



تحلیل سه بعدی انتقال توان صوتی در پوسته‌های استوانه‌ای جدار ضخیم از جنس کامپوزیت لایه‌ای

روح الله طالبی توتی^{۱*}، امیرمحمد چوداری خامنه^۲، رضا احمدی^۳

۱- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران

۲- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی هوافضا، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران

۳- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه پیام‌نور، تهران

* تهران، صندوق پستی ۱۳۱۱۴-۱۶۸۴۶، rtalebi@iust.ac.ir

چکیده

اطلاعات مقاله

در این مقاله یک مدل تحلیلی برای محاسبه‌ی انتقال صوت از یک پوسته‌ی استوانه‌ای کامپوزیتی ارائه شده است. بدین منظور از یک مدل جدید و دقیق برای حل سه بعدی افت انتقال صوت در پوسته‌های استوانه‌ای از جنس کامپوزیت لایه‌ای و بر پایه تئوری الاستیسته خطی استفاده شده است. مدل ارائه شده در مقاله حاضر، یک پوسته‌ی استوانه‌ای کامپوزیتی با ضخامت دلخواه و طول بی‌نهایت و غوطه‌ور در سیال است که یک موج صفحه‌ای مایل به سطح خارجی آن برخورد می‌کند. بر این مبنا با استفاده از روش موسوم به فضای حالت و به کارگیری مدل لایه‌ای تقریبی به همراه رویکرد ماتریس انتقال، به تحلیل افت انتقال صوت از این پوسته‌ها پرداخته شده است. نتایج حاصله با نتایج سایر محققان مقایسه شده و تطابق مناسبی بین نتایج مشاهده می‌شود و بر دقت مدل ارائه شده در این مقاله صحه‌گذاری می‌نماید. همچنین در انتها پارامترهای موثر بر افت انتقال صوت نیز بررسی شده است. بررسی‌ها نشان می‌دهند که پوسته‌های استوانه‌ای از جنس کامپوزیت لایه‌ای از مزیت بیشتری نسبت به دیگر مواد برخوردارند، زیرا با تغییر در نحوه آرایش و چیدمان لایه‌ها و همچنین جنس ماده به کار رفته، مقدار افت انتقال صوت بهبود می‌یابد. بنابراین از این نکته می‌توان به افزایش مقدار افت انتقال صوت در پوسته‌های کامپوزیتی بهره‌گیری نمود.

دریافت: ۹۵/۲/۲
پذیرش: ۹۵/۳/۲۳

کلیدواژگان:

افت انتقال صوت
کامپوزیت لایه‌ای
الاستیسته خطی
روش فضای حالت
ماتریس انتقال

Three-dimensional analysis of sound power transmission through thick laminated composite cylindrical shells

Roohollah Talebitooti^{1*}, Amir Mohammad Choudari Khameneh¹, Reza Ahmadi²

1- School of Mechanical Engineering, Iran University of Science and Technology, Tehran, Iran

2- School of Mechanical Engineering, Payame Noor University (PNU), Tehran, Iran

*P.O.B. 16846-13114, Tehran, Iran, rtalebi@iust.ac.ir

Keywords

Sound transmission loss
Laminated composite
Linear elasticity
State space method
Transfer matrix

Abstract

In this paper, an analytical solution is presented to study acoustic transmission through a laminated composite cylindrical shell. Therefore, a new and exact model is employed to solve the three-dimensional sound transmission loss in a composite cylindrical shell based on three-dimensional linear theory of elasticity. The model presented in this paper is a composite cylindrical shell with arbitrary thickness and infinite length and immersed in a fluid. Also an oblique plane wave impinges on the external sidewall of the shell. The state space method is used to investigate laminate approximated model along with transfer matrix approach to analysis the sound transmission loss through the composite cylindrical shells. The results obtained from presents study have been compared with those of other researchers. This comparison shows an excellent agreement between the results. Finally, the parameters affecting on the sound transmission loss have been studied. The results indicate that the laminated composite cylindrical shells are more advantageous rather than other materials as a result of enhancing the sound transmission loss with change the stacking sequence of laminated composite. This characteristic can be used to increase the amount of sound transmission loss in composite shells.

Please cite this article using:

Talebitooti, R. Choudari Khameneh, A. M. and Ahmadi, R., "Three-dimensional analysis of sound power transmission through thick laminated composite cylindrical shells", In Persian, Journal of Science and Technology of Composites, