



نشریه علمی پژوهشی

علوم و فناوری کامپوزیت

http://jstc.iust.ac.ir



کاهش نوسانات صفحه کامپوزیتی تقویت شده با نانولوله کربنی بر روی بستر الاستیک به روش کنترل فعال

امیر امینی¹، علیرضا فرجی^{2*}، مهدی محمدی مهر³

1- دانشجوی دکتری، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، دانشگاه کاشان

2- استادیار، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، دانشگاه کاشان

3- دانشیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه کاشان

* کاشان، کد پستی 87317-53153، arfaraji@kashanu.ac.ir

چکیده

اطلاعات مقاله

موضوع کاهش نوسانات صفحات خورشیدی ماهواره‌ها که بیشترین سطح تماس را با تشعشعات خورشیدی و نیروهای آیرودینامیکی دارند، دارای اهمیت است. استفاده از ساختارهای کامپوزیتی تقویت شده با نانولوله‌های کربنی بر استحکام این صفحات می‌افزاید. از جمله نیروهای اغتشاشی تاثیرگذار بر صفحات خورشیدی، نیروهای آیرودینامیکی و تشعشعات خورشیدی است که می‌توان به کمک پیژوالکتریک‌ها و طراحی کنترل‌کننده مستقل از سیستم کنترل ماهواره برای آنها، نوسانات را کاهش داد. پیژوالکتریک‌ها المان‌هایی با قابلیت کنترل فعال هستند که به دو صورت سنسور و عملگر مورد استفاده قرار می‌گیرند و مدل دقیق و کارا از خواص فیزیکی، الکتریکی و الاستوالکتریک آن‌ها مورد نیاز است. در این مطالعه، ابتدا مدل دینامیکی صفحه‌ی دارای ساختار جدید در فضای حالت بدست آمده و معادلات خطی سازی شده است. سپس کنترل‌کننده فعال تنظیم‌کننده خطی-درجه دوم برای آن طراحی شده است. نتایج شبیه‌سازی نشان دهنده کاهش نوسانات صفحه و رفتار مقاوم کنترل‌کننده پیشنهادی در برابر انواع عدم قطعیت و اغتشاشات محیطی وارده به صفحه است.

دریافت: 1399/02/14
پذیرش: 1399/11/27
کلیدواژه‌گان:
کنترل فعال،
صفحه کامپوزیتی تقویت شده با نانولوله کربنی،
کاهش نوسانات،
وصله‌های پیژوالکتریک،
بستر الاستیک

Vibration Suppression of Composite Plate Reinforced by Carbon Nanotubes on Elastic Foundation Using Active Control Method

Amir Amini¹, Alireza Faraji^{1*}, Mehdi Mohammadimehr²

1- Department of Control, Faculty of Computer and Electrical Engineering, University of Kashan, Kashan, Iran

2- Department of Solid Mechanics, Faculty of Mechanical Engineering, University of Kashan, Kashan, Iran

* P.O.B. 87317-53153, Kashan, Iran, arfaraji@kashanu.ac.ir

Keywords

Active control,
Composite plate reinforced by carbon nanotube,
Vibration suppression,
Piezoelectric patches,
Elastic foundation

Abstract

The issue of reducing the oscillations of the solar panels of satellites, which have the highest level of contact with solar radiation and aerodynamic forces, is important. Using of composite structures reinforced with carbon nanotubes increases the strength of these plates. The solar panels are vibrated by aerodynamic forces and solar radiations, and vibrations can be reduced with the help of piezoelectric patches and a controller design independent of the satellite control system. piezoelectric patches are active controllable elements that are used in both sensors and operators, and the use of an accurate and efficient model of their physical, electrical, and elastoelectric properties is required. In this study, first the dynamic model of the plate with a new structure in the state space is obtained and the equations are linearized. Then an active linear quadratic regulator controller is designed. The simulation results show vibration suppression of the plate and robust performance of the proposed controller in presence of the model uncertainties and environmental disturbances.

1- مقدمه

است این نوسانات و ارتعاشات کوچک به کمک روش‌های کنترل فعال همچون استفاده از پیژوالکتریک‌ها در صفحات کامپوزیتی، کنترل شوند تا از مقدار خاصی کوچکتر شوند [1,2]. در مراجع [3,4] جایابی بهینه جفت سنسور و عملگر پیژوالکتریک نصب شده بر روی یک تیر انعطاف پذیر مدنظر بوده که از کنترل‌کننده رگولاتور مربعی خطی برای این منظور استفاده شده است. و یک روش المان محدود بر پایه تئوری تیر اولیر-برنولی جهت مدل

امروزه بحث کاهش میکرونوسانات در صفحه‌های خورشیدی از جهت تاثیر گذاری بر روی تجهیزات حساس در فرکانس‌های پایین حائز اهمیت می‌باشند. حتی کوچکترین عوامل نوسانی ناشی از تشعشعات خورشیدی، نیروهای آیرودینامیکی و امواج مغناطیسی می‌تواند روی تجهیزات نصب شده در روی ماهواره از جمله سنسورهای نوری و لیزری ایجاد خطا نماید. از این رو لازم

Please cite this article using:

برای ارجاع به این مقاله از عبارت زیر استفاده نمایید:

Amini, A., Faraji, A.R., Mohammadimehr, M., "Vibration Suppression of Composite Plate Reinforced by Carbon Nanotubes on Elastic Foundation Using Active Control Method", In Persian, Journal of Science and Technology of Composites, Vol. 7, No. 4, pp. 1243-1254, 2021.

ارزیابی قرار گرفته و تحلیل فرکانس طبیعی سیستم در زمان تغییر پارامتر ضخامت صفحه بر روی بستر الاستیک بررسی شده است. سرانجام پایدارسازی و رسیدن به سطح قابل قبولی از ارتعاشات با یک کنترل کننده LQR نشان داده شده است.

در اکثر مقالات تنها به ارتعاشات صفحه‌های کامپوزیتی پرداخته‌اند در حالی که در این مقاله ارتعاشات صفحه کامپوزیتی تقویت شده با نانولوله‌های کربنی مد نظر بوده است و متناسب با آن روابط مربوطه و ویژگی‌های نانولوله‌های کربنی در معادلات دینامیکی و پارامترهای شبیه‌سازی گنجانده شده است. 36 مد اول از روش تحلیلی شکل مود ارتعاشی استخراج شده تا رفتار دینامیکی صفحه مورد ارزیابی دقیق‌تر قرار گیرد. در اکثر مقالات تنها رفتار سیستم در برابر اغتشاشات خارجی مانند نیروهای آیرودینامیکی و تشعشعات خورشیدی تحلیل می‌شود در حالی که در این مقاله به تاثیر عدم قطعیت مکانی و وزنی جسم متمرکز نیز پرداخته شده است. همچنین تحلیل صفحه بر روی یک بستر الاستیک پاسترناک بیان شده است و روابط آن در معادلات گنجانده شده است.

2- خصوصیات لایه‌های صفحه نانو کامپوزیت کربنی با بستر الاستیک

صفحه از جنس کامپوزیت با درصد حجمی مختلف نانولوله‌ی کربنی تشکیل شده است که بر روی یک بستر الاستیک قرار گرفته است. صفحه کامپوزیتی دارای طول a ، عرض b و ضخامت h می‌باشد که در شکل 1-الف قابل مشاهده می‌باشد. پارامترهای K_g و K_w به ترتیب ضریب ارتجاعی وینکلر و ضریب لایه برشی پاسترناک می‌باشند [15]. همچنین شکل 1-ب نحوه توزیع یکنواخت نانو لوله‌های کربنی در سطح مقطع صفحه کامپوزیتی را نشان می‌دهد.

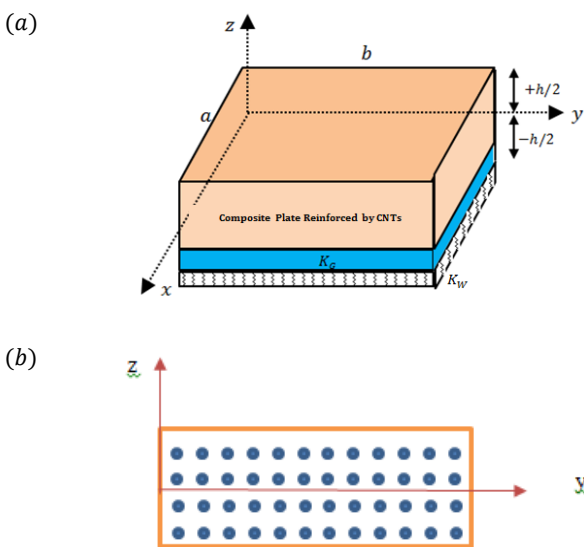


Fig1: the view of a composite plate reinforced by carbon nanotube a) with an elastic foundation b) the uniform distribution method of carbon nanotube

شکل 1-الف نمای از یک صفحه کامپوزیتی تقویت شده با نانولوله کربنی (الف) با بستر الاستیک (ب) نحوه توزیع یکنواخت نانولوله‌های کربنی

سازی به کار گرفته شده و موقعیت بهینه سنسورها و عملگرها بر پایه شرایط مرزی متفاوت تعیین شده است. در مرجع [5] راهبرد کنترل بر پایه فیدبک جابجایی و روش تنظیم کننده خطی-درجه دوم 1LQR بر روی یک صفحه به کمک مواد پیزوالکتریک پیاده شده است. معادلات سیستم به همراه عملگرهای پیزو بر اساس اصل هامیلتون پایه گذاری شده‌اند.

جهت تعیین نوع کنترل کننده نیاز است تا یک مدل دقیق از دینامیک صفحه کامپوزیتی تقویت شده با نانولوله کربنی با بستر الاستیک به همراه وصله‌های پیزوالکتریک و جسم متمرکز (تجهیزات الکترونیکی و مخایراتی نصب شده بر روی ماهواره) به دست آید. تئوری‌های تغییر شکل برشی مرتبه بالا و یا تئوری صفحه ساندویچی مرتبه بالا از جمله روش‌هایی هستند که به تحلیل یک جسم متمرکز بر روی صفحات کامپوزیتی بر پایه اصل هامیلتون می‌پردازند. البته این روش‌ها با افزایش بعد مسئله مواجه هستند [6,7]. استفاده از ساختارهای هوشمند از جمله صفحه کامپوزیتی تقویت شده با نانولوله کربنی در بستر الاستیک به خاطر استحکام و سختی بالا به طور چشمگیری افزایش یافته‌اند. یکی از این دلایل مهم در استفاده از آن‌ها وجود خواص پیزوالکتریک در لایه‌هایشان می‌باشد. این صفحه‌ها اصولاً از موادی با خصوصیات استحکامی بالا و وزن سبک ساخته می‌شوند [8,9].

در مقاله [10] جهت بهبود رفتار خمشی و کرنشی، صفحه ساندویچی به صورت صفحه کامپوزیتی تقویت شده با نانولوله کربنی در نظر گرفته شده است که در کاهش جرم سازه و استحکام آن نقش به سزایی را ایفا می‌کند. نانولوله‌های کربنی از مدول الاستیک و استحکام بالاتری نسبت به فولاد برخوردارند در حالی که جرم آن‌ها بسیار کمتر می‌باشد. کامپوزیت‌های دارای نانو لوله‌های کربنی در بسیاری از کاربردها همچون ابزارهای الکتروشیمیایی، میکرو سنسورها، صنایع هوایی و نوابری مورد استفاده می‌باشند. توزیع نانولوله‌ها در صفحه با بستر الاستیک می‌تواند به صورت متقارن و یا نامتقارن انجام پذیرد. لذا خصوصیات مواد به کار رفته در صفحات کامپوزیتی بر مبنای قانون اختلاط تعمیم یافته بدست آمده است [11].

اما برای وصله‌های پیزو الکتریک نیاز است تا یک تحلیل دقیق تر بر روی خواص فیزیکی و الکتریکی آنها صورت پذیرد و معادلات آن‌ها بر اساس توابع ریتز بدست آید [12]. در مرجع [13]، یک مدل ریاضی پیچیده بر اساس یک سیستم الکترومکانیک که مجموعی از یک صفحه با بستر الاستیک مجهز به جسم متمرکز و وصله‌های سنسور و عملگر پیزو الکتریک می‌باشد استخراج شده است و نتایج شبیه سازی با روش المان محدود صحت سنجی شده است. براساس تحلیل دینامیکی سیستم و تعیین محل قطب‌های آن، می‌توان با انتخاب LQR رفتار سیستم را کنترل نمود تا به دامنه‌ی قابل قبول ارتعاشات دست یابد [14]. همچنین می‌توان رفتار مقاوم سیستم را با در نظر گرفتن عدم قطعیت‌هایی همچون موقعیت اعمالی نیروی اغتشاشی و یا تغییر جرم جسم متمرکز مورد ارزیابی و تحلیل قرار داد.

در این مقاله، ابتدا پارامترهای دینامیکی یک صفحه نانو کامپوزیتی کربنی با بستر الاستیک بر اساس روابط قانون اختلاط تعمیم یافته بدست آمده و سپس به کمک بیان روابط لاگرانژ بر اساس اصل هامیلتونین، معادلات دینامیکی صفحه با بستر الاستیک استخراج می‌شود. با بکارگیری یک رابطه خطی براساس آنالیز شکل مود ارتعاشی می‌توان معادلات حالت مساله را حل نمود. سپس پایداری سیستم نسبت به تغییر جرم و مکان جسم متمرکز، مکان اعمال نیروی اغتشاشی خارجی و جابجایی سنسور و عملگر پیزو مورد

¹ Linear Quadratic regulator

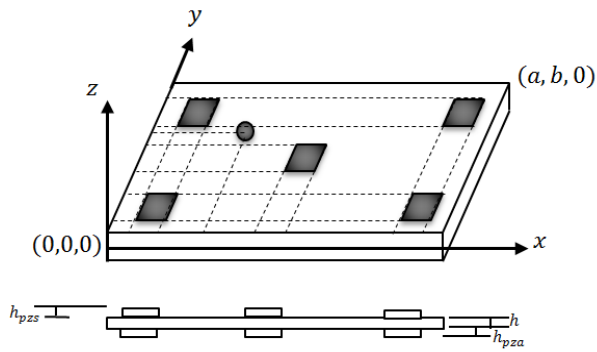


Fig 3 The position of piezoelectric patches and lumped mass in the Cartesian coordinate

شکل 3 مختصات وصله‌های پیزو الکتریک و جسم متمرکز در دستگاه کارتزین

همان طور که از شکل 3 نمایان است از پنج جفت وصله پیزوالکتریک بر روی صفحه با بستر الاستیک استفاده شده است که سنسورها بر روی صفحه و عملگرها متناظر آنها در زیر صفحه نصب شده اند. دلیل استفاده از این ساختار اتصال کانکتورهای خارجی از واحد کنترل کننده می‌باشد. تغییرات جابجایی در صفحه با بستر الاستیک توسط سنسورها حس شده و متناسب با مقدار انبساط و انقباض آن، ولتاژ الکتریکی تولید شده و به واحد کنترل فرستاده می‌شود؛ تا متناسب با آن ولتاژی به عملگرهای پیزو توسط کنترل کننده محلی مستقل از سیستم کنترل ماهواره، اعمال شود [18].

3-2 بیان روابط اساسی مساله

روابط اساسی حاکم بر ورق مستطیلی با فرضیات زیر بدست آمده است:

- 1- ورق دارای ماده همگن و یکنواخت با خاصیت الاستیسیته خطی است.
- 2- ورق کاملاً مسطح است.
- 3- سطح میانی ورق در زمان خمش ثابت در نظر گرفته می‌شود.
- 4- ضخامت ورق در مقایسه با طول و عرض ورق بسیار کوچک و دارای نسبت کوچکتر از یک به ده است:
 $h < b/10$ ، b کوچکترین بعد ورق می‌باشد
- 5- انحنا یا پیچش سراسری $w(x, y, t)$ در مقایسه با ضخامت ورق کوچک است. بیشترین مقدار در نظر گرفته شده برای انحنای ورق کمتر از یک دهم ضخامت ورق می‌باشد.
- 6- تنش نرمال σ_{zz} در سرتاسر سطح ورق قابل نظر گرفتن است.

لذا میدان جابجایی کلاسیک صفحه به صورت زیر بیان می‌شود [19]:

$$\begin{cases} U(x, y, z, t) = u(x, y, t) - z \frac{\partial w(x, y, t)}{\partial x} \\ V(x, y, z, t) = v(x, y, t) - z \frac{\partial w(x, y, t)}{\partial y} \\ W(x, y, z, t) = w(x, y, t) \end{cases} \quad (2)$$

که u ، v و w جابجایی‌های صفحه میانی با بستر الاستیک در جهت طولی، عرضی و ضخامت می‌باشند. به علت یکنواختی چسبندگی و محکم بودن لایه‌های میانی به رویه‌ها از جابجایی‌های صفحات میانی صرف نظر شده است. این فرضیه به ساده شدن روابط بدون از دست دادن کلیات مسئله کمک می‌کند و در بیشتر سازه‌های ساندویچی که هسته میانی به رویه‌ها توسط چسب‌ها متصل می‌شود در نظر گرفته می‌شود. مراجع [6] و [8] نیز به

در دستگاه مختصات کارتزین، نقطه صفر در یکی از گوشه‌های مکعب و وسط مقطع آن مطابق شکل 1 - الف در نظر گرفته شده است. قانون اختلاط تعمیم یافته [17] یک روش ساده و مناسب جهت تخمین خصوصیات مواد کامپوزیتی دو فازی می‌باشد. این قوانین به صورت زیر نوشته شده‌اند:

$$E_{11} = \eta_1 V_{NT} E_{11NT} + V_M E_{11M} \quad (1-a)$$

$$\frac{\eta_2}{E_{22}} = \frac{V_{NT}}{E_{22NT}} + \frac{V_M}{E_{22M}} \quad (1-b)$$

$$\frac{\eta_3}{G_{12}} = \frac{V_{NT}}{G_{12NT}} + \frac{V_M}{G_{12M}} \quad (1-c)$$

$$\nu_{12} = V_{NT} \nu_{12NT} + V_M \nu_{12M} \quad (1-d)$$

$$\rho = V_{NT} \rho_{NT} + V_M \rho_M \quad (1-e)$$

$$V_{NT} = V_{NT}^* \quad (1-f)$$

پسوندی‌های NT و M به ترتیب نشان دهنده نانولوله و ماتریس می‌باشند. این رابطه‌ی $V_{NT} + V_M = 1$ برای کامپوزیت‌ها برقرار است. پارامترهای V_M و V_{NT} به ترتیب حجم‌های ماتریس و نانولوله‌های کربنی می‌باشند. وظیفه ماتریس در یک مقطع کامپوزیت، پیوند زدن الیاف به یکدیگر و نگاه داشتن موقعیت آن‌ها به طور ثابت است به طوری که اجازه حرکت و اعوجاج بین الیاف وجود نداشته باشد. در روابط فوق $\eta_i (i=1,2,3)$ پارامتر راندمان و ν نسبت پواسون می‌باشد. E_{22M} و E_{11M} به ترتیب ضریب‌های کشسانی ماتریس می‌باشند. همچنین E_{11} ، E_{22} و G_{12} به ترتیب مدول‌های الاستیک طولی، عرضی و مدول برشی می‌باشند. پارامترهای راندمان به صورت عددی برای نانولوله‌های کربنی معرفی شده و این مقادیر به کمک شبیه سازی دینامیکی ملکولی بدست آمده‌اند [17].

3-3 بیان روابط اساسی و شکل کلی مساله

1-3 تاثیر اجسام بر روی صفحه نانوکامپوزیتی

از جمله اجسام نصب شده بر روی صفحه نانوکامپوزیتی می‌توان سنسورها، عملگرها و تجهیزات مخابراتی را نام برد. تجهیزات به صورت جسم متمرکز و اثر نیروی اغتشاشی نقطه‌ای در شکل 2 مشاهده می‌شود. جسم متمرکز به تجمع کلیه تجهیزات نصب شده بر روی ماهواره در یکجا گفته می‌شود که از جمله این تجهیزات می‌توان سنسورها، فرستنده‌ها و گیرنده‌های مخابراتی و چرخ‌های عکس‌العملی را نام برد. نمای مختصات کارتزین تجهیزات بر روی صفحه نانوکامپوزیتی در شکل 3 قابل مشاهده می‌باشد.

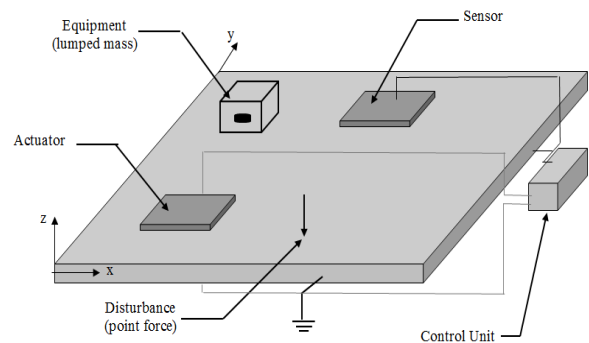


Fig 2 The position of sensors, actuators, lumped mass, and disturbance force on a nanocomposite plate

شکل 2 مدل قرارگیری سنسورها، عملگرها، جسم متمرکز و نیروی اغتشاشی بر روی صفحه نانوکامپوزیتی

با استفاده از روش ناویر طبق روابط (7) و (8-الف) برای شرایط مرزی چهار طرف تکیه گاه ساده، ماتریسهای سختی و جرم با به کارگیری معادله لاگرانژ به دست می‌آید.

1-2-3 معادلات لاگرانژ

به کمک رابطه لاگرانژ می‌توان معادلات دینامیکی صفحه را استخراج نمود:

$$\left\{ \begin{array}{l} L = T - U - W_{ex} \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = Q_i \end{array} \right. \quad (9)$$

در رابطه (9) پارامترهای T ، U و W_{ex} انرژی‌های جنبشی، پتانسیل و کار خارجی ناشی از اثر الاستیک سیستم می‌باشند، و پارامترهای q_i و Q_i به ترتیب i امین پارامتر ذاتی سیستم و نیروی مرتبط با آن می‌باشد. از پارامترهای ذاتی سیستم در مدل مذکور می‌توان پارامتر γ و ولتاژ وصله‌های پیزو الکتریک‌ها را نام برد.

