



تعیین پارامترهای مدل ناحیه چسبناک در مود اول تیر دولبه یکسرگردار کامپوزیتی با استفاده از روش معکوس

محمود مهرداد شکرپه*^۱، صادق دمیرچی لو^۲، مظاهر سلامت طلب^۳

۱- استاد، مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران
 ۲- کارشناس ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران
 ۳- دانشجوی دکترا، مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران
 * تهران، صندوق پستی ۱۳۱۱۴-۱۶۸۴۶، shokrieh@iust.ac.ir

چکیده

در این تحقیق، رشد تورق در مود اول چندلایه‌های کامپوزیتی پلیمری تک‌جهته با پل‌زنی الیاف بررسی شده است. بدین منظور، مدل‌سازی المان محدود رشد تورق در تیر دولبه یکسرگردار با استفاده از مدل ناحیه چسبناک بر پایه مدل‌های کشش-جدایش انجام شده است. در نمونه‌های DCB، نرخ‌های انرژی کرنشی با افزایش طول تورق در حین رشد ترک افزایش می‌یابد و این باعث می‌شود تا مدل‌های ساده کشش-جدایش، مانند دوخطی توانایی پیش‌بینی دقیق بار-جابه‌جایی این نمونه‌ها را نداشته باشند. به منظور رفع این نقص، مدل‌های کشش-جدایش چندخطی معرفی می‌شوند. در این تحقیق با استفاده از کمینه نمودن اختلاف نمودار بار-جابه‌جایی حاصل از المان محدود و آزمایشگاهی نمونه DCB، پارامترهای مدل ناحیه چسبناک با استفاده از الگوریتم ژنتیک بهینه‌سازی می‌شوند. نتایج عددی حاصل از مدل‌سازی المان محدود با استفاده از مدل ناحیه چسبناک چندخطی ارائه شده در تحقیق حاضر، با نتایج آزمایشگاهی محققین دیگر مقایسه شده است. نتایج عددی نشان می‌دهند، مدل ناحیه چسبناک چهار خطی ارائه شده، حداکثر تنش پل‌زنی مستخرج از داده‌های آزمایشگاهی و همچنین رفتار تورقی نمونه تیر دولبه یکسرگردار را به خوبی پیش‌بینی می‌نماید.

اطلاعات مقاله

دریافت: ۹۵/۲/۲
 پذیرش: ۹۵/۳/۲۷

کلیدواژگان:

پل‌زنی الیاف در مقیاس بزرگ
 اثر منحنی مقاومت
 تورق
 مدل ناحیه چسبناک
 الگوریتم ژنتیک

Determination of cohesive zone parameters in mode I delamination growth of a double cantilever beam specimen using the inverse method

Mahmood Mehrdad Shokrieh*, Sadegh Damirchiloo, Mazaher Salamat-talab

School of Mechanical Engineering, Iran University of Science and Technology, Tehran, Iran
 *P.O.B. 16846-13114, Tehran, Iran, shokrieh@iust.ac.ir

Keywords

Large scale bridging
 R-curve effect
 Delamination
 Cohesive zone model (CZM)
 Genetic algorithm

Abstract

In this study, delamination growth in mode I loading of unidirectional laminated composites with R-curve effect was investigated. To this end, a finite element simulation of delamination growth in double cantilever beam (DCB) performed using the cohesive zone model (CZM) based on traction-separation laws. By increasing the delamination length in DCB specimens, the strain energy release rate increases and for this reason the simple traction-separation law such as bilinear are not capable to predict the load-displacement curve of this specimens accurately. To solve this shortcoming, cohesive zone models with multi-linear traction-separation laws were proposed to predict delamination behavior of the DCB specimens numerically. Afterwards, by minimizing the difference between experimental and numerical load-displacement curves using optimization method based on genetic algorithm, cohesive zone parameters are characterized. A comparison of the results obtained by cohesive laws with experimental data show that four-linear cohesive law can predict the maximum bridging stress as well as the experimental load-displacement curve accurately.

۱- مقدمه

گرفته است بررسی مودهای مختلف بروز آسیب و خرابی در سازه‌های کامپوزیتی می‌باشد. تورق یا جدایش بین لایه‌های یکی از شایع‌ترین مودهای آسیب چندلایه‌های کامپوزیتی می‌باشد. به منظور مطالعه رفتار تورق کامپوزیت‌ها استانداردهای آزمایشگاهی مختلفی تدوین گردیده است تا این

مواد کامپوزیتی به دلیل داشتن نسبت استحکام به وزن بالا در صنایع مختلفی چون کشتی‌سازی، خودروسازی، نظامی و غیره به کار گرفته می‌شوند. یکی از مهمترین تحقیقاتی که در حوزه رفتار کامپوزیتها انجام

Please cite this article using:

Shokrieh, M.M. Damirchiloo, S. and Salamat-talab, M., "Determination of cohesive zone parameters in mode I delamination growth of a double cantilever beam specimen using the inverse method", In Persian, Journal of Science and Technology of Composites, Vol. 4, No. 1, pp. 83-90, 2017.

برای ارجاع به این مقاله از عبارت زیر استفاده نمایید:

چقرمگی شکست بین لایه ای بر حسب بازشدگی محلی نوک اولیه ترک و مشتق گیری از آن، می توان قانون پل زنی الیاف را استخراج نمود [۱۳، ۱۲]. روش تئوری نیز برای استخراج قانون کشش-جدایش ارائه شده است. این روش بر اساس ارائه یک قانون سه خطی حاصل از جمع خطی دو قانون دو خطی تدوین شده است. داویلا و همکاران از این روش برای بررسی رشد تورق در نمونه CT استفاده نموده اند [۱۰]. سپس حیدری-رانی و همکاران [۱۱] از این روش تئوری برای مطالعه ای عددی رشد تورق در نمونه DCB بهره گرفته اند.

فرمند-آشتیانی و همکاران [۱۴] و منشادی و همکاران [۱۵، ۱۶] با استفاده از یک روش نیمه آزمایشگاهی به استخراج آزمایشگاهی قانون پل زنی یا چسبناک نمونه های DCB تک جهته کامپوزیتی پرداخته اند. این روش بر اساس محاسبه کرنش های طولی در نزدیکی نوک ترک در نمونه تک جهته با استفاده از سنسورهای مخصوص FBG^۵ اجرایی می شود. سپس قانون پل زنی الیاف با استفاده از یک فرایند بهینه سازی استخراج می گردد.

دورادو و همکاران [۱۷] در مود دوم تورق و مورایس و همکاران [۱۸] برای مود ترکیبی تورق با ارائه یک قانون سه خطی و استفاده از الگوریتم بهینه سازی ژنتیک توانسته اند رشد تورق را در نمونه های تک جهته پیش بینی نمایند. این روش بر اساس کمینه کردن اختلاف نمودار بار-جابجایی آزمایشگاهی و عددی بر اساس الگوریتم ژنتیک عمل می نماید.

استخراج آزمایشگاهی قانون پل زنی الیاف با استفاده از انتگرال مشکلاتی را در پی دارد. در این روش محاسبه دقیق جابه جایی محلی نوک ترک اولیه و همچنین پیدا نمودن تابع مناسب برای مشتق گیری مهمترین چالش های این روش خواهند بود. در این تحقیق سعی گردیده است تا بدون نیاز به آزمایش، پارامتر مهم حداکثر تنش پل زنی در مدل ناحیه چسبناک با دقت مناسب استخراج گردند. بدین منظور مدل ناحیه چسبناک بر پایه مدلی چندخطی، معرفی شده و سپس با استفاده از روش بهینه سازی بر مبنای الگوریتم ژنتیک، پارامترهای مدل پیشنهادی استخراج می گردند. مدل ناحیه چسبناک استخراج شده با مدل های تئوری و آزمایشگاهی محققین دیگر مقایسه می گردد و همچنین توانایی مدل پیشنهادی به منظور پیش بینی رفتار تورقی نمونه DCB مورد بررسی قرار می گیرد.

