را با نتایج حاصل از شبکه‌های عصبی مقایسه کردند.

ساکاتا و همکاران [11] روشی را برای به‌دست‌آوردن احتمال شکست میکروسکوپی یک کامپوزیت تقویت‌شده با الیاف با استفاده از شبیه‌سازی مونت‌کارلو، روش همگن‌سازی تصادفی و یک تحلیل تنش چندمقیاسه‌ی تصادفی، ارائه دادند.

ژو و همکاران [12] روشی را برای تحلیل قابلیت اطمینان با روش مرتبه‌ی اول قابلیت اطمینان، برای کمانش پل‌های کامپوزیتی تقویت‌شده، تحت بارگذاری درون‌صفحه‌ای دو جهته ارائه دادند. آن‌ها متغیرهایی که روی ایمنی سازه اثر بیش‌تری دارند را با استفاده از تحلیل حساسیت<sup>۱۸</sup> مشخص نمودند. در ادامه سابی و همکاران [13] نیز تحلیل قابلیت اطمینان ورق‌های تقویت‌شده‌ای که تحت اثر بارهای خارج از صفحه هستند را با استفاده از معیار خرابی تسای<sup>۱۹</sup> انجام دادند.

جیان‌کیو و همکاران [14] با استفاده از روش بهینه‌سازی ازدحام ذرات<sup>۲۰</sup> و المان محدود، بهینه‌سازی طراحی بر مبنای قابلیت اطمینان<sup>۲۱</sup> را برای سازه‌های کامپوزیتی انجام و جهت بررسی روش پیشنهادشده، نتایج عددی برای یک ورق و یک استوانه‌ی کامپوزیتی را مبتنی بر معیار تسای-وو، به‌دست آوردند. آن‌ها قابلیت اطمینان را با استفاده از روش مرتبه‌ی اول قابلیت اطمینان استخراج نمودند. گاسلینک و همکاران [15]، با استفاده از روش مرتبه‌ی اول قابلیت اطمینان، چارچوبی را برای ارزیابی قابلیت اطمینان ورق‌های کامپوزیتی دارای تغییر شکل برشی بر طبق معادلات حاکم بر ورق در این گونه سازه‌ها، مهیا و نتایج مستخرج را نیز با استفاده از شبیه‌سازی مونت‌کارلو تایید کردند. لازم به ذکر است که معیار عملکردی آن‌ها بر مبنای جابه‌جایی و تنش بوده است. حائری و همکاران [16] با استفاده از مدل‌های جایگزین روشی جدید برای محاسبه‌ی قابلیت اطمینان سازه‌های کامپوزیتی ارائه کردند. برای تولید مدل جایگزین، می‌بایست پاسخ سازه را با استفاده از روش المان محدود به‌دست آورد. آن‌ها در تحلیل قابلیت اطمینان برای فرموله کردن تابع حالت حدی<sup>۲۲</sup> از معیار تسای-وو استفاده نمودند.

ژو و همکاران [17] مزایای استفاده از تحلیل چندمقیاسه را در تحلیل قابلیت اطمینان سازه‌های کامپوزیتی ارائه کردند. در پژوهش یادشده روی دو موضوع انتشار عدم قطعیت چندمقیاسه و انتخاب معیار خرابی مناسب از میان

کرده‌اند. در مقایسه با سایر مواد، در چندلایه‌های کامپوزیتی مودهای خرابی متنوعی نظیر ترک ماتریسی<sup>۱</sup>، شکست الیاف<sup>۲</sup>، جدایش الیاف/زمینه<sup>۳</sup>، جدایش بین لایه‌ای<sup>۴</sup> و غیره وجود دارد که ضروری است هر کدام یک از آن‌ها بسته به اهمیت و تأثیرش در عملکرد سازه مورد بررسی قرار گیرد. ترک ماتریسی ترک‌هایی عرضی هستند که در فرآیند تولید یا هنگام بارگذاری ایجاد می‌شوند. عموماً ترک ماتریسی به تنهایی اثر قابل‌ملاحظه‌ای بر کاهش سفتی و استحکام چندلایه‌های کامپوزیتی ندارد و سبب خرابی‌های مخرب در سازه نمی‌شود؛ با این حال به دلیل تمرکز تنش در نوک ترک ماتریسی و استحکام بین لایه‌ای ضعیف، ترک ماتریسی سبب وقوع و رشد جدایش بین لایه‌ای می‌شود. این مود خرابی را جدایش بین لایه‌ای ناشی از ترک ماتریسی<sup>۵</sup> می‌نامند [1,2]. از آنجایی که جدایش بین لایه‌ای یکی از مودهای خرابی مخرب سازه می‌باشد و شکل‌گیری آن باعث کاهش قابل ملاحظه‌ی سفتی و استحکام چندلایه‌های کامپوزیتی می‌شود، در حوزه پیش‌بینی وقوع جدایش بین لایه‌ای پژوهش‌های متنوعی با استفاده از روش‌های تحلیلی، عددی و تجربی انجام شده است که در برخی از آن‌ها معیارهای خرابی برای پیش‌بینی وقوع جدایش بین لایه‌ای ارائه شده است. [3]. در این میان، زوبیلاگا و همکاران [4] یک معیار خرابی معتبر برای جدایش بین لایه‌ای ناشی از ترک ماتریسی ارائه کردند. این معیار شکست در چهارچوب قواعد مکانیک شکست ارائه شده و به مقایسه‌ی نرخ رهایی انرژی جدایش بین لایه‌ای ناشی از ترک ماتریسی و مقدار بحرانی آن پرداخته است.

با توجه به اینکه معیارهای خرابی موجود، هر کدام دارای یک محدودیت می‌باشد، در آخرین پژوهش ارائه شده در این زمینه، دلیریانی‌نژاد و فرخ‌آبادی [1] یک معیار خرابی عمومی برپایه‌ی انرژی تحت عنوان ESM-MCID را توسعه دادند که در مقایسه با معیارهای دیگر دقیق‌تر و عمومی‌تر می‌باشد. آن‌ها با استفاده از تحلیل فیزیکی، مدل سفتی کاهش‌یافته‌ای را برای جایگزین کردن لایه‌های حاوی جدایش بین لایه‌ای با لایه‌های سالمی که خواص معادل به آن‌ها اختصاص داده شده است، پیشنهاد داده‌اند که با به‌کارگیری مدل یادشده معیار خرابی خود را فرموله نموده‌اند. نتایج حاصل از این معیار خرابی با استفاده از برخی از داده‌های تجربی [5-7] اعتبارسنجی شده‌اند. لازم به ذکر است که برای به‌کارگیری معیار خرابی ESM-MCID [1]، هیچ‌گونه محدودیتی در چیدمان چندلایه (مقارن<sup>۶</sup> یا غیرمقارن<sup>۷</sup> و بالانس<sup>۸</sup> یا غیربالانس<sup>۹</sup> و نوع بارگذاری اعمالی (درون‌صفحه‌ای<sup>۱۰</sup> و برون‌صفحه‌ای<sup>۱۱</sup>) به چندلایه وجود ندارد که این مورد از ویژگی‌های مخصوص به این معیار می‌باشد.

مهندسان در مرحله‌ی طراحی و تحلیل سازه‌های مهندسی وجود منابع مختلفی از عدم قطعیت<sup>۱۲</sup> را تشخیص می‌دهند که با استفاده از روش‌های مبتنی بر احتمالات، عدم قطعیت‌ها را در مرحله‌ی طراحی و تحلیل، مدل‌سازی می‌کنند که این مورد در دهه‌های اخیر سبب افزایش ایمنی در سازه‌های مهندسی شده است [8]. منابع عدم قطعیت در چندلایه‌های کامپوزیتی بسیار متنوع‌تر از سایر مواد می‌باشد از این‌رو انتظار می‌رود که سازه‌های کامپوزیتی تحت تأثیر متغیرهای تصادفی حاکم بر سازه نظیر خواص مواد، هندسه و بارگذاری، رفتاری

<sup>12</sup> Uncertainty<sup>13</sup> Neural Network<sup>14</sup> Monte Carlo Simulation (MCS)<sup>15</sup> Tsai-Wu<sup>16</sup> Finite Element Method (FEM)<sup>17</sup> First Order Reliability Method (FORM)<sup>18</sup> Sensitivity Analysis<sup>19</sup> Tsai<sup>20</sup> Particle Swarm Optimization<sup>21</sup> Reliability Based Design Optimization<sup>22</sup> Limit state Function (LSF)<sup>1</sup> Matrix Cracking<sup>2</sup> Fiber Breakage<sup>3</sup> Fiber-Matrix Debonding<sup>4</sup> Delamination<sup>5</sup> Matrix Cracking Induced Delamination (MCID)<sup>6</sup> Symmetric<sup>7</sup> Asymmetric<sup>8</sup> Balance<sup>9</sup> Unbalance<sup>10</sup> In-plane<sup>11</sup> Out of plane