پارامتر Q را مطابق با نقطه اثر نیرو بر روی صفحه با بستر الاستیک در دستگاه مختصات به فرم زیر تعریف می‌کنند [13]:

$$Q_i = \sum_{j=1}^{N_f} F_j \frac{\partial w_j}{\partial \gamma_j} \quad (10)$$

با جایگذاری رابطه (7) در (10) رابطه نیروی خارجی به شرح ذیل است:

$$Q = \mu_f^T f \quad (11)$$

در رابطه (11) پارامترهای برداری f و μ_f به ترتیب نیروهای خارجی و شکل مود ارتعاشی در نقطه اثر مربوطه می‌باشند و پارامتر f دارای ابعاد $N_f * 1$ به تعداد نقاط اعمال نیرو می‌باشد، همچنین پارامتر μ_f به کمک رابطه (8) تنها در نقطه اثر مربوطه‌اش محاسبه می‌شود.

1-1-2-3 انرژی جنبشی

برای تعیین انرژی جنبشی صفحه باید انرژی تک تک لایه‌ها همچون صفحه نانو کامپوزیتی کربنی، لایه‌های پیزوالکتریک و جسم متمرکز بدست آید.

$$T = T_c + T_{pzs_t} + T_{pza_b} + T_{Im} \quad (12)$$

پارامترهای T_c ، T_{pzs_t} ، T_{pza_b} و T_{Im} به ترتیب انرژی‌های جنبشی هسته، سنسور پیزوالکتریک، عملگر پیزوالکتریک و جسم متمرکز می‌باشند. رابطه کلی جهت تعیین انرژی جنبشی صفحه به صورت زیر می‌باشد [13]:

$$T = \int \frac{1}{2} \rho \left(\left(\frac{\partial U}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial W}{\partial t} \right)^2 \right) dV = \frac{1}{2} \dot{\gamma}^T M \dot{\gamma} \quad (13)$$

ρ نشان دهنده چگالی سازه است. جرم کل صفحه را می‌توان از مجموع جرم صفحه نانو کامپوزیتی کربنی، لایه‌های پیزوالکتریک و جسم متمرکز بدست آورد.

$$M_c = \iiint \rho_c \left(z^2 \frac{\partial \mu}{\partial x} \frac{\partial \mu^T}{\partial x} + z^2 \frac{\partial \mu}{\partial y} \frac{\partial \mu^T}{\partial y} + \mu \cdot \mu^T \right) dx dy dz \quad (14)$$

$$M_{pz} = \sum_{i=1}^{N_{pz}} \iiint \rho_{pz} \left(z^2 \frac{\partial \mu}{\partial x} \frac{\partial \mu^T}{\partial x} + z^2 \frac{\partial \mu}{\partial y} \frac{\partial \mu^T}{\partial y} + \mu \cdot \mu^T \right) dx dy dz \quad (15)$$

$$M_{Im} = \sum_{i=1}^{N_i} M_{Im_i} \mu_{Im_i} \mu_{Im_i}^T \quad (16)$$

این فرضیه استناد کرده‌اند. روابط کرنش‌های نرمال و برشی بر اساس رابطه زیر حاصل می‌شوند:

$$\left\{ \begin{array}{l} \epsilon_{xx} \\ \epsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial U}{\partial x} \\ \frac{\partial V}{\partial y} \\ \frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} \\ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \end{array} \right\} + z \left\{ \begin{array}{l} -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\ -\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \\ -2 \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \end{array} \right\} \quad (3)$$

به خاطر جابجایی‌های کوچک مقادیر u و v قابل صرف نظر است و همچنین معادلات برای صفحه نانو کامپوزیتی به قرار زیر است [16]:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} \end{array} \right\} = \left[\begin{array}{cccccc} Q_{11} & Q_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Q_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Q_{55} & 0 \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{l} \epsilon_{xx} \\ \epsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{array} \right\} \quad (4)$$

$$\epsilon_{zz} = 0 \quad (5)$$

$$Q_{11} = \frac{E_{11}}{1 - \nu_{12}\nu_{12}}, Q_{12} = \frac{\nu_{12}E_{11}}{1 - \nu_{12}\nu_{12}}, Q_{22} = \frac{E_{22}}{1 - \nu_{12}\nu_{12}}, Q_{66} = G_{12} = \frac{E_{11}}{2(1 + \nu_{12})}, Q_{44} = G_{23}, Q_{55} = G_{13} \quad (6)$$

در رابطه (6) پارامترهای E_{11} ، E_{22} ، ν_{12} ، G_{13} ، G_{23} ، G_{12} و Q به ترتیب مدول‌های ینگ در جهت‌های طولی و عرضی، نسبت پواسون، مدول‌های برشی در سه جهت و ثوابت سفتی می‌باشند.

جهت ساده‌سازی در حل معادلات سیستم از روش شکل مود ارتعاشی استفاده شده و پارامتر w (خیز صفحه) به صورت زیر تعریف می‌گردد:

$$w(x, y, t) = \sum_{m=1}^{N_m} \sum_{n=1}^{N_n} \mu_{m,n}(x, y) \gamma_{m,n}(t) = \mu^T \gamma \quad (7)$$

در رابطه (7) پارامترهای N_m و N_n به ترتیب تعداد شکل مود ارتعاشی در راستاهای طولی و عرضی می‌باشند و پارامتر مستقل از جابجایی و وابسته به زمان γ در ابعاد $1 * N_m$ می‌باشد. پارامتر μ که تنها به جابجایی‌های طولی و عرضی صفحه مستقل از زمان وابسته است دارای ابعاد $N_m * N_n$ می‌باشد و بدین صورت است:

$$\mu = \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \quad (8-a)$$

شرایط مرزی صفحه کامپوزیتی تقویت شده با نانولوله کربنی برای صفحه چهار طرف تکیه گاه ساده به صورت زیر می‌باشد:

$$\left. \begin{array}{l} w = 0 \text{ at } y = 0, b \\ \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = 0 \text{ at } y = 0, b \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} w = 0 \text{ at } x = 0, a \\ \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0 \text{ at } x = 0, a \end{array} \right\} \quad (8-b)$$

$$K_{pz_{elast}} = \sum_{i=1}^{N_{pz}} \iiint \left[\frac{E_{pz_i} z^2}{(1 - \nu_{pz_i}^2)} \left(\frac{\partial^2 \mu_{pz_i}}{\partial x^2} \frac{\partial^2 \mu_{pz_i}^T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \mu_{pz_i}}{\partial y^2} \frac{\partial^2 \mu_{pz_i}^T}{\partial y^2} \right) + 2\nu_{pz_i} \frac{\partial^2 \mu_{pz_i}}{\partial x^2} \frac{\partial^2 \mu_{pz_i}^T}{\partial y^2} + 2(1 - \nu_{pz_i}) \frac{\partial^2 \mu_{pz_i}}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 \mu_{pz_i}^T}{\partial x \partial y} \right] dx dy dz \quad (22)$$

در مساله مربوطه در این مقاله $N_{pz_i} = 5$ (5 عدد وصله سنسور و 5 عدد وصله عملگر متناظر در بالا و پایین صفحه) می‌باشد. به علت یکسان بودن جهت تنش در بالا و پایین صفحه و همچنین یکسان بودن نوع و اندازه پیروزالکتریک ها، $K_{pz_{elast}}$ (ماتریس سختی پیروزالکتریک) در بالا و پایین صفحه با هم برابرند. پتانسیل ناشی از برهم کنش خاصیت‌های الکتریکی و الاستیسیته پیروز بر اساس روابط تنش‌های طولی و عرضی معین می‌شود.

$$\sigma_{elect} = \begin{pmatrix} \sigma_{x_{elect}} \\ \sigma_{y_{elect}} \end{pmatrix} = \frac{E_{pz}}{1 - \nu^2} \begin{pmatrix} \epsilon_{xz} + \nu \epsilon_{yz} \\ \epsilon_{yz} + \nu \epsilon_{xz} \end{pmatrix} e \quad (23)$$

در رابطه (23) پارامتر e ، میدان الکتریکی ناشی از اعمال ولتاژ به پیروز می‌باشد که از رابطه $e = \frac{V_{pz}}{h_{pz}}$ بدست می‌آید. ضخامت لایه پیروزالکتریک می‌باشد. ϵ_{yz} و ϵ_{xz} ثابت‌های پیروزالکتریک می‌باشند که با انتخاب یکسان از ابعاد پیروز در راستای طولی و عرضی این دو را برابر و مساوی مقدار ϵ_{z_i} در نظر گرفته می‌شوند. E_{pz} ثابت مدول یانگ برای پیروزالکتریک‌ها می‌باشد. لذا انرژی پتانسیل ناشی از خواص الاستیسیته و الکتریکی بدین صورت است [21]:

$$U_{pz_{elastelect}} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N_{pz}} \iiint \epsilon^T \sigma_{elect} dx dy dz = V_{pz}^T K_{pz_{elastelect}} \gamma \quad (24)$$

با در نظر گرفتن خاصیت تقارن در رابطه $\sigma_{elect}^T \epsilon = \epsilon^T \sigma_{elect}$ می‌توان رابطه (24) را نتیجه گرفت.

$$K_{pz_{elastelect}} = \sum_{i=1}^{N_{pz}} \iiint \left(z \frac{\partial^2 \mu_{pz_i}^T}{\partial x^2} + z \frac{\partial^2 \mu_{pz_i}^T}{\partial y^2} \right) dx dy dz \quad (25)$$

در رابطه (25) رابطه $p_i = \frac{1}{h_{pz_i}}$ برقرار می‌باشد. با توجه به زوج بودن تابع انرژی پتانسیل لذا مقدار این انرژی برای وصله‌های پیروزالکتریک در بالا و پایین صفحه یکسان می‌باشد.

انرژی پتانسیل ناشی از میدان الکتریکی طبق رابطه $d_i = \epsilon_{pz_i} \frac{V_{pz}}{h_{pz_i}}$ بدست می‌آید. که d معرف جابجایی الکتریکی می‌باشد و پارامتر ϵ_{pz_i} ثابت دی الکتریک از ماده پیروزالکتریک می‌باشد.

$$U_{pz_{elect}} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N_{pz}} \iiint e^T d dx dy dz = \frac{1}{2} V^T K_{pz_{elect}} V \quad (26)$$

$$K_{pz_{elect}} = \sum_{i=1}^{N_{pz}} \iiint \epsilon_{pz_i} p_i^T p_i dx dy dz \quad (27)$$

همچنین به خاطر توزیع متقارن میدان الکتریکی در بالا و پایین صفحه در وصله‌های پیروز، رابطه $U_{pz_{elect}} = U_{pz_{elect}}$ برقرار است.

ρ_{c} و ρ_{pz_i} به ترتیب چگالی‌های صفحه کامپوزیتی کربنی و پیروزالکتریک می‌باشند و N_I تعداد اجسام متمرکز بر روی صفحه می‌باشد. همچنین μ_{Im_i} پارامتر شکل مود ارتعاشی در نقطه اثر خود می‌باشد. پارامتر N_{pz} تعداد وصله‌های پیروزالکتریک را نشان می‌دهد.