۲- مدل سازی المان محدود

یکی از روش های مدل سازی المان محدود تورق، استفاده از المان بین لایه ای چسبناک (CZM) می باشد. در این روش در نواحی محتمل برای رشد ترک این نوع از المان ها قرار می گیرند. المان بین لایه ای بر مبنای مدل ساختاری کشش-جدایش رفتار می نمایند. ساده ترین مدل کشش-جدایش به صورت دوخطی بوده که در شکل ۱ نشان داده شده است. در این مدل سه ناحیه را می توان مورد بررسی قرار داد. ناحیه اول، که ناحیه الاستیک بوده و تنش در این ناحیه کمتر از مقدار بیشینه می باشد ($\delta < \delta_0$)، سپس با رسیدن به نقطه بیشینه تنش، آسیب در المان شروع شده و تنش در آن کاهش یافته تا به مقدار صفر می رسد ($\delta_0 < \delta < \delta_f$)، سپس با افزایش میزان جدایش در این المان، ترک رشد می یابد ($\delta_f > \delta$).

حال با استفاده از مدل المان محدود با المان های ناحیه چسبناک که بر پایه کشش-جدایش دوخطی می باشد، به مدل سازی تیر دولبه یکسر گیردار پرداخته می شود.

پدیده به صورت آزمایشگاهی مورد مطالعه قرار گیرد. تیر دولبه یکسر گیردار (DCB)^۱ متقارن بر اساس استاندارد ASTM D-5528 یکی از نمونه های پر کاربرد به منظور تعیین آزمایشگاهی چقرمگی شکست بین لایه ای در چندلایه های کامپوزیتی تک جهته می باشد [۱].

به منظور مطالعه ای عددی رشد تورق نیز محققین روش های مختلفی را ارائه نموده اند. روش بسته شدن مجازی ترک ۲ و مدل سازی ناحیه چسبناک ۳ دو روش ارائه شده ای متداول و پر کاربرد برای مطالعه ای عددی پدیده تورق در نمونه های کامپوزیتی می باشد. روش VCCT بر اساس مکانیک شکست و روش CZM بر اساس مکانیک آسیب می باشد. روش VCCT اولین بار توسط ریبری و همکاران [۲] تدوین گشته است. اما استفاده از این روش فرایند مدل سازی رشد تورق را با مشکلات بسیاری همراه می کند. چرا که به کارگیری این روش برای شبیه سازی رشد تورق مستلزم تولید هندسه و شبکه مجدد می باشد. در نتیجه فرایند مدل سازی به شدت زمان بر و مشکل خواهد بود. اما روش CZM با استفاده از مفهوم انرژی و قانون کشش-جدایش روشی مناسب به منظور مدل سازی رشد تورق در چندلایه های کامپوزیتی می باشد که توانایی پیش-بینی همزمان شروع و رشد تورق را دارا می باشد. این روش بر مبنای به کارگیری یک قانون کشش-جدایش اجرایی می گردد. قانون کشش-جدایش به عنوان یک مدل ساختاری برای المان بین لایه ای که در فرایند رشد تورق دچار آسیب می شود مورد استفاده قرار می گیرد. این قانون شامل نمودار تنش بر حسب جابه جایی در المان بین لایه ای می باشد. شکل قانون کشش-جدایش نقشی بسیار محوری را در میزان دقت پیش بینی شروع و رشد تورق ایفا می کند. محققین اشکال مختلفی شامل دوزنقه ای، دوخطی و سه خطی را برای این قانون پیشنهاد نموده اند [۳-۵]. قانون کشش-جدایش دوخطی ساده ترین قانونی است که توسط داگدیل [۶] و بارنبلت [۷] ارائه شده است. این قانون به دلیل داشتن تنها سه پارامتر حداکثر تنش قابل تحمل توسط المان، سفتی الاستیک اولیه و چقرمگی شکست مورد استفاده بسیاری از محققین به منظور مطالعه عددی پدیده تورق در نمونه های کامپوزیتی قرار گرفته است [۸، ۹].

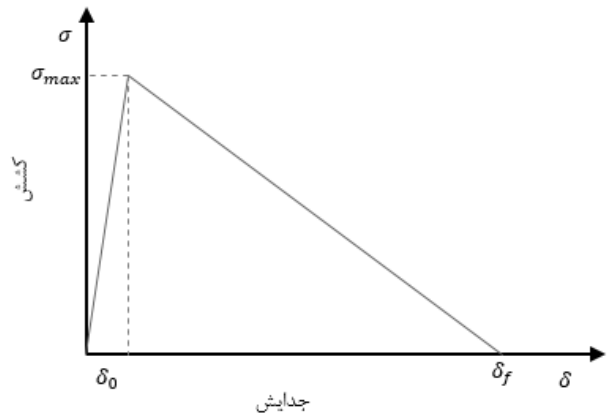
در فرایند رشد تورق برای مود اول در چندلایه های تک جهته مقدار نرخ رهایی انرژی کرنشی با رشد ترک به دلیل پل زنی الیاف افزایش می یابد. این پدیده به عنوان اثر منحنی مقاومت^۴ شناخته می شود و تاثیر بسیار زیادی بر نمودار بار-جابجایی آزمایشگاهی خواهد داشت. با توجه به اینکه نمونه های مورد بحث این تحقیق نیز دارای لایه چینی تک جهته می باشند، اثر منحنی مقاومت و پل زنی الیاف تاثیر زیادی بر فرایند رشد تورق خواهد داشت. محققین [۱۰، ۱۱] ثابت نموده اند که قانون کشش-جدایش دوخطی قابلیت مدل سازی و پیش بینی اثر پل زنی الیاف با مقیاس بالا بر فرایند رشد تورق را ندارد. در نتیجه محققین بر آن شدند با اصلاح قانون دوخطی و ارائه قوانین دیگر مانند سه خطی، چهارخطی و یا نمایی بتوانند اثر منحنی مقاومت در فرایند رشد تورق را به صورت دقیق تری مدل سازی کنند.

قانون پل زنی الیاف را با استفاده از روش های مختلف آزمایشگاهی و عددی می توان استخراج نمود. یکی از روش های پر کاربرد آزمایشگاهی روش انتگرال [۱] می باشد. به منظور استخراج قانون پل زنی الیاف در این روش، چهار پارامتر بار، جابه جایی محل اعمال بار، طول ترک و همینطور بازشدگی محلی نوک اولیه ترک می بایست همزمان تعیین گردند. آنگاه با استخراج منحنی

1. Double Cantilever Beam (DCB)
2. Virtual Crack Closure Technique (VCCT)
3. Cohesive Zone Modelling (CZM)
4. Resistance Curve (R-curve)