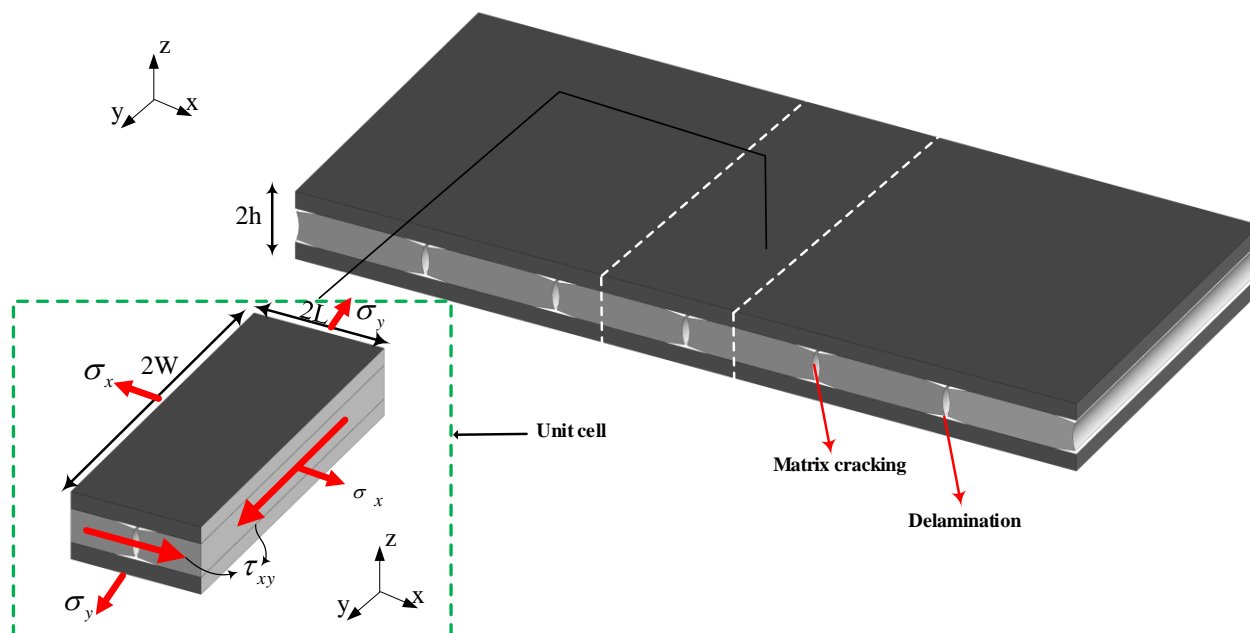
داده شده است. بدین‌منظور با استفاده از روش‌های مرتبه اول و مرتبه دوم قابلیت اطمینان یک روش عمومی برای محاسبه‌ی احتمال وقوع و رشد جدایش بین لایه‌های ناشی از ترک ماتریسی در چندلایه‌های کامپوزیتی پیشنهاد شده است و نتایج به‌دست آمده با استفاده از شبیه‌سازی مونت‌کارلو صحت‌سنجی شده است. در تحلیل قابلیت اطمینان به یک تابع حالت حدی که بیان‌کننده‌ی رویداد مورد نظر است، نیاز می‌باشد. از آن‌جایی که هدف این مقاله تحلیل قابلیت اطمینان عدم وقوع و رشد جدایش بین لایه‌های است، می‌بایست از یک معیار خرابی معتبر که بیان‌کننده‌ی رویداد جدایش بین لایه‌های ناشی از ترک ماتریسی می‌باشد در مرحله‌ی فرموله نمودن تابع حالت حدی استفاده نمود. بدین‌منظور ابتدا نویسندگان مقاله حاضر، در پژوهشی که در قبل معرفی شد یک معیار خرابی عمومی [1] تحت عنوان "ESM-MCID" را برای پیش‌بینی دقیق‌تر جدایش بین لایه‌های ناشی از ترک ماتریسی که محدودیتی نیز در استفاده از آن برای چندلایه‌های مختلف و تحت بارگذاری‌های متفاوت وجود ندارد، توسعه داده‌اند و سپس در این پژوهش از آن معیار خرابی برای فرموله نمودن تابع حالت حدی جهت توسعه الگوریتمی جدید برای تحلیل قابلیت اطمینان عدم وقوع و رشد جدایش بین لایه‌های ناشی از ترک ماتریسی، استفاده نموده‌اند. در مقاله حاضر، با اعمال مفهوم نرخ رهایی انرژی کرنشی هنگام وقوع یا رشد جدایش بین لایه‌های ناشی از ترک ماتریسی مبتنی بر معیار خرابی ESM-MCID و مقایسه آن با نرخ رهایی انرژی کرنشی بحرانی در مود II، تابع حالت حدی فرموله شده است. در نهایت با به‌کارگیری روش‌های مرتبه اول قابلیت اطمینان، مرتبه دوم قابلیت اطمینان و شبیه‌سازی مونت‌کارلو چارچوب موردنظر برای تحلیل قابلیت اطمینان عدم وقوع و رشد جدایش بین لایه‌های ناشی از ترک ماتریسی ارائه شده است. روش پیشنهادشده در این مقاله برای یک چندلایه‌ی کامپوزیتی کربن/اپوکسی شبه‌همسانگرد، دارای تک لایه‌های 45، 90، 45 و 0 درجه به آزمایش گذاشته است. با استفاده از الگوریتم پیشنهادشده در این مقاله اثرات زاویه‌ی لایه‌ی ترک‌خورده، تنش‌های طولی متفاوت، ضخامت لایه‌ها، اعمال تنش‌های درون‌صفحه‌ای به‌صورت همزمان، موقعیت شکل‌گیری ترک ماتریسی (لایه‌ی ترک‌خورده‌ی بیرونی و لایه‌ی ترک‌خورده‌ی درونی)، بر احتمال شکل‌گیری جدایش بین لایه‌های ناشی از ترک ماتریسی در چندلایه‌ی شبه‌همسانگرد با جنس کربن/اپوکسی، بررسی شده‌اند.

تعداد زیادی معیار برای تحلیل قابلیت اطمینان کامپوزیت‌ها کار شده است. آن‌ها از سه روش همگن‌سازی استفاده و قابلیت اطمینان مبتنی بر معیارهای خرابی مختلف را با استفاده از روش‌های مرتبه اول قابلیت اطمینان و شبیه‌سازی مونت‌کارلو استخراج و در نهایت مزایای تحلیل چندمقیاسه را ارائه کردند. لازم به ذکر است در سال ۲۰۱۲ چیاچیو و همکاران [18] در یک مقاله مروری به معرفی موضوعات مهمی که در حوزه قابلیت اطمینان مواد کامپوزیتی تا آن زمان انجام شده بود، پرداختند. آن‌ها یک مقایسه جامع بین پژوهش‌های مختلف از نظر معیار خرابی، روش‌های تحلیل قابلیت اطمینان، انواع متغیرهای تصادفی و هدف از تحلیل مربوطه انجام دادند و روش‌های موجود برای تخمین قابلیت اطمینان را با ذکر جزئیات ارائه نمودند. نکته‌ی بسیار مهمی که از مطالعه پژوهش‌های موجود در این زمینه روشن می‌شود این است که عموماً تحلیل‌های قابلیت اطمینان برای پیش‌بینی احتمالاتی وقوع خرابی کلی در چندلایه‌های کامپوزیتی، مبتنی بر معیارهای خرابی تعاملی<sup>۱</sup> نظیر تسای-وو، تسای-هیل<sup>۲</sup> و یا مودهای خرابی نظیر کمناش انجام شده است که این معیارها، تعیین‌کننده خرابی به‌صورت کلی در سازه می‌باشند. از طرفی چون در چندلایه‌های کامپوزیتی مودهای خرابی نظیر جدایش بین لایه‌ای وجود دارد، بسیار ضروری به‌نظر می‌رسد که الگوریتم‌هایی را به‌منظور پیش‌بینی تحلیل قابلیت اطمینان، مبتنی بر مودهای خرابی موجود در مکانیک آسیب چندلایه‌های کامپوزیتی، توسعه داد.

در این زمینه اولین پژوهش را دلبرانی‌نژاد و همکاران [2] انجام دادند. آن‌ها با استفاده از مفهوم نرخ رهایی انرژی کرنشی، الگوریتمی را به‌منظور پیش‌بینی احتمالاتی رشد جدایش بین لایه‌های لبه‌ای تحت بارگذاری‌های مود I خالص، مود II خالص و مود ترکیبی I/II ارائه دادند. در پژوهش ذکر شده، بعد از فرموله نمودن توابع حالت حدی مبتنی بر انرژی، در هر سه مود بیان شده، روش مرتبه اول قابلیت اطمینان و روش مرتبه دوم قابلیت اطمینان<sup>۳</sup> برای به‌دست آوردن احتمال رشد جدایش بین لایه‌ای به‌کار گرفته و با استفاده از شبیه‌سازی مونت‌کارلو نتایج استخراج شده صحت‌سنجی شده‌اند. در پژوهش [2]، نویسندگان توانستند اثر نسبت مود ترکیبی را روی احتمال رشد جدایش بین لایه‌ای در چندلایه‌های کامپوزیتی شیشه/اپوکسی بیانند. در پژوهش دیگری دلبرانی‌نژاد و همکاران [19] با بهره‌بردن از روش پیشنهادی خود در پژوهش قبلی [2]، تحلیلی را روی پیش‌بینی احتمالاتی رفتار جدایش اتصالات چسبی فلز/کامپوزیتی، تحت مودهای I خالص، مود I خالص و مود ترکیبی I/II انجام دادند.

با توجه به کمبود پژوهش‌های انجام شده در زمینه پیش‌بینی احتمالاتی وقوع انواع مکانیزم‌های آسیب در چندلایه‌های کامپوزیتی با استفاده از روش‌های تخمین قابلیت اطمینان، بسیار ضروری می‌باشد که در ادامه‌ی پژوهش‌های قبلی [2, 19]، الگوریتم‌هایی برای پیش‌بینی احتمالاتی وقوع سایر مودهای خرابی نیز پیشنهاد داد. دلبرانی‌نژاد و همکاران [2]، در این زمینه به بررسی جدایش بین لایه‌ای لبه‌ای<sup>۴</sup> پرداختند؛ حال آن که یکی از دلایل عمده وقوع جدایش بین لایه‌ای، ناشی از شکل‌گیری ترک ماتریسی است که بسیار مخرب می‌باشد؛ بنابراین با توجه به نکات ذکر شده، در ادامه مسیر پژوهشی توسعه داده شده توسط دلبرانی‌نژاد و همکاران [2, 19]، در این مقاله یک الگوریتم جدید برای تحلیل قابلیت اطمینان چندلایه‌های کامپوزیتی به‌منظور محاسبه‌ی احتمال وقوع و رشد جدایش بین لایه‌های ناشی از ترک ماتریسی با هر نوع چیدمان دلخواه و هر سناریوی محتمل برای وقوع این آسیب، توسعه

<sup>3</sup> Second Order Reliability Method (SORM)<sup>4</sup> Edge Delamination<sup>1</sup> Interactive<sup>2</sup> Tsai-Hill



**Fig. 1** Schematic of composite laminate containing matrix cracking induced delamination and unit cell under general in-plane loadings

شکل 1 شمای یک چندلایه کامپوزیتی شامل جدایش بین لایه‌های ناشی از ترک ماتریسی و سلول واحد تحت شرایط بارگذاری عمومی درون صفحه‌ای

که  $N$  و  $M$  به ترتیب، منتجه‌های نیرو و گشتاور اعمالی به چندلایه کامپوزیتی می‌باشد. متغیر  $m$ ، تعداد سطوح حاوی جدایش بین لایه‌های می‌باشد. برای مثال اگر جدایش بین لایه‌های ناشی از ایجاد ترک ماتریسی تنها در لایه بیرونی چندلایه باشد  $m = 1$  و اگر جدایش بین لایه‌های ناشی از ایجاد ترک ماتریسی در لایه‌ی درونی باشد  $m = 2$  می‌باشد. علاوه بر این متغیر  $C_d$  مربوط به شکل ایجاد جدایش بین لایه‌های می‌باشد؛ اگر جدایش بین لایه‌های در دو جهت از نوک ترک ماتریسی (چپ و راست) رشد کند، متغیر  $C_d$ ، در رابطه‌ی (2) برابر با 2 و در مقابل اگر جدایش بین لایه‌های تنها در یک جهت رشد کند، این متغیر برابر با 1 می‌باشد. چگالی طول جدایش بین لایه‌های، متغیر بدون بعدی است که از نسبت طول جدایش بین لایه‌های  $L_d$  بر طول کلی چندلایه  $L$  به دست می‌آید و با علامت  $\eta$  نشان داده می‌شود ( $\eta = L_d/L$ ). لازم به ذکر است هنگامی که هدف بررسی وقوع جدایش بین لایه‌های مقدار  $\eta$ ، برابر با مقدار ناچیزی یعنی 0.01، در نظر گرفته می‌شود.

در صورتی که چندلایه کامپوزیتی تحت تنش‌های درون صفحه‌ای عمومی  $\sigma_x$ ،  $\sigma_y$  و  $\tau_{xy}$  قرار گیرد، رابطه‌ی (2) به صورت زیر نوشته می‌شود.

$$G = \frac{1}{mC_d\eta} [\sigma_x \quad \sigma_y \quad \tau_{xy}] [\Delta S] \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} \quad (3)$$

حال اگر چندلایه کامپوزیتی تنها تحت تنش اعمالی  $\sigma_x$  قرار بگیرد نرخ رهایی انرژی به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$G = \frac{2}{mC_d\eta} \left( \frac{1}{E_x^{dam}(\rho_c, L_d)} - \frac{1}{E_x^0(\rho_c)} \right) \quad (4)$$

لازم به ذکر است که  $[\Delta S]$ ، در رابطه (5) نشان داده شده است. در رابطه‌ی (4)،  $E_x^{dam}(\rho_c, L_d)$ ،  $E_{xy}^{dam}(\rho_c, L_d)$  و  $G_{xy}^{dam}(\rho_c, L_d)$  به ترتیب، مدول‌های طولی، عرضی و برشی یک چندلایه کامپوزیتی آسیب دیده هستند که حاوی جدایش بین لایه‌های با چگالی طول جدایش بین لایه‌های مشخص هستند.

لازم به ذکر است که برای اعتبارسنجی برخی از نتایج جالب توجه، نیز از داده‌های تجربی موجود در پژوهش‌های تجربی استفاده شده است. در برخی از حالات، نتایج روش‌های مرتبه اول و دوم قابلیت اطمینان با استفاده از نتایج به دست از شبیه‌سازی مونت کارلو صحت‌سنجی شده‌اند. علاوه بر این روند همگرایی نتایج شبیه‌سازی به نتایج روش‌های قابلیت اطمینان نیز برای برخی از حالات بارگذاری ارائه شده است. در نهایت اثر پراکندگی داده‌های مربوط به هر یک از متغیرهای تصادفی موجود بر مقدار احتمال وقوع بررسی شده است.

## 2- معیار خرابی ESM-MCID برای پیش‌بینی وقوع و رشد جدایش بین لایه‌های ناشی از ترک ماتریسی

معیار خرابی ESM-MCID برای بارگذاری‌های درون صفحه‌ای و برون صفحه‌ای و هر لایه‌چینی دلخواه مناسب می‌باشد. پیش‌بینی دقیق‌تر وقوع و رشد جدایش بین لایه‌های از مزایای کاربردی این معیار خرابی در مقایسه با معیارهای دیگر می‌باشد. فرمولاسیون معیار خرابی ESM-MCID توسعه داده شده توسط دلیریانی‌نژاد و فرخ‌آبادی [1] بر مبنای مفهوم نرخ رهایی انرژی کرنشی  $G$  و نرخ رهایی انرژی کرنشی بحرانی  $G_c$  استوار شده است. با استفاده از این مفاهیم، وقوع یا رشد جدایش بین لایه‌های ناشی از ترک ماتریسی هنگامی ایجاد می‌شود که مقدار نرخ رهایی انرژی برابر یا بزرگتر از مقدار بحرانی خود باشد؛ بنابراین معیار خرابی را می‌توان به صورت زیر ارائه داد.

$$G/G_c \geq 1 \quad (1)$$

لازم به ذکر است در صورت ایجاد ترک ماتریسی در یک لایه و اعمال بارگذاری درون صفحه‌ای به چندلایه، رشد جدایش بین لایه‌های ناشی از آن تنها در مود دوم جدایش رشد خواهد کرد. مقدار نرخ رهایی انرژی در رابطه (1) به فرم کلی خود در معادله (2) بیان شده است.

$$G = \frac{1}{mC_d\eta} [N \quad M] [\Delta S] \begin{bmatrix} N \\ M \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$[\Delta S] = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_x^{dam}(\rho_c, L_d)} - \frac{1}{E_x^0(\rho_c)} & -\frac{\nu_{xy}^{dam}(\rho_c, L_d)}{E_x^{dam}(\rho_c, L_d)} + \frac{\nu_{xy}^0(\rho_c)}{E_x^0(\rho_c)} & \frac{\eta_{xz}^{dam}(\rho_c, L_d)}{E_x^{dam}(\rho_c, L_d)} - \frac{\eta_{xz}^0(\rho_c)}{E_x^0(\rho_c)} \\ -\frac{\nu_{xy}^{dam}(\rho_c, L_d)}{E_x^{dam}(\rho_c, L_d)} + \frac{\nu_{xy}^0(\rho_c)}{E_x^0(\rho_c)} & \frac{1}{E_y^{dam}(\rho_c, L_d)} - \frac{1}{E_y^0(\rho_c)} & \frac{\eta_{yz}^{dam}(\rho_c, L_d)}{E_y^{dam}(\rho_c, L_d)} - \frac{\eta_{yz}^0(\rho_c)}{E_y^0(\rho_c)} \\ \frac{\eta_{xz}^{dam}(\rho_c, L_d)}{E_x^{dam}(\rho_c, L_d)} - \frac{\eta_{xz}^0(\rho_c)}{E_x^0(\rho_c)} & \frac{\eta_{yz}^{dam}(\rho_c, L_d)}{E_y^{dam}(\rho_c, L_d)} - \frac{\eta_{yz}^0(\rho_c)}{E_y^0(\rho_c)} & \frac{1}{G_{xy}^{dam}(\rho_c, L_d)} - \frac{1}{G_{xy}^0(\rho_c)} \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$\begin{cases} Z > 0 \rightarrow \text{ایمن} \\ Z = 0 \rightarrow \text{حالت حدی} \\ Z < 0 \rightarrow \text{خرابی حالت} \end{cases} \quad (8)$$

تابع حالت حدی اساسی‌ترین نقش را در تحلیل‌های قابلیت اطمینان سازه‌ها ایفا می‌کند. این توابع می‌توانند توابی صریح یا ضمنی از متغیرهای تصادفی باشد و علاوه بر این می‌تواند شکل ساده یا پیچیده‌ای داشته باشد. با توجه به رابطه‌ی (8)، خرابی زمانی روی می‌دهد که  $Z < 0$ ، بنابراین، احتمال خرابی  $P_{failure}$ ، توسط محاسبه‌ی انتگرال زیر که روی سراسر ناحیه‌ی خرابی اعمال می‌شود، به دست می‌آید.

$$P_{failure} = \int \dots \int_{g(\cdot) < 0} f_X(x_i) dx_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (9)$$

که  $f_X(x_i)$  تابع چگالی احتمالاتی مشترک می‌باشد. در عمل، محاسبه‌ی تابع چگالی احتمالاتی مشترک غیرممکن است باین‌حال حتی اگر این تابع در دسترس باشد، محاسبه‌ی انتگرال چندگانه در مسائلی که متغیرهای تصادفی زیادی دارند، به‌صورت مستقیم مشکل می‌باشد. یکی از روش‌های موجود برای حل این انتگرال، استفاده از تقریب‌های تحلیلی می‌باشد که شامل دو روش مرتبه اول قابلیت اطمینان و روش مرتبه دوم قابلیت اطمینان می‌باشند. در ادامه روابط اساسی این روش‌ها و الگوریتم عملکردی آن‌ها ارائه شده است.

### 3-1 روش مرتبه اول قابلیت اطمینان

توابع حالت حدی می‌توانند خطی یا غیرخطی باشند. روش مرتبه اول قابلیت اطمینان را هنگامی می‌توان استفاده نمود که تابع حالت حدی، خطی و متغیرهای تصادفی، ناهمبسته باشند یا اینکه بتوان تابع حالت غیرخطی را با استفاده از تقریب مرتبه اول یا متغیر نرمال معادل، ارائه نمود. روش مرتبه اول قابلیت اطمینان را روش‌های گشتاور دوم نیز می‌گویند، زیرا مشخصه‌های گشتاور اول و دوم مربوط به متغیرهای تصادفی در آن‌ها استفاده می‌شود. این روش‌ها عبارت‌اند از: روش مرتبه اول-گشتاور دوم<sup>۲</sup> و روش پیشرفته‌ی مرتبه اول-گشتاور دوم<sup>۳</sup>. در روش FOSM، اطلاعات توزیع احتمالاتی متغیرهای تصادفی نادیده گرفته می‌شود و در روش دوم این اطلاعات در محاسبات به کار گرفته می‌شود. در این مقاله از روش پیشرفته مرتبه اول-گشتاور دوم تحت عنوان روش هاسوفر-لیند [21] استفاده می‌شود. این روش برای متغیرهای تصادفی نرمال مناسب می‌باشد. در ابتدا، متغیرهای تصادفی کاهش‌یافته با انتقال متغیرها به فضای نرمال استاندارد به‌صورت زیر تعریف می‌شود.

$$X'_i = \frac{X_i - \mu_{X_i}}{\sigma_{X_i}}, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (10)$$

همچنین،  $E_x^0(\rho_c)$ ،  $E_y^0(\rho_c)$  و  $G_{xy}^0(\rho_c)$  به ترتیب، مدول‌های طولی، عرضی و برشی یک چندلایه‌ی کامپوزیتی در حالت قبل از وقوع جدایش بین لایه‌ای هستند که اگر چگالی ترک ماتریسی پایین ( $\rho_c \leq 0.1$  (1/mm)) باشند به ترتیب برابر با  $E_x^0$ ،  $E_y^0$  و  $G_{xy}^0$  در نظر گرفته می‌شوند که از روابط تئوری کلاسیک چندلایه<sup>۱</sup> محاسبه می‌شود. در مقابل اگر چگالی ترک ماتریسی قابل‌ملاحظه ( $\rho_c \geq 0.1$  (1/mm)) باشد، دیگر نمی‌توان از روابط CLT استفاده نمود؛ از این‌رو می‌بایست ابتدا افت سفتی لایه‌های حاوی ترک ماتریسی با استفاده از یک روش معتبر محاسبه شود و سپس با داشتن افت سفتی لایه‌های ترک‌خورده، افت سفتی چندلایه موردنظر به دست آید.

در رابطه‌ی (2)، فرم عمومی ماتریس  $[\Delta S]$ ، به‌صورت زیر می‌باشد.

$$[\Delta S] = [S]^{dam} - [S]^0 \quad (6)$$

که  $[S]^0$  و  $[S]^{dam}$  به ترتیب، ماتریس نرمی چندلایه‌ی کامپوزیتی در حالت سالم (از روابط CLT) و آسیب‌دیده می‌باشد. لازم به ذکر است حالت سالم برای چندلایه زمانی در نظر گرفته می‌شود که تنها ترک ماتریسی در چندلایه شکل گرفته باشد و چندلایه عاری از هرگونه جدایش بین لایه‌ای باشد. لازم به ذکر است که روابط موردنیاز برای محاسبه‌ی  $[S]^{dam}$  در پژوهش دلیریانی‌نژاد و فرخ‌آبادی [1] در دسترس می‌باشند.

### 3- تحلیل قابلیت اطمینان

عملکرد یک سیستم یا سازه می‌تواند مجموعه‌ای از رویدادهای محتمل در نظر گرفته شود. وقوع برخی از رویدادها می‌تواند سبب کاهش ایمنی سازه و درنهایت خرابی سازه شود. از طرفی یک سازه را می‌توان مجموعه‌ای از منابع عدم قطعیت در نظر گرفت که برخی از آن‌ها عبارت‌اند از عدم قطعیت در خواص مواد، داده‌های هندسی و بارگذاری. تحلیل قابلیت اطمینان به مجموعه‌ای از تحلیل‌هایی گفته می‌شود که در آن‌ها با آگاهی کامل از منابع عدم قطعیت، احتمال وقوع رویدادهای مهم مانند شکست در یک سازه محاسبه می‌شود [20, 2]. اولین مرحله در ارزیابی قابلیت اطمینان یا محاسبه‌ی احتمال خرابی، انتخاب یک تابع عملکردی، متناسب با رویداد مربوطه و شناخت کامل از منابع عدم قطعیت موجود در تابع موردنظر می‌باشد. در اینجا متغیرهای تصادفی توسط  $X_i$  نشان داده می‌شود و تابع حاکم بر این متغیرهای تصادفی به‌صورت زیر بیان می‌شود.

$$Z = g(X_i) \quad (7)$$

سطح خرابی یا حالت خرابی در حالتی در نظر گرفته می‌شود که  $Z = 0$  در این حالت یک مرز مشخص بین ناحیه ایمن و ناحیه نالایمن در فضای متغیرهای طراحی ایجاد می‌شود. از این‌رو به رابطه‌ی (7) تابع حالت حدی گفته می‌شود که می‌تواند سه حالت ممکن در رابطه‌ی (8) را داشته باشد.

<sup>1</sup> Classic Laminate Theory (CLT)

<sup>2</sup> First Order-Second Moment (FOSM)

<sup>3</sup> Advanced FOSM

روش‌های مرتبه اول و دوم قابلیت اطمینان در تخمین رویه حالت حدی و محتمل‌ترین نقطه<sup>۲</sup> در شکل ۲، نشان داده شده است.