2-1-2-3 انرژی پتانسیل

انرژی پتانسیل کل صفحه از مجموع انرژی پتانسیل صفحه کامپوزیتی و پیروزالکتریک‌ها حاصل می‌شود.

$$U = U_c + U_{pz_{st}} + U_{pz_{ab}} \quad (17)$$

انرژی پتانسیل ناشی از خاصیت الاستیسیته برای صفحه کامپوزیتی تقویت شده با نانولوله کربنی به فرم زیر است [13]:

$$U_c = \frac{1}{2} \int_0^a \int_0^b \int_{-\frac{h_c}{2}}^{\frac{h_c}{2}} \epsilon^T \sigma_c dx dy dz = \frac{1}{2} \gamma^T K_c \gamma \quad (18)$$

که

$$K_c = \int_0^a \int_0^b \int_{-\frac{h_c}{2}}^{\frac{h_c}{2}} \left(Q_{11c} \left(z^2 \frac{\partial^2 \mu}{\partial x^2} \frac{\partial^2 \mu^T}{\partial x^2} \right) + Q_{22c} \left(z^2 \frac{\partial^2 \mu}{\partial y^2} \frac{\partial^2 \mu^T}{\partial y^2} \right) + 2Q_{12c} \left(z^2 \frac{\partial^2 \mu}{\partial x^2} \frac{\partial^2 \mu^T}{\partial y^2} \right) + Q_{66c} \left(4z^2 \frac{\partial^2 \mu}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 \mu^T}{\partial x \partial y} \right) \right) dx dy dz \quad (19)$$

انرژی پتانسیل ناشی از لایه‌های پیروزالکتریک شامل سه بخش انرژی پتانسیل الاستیسیته، انرژی ناشی از میدان الکتریکی ذخیره شده در اثر خواص دی الکتریک مواد سازنده پیروزالکتریک‌ها و انرژی ناشی از برهم کنش ولتاژ اعمالی به لایه پیروزالکتریک و ارتعاش آن می‌باشد. پس می‌توان انرژی پتانسیل یک لایه پیروزالکتریک را به فرم زیر نوشت [20]:

$$U_{pz} = U_{pz_{elast}} + U_{pz_{elastelect}} + U_{pz_{elect}} \quad (20)$$

جهت محاسبه انرژی پتانسیل پیروزالکتریک‌ها ناشی از خواص الاستیکی پیروز فرضیات زیر در نظر گرفته شده است:

- 1- از سختی الکترودهای متصل به وصله‌های پیروز صرف نظر شده است.
- 2- از ضخامت چسب به کار رفته در اتصال الکترودها به پیروزها در مقایسه با اندازه وصله‌های پیروز صرف نظر شده
- 3- چسب‌ها قادر به انتقال کل خواص تنشی از پیروز می‌باشند.
- 4- شرایط مرزی ذاتی در لبه‌های وصله‌های پیروزالکتریک‌ها همچون $(\sigma = 0)$ وجود ندارد و تاثیری در توزیع خمش و یا تنش در کل صفحه نمی‌گذارد.

انرژی پتانسیل ناشی از خاصیت الاستیسیته و ایزوتروپیک پیروز همانند انرژی پتانسیل صفحه نانوکامپوزیتی می‌باشد البته مدول الاستیسیته طولی و عرضی در پیروزها یکسان فرض شده اند و E_{pz_i} مدول یانگ i امین وصله پیروز می‌باشد و U_{pz_i} معرف نسبت پواسون در پیروز است:

$$U_{pz_{elast}} = \sum_{i=1}^{N_{pz}} \frac{1}{2} \iiint \epsilon^T \sigma_{pz_i} dx dy dz = \frac{1}{2} \gamma^T K_{pz_{elast}} \gamma \quad (21)$$

$$\dot{x} = Ax + B_v v_a + B_f f \quad (42)$$

در جایی که

$$x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Y \\ \dot{Y} \end{pmatrix}, \quad \begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -M^{-1}KX_1 - M^{-1}C_s x_2 \\ -M^{-1}K_{pza}^{T} V_{pza} + M^{-1}\mu_f^{TF} \end{cases} \quad (43)$$

پس نتیجه می‌شود:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -M^{-1}K & -M^{-1}C_s \end{bmatrix}, \quad B_v = \begin{bmatrix} 0 \\ -M^{-1}K_{pza}^{T} \end{bmatrix}, \quad B_f = \begin{bmatrix} 0 \\ M^{-1}\mu_f^{TF} \end{bmatrix} \quad (44)$$

$$C_v = [-K_{pzs}^{elect} \quad -K_{pzs}^{elastelect} \quad 0], \quad C_w = [\mu_{out}^T \quad 0] \quad (45)$$

در جایی که K معرف ماتریس سختی کل سیستم، w_{out} جابجایی خروجی صفحه با بستر الاستیک و μ_{out} بیانگر بردار شکل مود ارتعاشی در موقعیت خروجی می‌باشد. به کمک روابط بدست آمده در فرم فضای حالت و خطی بودن آن، طراحی فیدبک حالت بر اساس تئوری LQR می‌تواند یکی از انتخاب‌های مناسب برای کنترل کننده باشد. اساس کار این کنترل کننده بر کمینه کردن تابع هزینه زیر می‌باشد [23]:

$$J = \int_0^{\infty} (w_{out}^T Q w_{out} + v_a^T R v_a) dt \quad (46)$$

ماتریس های وزنی Q و R به ترتیب مثبت معین و مثبت معین و دارای ابعاد متناسب با متغیرهای حالت مساله می‌باشند و انتخاب آن ها بستگی به ویژگی سیستم دارد.

معادله کنترل کننده بر اساس قانون فیدبک حالت و به کمک حل معادله ریکاتی مطابق زیر حاصل می‌شود:

$$V_{pza} = G_{fs} x \quad (47)$$

G_{fs} ماتریس بهره فیدبک حالت می‌باشد و بر اساس رابطه زیر بدست می‌آید:

$$G_{fs} = R^{-1} B_v^T P_c \quad (48)$$

پارامتر P_c در رابطه (48) از معادله ریکاتی جبری زیر نتیجه می‌شود:

$$A^T P_c + P_c A - P_c B_v R^{-1} B_v^T P_c + C_w Q C_w^T = 0 \quad (49)$$

5- نتایج و شبیه سازی

نتایج شبیه سازی با وجود دو عامل تحریک نیروی اغتشاشی و ولتاژ عملگر پیزوالکتریک، در دو حالت مورد بررسی قرار گرفته اند:

حالت اول: منبع اغتشاش یک نیروی هارمونیک با دامنه یک نیوتن می‌باشد که به صورت عمود بر صفحه در نقطه مشخص $x = 250\text{mm}$ و $y = 50\text{mm}$ به صورت زیر اعمال می‌شود:

$$f = F e^{j\omega t} = F e^{j2\pi f_1 t} \quad (50)$$

و همچنین یک جسم متمرکز به جرم 50 گرم در نقطه $x = 50\text{mm}$ و $y = 150\text{mm}$ قرار داده می‌شود.

حالت دوم: ولتاژی معادل یک ولت با دامنه سینوسی به عملگر پیزوالکتریک اعمال می‌شود تابع ولتاژ به فرم زیر می‌باشد:

$$V_{pza} = V_0 e^{j\omega t} = V_0 e^{j2\pi f_2 t} \quad (51)$$

$$V_0 = 1$$

در شبیه سازی 36 مود اول ارتعاشی سیستم تحلیل شده تا رفتار تنش و کرنش صفحه تا میزان جابجایی قابل قبول، مورد ارزیابی قرار گیرد.

$$w = \mu^T \gamma = (\mu_1 \dots \mu_{36})(\gamma_1 \dots \gamma_{36})^T \quad (52)$$

3-1-2-3 کار خارجی

کار خارجی انجام شده بر اساس نیروی بستر الاستیک به صورت زیر می‌باشد،

$$W_{external} = \frac{1}{2} \int (-K_w w + K_p \nabla^2 w) w dA \\ = \frac{1}{2} \gamma^T \iint (-K_w \mu^T \mu + K_p (\frac{\partial^2 \mu^T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \mu^T}{\partial y^2})) \mu dx dy \gamma \\ W_{external} = \frac{1}{2} \gamma^T K_{ex} \gamma \quad (28)$$

بنابراین رابطه کلی برای انرژی پتانسیل می‌شود:

$$U = \frac{1}{2} \gamma^T K_c \gamma + \frac{1}{2} \gamma^T K_{pzelect} \gamma \\ + V_{pz}^T K_{pzelect} \gamma + \frac{1}{2} V_{pz}^T K_{pzelect} V_{pz} \quad (29)$$

با جایگذاری انرژی های جنبشی، پتانسیل، نیروی ناشی از بستر الاستیک و اغتشاش خارجی از روابط (12)، (29)، (28) و (10) در رابطه (9) و مشتق گیری نسبت به پارامترهای γ و V_{pz} به ترتیب نتایج زیر حاصل می‌شوند.

$$(M_c + M_{pz} + M_{lm}) \dot{\gamma} + (K_c + K_{ex} + K_{pzelect}) \gamma \\ + K_{pzelect}^T V_{pz} = s^{TF} \quad (30)$$

$$K_{pzelect} \gamma + K_{pzelect} V_{pz} = 0 \quad (31)$$

با استفاده از روابط زیر:

$$M = M_c + M_{pz} + M_{lm} \quad (32)$$

$$K_{elast} = K_c + K_{ex} + K_{pzelect} \quad (33)$$

$$K_{pzelect}^T V_{pz} = [K_{pzs}^{elastelect} \quad K_{pza}^{elastelect}] \begin{bmatrix} V_{pzs} \\ V_{pza} \end{bmatrix} \quad (34)$$

رابطه (30) را می توان به فرم خلاصه تر به صورت زیر نوشت:

$$M \dot{\gamma} + K_{elast} \gamma + K_{pzs}^{elastelect} V_{pzs} \\ + K_{pza}^{elastelect} V_{pza} = \mu^{TF} \quad (35)$$

ولتاژ پیزوالکتریک حاصل از اندازه گیری سنسور طبق رابطه (31) می‌شود:

$$V_{pzs} = -K_{pzs}^{elect}^{-1} K_{pzs}^{elastelect} \gamma \quad (36)$$

با جایگذاری رابطه (36) در رابطه (35) بدست می‌آید:

$$M \dot{\gamma} + \left(K_{elast} - K_{pzs}^{elect}^{-1} K_{pzs}^{elastelect} \right) \gamma \\ = -K_{pza}^{elastelect} V_{pza} + \mu^{TF} \quad (37)$$

با فرض $K_{pzs} = -K_{pzs}^{elastelect} K_{pzs}^{elect}^{-1} K_{pzs}^{elastelect}$ رابطه (37) ساده تر شده، و به صورت زیر بیان می‌شود:

$$M \dot{\gamma} + (K_{elast} + K_{pzs}) \gamma = -K_{pza}^{elastelect} V_{pza} + \mu^{TF} \quad (38)$$

با اضافه کردن ماتریس دمپینگ و رابطه $K = K_{elast} + K_{pzs}$ ، رابطه (38) به صورت زیر می‌شود:

$$M \dot{\gamma} + C_s \dot{\gamma} + K \gamma = -K_{pza}^{elastelect} V_{pza} + \mu^{TF} \quad (39)$$

مقدار ماتریس استهلاک به صورت تناسبی $C_s = \alpha M + \beta K$ از [22] است که ضرایب آن تاثیر مستقیم در جابجایی قطب های سیستم خواهند داشت.