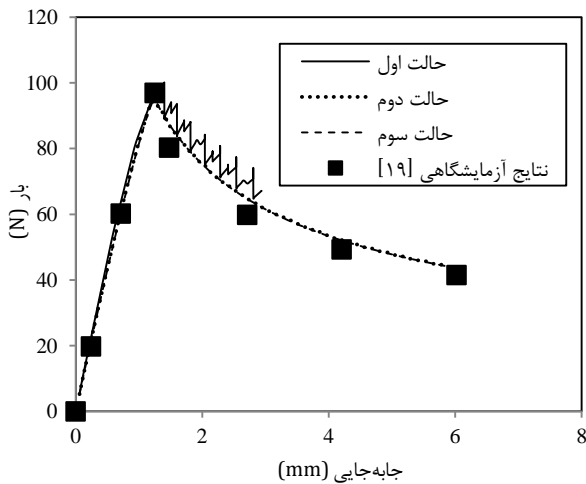
5. Fiber Bragg Grating

مقدار	کمیت
۱۳۷	E_x (GPa)
۸	E_y (GPa)
۴	G_{xy} (GPa)
۰/۲۳	ν_{xy}
۰/۲۵۷	G_{ic} (J/m ²)
۱۵	σ_{max} (MPa)
۲۲	a_0 (mm)
۳/۱	2h (mm)
۲۴	B (mm)



شکل ۱ مدل ناحیه چسبناک دوخطی

برای حالت‌های دوم و سوم هم ۱۲ المان در جهت ضخامت نمونه و همچنین برای ناحیه چسبناک به ترتیب از المان‌هایی با طول ۰/۵ و ۰/۱ میلی‌متر استفاده شده است که در این دو حالت حل المان محدود به همگرایی منجر گردیده است.



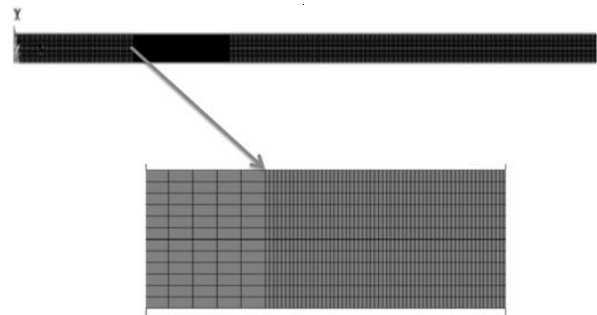
شکل ۳ تحلیل حساسیت به شبکه

با توجه به شکل ۳، مدل‌سازی المان محدود توانسته است نتایج آزمایشگاهی را به درستی پیش‌بینی نماید، بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که مدل‌سازی المان محدود مساله و UMAT نوشته شده برای ناحیه چسبناک از صحت و اعتبار لازم برخوردار می‌باشد. همچنین با مقایسه دو حالت دوم و سوم می‌توان دریافت که کاهش قابل توجه اندازه المان‌ها تغییر چندانی در نتایج حاصله ایجاد نکرده است که می‌توان به مستقل بودن نتایج مدل‌سازی المان محدود نسبت به اندازه المان‌ها پی برد.

۴- بهینه‌سازی پارامترهای مدل ناحیه چسبناک

در این بخش پارامترهای ناحیه چسبناک با استفاده از الگوریتم ژنتیک بهینه‌سازی شده و با استفاده از یک الگوریتم تکرار شونده تعیین می‌شوند. الگوریتم ژنتیک یکی از متداول‌ترین روش‌های بهینه‌سازی برای به دست آوردن پارامترهای مجهول به منظور بهینه و کمینه کردن یک پارامتر خاص که تابع هدف یا شایستگی نامیده می‌شود انجام می‌گیرد. این روش شامل چهار مرحله می‌باشد:

در شکل ۲، مدل المان محدود تیر دولبه یکسرگیردار در نرم‌افزار ANSYS13 نشان داده شده است. در این مدل‌سازی، بازوهای بالا و پایین تیر و ناحیه چسبناک بین‌لایه‌ای با استفاده از المان SOLID182 شبکه‌بندی شده‌اند. مدل مادی ناحیه چسبناک توسط یک برنامه UMAT برای نرم‌افزار المان محدود تعریف می‌گردد. طول تیر مورد نظر ۱۵۰ میلی‌متر و ضخامت آن ۴/۵ میلی‌متر می‌باشد. برای شبکه‌بندی نمونه، ۱۰ المان در جهت ضخامت کل تیر در نظر گرفته شده است. همچنین برای ۵ میلی‌متر قبل از نوک ترک اولیه و ۴۰ میلی‌متر بعد از آن، المان‌های با طول ۰/۱ میلی‌متر در نظر گرفته شده است و در سایر نواحی از المان‌های با طول ۰/۶ میلی‌متر استفاده شده است. همانطور که در شکل ۲ مشاهده می‌شود چگونگی شبکه‌بندی و اندازه المان‌ها در نوک ترک نشان داده شده است.

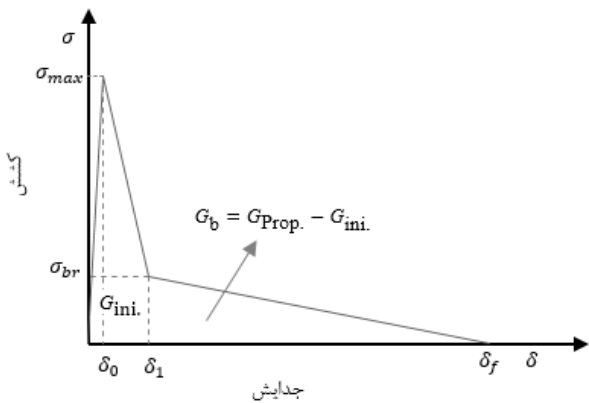


شکل ۲ مدل المان محدود - تیر DCB

۳- تحلیل حساسیت به شبکه

در این بخش قبل از پرداختن به نمونه مورد نظر، سعی خواهد گردید تا با مقایسه نتایج شبیه‌سازی با نتایج آزمایشگاهی محققین دیگر از صحت UMAT نوشته شده و فرایند مدل‌سازی المان محدود اطمینان حاصل نمود. همچنین با انجام تحلیل حساسیت به اندازه المان‌ها سعی خواهد گردید تا ارزیابی مناسبی نسبت به ابعاد و حجم المان‌ها صورت پذیرد. شکل ۳ تحلیل حساسیت به شبکه را نشان می‌دهد. شکل ۶ یک نمونه DCB را به صورتی شماتیک نشان می‌دهد. خواص هندسی و مکانیکی نمونه مورد نظر در جدول ۱ گزارش شده است. برای مدل‌سازی نمونه DCB مورد نظر از سه حالت مختلف شبکه بندی استفاده گردیده است. برای حالت اول ۶ المان در جهت ضخامت نمونه و همچنین از المان با طول ۲ میلی‌متر برای ناحیه چسبناک در نظر گرفته شده که نتیجه حل به واگرایی ختم گردیده است.

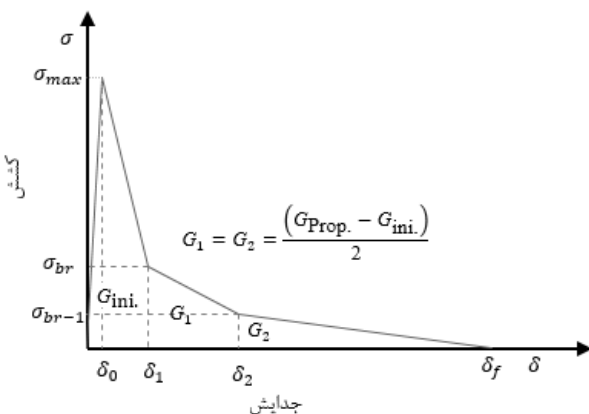
پارامتر شامل حداکثر تنش نرمال، σ_{max} و حداکثر تنش پل‌زنی σ_{br} می‌باشند که در شکل ۴ نشان داده شده است.