### 3-3- شبیه‌سازی مونت‌کارلو

برای صحت‌سنجی نتایج حاصل از روش‌های مرتبه اول و مرتبه دوم، می‌بایست از روش‌های مبتنی بر شبیه‌سازی استفاده نمود. شبیه‌سازی مونت‌کارلو، اصلی‌ترین روش تعیین احتمال خرابی مبتنی بر عملیات شبیه‌سازی می‌باشد. این روش با استفاده از اطلاعات پایه‌ای آماری، ابزاری توانمند برای ارزیابی احتمال خرابی سیستم‌های پیچیده به حساب می‌آید. هدف اصلی شبیه‌سازی مونت‌کارلو تولید تعداد مشخصی از نمونه‌های متغیرهای تصادفی بر مبنای توزیع احتمالاتی هر یک از متغیرها می‌باشد. سپس مقادیر تولیدشده در تابع حالت حدی قرار داده می‌شود و تعداد شبیه‌سازی‌هایی که در آن خرابی روی داده باشد یعنی  $g(X_i) < 0$ ، شمارش می‌شود. در نهایت احتمال خرابی را با استفاده از رابطه زیر به دست می‌آید.

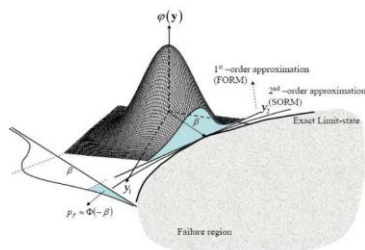
$$P_{failure} = N_f / N \quad (15)$$

که  $N$  مجموع تعداد شبیه‌سازی در نظر گرفته می‌شود و  $N_f$  تعداد شبیه‌سازی‌هایی می‌باشد که در آن‌ها خرابی اتفاق افتاده باشد [22].

**4-3- تحلیل احتمالاتی وقوع و رشد جدایش بین لایه‌های ناشی از ترک ماتریسی**  
در این قسمت می‌بایست تابع حالت حدی جهت به کارگیری در تحلیل قابلیت اطمینان فرموله شود. تا اینجا بیان شده است که معیار خرابی ESM-MCID، وقوع و رشد جدایش بین لایه‌های ناشی از ترک ماتریسی را بر مبنای نرخ رهایی انرژی کرنشی  $G_{II}$  و مقایسه‌ی آن با نرخ رهایی انرژی کرنشی بحرانی در مود II،  $G_{IIc}$ ، پیش‌بینی می‌کند؛ از این‌رو تابع حالت حدی  $g(X_i)$ ، به منظور محاسبه‌ی احتمال وقوع و رشد جدایش بین لایه‌های ناشی از ترک ماتریسی به صورت زیر فرموله می‌شود.

$$g(X_i) = G_{IIc} - G_{II} \quad (16)$$

جزئیات روند محاسبه‌ی نرخ رهایی انرژی کرنشی ناشی از وقوع و رشد جدایش بین لایه‌های ناشی از ترک ماتریسی با استفاده از معیار خرابی ESM-MCID، در قبل ارائه شده است. مقدار بحرانی نرخ رهایی انرژی کرنشی در مود II،  $G_{IIc}$ ، نیز با استفاده از نتایج آزمایش‌های تجربی به دست می‌آید. در تابع حالت حدی فرموله شده، منابع عدم قطعیت متفاوتی وجود دارد که برخی از آن‌ها عدم قطعیت در خواص مواد و برخی دیگر در مقادیر هندسی یا بارگذاری می‌باشد. بردار متغیرهای تصادفی خواص مواد در یک مسأله عمومی تحلیل قابلیت اطمینان چندلایه‌های کامپوزیتی را می‌توان توسط رابطه‌ی ارائه (17) نمود.



**Fig. 2** First and second order approximations of failure region [2]

شکل ۲ تقریب‌های مرتبه اول و دوم قابلیت اطمینان رویه حالت حدی [2]

$$X_i = E_1, E_2, E_3, G_{12}, G_{13}, G_{23}, \quad (17)$$

$$v_{12}, v_{13}, v_{23}, \sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy},$$

$$G_{IIc}, t_{ply}$$

که  $X_i'$ ، متغیر تصادفی در فضای نرمال استاندارد یعنی میانگین صفر و انحراف از معیار واحد می‌باشد.  $\mu_{X_i}$  و  $\sigma_{X_i}$  به ترتیب مقدار میانگین<sup>۱</sup> و انحراف از معیار<sup>۲</sup> متغیر تصادفی  $X_i$  می‌باشد. با استفاده از رابطه‌ی (10)، می‌توان حالت حدی اصلی  $g(X_i) = 0$  را به فضای کاهش‌یافته  $g(X_i') = 0$  انتقال داد. در نهایت یک شاخص هندسی تحت عنوان شاخص قابلیت اطمینان  $\beta_{HL}$  که کوتاه‌ترین فاصله از مرکز محورهای مختصات کاهش‌یافته تا سطح حالت خرابی می‌باشد، تعریف می‌شود. نقطه‌ای روی حالت حدی خرابی که دارای کوتاه‌ترین فاصله می‌باشد، نقطه‌ی طراحی یا نقطه‌ی محتمل خرابی می‌باشد. شاخص قابلیت اطمینان هاسوفر-لیند با استفاده از رابطه‌ی (11)، محاسبه می‌شود.

$$\beta_{HL} = \sqrt{(x')^T (x')} \quad (11)$$

در حقیقت تمامی روش‌های ارزیابی قابلیت اطمینان مجموعه‌ای از محاسبات ریاضیاتی به منظور دستیابی هرچه دقیق‌تر به نقطه‌ی طراحی می‌باشد. فرآیند پیدا کردن کوتاه‌ترین فاصله به نوعی حل یک مسأله‌ی بهینه‌سازی می‌باشد که در رابطه زیر فرم ریاضی آن نشان داده شده است.

$$\beta = \min \|x'\| \quad (12)$$

$$\text{subjected to } g(X_i') = 0$$

که علامت  $\| \cdot \|$ ، به معنای اندازه یک بردار می‌باشد. با پیدا کردن تقریبی این نقطه می‌توان احتمال وقوع رویداد موردنظر (برای مثال خرابی) یا قابلیت اطمینان  $R$  را محاسبه نمود.

$$P_{failure} = 1 - R = 1 - \Phi(\beta) \quad (13)$$

علامت  $\Phi$ ، تابع احتمالی توزیع تجمعی در فضای نرمال استاندارد می‌باشد. لازم به ذکر است که روش هاسوفر-لیند تنها برای مسائلی مناسب می‌باشد که متغیرهای تصادفی نرمال باشند از آنجایی که روش هاسوفر-لیند مبتنی بر تقریب مرتبه اول حالت حدی می‌باشد، لذا در مسائل غیرخطی می‌بایست یک الگوریتم بهینه‌سازی تکراری که از گام‌های مختلفی تشکیل شده است اجرا شود که در مرجع [22] مراحل مختلف آن در دسترس است.

### 2-3- روش مرتبه دوم قابلیت اطمینان

در اغلب مسائل تحلیل قابلیت اطمینان، تابع حالت حدی به دلیل روابط غیرخطی بین متغیرهای تصادفی یا وجود برخی از متغیرهای غیرنرمال، غیرخطی می‌باشد. همچنین اگر تمامی متغیرهای تصادفی غیرنرمال باشد، تابع حالت حدی هنگامی که از فضای اصلی به فضای نرمال استاندارد انتقال داده می‌شود، غیرخطی می‌شود. علاوه بر موارد ذکرشده، انتقال متغیرهای همبسته به متغیرهای ناهمبسته سبب ایجاد شرایط غیرخطی بر مسأله می‌شود. در این موارد، برای ارزیابی احتمال خرابی، رویه‌ی حالت حدی با استفاده از سری مرتبه دوم تیلور تقریب زده می‌شود.

در حقیقت، روش مرتبه اول قابلیت اطمینان، انحنا‌ی حالت حدی را در مسأله در نظر نمی‌گیرد اما این روش یعنی روش مرتبه دوم قابلیت اطمینان، نتایج مستخرج از روش مرتبه اول را با استفاده از اطلاعات اضافی در مورد انحنا‌ی حالت حدی بهبود می‌بخشد. در این مقاله از الگوریتم پیشنهادی بریتونگ [23] که یک حل بسته و مبتنی بر تقریب مرتبه دوم است، استفاده شده است. این حل بسته در رابطه‌ی زیر ارائه شده است.

$$P_{failure} \approx \Phi(-\beta_{HL}) \prod_{i=1}^{n-1} (1 + \beta_{HL} K_i)^{-1/2} \quad (14)$$

که  $\beta_{HL}$ ، شاخص قابلیت اطمینان به دست‌آمده در روش مرتبه اول قابلیت اطمینان و  $K_i$  انحنا‌های اصلی حالت حدی در نقطه‌ی طراحی می‌باشد. عملکرد

<sup>3</sup> Most Probable Point (MPP)

<sup>1</sup> Mean Value

<sup>2</sup> Standard Deviation

حال اگر چندلایه‌ی کامپوزیتی تنها تحت تنش‌های اعمالی درون صفحه‌ای  $\sigma_x$ ،  $\sigma_y$  و  $\tau_{xy}$  قرار بگیرد، تابع حالت حدی مبتنی بر انرژی به صورت زیر فرموله می‌شود.

$$g(X_i) = G_{IIC} - \left( \frac{2}{mC_d\eta} [\sigma_x \quad \sigma_y \quad \tau_{xy}] [\Delta S] \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} \right) \quad (18)$$

و اگر چندلایه‌ی کامپوزیتی تنها تحت تنش اعمالی  $\sigma_x$  قرار بگیرد، تابع حالت حدی مبتنی بر انرژی، به صورت زیر ارائه می‌شود.

$$g(X_i) = G_{IIC} - \left( \frac{2h\sigma_x^2}{mC_d\eta} \left( \frac{1}{E_x^{dam}(\rho_c, L_d)} - \frac{1}{E_x^0(\rho_c)} \right) \right) \quad (19)$$

نتایج به دست آمده نشان داده شده است.

همان‌طور که مشاهده می‌شود با افزایش  $n$  احتمال شکل‌گیری جدایش بین لایه‌های افزایش پیدا می‌کند در نتیجه با افزایش ضخامت تک‌لایه‌ها و در نهایت ضخامت کل چندلایه، احتمال وقوع جدایش بین لایه‌های به شدت افزایش پیدا می‌کند.