4- طراحی کنترل کننده LQR

مدل ریاضی بدست آمده از روابط (7)، (36) و (39) را می توان در فرم فضای حالت، خطی سازی نموده و به صورت زیر نوشت:

$$w_{out} = C_w x \quad (40)$$

$$v_s = C_v x \quad (41)$$

جدول 1 خواص مکانیکی و هندسی برای صفحه کامپوزیتی تقویت شده با نانولوله کربنی و سنسورها و عملگرهای پیزو الکتریک

Table 1 Structural and geometric properties of a composite plate reinforced by carbon nanotube and piezoelectric patches

خصوصیات ماده	ابعاد ماده	صفحه کامپوزیتی تقویت شده با نانولوله های کربنی
خواص نانولوله کربنی: $E_{11NT} = 5.64 \text{ TPa}$, $E_{22NT} = 7.08 \text{ TPa}$ $G_{12NT} = 1.94 \text{ TPa}$, $V_{NT}^* = 0.17$, $\eta_1 = 0.142$, $\eta_2 = 1.626$, $\eta_3 = 1.138$ $\rho_{NT} = 4000 \text{ kg/m}^3$, $\nu_{NT} = 0.175$	$a = 300 \text{ mm}$ $b = 200 \text{ mm}$ $h = 0.11 \text{ mm}$	
خواص ماتریس: $E_m^c = 8.3 \text{ GPa}$, $\nu_m^c = 0.18$, $\rho_m^c = 1750 \text{ Kg/m}^3$		سنسورها و عملگرهای پیزو الکتریک
$E = 63 \text{ e9 Pa}$, $\rho = 7650 \text{ kg/m}^3$ $\nu = 0.3$, $D = 1.66 \text{ e}^{-10} \text{ m/v}$ $\varepsilon = 1700 \varepsilon^0$	$x_{s1}, x_{s4} = [67.5 \ 82.5] \text{ mm}$ $x_{s5} = [142.5 \ 157.5] \text{ mm}$ $y_{s1}, y_{s2} = [45 \ 55] \text{ mm}$ $y_{s5} = [95 \ 105] \text{ mm}$ $h_{pzs} = 0.19 \text{ mm}$	
$W_{lm} = 50 \text{ g}$	$X_{lm} = 50 \text{ mm}$ $Y_{lm} = 150 \text{ mm}$	جسم متمرکز

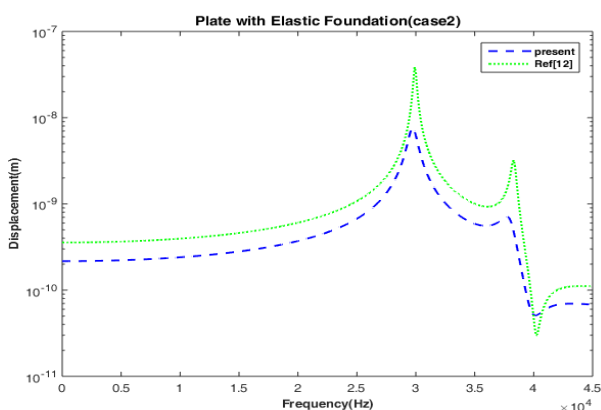


Fig 5 The comparison of Aluminum plate displacement with ref [12] in frequency domain in case2

شکل 5 مقایسه جابجایی صفحه آلومینیومی با مرجع [12] در حوزه فرکانس در حالت دوم

جدول 2 مقایسه جابجایی صفحه آلومینیومی با مرجع [12] در حالت اول

Table 2 The comparison of Aluminum plate displacement with ref [12] in case1

جابجایی (م) سوم	مود سوم (Hz)	جابجایی (م) دوم	مود دوم (Hz)	جابجایی (م) اول	مود اول (Hz)	مرجع [12]
2.1×10^{-7}	31300	7.67×10^{-10}	5000	6.14×10^{-7}	4700	مرجع [12]
0.7×10^{-7}	31300	9.21×10^{-10}	5000	3.69×10^{-7}	4700	مقاله حاضر

جدول 3 مقایسه جابجایی صفحه آلومینیومی با مرجع [12] در حالت دوم

Table 3 The comparison of Aluminum plate displacement with ref [12] in case2

جابجایی (م) سوم	مود سوم (Hz)	جابجایی (م) دوم	مود دوم (Hz)	جابجایی (م) اول	مود اول (Hz)	مرجع [12]
3.24×10^{-9}	38400	9.28×10^{-10}	36200	3.87×10^{-8}	30000	مرجع [12]
0.71×10^{-9}	37800	5.55×10^{-10}	36100	0.76×10^{-8}	39800	مقاله حاضر

مشخصات صفحه ساندویچی با بستر الاستیک، پیزوالکتریک ها و صفحه کامپوزیتی تقویت شده با نانولوله کربنی در جدول 1 آمده است [12]. اعتبار صحت سنجی مقاله مذکور با مرجع [12] در هنگامی که هر دو از صفحه آلومینیومی استفاده کرده اند مقایسه شده و در شکل های 4 و 5 و جدول های 2 و 3 آورده شده است. از دلایل انتخاب مرجع فوق جهت مقایسه و صحت سنجی، یکسان بودن روش استخراج معادلات پایه از روش انرژی و استفاده از تکنیک ریتز در هر دو مقاله می باشد. شکل های 4 و 5 به ترتیب مقایسه جابجایی صفحه آلومینیومی کار حاضر با مرجع [12] در حوزه فرکانس در حالت یک و دو را نشان می دهد. می توان مشاهده نمود که نتایج کار حاضر با کار دیگران تطابق بسیار خوبی دارد و می توان با تغییر خواص در کد حاضر تحلیل را برای سازه های ساندویچی انجام داد. محور عمودی تمامی شکل ها بر اساس اندازه لگاریتمی نمایش داده شده است.

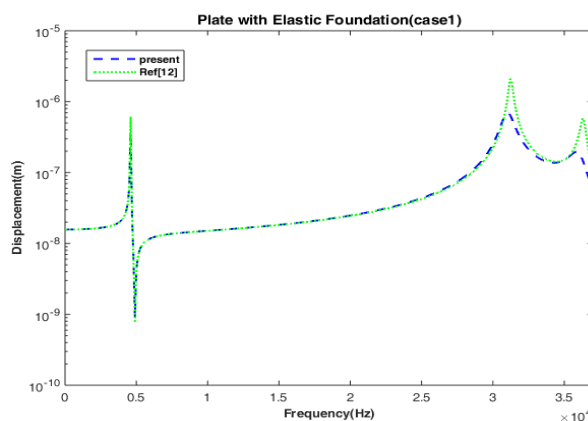


Fig 4 the comparison of Aluminum plate displacement with ref [12] in frequency domain in case1

شکل 4 مقایسه جابجایی صفحه آلومینیومی با مرجع [12] در حوزه فرکانس در حالت اول

در جدول های 2 و 3 به ترتیب مقایسه جابجایی صفحه آلومینیومی کار حاضر با مرجع [12] در حالت یک و دو نشان داده شده است. مرجع حاضر از دامنه نوسانات پایین تری برخوردار است. اختلاف اندک میان دو مرجع به علت در نظر گرفتن مدل حاضر بر روی بستر الاستیک می باشد که کاهش میزان جابجایی را به دنبال داشته است.

در شکل 7 نیز میزان جابجایی صفحه در حالت دوم نشان داده شده است با این تفاوت که عوامل تحریک بیرونی بر خلاف حالت اول (اعمال نیروی اغتشاشی و قرار دادن جسم متمرکز)، تنها ولتاژ اعمالی به عملگر های پیزو الکتریک می‌باشد که به مراتب بسیار بزرگتر از عامل تحریک در حالت یک می‌باشد. علت این امر ضریب B_V می‌باشد که در ولتاژ عملگر ضرب شده و میزان تحریک را به شکل قابل توجهی افزایش می‌دهد. مقدار فرکانس تحریک شده در حالت دو بسیار بیشتر از حالت یک است.

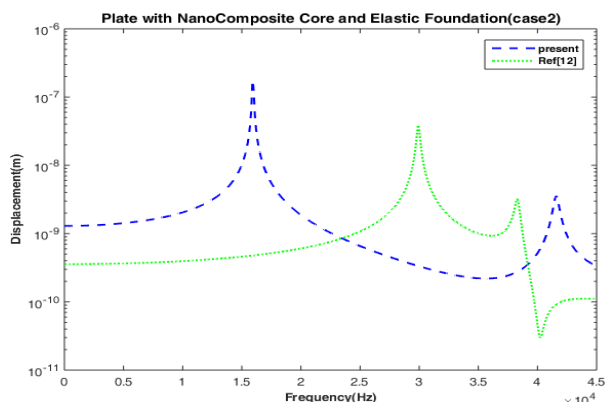


Fig 7 Displacement of the composite plate reinforced by carbon nanotube caused by piezoelectric voltage (case2)

شکل 7 جابجایی صفحه کامپوزیتی با نانولوله های کربنی در اثر تحریک نیروی ولتاژ عملگرهای پیزوالکتریک(حالت 2)

در شکل 8 کنترل کننده LQR با ضرایب $R = I$ و $Q = I * 10^{11}$ برای کاهش نوسانات صفحه کامپوزیتی طراحی شده است تا رفتار مطلوب از کنترل کننده بدست آید و نوسانات صفحه به سطح مورد قبول برسد. دلیل وجود اختلاف زیاد میان مقادیر ضرایب R و Q در کنترل کننده، وجود اختلاف زیاد میان مقادیر ویژه ماتریس جرم و ماتریس سختی در صفحه می- باشد که ماتریس جرم از مرتبه 10 به توان 3- و ماتریس سختی از مرتبه 10 به توان 10 می‌باشد. در شکل 9 ولتاژ ورودی کنترل کننده جهت درک بهتر رفتار کنترل کننده براساس روابط (47) تا (49) سیستم ترسیم شده است.

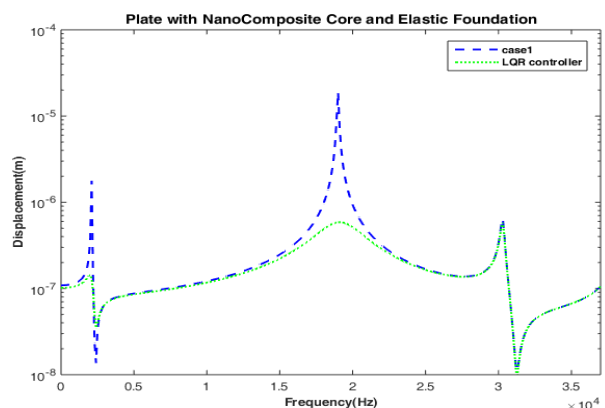


Fig 8 Plate frequency response using LQR controller

شکل 8 پاسخ فرکانسی صفحه با استفاده از کنترل کننده LQR

در شکل 6 میزان جابجایی یک صفحه کامپوزیتی نسبت به گستره فرکانسی صفر تا 350 کیلو هرتز در حالت یک نشان داده شده است. میزان جابجایی صفحه ساندویچی در نقاط اکستریم با مقاله مشابه از مرجع [12] با صفحه آلومینیومی مقایسه شده است و نسبت بسیار کم در جابجایی در این نقاط قابل مشاهده می‌باشد. همان طور که قابل مشاهده است تغییرات نوسانی صفحه ساندویچی، رفتاری شبیه با مرجع [12] دارد با این تفاوت که به علت یکسان نبودن جنس دو صفحه مکان وقوع فرکانس های ذاتی آن ها با هم اندکی تفاوت دارند و همچنین بازه تغییرات جابجایی هر دو صفحه نزدیک به هم می‌باشد. خصوصیات ماده مرکب در صفحه کامپوزیتی تقویت شده با نانولوله کربنی با بستر الاستیک در جدول 1 آمده است [19].