شکل ۴ قانون کشش-جدایش سه‌خطی

با توجه به شکل ۴ ناحیه اول شامل بخش شروع تورق است که مساحت آن برابر چقرمگی شکست شروع تورق (G_{ini}) خواهد بود. ناحیه ۲ هم به منظور مدل‌سازی رشد تورق و پل‌زنی الیاف است که مساحت آن برابر تفاضل مقدار چقرمگی شکست رشد و شروع تورق ($G_{Prop} - G_{ini}$) می‌باشد. با توجه به اینکه مهمترین هدف این تحقیق ارائه‌ی قوانینی حتی‌الامکان ساده برای ناحیه چسبناک است، در نتیجه سعی می‌گردد تا قانون سه‌خطی را اصلاح نموده و آن را به یک قانون چهارخطی تبدیل نمود. بدین ترتیب سعی خواهد شد تا فرایند بهینه‌سازی معکوس برای یک قانون چهار خطی نیز اجرا گردد. همانطور که از شکل ۵ می‌توان استنباط نمود، در مساله بهینه‌سازی مربوط به این قانون، پارامترهای مجهول شامل σ_{br-1} و σ_{br} می‌باشند. با توجه به شکل ۵، ناحیه ۱ شامل بخش شروع تورق (G_{ini}) است که مساحت آن هم برابر چقرمگی شروع تورق می‌باشد. ناحیه دوم و سوم هم شامل بخش رشد تورق و پل‌زنی الیاف است که مساحت مجموع این دو ناحیه برابر تفاضل چقرمگی رشد و شروع تورق ($G_{Prop} - G_{ini}$) خواهد بود. در فرایند بهینه‌سازی ژنتیک فرض می‌گردد که مساحت ناحیه دوم و سوم با یکدیگر برابر است و مقدار انرژی مربوط به پل‌زنی به صورت مساوی بین این دو ناحیه تقسیم می‌گردد.

یکی از مهمترین پارامترهای بخش پل‌زنی مدل ناحیه چسبناک پارامتر حداکثر تنش پل‌زنی الیاف است که در هر دو نوع قانون چندخطی با σ_{br} نشان داده شده است.



شکل ۵ قانون کشش-جدایش چهارخطی

(۱) در نظر گرفتن یک جمعیت اولیه به صورت تصادفی و محاسبه تابع هدف با هر کدام از اعضای این جمعیت اولیه.

(۲) تولید نسل جدید از طریق جمعیت اولیه با استفاده از اعمال عملگرهای ترکیب، جهش، تقاطع و حذف و محاسبه دوباره تابع هدف با هر کدام از اعضای نسل جدید.

(۳) تکرار مرحله دوم برای ایجاد نسل جدید و ادامه‌ی آن تا تعداد نسل‌های معینی که از طریق کاربر تعیین می‌گردد.

(۴) اتمام این فرایند تکراری و خروجی دادن بهترین جواب و تابع هدف مربوط به این جواب.

اندازه جمعیت^۱ و چگونگی عملکرد عملگرها در فرایند بهینه‌سازی بسیار حائز اهمیت می‌باشد. به گونه‌ای که در نظرگرفتن مقادیر بسیار کم برای اندازه جمعیت موجب کاهش پراکندگی^۲ جمعیت و در نتیجه به وجود آمدن چاله مینیمم محلی در فرایند حل می‌شود. همچنین مقادیر بسیار بالا نیز می‌تواند زمان حل را به شدت افزایش دهد. البته ذکر این نکته نیز ضروری است که در نظرگرفتن مقادیر بسیار زیاد برای اندازه جمعیت لزوماً به معنای بالا رفتن دقت نتایج نیست. بلکه باید جمعیت اولیه با در نظر گرفتن مقداری مناسب برای اندازه جمعیت از یک پراکندگی معقولی تبعیت نماید و مقادیر دیگر با عملکرد مناسب عملگرهایی مانند جهش و تقاطع طی نسل‌های جدید به وجود آیند. در نتیجه باید سعی گردد مقداری معقول و منطقی برای اندازه جمعیت در نظر گرفته شود. همچنین اگر بر روی تمام اعضای هر نسل، تنها عملگر جهش و یا تنها عملگر تقاطع اعمال گردد می‌تواند موجب به وجود آمدن چاله حداقل محلی شود. پس باید عملگرهای تقاطع و جهش با نسبتی مناسب بر روی اعضای هر نسل اعمال شوند. بدین منظور الگوریتم پارامتری به نام نسبت تقاطع^۳ را تعریف کرده که تعیین می‌نماید عملگر تقاطع بر چه نسبتی از اعضای جمعیت هر نسل اعمال شود. الگوریتم برای نسبت تقاطع مقداری بین ۰/۶۵ و ۰/۹ را پیشنهاد نموده است تا از پدیده قفل شدن فرایند بهینه‌سازی و مواجهه با چاله حداقل محلی جلوگیری گردد. فرایند بهینه‌سازی ژنتیک در نرم‌افزار MATLAB انجام خواهد گرفت. هدف از روش بهینه‌سازی به کار رفته در این تحقیق به دست آوردن پارامترهای قانون چسبناک و کمینه کردن تابع زیر که تابع شایستگی (FF^*) مورد نظر می‌باشد خواهد بود.

$$FF = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^N (F_i^{exp} - F_i^{FEA})^2}}{N} \quad (1)$$

در رابطه ۱ مقدار نیروی حاصل از نمودار بار-جابجایی آزمایشگاهی و F_i^{FEA} هم نیروی حاصل از تحلیل المان محدود مساله می‌باشد. N تعداد زیرگام‌های حل مربوط به تحلیل المان محدود می‌باشد که در این تعداد نقاط باید دو نمودار نیرو-جابجایی مربوط به نتایج آزمایشگاهی و تحلیل المان محدود با هم منطبق گردند.

قانون کشش-جدایش پیش‌فرضی که در ابتدا برای المان بین لایه‌ای فرض می‌گردد یک قانون کشش-جدایش سه‌خطی می‌باشد که در شکل ۴ نمایش داده شده است. با توجه به شکل ۴ این قانون دارای دو پارامتر تعیین کننده است که مجهولات مساله بهینه‌سازی این تحقیق نیز می‌باشند. این دو

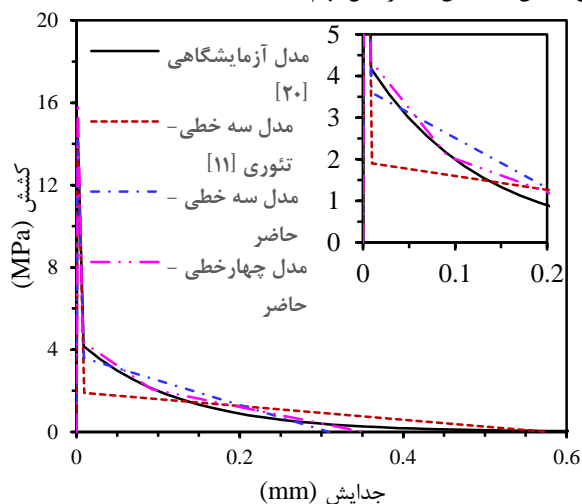
1. Population Size
2. Diversity
3. Crossover Fraction
4. Fitness Function

در جدول ۳ نتایج بهینه سازی پارامترهای مدل ناحیه چسبناک سه خطی و چهارخطی به همراه مدل سه خطی ارائه شده توسط حیدری-ارانی و همکاران [۱۱] ارائه شده و با نتایج آزمایشگاهی مدل غیر خطی مقایسه شده‌اند. لازم به ذکر است خطای مقادیر محاسبه شده برای پارامتر σ_{br} نسبت به مقدار مربوط به قانون آزمایشگاهی در جدول ۳ گزارش شده است.