نکته مهم بعدی این است که مشاهده می‌شود در یک  $n$  مشخص، هنگامی که لایه‌ی ترک‌خورده‌ی بیرونی 45 درجه باشد، احتمال وقوع جدایش بین لایه‌های در سطح میانی 45/90 خیلی بیشتر از هنگامی است که لایه‌ی ترک‌خورده بیرونی 90 درجه باشد (سطح میانی 90/45). از آنجایی که ترک‌های عرضی در لایه‌ی 90 درجه به دلیل استحکام پایین در راستای عرضی، زودتر و با چگالی بالاتر نسبت به لایه‌ی 45 درجه ایجاد می‌شوند؛ بنابراین در نگاه اولیه انتظار ابتدایی این است که عکس این اتفاق روی دهد یعنی احتمال وقوع جدایش بین لایه‌های در سطح میانی 45/90 از احتمال وقوع جدایش بین لایه‌های در سطح میانی 90/45 کمتر شود با این حال نتیجه کاملاً عکس این انتظار می‌باشد. این پدیده را می‌توان هم با استفاده از روابط تحلیلی ارائه شده برای مدل سفتی مؤثر و هم با استفاده از برخی از مطالعات تجربی اعتبارسنجی نمود. با در نظر گرفتن رابطه‌ی (19) و به کارگیری مدل سفتی مؤثر [1] نشان داده می‌شود که افت سفتی  $E_x^{dam}(\rho_c, L_d)$  در چندلایه‌ی  $45_n/90_n/45_n/0_n$  نسبت به افت سفتی  $E_x^{dam}(\rho_c, L_d)$  در چندلایه‌ی  $90_n/45_n/45_n/0_n$  کمتر است پس مقدار عددی عبارت  $1/E_x^{dam}(\rho_c, L_d)$  در چندلایه‌ی  $45_n/90_n/45_n/0_n$  بیشتر است که همین مورد باعث افزایش نرخ رهایی انرژی در این چندلایه‌ی می‌شود. افزایش مقدار  $G_{II}$  باعث می‌شود جدایش بین لایه‌های زودتر ایجاد شود. علاوه بر توجیه فیزیکی این نتیجه، مبنی بر مدل سفتی مؤثر و رابطه حاکم بر نرخ رهایی انرژی، می‌توان با استفاده از برخی پژوهش‌های تجربی انجام شده در این حوزه، نتیجه مذکور را اعتبارسنجی نمود. جانسون و چنگ [24] به تحلیل تجربی وقوع و رشد جدایش بین لایه‌های ناشی از ترک ماتریسی در چندلایه‌های کامپوزیتی کربن-اپوکسی پرداختند.

یکی از این موارد آزمایش آن‌ها، چندلایه شبه‌همسانگرد  $90_2/45_2/45_2/0_2$  بوده است که تنها آسیبی که در این چندلایه مشاهده شده است شکل‌گیری ترک ماتریسی در لایه 90 درجه و جدایش بین لایه‌های لبه‌ای در مود اول می‌باشد. لازم به ذکر است هیچ‌گونه جدایش بین لایه‌های در سطح میانی 90/45 ناشی از وقوع ترک ماتریسی در لایه 90 درجه برای این چندلایه کامپوزیتی گزارش نشده است. در پژوهش تجربی دیگری حسایی و همکاران [25]، نشان دادند که برای چندلایه شبه‌همسانگرد  $90/45/-45/0$  با افزایش سطح تنش، ابتدا به ترتیب ترک ماتریسی در لایه 45 درجه و سپس ترک ماتریسی در لایه 90 درجه ایجاد می‌شود و در نهایت جدایش بین لایه‌های ناشی از ترک ماتریسی سبب خرابی کل چندلایه می‌شود.

لازم به ذکر است، با استفاده از الگوریتمی که در این مقاله ارائه شده است، می‌توان احتمال وقوع و رشد جدایش بین لایه‌های ناشی از شکل‌گیری ترک ماتریسی را در چندلایه‌های کامپوزیتی عمومی محاسبه نمود. مدل توسعه داده شده برای این منظور هیچ‌گونه محدودیتی روی بارگذاری، چیدمان لایه‌ها، موقعیت شکل‌گیری ترک ماتریسی و سناریوهای مختلف وقوع جدایش بین لایه‌ای، ندارد.

#### 4- نتایج و بحث

الگوریتم تحلیل قابلیت اطمینان پیشنهاد شده در این مقاله برای به کارگیری در چندلایه‌های کامپوزیتی عمومی با هر نوع چیدمان دلخواه مناسب می‌باشد. برای نشان دادن عملکرد الگوریتم توسعه داده شده، تحلیل احتمالاتی وقوع و رشد جدایش بین لایه‌های ناشی از ترک ماتریسی برای یک چندلایه‌ی کامپوزیتی شبه‌همسانگرد، شامل تک لایه‌های 45، 90، 45 و 0 درجه انجام شده است. چندلایه‌ی موردنظر از جنس چندلایه‌ی تک‌جهته‌ی کربن/اپوکسی (IM7/8552) می‌باشد که مشخصات خواص مکانیکی مربوطه به همراه مشخصه‌های آماری هر کدام یک از متغیرهای تصادفی در جدول 1 ارائه شده است. لازم به ذکر است که توزیع احتمالاتی همه متغیرهای تصادفی، نرمال (گوسی) می‌باشد. در ادامه مجموعه‌ای از نتایج تحلیل احتمالاتی وقوع و رشد جدایش بین لایه‌های در چندلایه‌ی معرفی شده، از نقطه‌نظرات متفاوت ارائه شده است. در ابتدا، چندلایه‌ی شبه‌همسانگرد کربن/اپوکسی شامل تک لایه‌های  $45_n, 90_n, -45_n, 0_n$  تحت تنش طولی  $\sigma_x = 400 \text{ MPa}$  برای

جدول 1 مشخصه‌های آماری خواص چندلایه کامپوزیتی کربن/اپوکسی (IM7/8552) و سایر متغیرهای تصادفی

**Table 1** Statistical characteristic of material properties of Carbon/Epoxy composite laminate (IM7/8552) and other random variables [6].

متغیرهای تصادفی	مقادیر میانگین $\mu_{X_i}$	ضریب تغییرات (%)
$E_1$ (GPa)	161	0.1
$E_2$ (GPa)	11.38	0.1
$E_3$ (GPa)	11.38	0.1
$G_{12}$ (GPa)	5.17	0.1
$G_{13}$ (GPa)	5.17	0.1
$G_{23}$ (GPa)	3.98	0.1
$\nu_{12}$	0.32	0.05
$\nu_{13}$	0.32	0.05
$\nu_{23}$	0.436	0.05
$G_{IIC}$ (J/m <sup>2</sup> )	1000	0.1
$t_{ply}$ (mm)	0.131	0.05
$\sigma_x$ (MPa)	-	0.1
$\sigma_y$ (MPa)	-	0.1
$\tau_{xy}$ (MPa)	-	0.1

**جدول 2** اثر لایه ترک‌خورده بیرونی متفاوت بر احتمال وقوع جدایش بین لایه‌های ناشی از ترک ماتریسی در سطوح میانی متفاوت چندلایه کامپوزیتی شبه‌همسانگرد تحت تنش طولی  $\sigma_x = 400$  MPa (بالانویس "−" برای نشان دادن لایه‌ی حاوی ترک ماتریسی استفاده شده است).

**Table 2** The effect of different outer cracked ply on probability of MCID onset at the different interfaces of quasi-isotropic composite laminate under uniaxial stress,  $\sigma_x = 400$  MPa.

لایه‌های ترک بیرونی ترک‌خورده متفاوت								تعداد تکرار لایه، n
بدون ترک ماتریسی		لایه ترک‌خورده 45- درجه		لایه ترک‌خورده 90 درجه		لایه ترک‌خورده 45 درجه		
$[0_n/45_n/90/-45_n]_s$		$[-45_n/45_n/90_n/0_n]_s$		$[90_n/45_n/-45_n/0_n]_s$		$[45_n/90_n/-45_n/0_n]_s$		
0/45		-45/45		90/45		45/90		
SORM	FORM	SORM	FORM	SORM	FORM	SORM	FORM	
—	—	4.01e-04	3.43e-04	4.56e-06	3.63e-06	4.01e-04	3.43e-04	1
—	—	0.3178	0.3074	0.0838	0.0787	0.3178	0.3074	2
—	—	0.9849	0.9841	0.9300	0.9266	0.9849	0.9841	4
—	—	0.99999	0.99999	0.99993	0.99993	0.99999	0.99999	8

در این پژوهش تجربی نیز مشاهده شده است اگرچه در لایه 90 درجه ترک ماتریسی وجود دارد با این حال جدایش بین لایه‌ای در سطح میانی 90/45 مشاهده نمی‌شود.

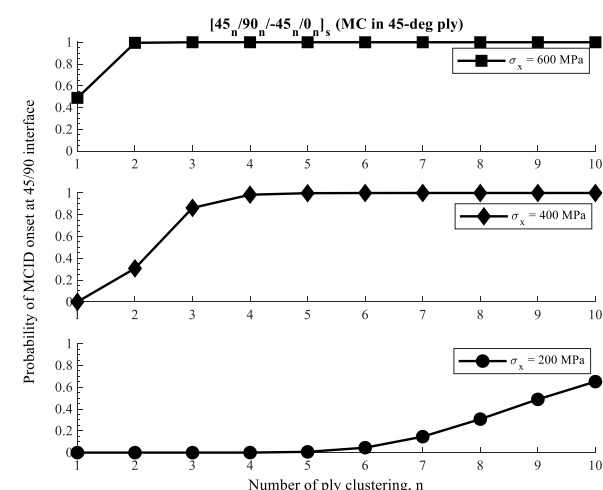
از این رو با تکیه بر داده‌های تجربی [24,25]، به دست آوردن احتمال بسیار پایین وقوع جدایش بین لایه‌های ناشی از ترک ماتریسی در سطح میانی 90/45 چندلایه‌ی  $[90_2/45_2/-45_2/0_2]_s$  (برای  $n=1,2$ ) در پژوهش حاضر، دور از انتظار نمی‌باشد و مبتنی بر نتایج تجربی می‌باشد.

از طرفی، چن و همکاران [26]، نیز نشان داده‌اند که در چندلایه کامپوزیتی  $[45/90/-45/0]_s$ ، بعد از شکل‌گیری ترک ماتریسی در لایه 45 درجه و سپس در لایه 90 درجه، جدایش بین لایه‌ای در سطح میانی 45/90 حتمی می‌باشد. در نهایت می‌توان ادعا نمود این نتیجه که زمانی لایه‌ی ترک‌خورده‌ی بیرونی 45 درجه باشد، احتمال وقوع جدایش بین لایه‌ای بیشتر از حالتی است که لایه‌ی ترک‌خورده بیرونی 90 درجه باشد، معتبر می‌باشد.

لازم به ذکر است وقتی لایه‌ی بیرونی صفر درجه باشد، هیچ‌گونه ترک‌های عرضی ایجاد نخواهد شد پس جدایش بین لایه‌ای ناشی از ترک ماتریسی نیز در این حالت شکل نمی‌گیرد. لازم به ذکر است که نتایج روش‌های مرتبه اول و دوم قابلیت اطمینان در این حالت، با یکدیگر تطابق خوبی دارد، به این معنا که تقریب مرتبه اول، تخمین مناسبی از رویه حالت حدی در نقطه طراحی ارائه می‌دهد.

در شکل 3، اثرات تعداد تکرار تک لایه‌ها به‌نوعی دیگر بررسی شده است به این صورت که احتمال وقوع جدایش بین لایه‌ای در سطح میانی 45/90 برای چندلایه‌ی کامپوزیتی  $[45_n/90_n/-45_n/0_n]_s$  در سه سطح مختلف تنش طولی با استفاده از روش مرتبه اول قابلیت اطمینان محاسبه شده است. لازم به ذکر است که در این حالت نیز چگالی ترک ماتریسی در لایه‌ی ترک‌خورده‌ی بیرونی بسیار پایین در نظر گرفته شده است. مشاهده می‌شود که با افزایش سطح تنش از 200 تا 600 مگاپاسکال، در  $n$  های برابر، احتمال وقوع جدایش بین لایه‌ای به شدت افزایش پیدا می‌کند.

علاوه بر این، مشخص شده است که در تنش‌های طولی 400 و 600 مگاپاسکال به‌ترتیب هنگامی که  $n$  برابر با 5 و 2 باشد، وقوع جدایش بین لایه‌ای ناشی از ترک ماتریسی در سطح میانی 45/90 حتمی است. در شکل 4 اثر اثر تنش طولی بر احتمال وقوع جدایش بین لایه‌ای به‌ترتیب در سطوح میانی 45/90 و 90/45 چندلایه‌های  $[45_4/90_4/-45_4/0_4]_s$  و  $[90_4/45_4/-45_4/0_4]_s$  نشان داده شده است.