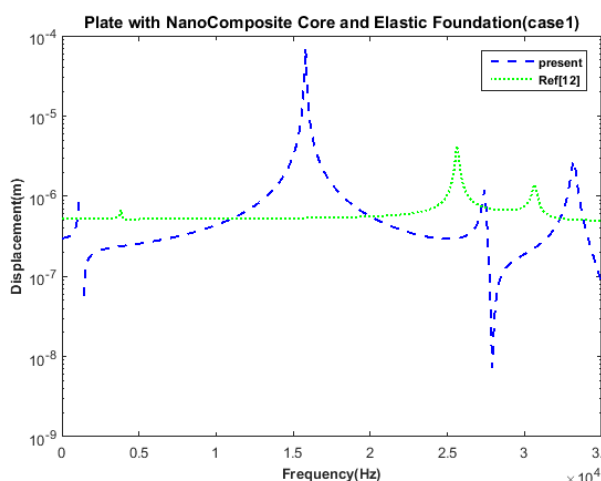


Fig 6 Displacement of a composite plate reinforced by carbon nanotube caused by disturbance force (case1)

شکل 6 جابجایی صفحه کامپوزیتی مجهز شده به نانولوله های کربنی در اثر تحریک نیروی اغتشاشی(حالت 1)

همان طور که از شکل 6 مشخص است میزان جابجایی صفحه ساندویچی نسبت به صفحه آلومینیومی بسیار کم می‌باشد. دلیل این استحکام استفاده از کامپوزیت با نانولوله های کربنی در ساختارهای صفحه ساندویچی می‌باشد که میزان عدد مدول یانگ بالا ذرات نانو کربن در جدول 1 گویای این مطلب است. همچنین در جدول 4 مقایسه ای میان مقاله حاضر و مرجع [12] در 3 نقطه فرکانسی اول صورت گرفته است که نشان از نزدیکی دامنه نوسانات صفحه آلومینیومی با صفحه کامپوزیتی تقویت شده با نانولوله های کربنی دارد. پس می‌توان با انتخاب ساختارهای کامپوزیتی با وزن به مراتب کمتر نسبت به صفحه آلیاژی به استحکام برابر و حتی بهتر دست یافت.

جدول 4 مقایسه میزان جابجایی صفحه کامپوزیتی و آلومینیومی در حالت (1)

Table 4 the comparison of displacement in the aluminum plate and composite plate in case1

مقاله حاضر	مود اول (Hz)	جابجایی اول (m)	مود دوم (Hz)	جابجایی دوم (m)	مود سوم (Hz)	جابجایی سوم (m)
مرجع [12]	4700	$6.14 * 10^{-6}$	5000	$7.67 * 10^{-7}$	31300	$2.1 * 10^{-4}$
	2200	$1.77 * 10^{-6}$	2500	$1.35 * 10^{-6}$	19100	$1.87 * 10^{-5}$

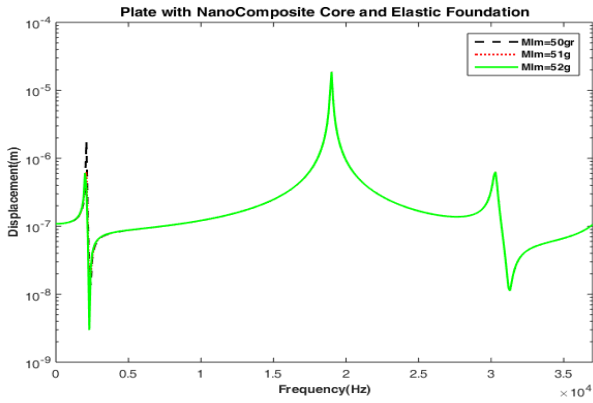


Fig 12 Robust performance of the system against lumped mass weight uncertainty

شکل 12 رفتار مقاوم سیستم در مقابل عدم قطعیت جرم جسم متمرکز

پارامتر تغییرات نسبت طول به عرض صفحه (a/b) یک پارامتر مهم در میزان استحکام یک صفحه می‌باشد با افزایش نسبت (a/b) مطابق شکل 13 از استحکام صفحه کاسته شده است. علت این کاهش را می‌توان در افزایش فرکانس‌های طبیعی صفحه مشخص نمود. در جدول 5 این تغییرات به صورت عددی قابل مشاهده می‌باشد.

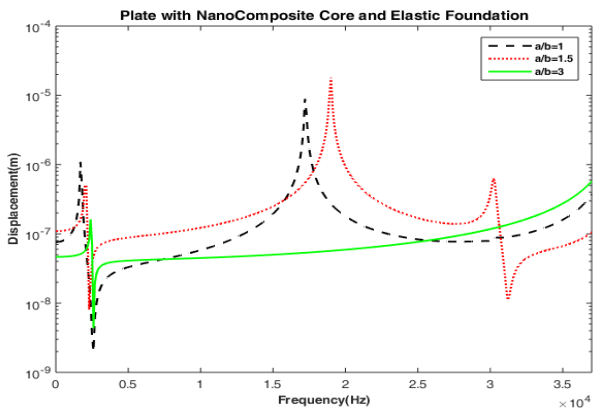


Fig 13 the ratio of length to width variation in a composite plate

شکل 13 نسبت تغییرات طول به عرض صفحه کامپوزیتی

جدول 5 مقایسه میزان جابجایی صفحه کامپوزیتی با افزایش نسبت طول به عرض

Table 5 Comparison of plate displacement with increase length to width ratio

جابجایی مود اول (m)	مود اول (Hz)	جابجایی مود دوم (m)	مود دوم (Hz)	جابجایی مود اول (m)	مود اول (Hz)	a/b
8.9×10^{-6}	17300	2.01×10^{-9}	2300	1.09×10^{-6}	1800	1
1.87×10^{-5}	19100	1.35×10^{-8}	2500	1.77×10^{-6}	2200	1.5
5.8×10^{-6}	39000	1.13×10^{-8}	2700	4.05×10^{-7}	2500	2

یکی دیگر از عوامل مهم در بهینه سازی پارامترهای کنترلی سیستم تعیین محل قرارگیری وصله های پیزوالکتریک می‌باشد. برای این منظور سه وضعیت متقارن، واگرا و همگرا بررسی شده است که با رنگ های مشکی، سبز و قرمز به ترتیب در شکل 14 مشخص شده اند.

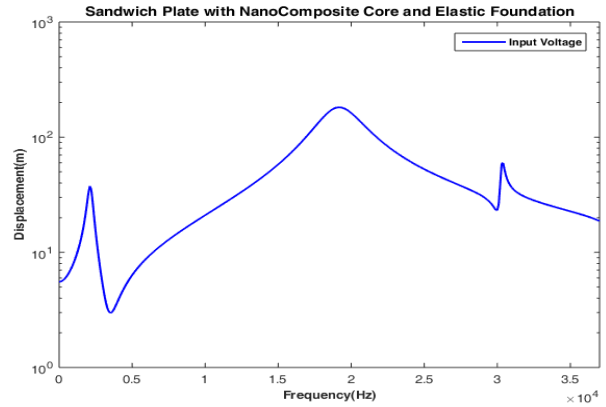


Fig 9 Actuator voltage frequency response

شکل 9 پاسخ فرکانسی ولتاژ عملگر به عنوان ورودی کنترلی

سیستم مورد نظر دارای ماتریس مقادیر ویژه در سمت چپ محور موهومی می‌باشد پس از پایداری ذاتی برخوردار است برای درک بهتر این مساله در شکل 10، شکل 11 و شکل 12 رفتار سیستم با وجود عدم قطعیت در موقعیت اعمال نیرو و جسم متمرکز تا 4 میلی متر تیرانس نسبت به موقعیت اصلی و همچنین عدم قطعیت در جرم جسم متمرکز نشان داده شده است و رفتار مقاوم ذاتی سیستم دیده می‌شود.

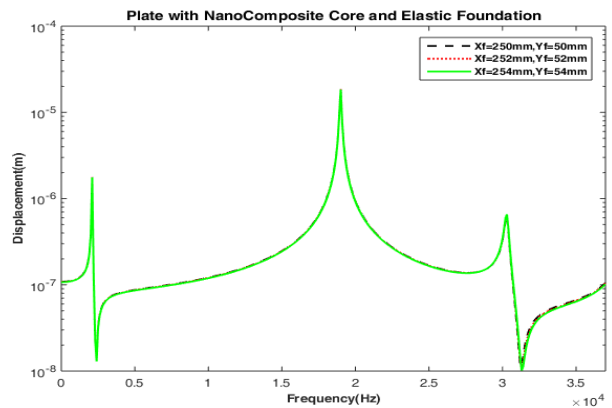


Fig10 Robust performance of the system against the disturbance force place uncertainty

شکل 10 رفتار مقاوم سیستم در مقابل عدم قطعیت مکانی نیروی اغتشاش خارجی

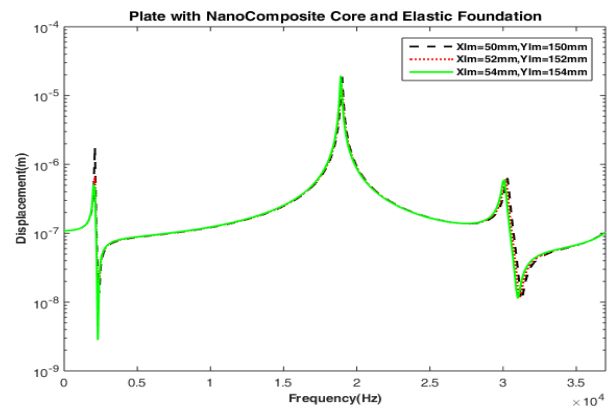


Fig 11 Robust performance of the system against lumped mass place uncertainty

شکل 11 رفتار مقاوم سیستم در مقابل عدم قطعیت مکانی جسم متمرکز

$$V_{NT}(z) = \begin{cases} V_{NT}^* & UD \\ \left(1 + \frac{2z}{h}\right) V_{NT}^* & FG - V \\ 2 \left(1 - \frac{|2z|}{h}\right) V_{NT}^* & FG - O \\ 2 \frac{|2z|}{h} V_{NT}^* & FG - X \end{cases} \quad (53)$$

پارامتر h ضخامت ورق در راستای محور z می‌باشد و پارامتر V_{NT}^* طبق رابطه زیر بدست می‌آید:

$$V_{NT}^* = \frac{M_{NT}}{M_{NT} + (\rho^{NT}/\rho^m) - (\rho^{NT}/\rho^m)M_{NT}} \quad (54)$$

پارامترهای M_{NT} ، ρ^{NT} و ρ^m در رابطه فوق به ترتیب درصد وزنی نانولوله‌های کربنی، چگالی نانولوله‌ها و ماتریس می‌باشند. پس به جای رابطه (1-f) می‌توان رابطه (53) را جایگزین نمود.