جدول ۳ مقایسه نتایج بدست آمده از فرآیند بهینه سازی با مقادیر آزمایشگاهی مدل ناحیه چسبناک

نوع قانون کشش-جدایش	Error (%)	σ_{br-1} (MPa)	σ_{br} (MPa)	σ_{max} (MPa)
قانون آزمایشگاهی [۲۰]	-	-	۴/۱۸	۱۵
قانون سه خطی (تئوری [۱۱])	۵۴/۵۴	-	۱/۹۰	۱۵
قانون سه خطی (بهینه سازی حاضر)	۱۳/۸	-	۳/۶۰	۱۴/۴
قانون چهارخطی (بهینه سازی حاضر)	۴/۵	۲/۰۸	۴/۳۷	۱۶

همانطور که در جدول ۳ مشخص است، مدل تئوری و مدل‌های حاضر مقدار تنش حداکثر را تقریباً یکسان پیش‌بینی نموده‌اند. و این در حالی است که مقدار تنش پل‌زنی در مدل‌های مختلف متفاوت می‌باشد. خطای روش‌های مختلف در پیش‌بینی مقدار حداکثر تنش پل‌زنی در این جدول نشان داده شده است. همانطور که مشاهده می‌گردد مدل چهارخطی به خوبی توانسته است مقدار حداکثر تنش پل‌زنی را پیش‌بینی نماید. همچنین پارامتر دیگر این مدل σ_{br-1} نیز روی منحنی پل‌زنی آزمایشگاهی قرار گرفته است (شکل ۷). در شکل ۷ مدل‌های مختلف ناحیه چسبناک با مدل آزمایشگاهی مقایسه شده‌اند. همانطور که در این شکل مشخص است مدل چهار خطی تطابق بیشتری با مدل پل‌زنی آزمایشگاهی دارد. از شکل ۷ می‌توان دریافت که قانون چهارخطی قابلیت بیشتری برای مدل‌سازی رفتار غیرخطی قانون آزمایشگاهی دارد. این موضوع به ویژه برای ناحیه نرم‌شوندگی برای هر چهار قانون کشش-جدایش بیشتر قابل فهم است.



شکل ۷ مقایسه قوانین کشش-جدایش حاصل از تئوری و بهینه سازی با قانون آزمایشگاهی آن

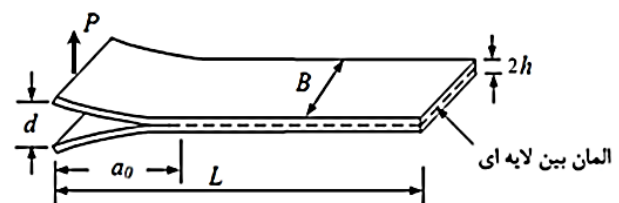
در این تحقیق سعی خواهد شد که مقدار به دست آمده برای این پارامتر از هر دو قانون سه خطی و چندخطی با مقدار متناظر آزمایشگاهی خود مقایسه گردند تا بتوان ارزیابی نمود که کدامیک از این دو نوع قانون چندخطی قابلیت پیش‌بینی دقیق‌تر این پارامتر را دارا هستند. در این مساله بهینه‌سازی حداکثر تعداد نسل برای توقف الگوریتم ۵۰ و اندازه جمعیت هر نسل هم ۲۰ در نظر گرفته شده است. البته شایان ذکر می‌باشد که در فرآیند حل مسائل سعی گردید که فرآیند بهینه‌سازی با تعداد جمعیت بیشتری انجام پذیرد (۳۰ عدد) که تغییر محسوسی در نتایج ایجاد نشد و تنها زمان فرآیند حل افزایش یافت.

همچنین مشاهده گردید که در مقادیر به دست آمده برای پارامترهای مجهول در ۱۰ الی ۱۵ نسل آخر تغییر چندانی ایجاد نشد که این خود کافی بودن تعداد نسل برای توقف حل را اثبات می‌نمود. به خصوص در زمان حل پارامترهای مدل سه خطی که تعداد مجهولات کمتر است (σ_{max} و σ_{br}) نتایج از نسل دهم یا یازدهم به بعد تقریباً همگرا می‌گردید و تفاوت چندانی در نتایج رویت نمی‌شد.

۵- نتایج المان محدود

در این بخش با استخراج یک قانون چندخطی با استفاده از الگوریتم ژنتیک به بررسی عددی رشد تورق در نمونه DCB تک‌جهته پرداخته می‌شود. سپس قوانین چندخطی حاصل با قانون مشابه آزمایشگاهی خود مورد مقایسه قرار می‌گیرند. نمونه بررسی شده در این بخش مربوط به تحقیق [۲۰] روی نمونه‌های تک‌جهته DCB می‌باشد. این محققین به مطالعه اثر پل‌زنی الیاف بر رفتار تورقی نمونه‌های تک‌جهته کامپوزیتی پرداخته‌اند.

بدین منظور با استفاده از روش انتگرال I توانسته‌اند قانون پل‌زنی نمونه‌های مورد نظر را به صورت آزمایشگاهی استخراج نمایند. مدل آزمایشگاهی ارائه شده در این مرجع مبنای ارزیابی و صحه‌سنجی قوانین چندخطی حاصل از مطالعه‌ی حاضر خواهد بود. شکل ۶ یک نمونه DCB را به صورتی شماتیک نمایش می‌دهد. خواص هندسی و مکانیکی نمونه مورد نظر در جدول ۲ نشان داده شده است.



شکل ۶ شکل شماتیک نمونه DCB

جدول ۲ خواص هندسی و مکانیکی نمونه DCB ساخته شده از کامپوزیت شیشه/اپوکسی [۲۰]

خواص مکانیکی	خواص هندسی		
۱۰/۲۳	E_{22} (GPa)	۱۵۰	L (mm)
۲۹/۵	E_{61} (GPa)	۲۵	B (mm)
۴/۲۶	G_{12} (GPa)	۴/۵	2h (mm)
۰/۳	ν_{12}	۳۵	a_0 (mm)
۸۰	G_{ini} (J/m ²)		
۶۲۰	G_{Prop} (J/m ²)		

همانطور که در بخش مقدمه عنوان گردید، فرمند-آستیانی و همکاران [۱۴] با استفاده از ابزار FBG توانسته‌اند قانون پل‌زنی را برای نمونه‌های تک‌جهته DCB به صورت نیمه آزمایشگاهی استخراج نمایند. این محققین با انجام آزمایش تورق برای چندلایه‌هایی با ضخامت‌های مختلف اثبات نمودند که تاثیر ضخامت نمونه‌ها بر مقدار حداکثر تنش پل‌زنی بسیار ناچیز می‌باشد. در تحقیق حاضر هم مانند حالت قبل با ارائه‌ی مدل‌های ساده چندخطی به بررسی فرایند رشد تورق مربوط به نمونه‌های این مرجع پرداخته خواهد شد. خواص هندسی و مکانیکی نمونه‌های مورد نظر در جدول ۴ گزارش شده است. در این جدول برای ضخامت‌های مختلف مقادیر مختلف چقرمگی شکست حالت پایا ارائه شده است به گونه‌ای که با افزایش ضخامت مقدار این پارامتر افزایش می‌یابد. از طرفی دیگر مقدار چقرمگی شکست شروع برای همه ضخامت‌ها یکسان می‌باشد.