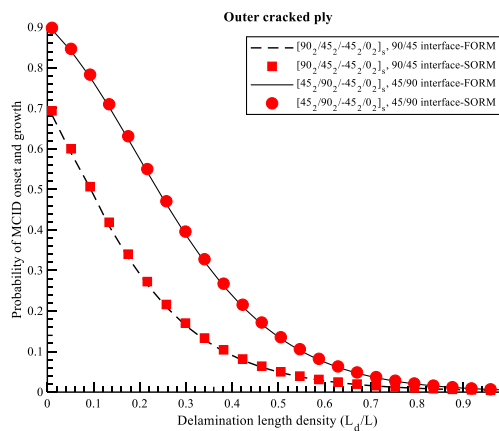


**Fig. 3** The effects of number of ply clustering,  $n$  and the longitudinal stress level,  $\sigma_x$  on the probability of MCID onset at 45/90 interface of  $[45_n/90_n/-45_n/0_n]_s$  composite laminate

**شکل 3** اثر تعداد تکرار لایه‌ها  $n$  و سطح تنش طولی  $\sigma_x$  بر احتمال وقوع جدایش بین لایه‌ای در سطح میانی 45/90 ناشی از ترک ماتریسی در لایه 45 درجه چندلایه کامپوزیتی  $[45_n/90_n/-45_n/0_n]_s$



$[45_2/90_2/-45_2/0_2]_s$  از مقدار متناظر احتمال در سطح میانی 90/45 چندلایه‌ی  $[90_2/45_2/-45_2/0_2]_s$  بیشتر است.



**Fig. 5** Probability of MCID growth at 45/90 and 90/45 interfaces of  $[45_2/90_2/-45_2/0_2]_s$  and  $[90_2/45_2/-45_2/0_2]_s$  composite laminates, respectively, in the different values of delamination length density,  $\eta = L_d/L$

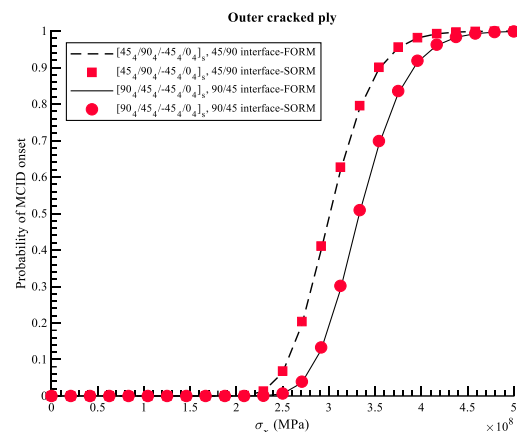
شکل 5 احتمال رشد جدایش بین لایه‌ای در سطوح میانی 90/45 و 45/90 چندلایه‌های کامپوزیتی  $[45_2/90_2/-45_2/0_2]_s$  و  $[90_2/45_2/-45_2/0_2]_s$  اثر در مقادیر متفاوت چگالی طول جدایش  $\eta = L_d/L$

لازم به ذکر است که نتایج حاصل از هر دو روش مرتبه اول و دوم قابلیت اطمینان به یکدیگر نزدیک می‌باشند.

در تمام نتایجی که تا اینجا به‌دست آمده است، لایه‌ی ترک‌خورده، بیرونی بوده است، از این جهت در دو حالت باقی‌مانده موقعیت لایه‌ی دارای ترک ماتریسی درونی در نظر گرفته شده است. در شکل 6، چندلایه  $[90_2/45_2/-45_2/0_2]_s$  که لایه‌ی ترک‌خورده درونی  $m = 2$  45 درجه در آن وجود دارد، در نظر گرفته شده است که اثر تنش درون‌صفحه‌ای سه محوره بر احتمال وقوع جدایش بین لایه‌ای در سطوح میانی 90/45-45 چندلایه بررسی شده است.

تنش‌های اعمالی طولی  $\sigma_x$  و عرضی  $\sigma_y$  به ترتیب از مقادیر 0 تا 600 مگاپاسکال و 0 تا 400 مگاپاسکال و تنش برشی درون‌صفحه‌ای  $\tau_{xy}$ ، در دو حالت 0 و 100 مگاپاسکال در نظر گرفته شده‌اند. همان‌طور که از شکل 6 مشاهده می‌شود هنگامی که تنش برشی درون‌صفحه‌ای  $\tau_{xy}$  صفر باشد، بیشترین مقدار احتمال وقوع 1 می‌باشد که مربوط به حالتی است که چندلایه تحت تنش‌های اعمالی طولی  $\sigma_x = 600 \text{ MPa}$  و عرضی  $\sigma_y = 400 \text{ MPa}$  قرار بگیرد.

نکته‌ای که حائز اهمیت است این است که با افزایش تنش برشی مقادیر احتمال به میزان قابل‌توجهی برای همه‌ی نقاط افزایش می‌یابد. به عبارت دیگر رویه‌ی حالت حدی به سمت احتمال وقوع 1 میل پیدا می‌کند.



**Fig. 4** The effect of uniaxial stress,  $\sigma_x$  on the probability of MCID onset at 45/90 and 90/45 interfaces of  $[45_4/90_4/-45_4/0_4]_s$  and  $[90_4/45_4/-45_4/0_4]_s$  composite laminates, respectively

شکل 4 اثر تنش طولی  $\sigma_x$  بر احتمال وقوع جدایش بین لایه‌های ناشی از ترک ماتریسی در سطوح میانی 45/90 و 90/45 چندلایه‌های کامپوزیتی  $[90_4/45_4/-45_4/0_4]_s$  و  $[45_4/90_4/-45_4/0_4]_s$

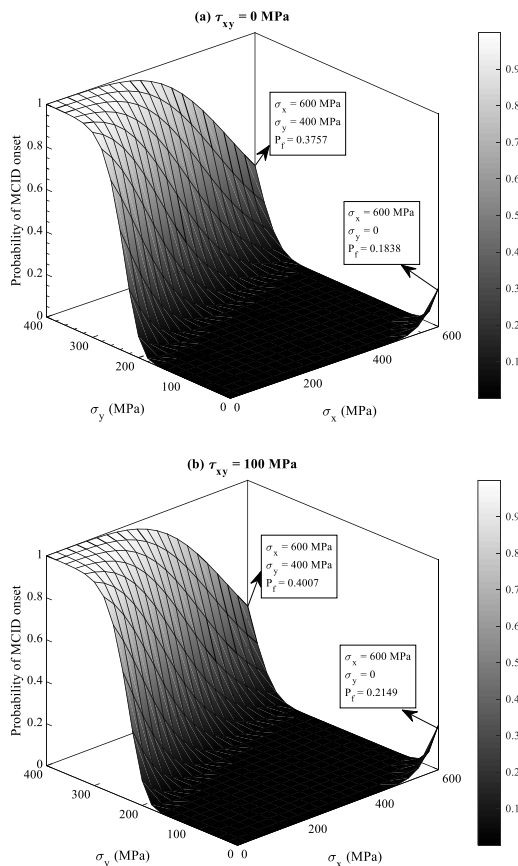
علاوه‌براین مقدار احتمال وقوع جدایش بین لایه‌های ناشی از ترک ماتریسی در سطح میانی 45/90 چندلایه‌ی  $[45_4/90_4/-45_4/0_4]_s$  از مقدار متناظر در سطح میانی 90/45 چندلایه‌ی  $[90_4/45_4/-45_4/0_4]_s$  بیشتر است. در قبل، در مورد دلایلی که سبب کاهش احتمال وقوع جدایش بین لایه‌های ناشی از ترک ماتریسی هنگامی که لایه‌ی بیرونی 90 درجه باشد، توضیح داده شده است. لازم به ذکر است که نتایج حاصل از هر دو روش مرتبه اول و دوم قابلیت اطمینان با یکدیگر تطابق خوبی دارند.

همان‌طور که در بخش روابط تحلیلی حاکم بر معیار خرابی ESM-MCID بیان شده است، با استفاده از معیار مذکور می‌توان علاوه بر وقوع جدایش بین لایه‌ای، رشد آن را نیز پیش‌بینی نمود.

این مورد با به‌کارگیری پارامتر بدون بعد  $\eta = L_d/L$  که ان‌دهنده‌ی میزان رشد جدایش بین لایه‌ای است، انجام می‌شود. از آن جایی که معیار خرابی ESM-MCID قابلیت پیش‌بینی رشد جدایش بین لایه‌ای را دارد؛ بنابراین با به‌کارگیری الگوریتم ارزیابی قابلیت اطمینانی که در این مقاله توسعه داده شده است می‌توان علاوه بر احتمال وقوع، احتمال رشد جدایش بین لایه‌های ناشی از ترک ماتریسی را در چگالی طول‌های مختلف جدایش بین لایه‌ای به‌دست آورد. در شکل 5، احتمال رشد جدایش بین لایه‌های ناشی از ترک ماتریسی به ترتیب در سطوح میانی 45/90 و 90/45 چندلایه‌های کامپوزیتی  $[45_2/90_2/-45_2/0_2]_s$  و  $[90_2/45_2/-45_2/0_2]_s$  هنگامی که تحت تنش طولی 500 مگاپاسکال می‌باشند، به دست آمده است.

لازم به ذکر است که در این حالت نیز چگالی ترک ماتریسی در لایه‌ی ترک‌خورده‌ی پایینی بسیار پایین در نظر گرفته شده است. نشان داده شده است که احتمال رشد جدایش بین لایه‌ای در چگالی طول جدایش بین لایه‌ای بالا، پایین می‌باشد، به‌طوری که با افزایش چگالی طول جدایش  $\eta = L_d/L$ ، احتمال ایجاد جدایش بین لایه‌ای به طول مربوط به  $\eta$ ، کاهش می‌یابد. علاوه‌براین در یک طول چگالی طول جدایش بین لایه‌ای مشخص، احتمال شکل‌گیری جدایش بین لایه‌ای مربوطه در سطح میانی 45/90 چندلایه‌ی

آمده است. در موارد بررسی شده، علاوه بر حالتی که ترک ماتریسی درونی یا بیرونی باشد، حالت‌هایی نیز که در آن ترک ماتریسی بیرونی و درونی همزمان وجود داشته باشد، در نظر گرفته شده است.



**Fig. 7** The effect of different in-plane stress states on probability of MCID onset at 90/45/-45 interfaces of  $[45_2/90_2/-45_2/0_2]_s$  composite laminates

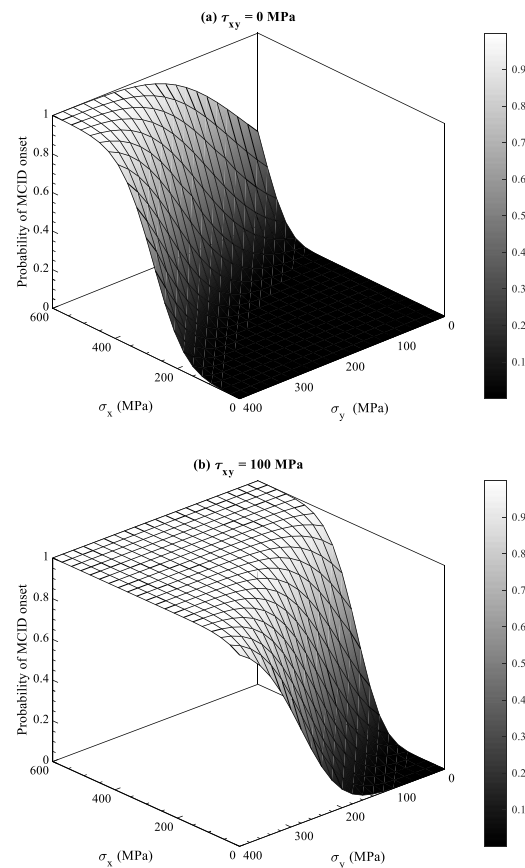
**شکل 7** اثر حالت‌های مختلف تنش درون صفحه‌ای بر احتمال وقوع جدایش بین لایه‌ای در سطوح میانی 45/90/-45 چندلایه‌های کامپوزیتی  $[45_2/90_2/-45_2/0_2]_s$

در برخی از نتایج از شبیه‌سازی مونت کارلو برای صحت‌سنجی نتایج روش‌های مرتبه اول و دوم قابلیت اطمینان استفاده و نتیجه گرفته شده است که روش‌های مرتبه اول و دوم قابلیت اطمینان با دقت مناسبی احتمال وقوع یا جدایش بین لایه‌های ناشی از ترک ماتریسی را پیش‌بینی می‌کنند.