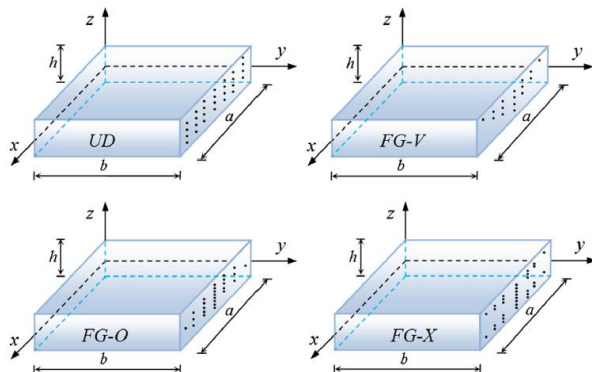


Fig 16 Distribution types of carbon nanotubes in composite plate
شکل 16 انواع توزیع نانولوله‌های کربنی در صفحه کامپوزیتی

همان طور که در شکل 17 مشخص است توزیع متقارن نانولوله‌های کربنی در ورق کامپوزیتی باعث کاهش نوسانات گشته در حالی که توزیع نانولوله‌ها به صورت تجمعی در مرکز و کاستن از میزان آن‌ها در بالایی و پایینی باعث افزایش نوسانات گشته است. نمودارهای توزیعی تجمعی در بالا و تجمعی در بالا و پایین رفتارهای نزدیک به هم داشته‌اند و تقریباً از یک میزان جابجایی برخوردارند که نشان از نزدیکی ساختار این دو به هم دارد.

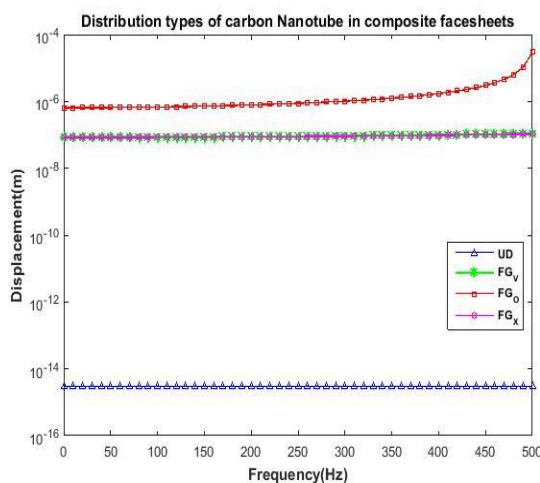


Fig17 Effects of SWCNT distribution types on the vibration of composite plate

شکل 17 اثر نوع توزیع نانولوله‌های کربنی در میزان نوسانات ورق کامپوزیتی

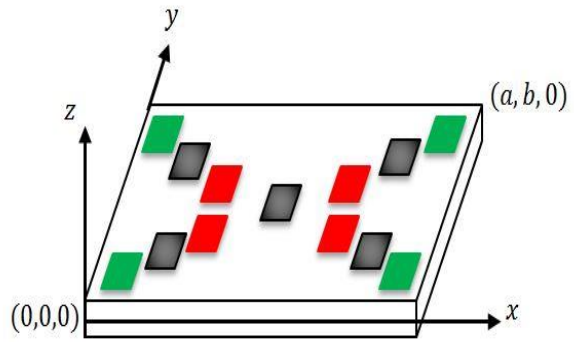


Fig 14 the layout of piezoelectric patches in the three symmetric, convergence and divergence position

شکل 14 محل قرار گیری سنسورها و عملگرها در سه وضعیت مختلف متقارن، واگرا و همگرا

با توجه به قرار گیری سنسورها و عملگرها و موقعیتشان نسبت به عوامل تحریک، حالت واگرا دارای کمترین میزان جابجایی است که در شکل 15 مشاهده می‌شود. علت این امر به صورت شهودی نیز قابل درک است زیرا معادلات پایه سیستم برای یک ورق با تکیه گاه ساده در نظر گرفته شده است که در گوشه‌ها کمترین میزان تنش و جابجایی وجود دارد و لذا حالت واگرا به علت نزدیکی عملگر به تکیه گاه‌ها کمترین میزان تحریک را دارا می‌باشد.

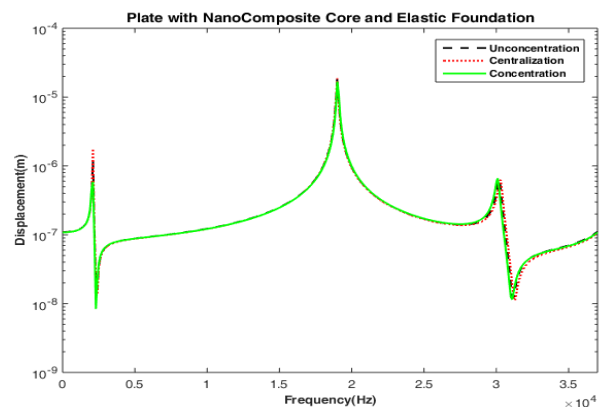


Fig 15 Displacement of the plate against the position variation of piezoelectric patches

شکل 15 جابجایی نسبت به تغییر موقعیت سنسورها و عملگرهای پیزوالکتریک

6- توزیع نانولوله‌های کربنی در ساختار ورق‌های کامپوزیتی

یکی از مسائل مهم در افزایش خصوصیات مکانیکی ورق‌های کامپوزیتی مجهز شده به نانولوله‌های کربنی نحوه چیدمان نانولوله‌ها در ساختار ورق در راستای محور z می‌باشد. از متداول‌ترین توزیع‌های نانولوله‌ها موارد زیر را می‌توان نام برد: توزیع متقارن 1، تجمعی در بالا 2، تجمعی در وسط 3 و تجمعی در بالا و پایین 4 که در شکل 16 نشان داده شده است. نحوه توزیع نانولوله‌ها مشخص کننده درصد حجمی ماتریس در ساختارهای کامپوزیتی است که به صورت رابطه زیر بیان می‌شود [24,25]:

¹ Uniform distribution
² Functionally graded in top (FG_V)
³ Functionally graded in center (FG_O)
⁴ Functionally graded in top and button (FG_X)

$$\bar{Q}_{22} = Q_{11}\sin^4\theta + 2(Q_{12} + 2Q_{66})\sin^2\theta\cos^2\theta + Q_{22}\cos^4\theta$$

$$\bar{Q}_{66} = (Q_{11} + Q_{22} - 2Q_{12} - 2Q_{66})\sin^2\theta\cos^2\theta + Q_{66}(\sin^4\theta + \cos^4\theta)$$

$$\bar{Q}_{44} = Q_{44}, \bar{Q}_{55} = Q_{55}$$

با افزایش پارامتر θ از 30 تا 45 درجه میزان جابجایی ورق کامپوزیتی کاهش یافته است که این قضیه در میزان پارامترهای سختی ورق بسیار مشهود می‌باشد. وجود ضریب جمله سینوسی در کسینوسی در رابطه (57) باعث می‌شود بیشترین مقدار تابع با مشتق‌گیری از آن در زاویه 45 درجه اتفاق افتد.

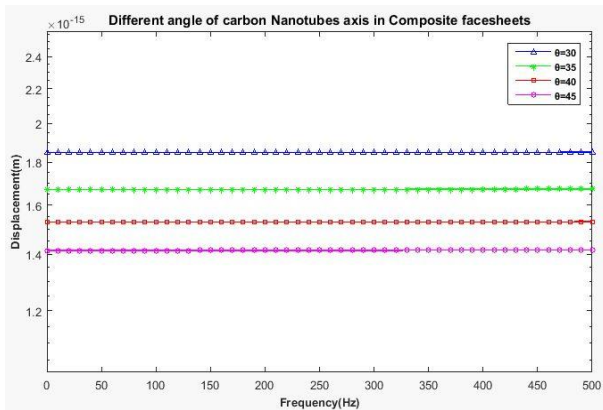


Fig 19 Effects angle of carbon nanotubes on the composite plate vibration

شکل 19 اثرات زاویه نانولوله‌های کربنی بر روی نوسانات ورق کامپوزیتی

9- نتیجه گیری

در این مقاله، معادلات صفحه کامپوزیتی تقویت شده با نانولوله کربنی به کمک روش شکل مود ارتعاشی (تفکیک بعد مکان از زمان سیستم) و به کارگیری روش نایبر برای شرایط مرزی چهار طرف تکیه گاه ساده و با جایگذاری معادلات بدست آمده از تحلیل انرژی صفحه، جسم متمرکز و وصله‌های پیروالکترونیک در رابطه لاگرانژ استخراج می‌شود.

جایگزینی صفحات کامپوزیتی در ساختار و اسکلت اصلی ماهواره‌ها به دلیل کاهش جرم و عدم تغییر در استحکام آن و استفاده از ساختارهای کامپوزیتی تقویت شده با نانولوله‌های کربنی باعث افزایش استحکام صفحات است. از جمله نیروهای اغتشاشی تاثیرگذار بر روی صفحات خورشیدی، نیروهای آیرودینامیکی و تشعشعات خورشیدی است که از مرتبه 10^{-4}N.m می‌باشند. در این مقاله پس از پیاده سازی معادلات دینامیکی صفحه با بستر الاستیک بر اساس رابطه لاگرانژ و بیان مدل دقیق از رفتار و خواص پیروالکترونیک‌ها، معادلات خطی می‌شوند. تحلیل رفتاری صفحه نانو کامپوزیتی کربنی با بستر الاستیک باعث افزایش استحکام ذاتی آن در برابر انواع عدم قطعیت می‌شود.

طراحی کنترل کننده LQR باعث افزایش پایداری، بهبود رفتار سیستم و رسیدن به سطح مقبول جابجایی در صفحه را فراهم نموده است.

در ضمن اثرات انواع توزیع نانولوله‌های کربنی از جمله توزیع‌های متقارن، متمرکز در وسط و تمرکز در بالا و پایین صفحه در نوسانات ورق بررسی شده و بهترین جواب مطلوب از توزیع متقارن بدست آمده است. همچنین هندسه

7- اثر هندسه نانولوله‌های کربنی در ارتعاشات ورق کامپوزیتی

با در نظر گرفتن فرم استوانه‌ای برای نانولوله‌های کربنی می‌توان اثر قطر، طول و ضخامت آن را بر ارتعاشات ورق کامپوزیتی بررسی نمود. رابطه اصلی میان خصوصیات هندسی نانولوله‌های کربنی و ماژول یانگ ماتریس طبق مرجع [26,27] به صورت زیر بیان می‌شود:

$$E_{11}^m = \frac{3}{8} \left[(1 + 2(l/d)) \frac{E_{NT}/E_{EPOXY} - d/4t}{E_{NT}/E_{EPOXY} + l/2t} \varphi_{NT} \right] * \left(1 - \frac{E_{NT}/E_{EPOXY} - d/4t}{E_{NT}/E_{EPOXY} + l/2t} \varphi_{NT} E_{EPOXY} \right) + \frac{5}{8} \left[(1 + 2 \frac{E_{NT}/E_{EPOXY} - d/4t}{E_{NT}/E_{EPOXY} + l/2t} \varphi_{NT}) * (1 - (\frac{E_{NT}/E_{EPOXY} - d/4t}{E_{NT}/E_{EPOXY} + d/2t} \varphi_{NT})^{-1} E_{EPOXY}) \right] \quad (55)$$

پارامترهای E_{EPOXY} و E_{NT} به ترتیب ماژول یانگ نانولوله‌ها و چسب و پارامترهای d ، l و t به ترتیب قطر، طول و ضخامت نانولوله‌ها بوده که ضخامت نانولوله و طول آن 2.5 و 100 نانومتر در نظر گرفته شده اند. پارامتر φ_{NT} درصد حجمی از نانولوله بوده که طبق رابطه (56) بدست می‌آید.

$$\varphi_{NT} = \frac{1}{(\rho_{NT}/\rho_{EPOXY})(M^{EPOXY}/M^{NT}) + 1} \quad (56)$$

همانطور که در شکل 18 مشخص است با افزایش نسبت قطر به طول نانولوله‌ها میزان جابجایی ورق افزایش یافته است. مقدار ماژول یانگ نانولوله‌ها و چسب به ترتیب 400 و 3.1 گیگا پاسکال در شبیه‌سازی‌ها در نظر گرفته شده است.