جدول ۴ خواص هندسی و مکانیکی نمونه DCB ساخته شده از کامپوزیت کربن/اپوکسی [۱۴]

خواص مکانیکی		خواص هندسی	
۷	E_{22} (GPa)	۱۵۰	L (mm)
۱۱۰	E_{fk1} (GPa)	۲۵	B (mm)
۳/۲	G_{12} (GPa)	۱۰ و ۸، ۴	2h (mm)
۰/۲۷	ν_{12}	۳۵	a_0 (mm)
۳۰۰	G_{ini} (J/m ²)		
۱۲۱۵ و ۹۹۸، ۶۹۰	G_{prop} (J/m ²)		

مانند حالت قبل نتایج بهینه سازی پارامترهای مدل ناحیه چسبناک سه خطی و چهارخطی به همراه مدل سه خطی ارائه شده توسط حیدری-ارانی و همکاران [۱۱] در جداول ۵، ۶ و ۷ برای هر سه ضخامت ارائه گردیده و با نتایج آزمایشگاهی مدل غیر خطی مقایسه شده‌اند.

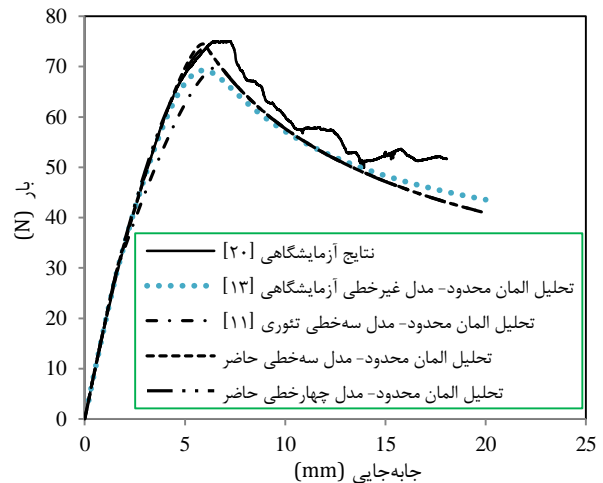
جدول ۵ مقایسه نتایج بدست آمده از فرایند بهینه سازی با مقادیر آزمایشگاهی مدل ناحیه چسبناک برای ضخامت ۴ میلی‌متر

نوع قانون کشش-جدایش	Error (%)	σ_{br-1} (MPa)	σ_{br} (MPa)	σ_{max} (MPa)
قانون آزمایشگاهی [۱۴]	-	-	۱/۳۸	۲۰
قانون سه خطی (تئوری [۱۱])	۵۵/۷۹	-	۰/۶۱	۲۰
قانون سه خطی (بهینه‌سازی حاضر)	۶۷	-	۰/۴۵	۱۸
قانون چهارخطی (بهینه‌سازی حاضر)	۱۰/۸۶	۰/۲۴۳	۱/۵۳	۱۹/۱۹

جدول ۶ مقایسه نتایج بدست آمده از فرایند بهینه سازی با مقادیر آزمایشگاهی مدل ناحیه چسبناک برای ضخامت ۸ میلی‌متر

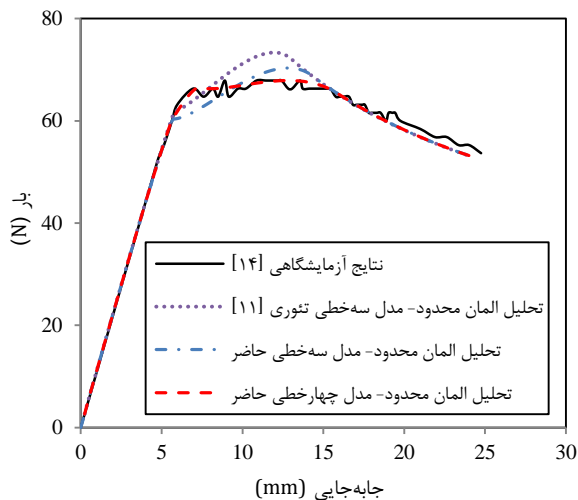
نوع قانون کشش-جدایش	Error (%)	σ_{br-1} (MPa)	σ_{br} (MPa)	σ_{max} (MPa)
قانون آزمایشگاهی [۱۴]	-	-	۱/۳۸	۲۰
قانون سه خطی (تئوری [۱۱])	۵۷/۹۷	-	۰/۵۸	۲۰
قانون سه خطی (بهینه‌سازی حاضر)	۶۷	-	۰/۴۵	۱۹
قانون چهارخطی (بهینه‌سازی حاضر)	۲/۸۹	۰/۲۵۶	۱/۳۴	۱۸/۶۲

همانطور که در شکل ۷ نشان داده شده است، در قانون چهارخطی نقطه مربوط به حداکثر تنش پل‌زنی و نقطه پایین‌تر آن روی مدل آزمایشگاهی قرار گرفته است و این قانون دارای مینا و مفهوم فیزیکی می‌باشد. اما قانون سه خطی علاوه بر عدم قابلیت پیش‌بینی حداکثر تنش پل‌زنی، انطباق لازم با مدل آزمایشگاهی را نیز ندارد. در شکل ۸ نمودار بار-جابه‌جایی حاصل از روش المان محدود با استفاده از مدل‌های مختلف کشش-جدایش با نتایج آزمایشگاهی آن مقایسه شده‌اند.

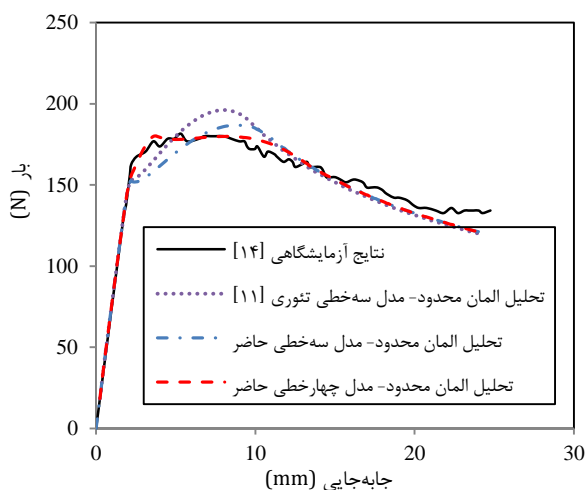


شکل ۸ پیش‌بینی منحنی بار-جابه‌جایی المان محدود با استفاده از مدل‌های کشش-جدایش مختلف