لازم به ذکر است به دلیل ماهیت تصادفی متغیرها این انتظار وجود دارد که در بارگذاری‌ها و شرایط مرزی متفاوت روند همگرایی نتایج شبیه‌سازی مونت کارلو متفاوت باشد.

در شکل 8 نتایج همگرایی شبیه‌سازی مونت کارلو به نتایج به‌دست آمده توسط روش‌های مرتبه اول و دوم قابلیت اطمینان برای دو حالت متفاوت بارگذاری و شرایط مرزی اعمال شده بر چندلایه  $[45_2/90_2/-45_2/0_2]_s$  ارائه شده است و در هر نمودار تعداد شبیه‌سازی موردنیاز برای دستیابی به میزان قابل قبولی از اختلاف، مشخص شده است.

در شکل 9(a-b) به ترتیب اثر پراکندگی هر یک از متغیرهای تصادفی بر احتمال وقوع جدایش بین لایه‌ای در سطوح میانی 45/90 و 90/45 چندلایه‌های  $[45_2/90_2/-45_2/0_2]_s$  و  $[90_2/45_2/-45_2/0_2]_s$



**Fig. 6** The effect of different in-plane stress states on probability of MCID onset at 90/45/-45 interfaces of  $[90_2/45_2/-45_2/0_2]_s$  composite laminates

**شکل 6** اثر حالت‌های مختلف تنش درون صفحه‌ای بر احتمال وقوع جدایش بین لایه‌ای در سطوح میانی 90/45/-45 چندلایه‌های کامپوزیتی  $[90_2/45_2/-45_2/0_2]_s$

در شکل 7، اثر تنش درون صفحه‌ای سه محوره بر احتمال وقوع جدایش بین لایه‌ای در سطوح میانی 45/90/-45 چندلایه  $[45_2/90_2/-45_2/0_2]_s$  بررسی شده است. برخلاف آنچه در چندلایه  $[90_2/45_2/-45_2/0_2]_s$  مشاهده شد هنگامی که تنش برشی درون صفحه‌ای  $\tau_{xy}$  صفر باشد، بیشترین مقدار احتمال وقوع 1 می‌باشد که مربوط به حالتی است که چندلایه تنها تحت تنش عرضی  $\sigma_y = 400 \text{ MPa}$  قرار گیرد.

اگرچه در شکل 6 دیده شد که در چندلایه  $[90_2/45_2/-45_2/0_2]_s$  با افزایش تنش برشی سطح احتمال به میزان قابل توجهی به سمت مقادیر بیشتر میل پیدا می‌کند، اما در شکل 7 مشاهده می‌شود که با افزایش تنش برشی، مقادیر افزایش احتمال وقوع جدایش بین لایه‌ای برای  $[45_2/90_2/-45_2/0_2]_s$  بسیار ناچیز می‌باشد.

در شکل 7، دو نقطه مرجع معرفی شده است و میزان افزایش احتمال وقوع ناشی از افزایش تنش برشی نشان داده شده است.

همان‌طور که اشاره شده است، یکی از قابلیت‌های الگوریتم ارائه‌شده در این پژوهش، به‌کارگیری آن برای سناریوهای مختلف وقوع و رشد جدایش بین لایه‌های ناشی از شکل‌گیری ترک ماتریسی در لایه‌های مختلف است.

بدین منظور در جدول 3 حداقل تنش‌های خالص طولی، عرضی و برشی موردنیاز برای وقوع حتمی جدایش بین لایه‌ای در سناریوهای مختلف به‌دست

الاستیک عرضی، ضخامت تک‌لایه، تنش طولی خالص، تنش برشی اعمالی، مدول الاستیک طولی، مدول برشی درون صفحه‌ای و ضریب پواسون می‌باشد.

### 5- نتیجه‌گیری

در این پژوهش، با استفاده از یک معیار خرابی عمومی از قبل توسعه داده شده، تابع حالت حدی مورد نیاز در تحلیل قابلیت اطمینان مبتنی بر مفهوم نرخ رهایی انرژی کرنشی و مقدار بحرانی آن فرموله و تحلیل احتمالاتی وقوع و رشد جدایش بین لایه‌های ناشی از ترک ماتریسی انجام شد. برای نشان دادن عملکرد الگوریتم توسعه داده شده، تحلیل حاضر برای یک چندلایه شبه‌همسانگرد متقارن کربن/اپوکسی حاوی تک لایه‌های، 45، 90، 45- و 0 درجه ارائه شد. اثرات برخی از متغیرهای تصادفی نظیر ضخامت، سطح تنش طولی، حضور همزمان تنش‌های درون صفحه‌ای و سناریوهای مختلف ایجاد ترک ماتریسی، بر مقدار احتمال وقوع جدایش بین لایه‌ای بررسی شد. دیده شد که با افزایش ضخامت و سطح تنش طولی مقدار احتمال به میزان قابل توجهی افزایش می‌یابد

تحت شرایط نامقید نشان داده شده است. در شکل (a) 9 مشاهده می‌شود که در چندلایه تحت حضور همه تنش‌های درون صفحه‌ای با افزایش ضریب تغییرات متغیرهای تصادفی (افزایش پراکندگی)، احتمال وقوع جدایش بین لایه‌ای در سطح میانی 45/90 برای همه متغیرها روند کاهشی دارد غیر از متغیر تصادفی ضریب پواسون که تغییر ضریب تغییرات آن اثر مشهودی روی میزان احتمال ندارد.

بیشترین اثر تغییرات ضریب تغییرات بر میزان احتمال به ترتیب متعلق به تنش برشی اعمالی، ضخامت تک‌لایه، مدول الاستیک عرضی، نرخ رهایی انرژی بحرانی در II، مدول الاستیک طولی، تنش طولی اعمالی، تنش عرضی اعمالی و مدول برشی درون صفحه‌ای می‌باشد.

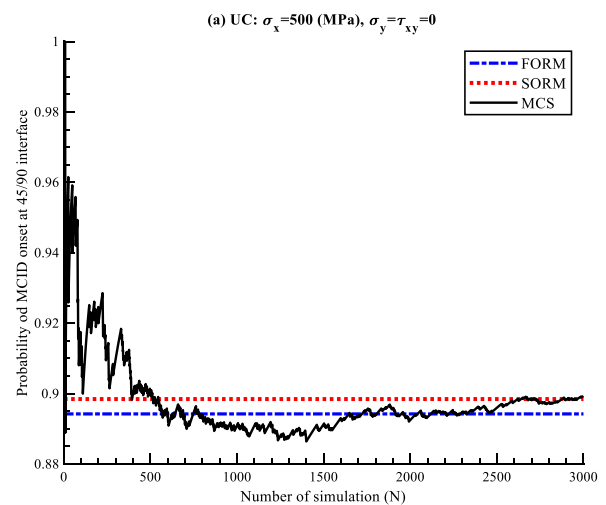
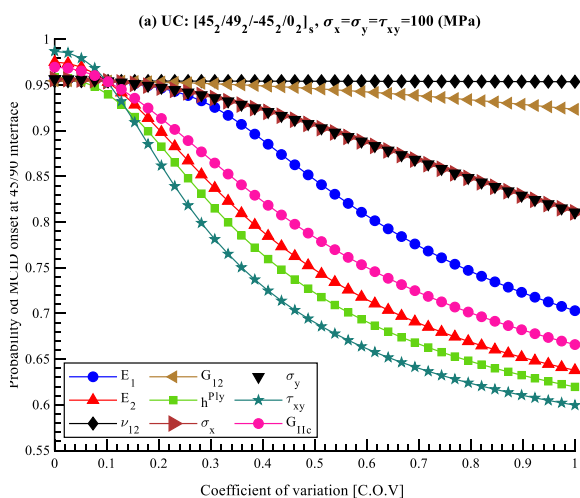
نکته‌ای که حائز اهمیت می‌باشد، این است که برای سطح میانی 90/45 که در شکل (b) 9 نشان داده شده است، رفتاری کاملاً خلاف آنچه برای سطح میانی 45/90 به دست آمد، مشاهده شده است؛ بدین صورت با افزایش ضریب تغییرات هر یک از متغیرهای تصادفی احتمال وقوع جدایش بین لایه‌ای در سطح میانی 90/45 افزایش یافته است.

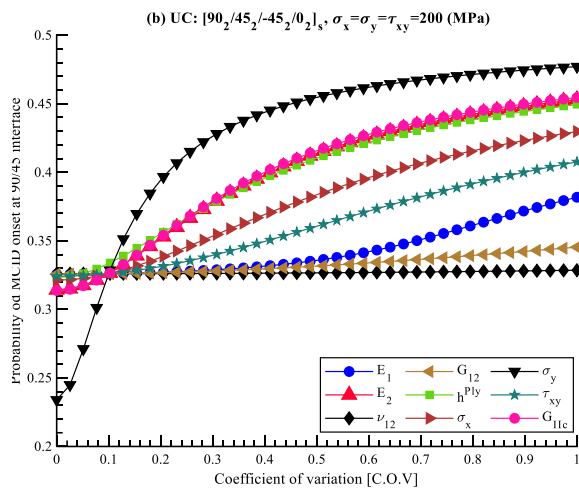
در اینجا نیز ضریب پواسون کمترین حساسیت را نسبت به تغییر ضریب تغییرات دارد. بیشترین اثر تغییرات ضریب تغییرات بر میزان احتمال به ترتیب متعلق به تنش عرضی اعمالی، نرخ رهایی انرژی بحرانی در مد II، مدول

**جدول 3** تعیین تنش‌هایی که وقوع جدایش بین لایه‌های ناشی از شکل‌گیری ترک ماتریسی در انواع مختلف، در چندلایه حتمی می‌باشد (احتمال وقوع برابر با ۰.۹۹۹۹۹)

**Table 3** Determining the pure stresses in which MCID onset will definitely occur i.e. probability of delamination onset is 1 ( $1 \approx 0.99999$ ) in different types of matrix cracking formation

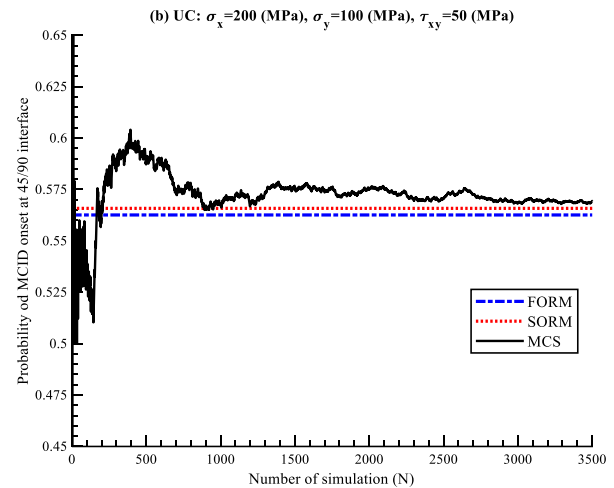
شماره	لایه چینی‌های متفاوت چندلایه شبه‌همسانگرد کربن/اپوکسی	سطح میانی جدایش بین لایه‌ای	m	تنش طولی خالص $\sigma_x$ (MPa)	تنش عرضی خالص $\sigma_y$ (MPa)	تنش عرضی خالص $\tau_{xy}$ (MPa)
1	$[45_2/90_2/-45_2/0_2]_s$	45/90	1	745	782	255
2	$[45_2/90_2/-45_2/0_2]_s$	45/90/-45	2	1295	455	1285
3	$[45_2/90_2/-45_2/0_2]_s$	90/-45/0	2	1155	1155	345
4	$[45_2/90_2/-45_2/0_2]_s$	90/-45/0 و 45/90	3	975	970	288
5	$[90_2/45_2/-45_2/0_2]_s$	90/45	1	1200	311	887
6	$[90_2/45_2/-45_2/0_2]_s$	90/45/-45	2	1080	1150	345
7	$[90_2/45_2/-45_2/0_2]_s$	45/-45/0	2	1155	1155	345
8	$[90_2/45_2/-45_2/0_2]_s$	45/-45/0 و 90/45	3	1018	505	390





**Fig. 9** The effect of coefficients of variation of random variables on the probability of MCID onset at (a) 45/90 interface of  $[45_2/90_2/-45_2/0_2]_s$  and (b) 90/45 interface of  $[90_2/45_2/-45_2/0_2]_s$  composite laminates obtained by FORM under UC. ( $\rho_c \approx 0$ ).