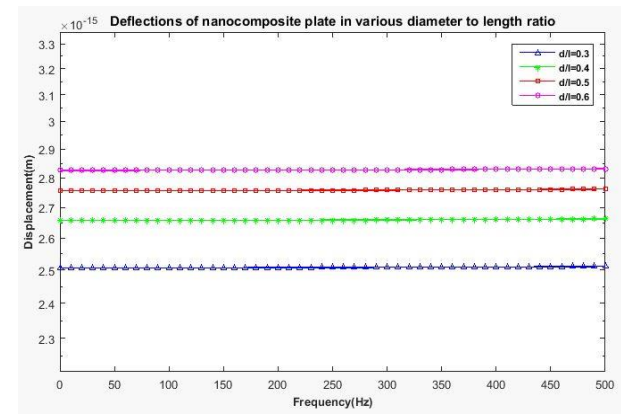


Fig 18 The displacement of composite plate reinforced by carbon nanotube in various diameters to length ratio

شکل 18 جابجایی صفحه کامپوزیتی مجهز شده با نانوتیوب‌های کربنی در انواع نسبت قطر به طول

8- اثر جهت دهی نانولوله‌های کربنی بر ارتعاشات ورق

جهت دهی نانولوله‌های کربنی در ساختارهای کامپوزیتی را می‌توان با اضافه کردن پارامتر θ در نظر گرفت که اختلاف زاویه محور نانولوله با صفحه کامپوزیتی می‌باشد که اثر این پارامتر در رابطه (57) مشخص است و با جایگذاری رابطه (5) در رابطه زیر فرم جدید ثوابت سفتی با در نظر گرفتن جهت دهی نانولوله‌ها بدست می‌آید [28,29].

$$\bar{Q}_{11} = Q_{11}\cos^4\theta + 2(Q_{12} + 2Q_{66})\sin^2\theta\cos^2\theta + Q_{22}\sin^4\theta$$

$$\bar{Q}_{12} = (Q_{11} + Q_{22} - 4Q_{66})\sin^2\theta\cos^2\theta + Q_{12}(\sin^4\theta + \cos^4\theta) \quad (57)$$

- [15] Marynowski, K., "Dynamic analysis of an axially moving sandwich beam with viscoelastic core", *Composite Structures*, 94(9): p. 2931-2936, 2012.
- [16] Mohammadimehr, M., B. Navi, and A. Ghorbanpour Arani, "Dynamic stability of MSGT sinusoidal viscoelastic piezoelectric polymeric FG-SWNT reinforced nanocomposite plate considering surface stress and agglomeration effects under hydro-thermo-electro-magneto-mechanical loadings", 24 (6): p. 1325-1342, (2017).
- [17] Han, Y. and J. Elliott, "Molecular dynamics simulations of the elastic properties of polymer/carbon nanotube composites", *Computational Materials Science*, 39(2): p. 315-323, 2007.
- [18] Malekzadeh, M., A. Naghash, and H.A. Talebi, "Robust attitude and vibration control of a nonlinear flexible spacecraft", *Asian Journal of Control*, 14(2): p. 553-563, 2012.
- [19] Mohammadimehr, M., BabaAkbar Zarei, H., Parakandeh, A., and Ghorbanpour Arani, A., "Vibration analysis of double-bonded sandwich microplates with nanocomposite facesheets reinforced by symmetric and un-symmetric distributions of nanotubes under multi physical fields", 64(3): 361-379, 2017.
- [20] Aglietti, G.S., et al., "Model building and verification for active control of microvibrations with probabilistic assessment of the effects of uncertainties", *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, 218(4): p. 389-399, 2004.
- [21] Aglietti, G.S., et al., "An efficient model of an equipment loaded panel for active control design studies", *The Journal of the Acoustical Society of America*, 108(4): p. 1663-1673, 2000.
- [22] Qiu, Z. and D. Ling, "Finite element modeling and robust vibration control of two-hinged plate using bonded piezoelectric sensors and actuators", *Acta Mechanica Solida Sinica*, 27(2): p. 146-161, 2014.
- [23] Mojabi, S., Kheirikhah, M.M., "Modeling and intelligent control of vibration of cantilever composite plate embedded with shape memory alloy wires" In Persian, *Journal of Science and Technology of Composites*, Vol. 4, No. 4, pp. 363-374, 2017.
- [24] Mohammadimehr, M., Salemi, M., Rousta, B. Navi, "Bending, buckling, and free vibration analysis of MSGT microcomposite Reddy plate reinforced by FG-SWCNTs with temperature-dependent material properties under hydro-thermo-mechanical loadings using DQM", *Composite Structures*, 138 (2016) 361-380.
- [25] Zhang, L.W., Song, Z.G., Liew, K.M." State-space Levy method for vibration analysis of FG-CNT composite plates subjected to in-plane loads based on higher-order shear deformation theory", *Composite Structures*, 134, 2015, 989-1003.
- [26] Mohammadimehr, M., Mohammadi-Dehabadi, A.A., Akhavan Alavi 1, K. Alambeigi 1, M. Bamdad 1, R. Yazdani, S.M. and Hanifehrou, S. "Bending, buckling, and free vibration analyses of carbon nanotube reinforced composite beams and experimental tensile test to obtain the mechanical properties of nanocomposite Steel and Composite Structures, Vol. 29, No. 3, 2018, 405-422. DOI: <https://doi.org/10.12989/scs.2018.29.3.405>
- [27] Kamal Sharma and Mukul Shukla, "Three-Phase Carbon Fiber Amine Functionalized Carbon Nanotubes Epoxy Composite: Processing, Characterisation, and Multiscale Modeling", *Hindawi Publishing Corporation Journal of Nanomaterials Volume 2014*, Article ID 837492, 10 pages. <http://dx.doi.org/10.1155/2014/837492>.
- [28] Mohammadimehr, M.M., Mehrabi, M., Hadizadeh, H., "Surface and size dependent effects on static, buckling, and vibration of micro composite beam under thermo-magnetic fields based on strain gradient theory", *Steel and Composite Structures*, Vol. 26, No. 4, 2018, 513-531.
- [29] Yang, J., Xiong, J., Zhang L.M., Wang, X., "Study on vibration damping of composite sandwich cylindrical shell with pyramidal truss-like cores", *Composite Structures* 117, 2014, 362-372.
- و جهت دهی نانولوله‌ها تاثیر بسزایی در نوسانات ورق خواهد داشت. تاثیر این پارامترها به علت اثر گذاری مستقیم در پارامتر مدول یانگ می‌باشد که مشخص کننده خصوصیت اصلی فیزیکی ورق کامپوزیتی می‌باشد.
- 10- تشکر و قدردانی**
- از ستاد ویژه توسعه فناوری نانو و از معاونت پژوهشی دانشگاه کاشان طی قراردادی به شماره 891238/4 به خاطر حمایت مالی تشکر و قدردانی می‌شود.
- 11- مراجع**
- [1] Khorshidi, K., Siahpoush, A., Falah, A., "Electro-Mechanical free vibrations analysis of composite rectangular piezoelectric nanoplate using modified shear deformation theories" In Persian, *Journal of Science and Technology of Composites*, Vol. 4, No. 2, pp. 151-160, 2017.
- [2] Marinangeli, L., Alijani, F., and Hosseinia, S.H., "Fractional-order positive position feedback compensator for active vibration control of a smart composite plate", *Journal of Sound and Vibration*, No. 412, pp. 1-16, 2018.
- [3] Kumar, K.R. and Narayanan, S., "Active vibration control of beams with optimal placement of piezoelectric sensor/actuator pairs", *Smart Materials and Structures*, Vol. 17, No. 5, pp. 055008, 2008.
- [4] Chhabra, D., Chandna, P. and Bhushan, G., "Design and Analysis of Smart Structures for Active Vibration Control using Piezo-Crystals", Vol. 1., 2011.
- [5] Lin, H. and Cao, D.Q., "A unified Gram-Schmidt-Ritz formulation for vibration and active flutter control analysis of honeycomb sandwich plate with general elastic support". Vol. 20. , 2000.
- [6] Hosseini, S., Shariyat, M., " Dynamic response of composite sandwich plates reinforced by SMA wires under low-velocity impact, based on a new higher-order hyperbolic global-local theory", In Persian, *Journal of Science and Technology of Composites*, Vol. 6, No. 1, 2019.
- [7] Alibeigloo, A., Shakeri, M., and Kari, M.R., "Free vibration analysis of antisymmetric laminated rectangular plates with distributed patch mass using third-order shear deformation theory". *Ocean Engineering*, 35(2): p. 183-190, 2008.
- [8] Mohammadimehr, M. and R. Rostami, "Bending and vibration analyses of a rotating sandwich cylindrical shell considering nanocomposite core and piezoelectric layers subjected to thermal and magnetic fields", *Applied Mathematics and Mechanics*, 39(2): p. 219-240, 2018.
- [9] Mohammadimehr, M., A.A. Monajemi, and H. Afshari, "Free and forced vibration analysis of viscoelastic damped FG-CNT reinforced micro composite beams", *Microsystem Technologies*, 2017.
- [10] Selim, B.A., L.W. Zhang, and K.M. Liew, "Active vibration control of CNT-reinforced composite plates with piezoelectric layers based on Reddy's higher-order shear deformation theory", *Composite Structures*, 163: p. 350-364, 2017.
- [11] Shen, H.-S. and Y. Xiang, "Nonlinear vibration of nanotube-reinforced composite cylindrical shells in thermal environments", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 213-216: p. 196-205, 2012.
- [12] Aglietti, G., Gabriel, S.B., Langley, R.S., Rogers, E., "A Modeling Technique for Active Control Design Studies with Application to Spacecraft Microvibrations", Vol. 102. 2158-66, 1997.
- [13] Aglietti, G., et al., "Modelling and feedback control of microvibration", 2002.
- [14] Nadirian, N., H. Biglari, and M.A. Hamed, "LQG vibration control of sandwich beams with transversely flexible core equipped with piezoelectric patches", *Journal of Computational & Applied Research in Mechanical Engineering (JCARME)*, 7(1): p. 85-97 , 2017.