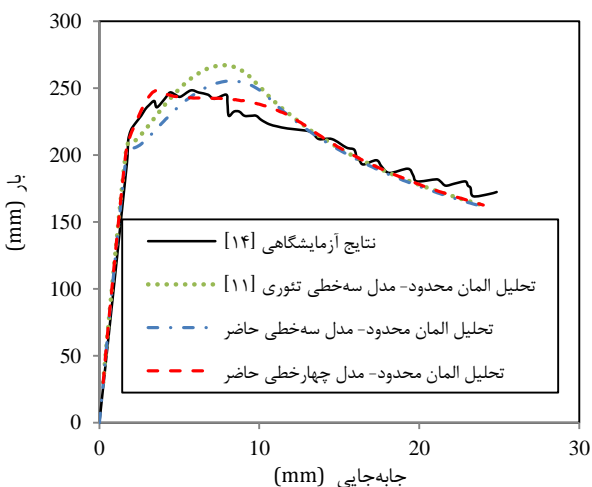
همانطور که در این شکل مشخص است نتایج بار-جابه‌جایی حاصل از کشش-جدایش غیر خطی از انطباق بالایی با نتایج آزمایشگاهی برخوردار می‌باشد. همچنین می‌توان گفت، که قوانین حاصل از تحلیل بهینه‌سازی نیز قابلیت خوبی در پیش‌بینی نمودار بار-جابه‌جایی آزمایشگاهی داشته‌اند. چرا که مقادیر حداکثر تنش پل‌زنی حاصل از بهینه‌سازی برای هر دو قانون سه خطی و چهارخطی خطای به مراتب کمتری را نسبت به مقداری که روش تئوری پیشنهاد داده، به خود اختصاص داده‌اند. مقداری که روش تئوری برای حداکثر تنش پل‌زنی پیش‌بینی کرده است به مراتب کمتر از مقدار متناظر آزمایشگاهی خود می‌باشد. در نتیجه نمودار بار-جابه‌جایی عددی حاصله نتوانسته است شیب بخش پل‌زنی یا رشد تورق را به خوبی مدل‌سازی و پیش‌بینی نماید. بدین ترتیب می‌توان به اهمیت و تاثیر مقدار مربوط به پارامتر حداکثر تنش پل‌زنی الباف در پیش‌بینی بخش غیرخطی نمودار بار-جابه‌جایی آزمایشگاهی پی برد. در فرایند اجرای بهینه‌سازی با استفاده از مدل چهارخطی، شیب بخش غیرخطی نمودار با استخراج دقیق مقدار پارامتر حداکثر تنش پل‌زنی (σ_{br}) با دقت قابل قبولی پیش‌بینی می‌گردد. همچنین پیش‌بینی دقیق بار بیشینه نیز با محاسبه مناسب مقدار پارامتر σ_{br-1} محقق می‌گردد. اما مدل سه خطی به دلیل نداشتن پارامتر σ_{br-1} نمی‌تواند بار بیشینه نمودار آزمایشگاهی را به خوبی پیش‌بینی نماید. در نتیجه هنگام استخراج مقادیر بهینه پارامترهای مدل سه خطی، الگوریتم مجبور خواهد شد مقدار کمتری را برای حداکثر تنش پل‌زنی اختصاص دهد تا بار بیشینه نمودار آزمایشگاهی به خوبی پیش‌بینی گردد. بنابراین مقدار بهینه مربوط به پارامتر σ_{br} اختلاف قابل توجهی با مقدار آزمایشگاهی خود خواهد داشت و مدل سه خطی برای پیش‌بینی پارامترهای مهم ناحیه پل‌زنی مدل چسبناک، قانون مناسبی نخواهد بود.



شکل ۹ پیش‌بینی منحنی بار-جاب‌جایی المان محدود با استفاده از مدل‌های کشش-جدایش مختلف برای نمونه با ضخامت ۴ میلی‌متر



شکل ۱۰ پیش‌بینی منحنی بار-جاب‌جایی المان محدود با استفاده از مدل‌های کشش-جدایش مختلف برای نمونه با ضخامت ۸ میلی‌متر



شکل ۱۱ پیش‌بینی منحنی بار-جاب‌جایی المان محدود با استفاده از مدل‌های کشش-جدایش مختلف برای نمونه با ضخامت ۱۰ میلی‌متر

جدول ۷ مقایسه نتایج بدست آمده از فرآیند بهینه‌سازی با مقادیر آزمایشگاهی مدل ناحیه چسبناک برای ضخامت ۱۰ میلی‌متر

نوع قانون کشش-جدایش	Error (%)	σ_{br-1} (MPa)	σ_{br} (MPa)	σ_{max} (MPa)
قانون آزمایشگاهی [۱۴]	-	-	۱/۳۸	۲۰
قانون سه‌خطی (تئوری [۱۱])	۵۷/۷۹	-	۰/۶۱	۲۰
قانون سه‌خطی (بهینه‌سازی حاضر)	۶۲	-	۰/۵۲	۲۰
قانون چهارخطی (بهینه‌سازی حاضر)	۱۰/۸۶	۰/۲۵۳	۱/۲۳	۲۰/۹۵

همانطور که از جداول ۵، ۶ و ۷ می‌توان دریافت مانند حالت قبل قوانین سه‌خطی و چهارخطی مقادیر تقریباً یکسانی را برای تنش حداکثر ارائه داده‌اند. اما در این حالت مقادیر محاسبه شده برای حداکثر تنش پل‌زنی برای قوانین سه‌خطی و چهارخطی تفاوت بسیار محسوس و قابل توجهی دارند. همانطور که در این جداول قابل مشاهده است قانون چهارخطی توانسته است با خطایی به مراتب کمتر، پارامتر حداکثر تنش پل‌زنی را پیش‌بینی نماید. پس در این حالت نیز مزیت مدل چهارخطی نسبت به سه‌خطی در پیش‌بینی دقیق پارامتر σ_{br} به خوبی اثبات م. دلیل این مزیت نیز در بخش مربوط به حالت قبل به صورت کامل تشریح شد.

همچنین قوانین سه‌خطی بهینه و تئوری مقادیری با خطای بسیار زیاد را برای پارامتر حداکثر تنش پل‌زنی پیش‌بینی نموده‌اند که این خود ناتوانی قانون سه‌خطی در پیش‌بینی پارامترهای پل‌زنی بالاخص حداکثر تنش پل‌زنی را به وضوح بیان می‌نماید. برای این حالت نیز نتایج المان محدود حاصل از قوانین مختلف ارائه شده همراه با نتایج آزمایشگاهی برای هر سه ضخامت مورد نظر در شکل‌های ۹، ۱۰ و ۱۱ نشان داده شده است.

در شکل‌های ۹، ۱۰ و ۱۱ مشاهده می‌گردد که قوانین سه‌خطی بر خلاف حالت قبل نتوانسته‌اند نتایج آزمایشگاهی را به خوبی پیش‌بینی نمایند. اما نتایج عددی حاصل از مدل چهارخطی ارائه شده، توانسته است به خوبی نتایج آزمایشگاهی را برای هر سه ضخامت پیش‌بینی نماید. دلیل این تفاوت چشمگیر در نمودارهای بار-جاب‌جایی عددی حاصل از دو مدل سه‌خطی و چهارخطی، به تفاوت چشمگیر مقادیر ارائه شده برای پارامتر حداکثر تنش پل‌زنی مربوط می‌گردد. زیرا که قوانین سه‌خطی مقادیری به مراتب کمتر از مقدار مشابه آزمایشگاهی را برای پارامتر σ_{br} ارائه داده‌اند.

با توجه به اینکه در حالت قبل اهمیت محاسبه دقیق پارامتر σ_{br} در پیش‌بینی مناسب بار-جاب‌جایی به خوبی اثبات می‌گردد. با توجه به اینکه مدل چهارخطی برای پارامتر σ_{br} برای تمام ضخامت‌ها توانسته است مقادیر بسیار نزدیکتری به مقادیر مشابه آزمایشگاهی ارائه دهد، در نتیجه نتایج حاصل از مدل‌سازی عددی توسط مدل چهارخطی با دقتی مناسبتر نتایج آزمایشگاهی را پیش‌بینی می‌نمایند. علاوه بر این در این حالت با محاسبه‌ی دقیق پارامتر حداکثر تنش پل‌زنی با استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی ژنتیک نیز اثبات گردید که اثر ضخامت در مقدار این پارامتر مهم ناحیه پل‌زنی ناچیز می‌باشد. به صورتی که برای هر سه ضخامت مقداری مناسب و قابل اعتماد برای پارامتر σ_{br} محاسبه گردید که با یکدیگر تفاوت چندانی نداشتند.