شکل 9 اثر ضریب تغییرات متغیرهای تصادفی بر احتمال وقوع جدایش بین لایه‌ای در سطح میانی 90/45 (b) و  $[45_2/90_2/-45_2/0_2]_s$  چندلایه 45/90 میانی (a) چندلایه  $[90_2/45_2/-45_2/0_2]_s$  به‌دست آمده با روش مرتبه اول قابلیت اطمینان



**Fig. 8** Investigation of convergence of the MCS results to the FORM and SORM results in probability onset of delamination at 45/90 interface of  $[45_2/90_2/-45_2/0_2]_s$  composite ( $\rho_c \approx 0$ ).

شکل 8 بررسی همگرایی نتایج شبیه‌سازی مونت کارلو به نتایج روش‌های مرتبه اول و مرتبه دوم قابلیت اطمینان در احتمال وقوع جدایش بین لایه‌ای در سطح میانی 45/90 چندلایه  $[45_2/90_2/-45_2/0_2]_s$

## 6- مراجع

- [1] Delbariani-Nejad, A. and Farrokhhabadi, A., "A Failure Criterion to Predict the Onset of Matrix Cracking Induced Delamination in General Composite Laminates" Composite Structures, Vol. 235, pp. 111564, 2020.
- [2] Delbariani-Nejad, A., Farrokhhabadi, A. and Jafari, S. R., "An Energy Based Approach for Reliability Analysis of Delamination Growth under Mode I, Mode II and Mixed Mode I/II Loading in Composite Laminates" International Journal of Mechanical Sciences, Vol. 145, No. July, pp. 287-298, 2018.
- [3] Brien, T. K. O., "Characterization of Delamination Onset and Growth in a Composite Laminate" Technical memo. 63, 1931.
- [4] Zubillaga, L., Turon, A. and Maim, "An Energy Based Failure Criterion for Matrix Crack Induced Delamination in Laminated Composite Structures" Composite Structures, Vol. 112, No. 1, pp. 339-344, 2014.
- [5] Crossman, F. W. and Wang, A. S. D., "The Dependence of Transverse Cracking and Delamination on Ply Thickness in Graphite/Epoxy Laminates", pp. 118-139, 1982.
- [6] Hallett, S. R., Jiang, W.-G., Khan, B. and Wisnom, M. R., "Modelling the Interaction between Matrix Cracks and Delamination Damage in Scaled Quasi-Isotropic Specimens" Composites Science and Technology, Vol. 68, No. 1, pp. 80-89, 2008.
- [7] Zubillaga, L., Turon, A., Renart, J., Costa, J. and Linde, P., "An Experimental Study on Matrix Crack Induced Delamination in Composite Laminates" Composite Structure, Vol. 127, pp. 10-17, 2015.
- [8] Haldar, A. and Mahadevan, S., "Probability, Reliability, and Statistical Methods in Engineering Design", John Wiley & Sons, 2000.
- [9] Antnio, C. C. and Hoffbauer, L. N., "Uncertainty Propagation in Inverse Reliability-Based Design of Composite Structures" International Journal of Mechanics and Materials in Design, Vol. 6, No. 1, pp. 89-102, 2010.
- [10] Lopes, P. A. M., Gomes, H. M. and Awruch, A. M., "Reliability Analysis of Laminated Composite Structures Using Finite Elements and Neural Networks" Composite Structures, Vol. 92, No. 7, pp. 1603-1613, 2010.

دیده شد که هنگامی لایه‌ی ترک‌خورده بیرونی 45 درجه باشد، مقدار احتمال وقوع جدایش بین لایه‌ای در سطح میانی 45/90 بسیار بیشتر از احتمال وقوع جدایش بین لایه‌ای در سطح میانی 90/45 می‌باشد؛ هنگامی که لایه‌ی ترک‌خورده بیرونی 90 است. این پدیده علاوه بر توجیه مبتنی بر ریاضیات حاکم بر مسأله یعنی رفتار افت سفتی هر کدام یک از این دو حالت، توسط برخی از پژوهش‌های تجربی اعتبارسنجی شد. اثر لایه ترک‌خورده درونی در چندلایه‌هایی تحت تنش‌های سه‌محوره‌ی درون‌صفحه‌ای نیز بررسی شد و رفتارهای متفاوتی دیده شد. در کلیه‌ی نتایج، احتمالات به‌دست آمده توسط روش‌های مرتبه اول و مرتبه دوم با یکدیگر تطابق داشتند و توسط شبیه‌سازی مونت کارلو برای دو حالت مختلف بارگذاری صحت‌سنجی شدند. در انتها نیز با بررسی اثر ضریب تغییرات متغیرهای تصادفی بر مقدار احتمال وقوع جدایش بین لایه‌ای دیده شد که پراکندگی هر کدام یک از متغیرها به میزان زیادی تحت اثر لایه‌چینی و لایه‌ی حاوی ترک ماتریسی می‌باشد. لازم به ذکر است در کلیه‌ی نتایج ارائه‌شده در این پژوهش، فرض بر این بوده است که ترک ماتریسی با چگالی پایین در چندلایه وجود دارد. با این حال، در برخی از موارد، در چگالی‌های پایین ترک ماتریسی، جدایش بین لایه‌ای روی نمی‌دهد و چگالی ترک ماتریسی قبل از شکل‌گیری جدایش بین لایه‌ای بالا می‌رود؛ از این‌رو، پیشنهاد می‌شود در ادامه این پژوهش، اثر چگالی ترک ماتریسی بالا نیز بر احتمال وقوع و رشد جدایش بین لایه‌ای بررسی شود. علاوه بر این‌ها، پیشنهاد می‌شود در ادامه با استفاده از الگوریتم توسعه‌داده شده در این پژوهش، چندلایه‌های متفاوت دیگری نظیر چندلایه‌های شیشه/اپوکسی، کولار/اپوکسی و چندلایه‌ی هیبرید کربن/شیشه/اپوکسی با لایه‌چینی‌های مختلف و سناریوهای متنوع شکل‌گیری این آسیب، پرداخت.

- [11] Sakata, S., Ashida, F. and Enya, K., "A Microscopic Failure Probability Analysis of a Unidirectional Fiber Reinforced Composite Material Via a Multiscale Stochastic Stress Analysis for a Microscopic Random Variation of an Elastic Property" Computational Materials Science, Vol. 62, pp. 35-46, 2012.
- [12] Xue, X. U., Li, G. X., Yang, J. Z. and Gong, J. Z., "Reliability Based Buckling Analysis of Composite Panels with Tophat Stiffened Topology" Advanced Materials and Process Technology, Pts 1-3, Vol. 217-219, pp. 91-95, 2012.
- [13] Sobey, A. J., Blake, J. I. R. and Sheno, R. A., "Monte Carlo Reliability Analysis of Tophat Stiffened Composite Plate Structures under out of Plane Loading" Reliability Engineering and System Safety, Vol. 110, pp. 41-49, 2013.
- [14] Chen, J., Tang, Y., Ge, R., An, Q. and Guo, X., "Reliability Design Optimization of Composite Structures Based on Pso Together with Fea" Chinese Journal of Aeronautics, Vol. 26, No. 2, pp. 343-349, 2013.
- [15] Gosling, P. D., Faimun and Polit, O., "A High-Fidelity First-Order Reliability Analysis for Shear Deformable Laminated Composite Plates" Composite Structures, Vol. 115, No. 1, pp. 12-28, 2014.
- [16] Haeri, A. and Fadaee, M. J., "Efficient Reliability Analysis of Laminated Composites Using Advanced Kriging Surrogate Model" Composite Structures, Vol. 149, pp. 26-32, 2016.
- [17] Zhou, X. Y., Gosling, P. D., Ullah, Z., Kaczmarczyk and Pearce, C. J., "Exploiting the Benefits of Multi-Scale Analysis in Reliability Analysis for Composite Structures" Composite Structures, Vol. 155, pp. 197-212, 2016.
- [18] Chiachio, M., Chiachio, J. and Rus, G., "Reliability in Composites - a Selective Review and Survey of Current Development" Composites Part B: Engineering, Vol. 43, No. 3, pp. 902-913, 2012.
- [19] Delbariani-Nejad, A., Malakouti, M. and Farokhabadi, A., "Reliability Analysis of Metal - Composite Adhesive Joints under Debonding Modes I, II, and I/II Using the Results of Experimental and Fem Analyses", No. May, pp. 1-19, 2019.
- [20] Weleman, H. and Dehmous, H., "Reliability Analysis and Micromechanics: A Coupled Approach for Composite Failure Prediction" International Journal of Mechanical Sciences, Vol. 53, No. 11, pp. 935-945, 2011.
- [21] Hasofer, A. M. and Lind, N. C., "Exact and Invariant Second-Moment Code Format." ASCE J Eng Mech Div, Vol. 100, No. EM1, pp. 111-121, 1974.
- [22] Verma, A. K., Ajit, S. and Karanki, D. R., "Reliability and Safety Engineering: Second Edition", Springer-Verlag London Ltd, 2015.
- [23] Breitung, K., "Asymptotic Approximations for Multinormal Integrals" Journal of Engineering Mechanics, Vol. 110, No. 3, pp. 357-366, 1984.
- [24] Johnson, P. and Chang, F.-K., "Characterization of Matrix Crack-Induced Laminate Failure—Part I: Experiments" Journal of Composite Materials, Vol. 35, No. 22, pp. 2009-2035, 2001.
- [25] Hessabi, Z. R., Majidi, B. and Aghazadeh, J., "Effect of Stacking Sequence on Fracture Mechanisms in Quasi-Isotropic Carbon/Epoxy Laminates" Iranian Polymer Journal, Vol. 14, pp. 531-538, 2005.
- [26] Chen, J., Takezono, S., Nagata, M., Chen, Z. and Fujita, T., "Influence of Stacking Sequence on the Damage Growth in Quasi-Isotropic Cfrp Laminates" Materials science research international, Vol. 7, pp. 178-185, 2001.