۶- نتیجه گیری

در این تحقیق با ارائه مدل کشش-جدایش چند خطی ساده و با استفاده از مدل المان ناحیه چسبناک به بررسی رشد تورق در نمونه تیر دولبه یکسر گیردار با پل زنی الیاف بزرگ مقیاس پرداخته شده است. استخراج مدل کشش-جدایش مناسب با استفاده از روش‌های تجربی و نیمه تجربی مشکلاتی را در پی خواهد داشت. بدین منظور در این تحقیق سعی شده است تا مدل کشش-جدایش مناسب با استفاده از روش عددی استخراج شود. مدل کشش-جدایش سه خطی ساده‌ترین مدل چندخطی اصلاح یافته‌ای است که برای مدل سازی پدیده رشد تورق در نمونه تیر دولبه یکسر گیردار با پدیده پل زنی برای نمونه‌های تک جهته ارائه شده است. این در حالی است که قانون سه خطی مطابقت لازم با مدل کشش-جدایش آزمایشگاهی را ندارد. این عدم تطابق نشان دهنده این است که پارامترهای قانون سه خطی از لحاظ فیزیکی قابل تفسیر نیستند. بدین منظور در این تحقیق با اصلاح این قانون و تبدیل آن به قانون چهارخطی این امکان فراهم گردید تا رفتار غیرخطی و پیچیده مدل مادی آزمایشگاهی را با یک قانون چهارخطی ساده‌تر مدل سازی نمود. به منظور استخراج پارامترهای مدل‌های چند خطی کشش-جدایش از روش بهینه سازی با استفاده از الگوریتم ژنتیک استفاده شده است. در این روش با کمینه کردن اختلاف منحنی بار-جابجایی آزمایشگاهی و عددی، پارامترهای بهینه مدل‌های کشش-جدایش استخراج شدند. مقایسه مدل‌های کشش-جدایش مستخرج از روش بهینه سازی با مدل‌های تئوری و آزمایشگاهی نشان می‌دهد که مدل ناحیه چسبناک چهار خطی ارائه شده، حداکثر تنش پل زنی مستخرج از داده‌های آزمایشگاهی و همچنین رفتار تورقی نمونه تیر دولبه یکسر گیردار را به خوبی پیش بینی می‌نماید.

۷- مراجع

- [1] ASTM Standard D5528-94a, Standard Test Method for Mode Inter-Laminar Fracture Toughness of Unidirectional Continuous Fiber Reinforced Polymer Matrix Composites, Philadelphia, PA, 1994.
- [2] Rybicki, E. F. and Kanninen, M. F., "A Finite Element Calculation of Stress Intensity Factors by a Modified Crack Closure Integral," *Eng. Fract. Mech.*, Vol. 9, No. 4, pp. 931-938, Jan. 1977.
- [3] Nairn, J. A., "Analytical and Numerical Modeling of R-Curves for Cracks With Bridging Zones," *Int. J. Fract.*, vol. 155, No. 2, pp. 167-181, 2009.
- [4] Williams, J. G. Hadavinia, H. and Kinloch, A. J., "Cohesive Zone Models in The Characterisation of Toughness," *Compos. Sci. Technol.*, Vol. 3, 2005.
- [5] Alfano, G., "On The Influence of The Shape of The Interface Law on The Application of Cohesive-Zone Models," *Compos. Sci. Technol.*, Vol. 66, No. 6, pp. 723-730, May 2006.
- [6] Dugdale, D. S., "Yielding of Steel Sheets Containing Slits," *J. Mech. Phys. Solids*, Vol. 8, No. 2, pp. 100-104, May 1960.
- [7] Barenblatt, G. I., "The Mathematical Theory of Equilibrium Cracks in Brittle Fracture," *Compos. Sci. Technol.*, Vol. 3, pp. 55-129, 1962.
- [8] Camanho, P. P. Davila, C. G. and De Moura, M. F., "Numerical Simulation of Mixed-Mode Progressive Delamination in Composite Materials," *J. Compos. Mater.*, Vol. 37, No. 16, pp. 1415-1438, 2003.
- [9] Turon, A. Dávila, C. G. Camanho, P. P. and Costa, J., "An Engineering Solution for Mesh Size Effects in The Simulation of Delamination Using Cohesive Zone Models," *Eng. Fract. Mech.*, Vol. 74, No. 10, pp. 1665-1682, 2007.
- [10] Dávila, C. G. Rose, C. A. and Camanho, P. P., "A Procedure for Superposing Linear Cohesive Laws to Represent Multiple Damage Mechanisms in The Fracture Of Composites," *Int. J. Fract.*, Vol. 158, No. 2, pp. 211-223, 2009.
- [11] Heidari-Rarani, M. Shokrieh, M. M. and Camanho, P. P., "Finite Element Modeling of Mode I Delamination Growth in Laminated DCB Specimens With R-curve Effects," *Compos. Part B Eng.*, Vol. 45, No. 1, pp. 897-903, 2013.
- [12] Sorensen, B. F. and Jacobsen, T. K., "Large-Scale Bridging in Composites: R-Curves and Bridging Laws," *Compos. Part A Appl. Sci. Manuf.*, Vol. 29, No. 11, pp. 1443-1451, 1998.
- [13] Shokrieh, M. M. Salamat-talab, M. and Heidari-Rarani, M., "Effect of Initial Crack Length on The Measured Bridging Law of Unidirectional E-Glass/Epoxy Double Cantilever Beam Specimens," *Mater. Des.*, Vol. 55, pp. 605-611, 2014.

- [14] Farmand-Ashtiani, E. Cugnoni, J. and Botsis, J., "Specimen Thickness Dependence of Large Scale Fiber Bridging in Mode I Interlaminar Fracture of Carbon Epoxy Composite," *Int. J. Solids Struct.* Vol. 55, pp. 58-65, 2014.
- [15] Manshadi, B. D. Vassilopoulos, A. P. and Botsis, J., "A Combined Experimental/Numerical Study of The Scaling Effects on Mode I Delamination of GFRP," *Compos. Sci. Technol.*, Vol. 83, pp. 32-39, 2013.
- [16] Manshadi, B. D. Farmand-Ashtiani, E. Botsis, J. and Vassilopoulos, A. P., "An Iterative Analytical/Experimental Study of Bridging in Delamination of The Double Cantilever Beam Specimen," *Compos. Part A Appl. Sci. Manuf.*, Vol. 61, pp. 43-50, Jun. 2014.
- [17] Dourado, N. De Moura, M. F. S. F. De Morais, A. B. and Pereira, A. B., "Bilinear Approximations to The Mode II Delamination Cohesive Law Using an Inverse Method," *Mech. Mater.*, Vol. 49, pp. 42-50, 2012.
- [18] de Morais, A.B. Pereira, A.B. de Moura, M.F.S.F. Silva, F.G.A. Silva Dourado, N., "Bilinear Approximations to the Mixed-Mode I-II Delamination Cohesive Law Using an Inverse Method," *Compos. Struct.*, Vol. 122, pp. 361-366, 2015.
- [19] Blackman, B. R. K. Hadavinia, H. Kinloch, A. J. and Williams, J. G., "The Use of a Cohesive Zone Model to Study The Fracture of Fibre Composites and Adhesively-Bonded Joints," *Compos. Sci. Technol.*, Vol. 1, pp. 25-46, 2003.
- [20] Salamat-talab, M., "Simulation Of Delamination Growth In Double Cantilever Beam Specimen Made Of Laminated Composites" MSc Thesis, Department of Mechanical Engineering, Iran university of Science and Technology, 2011.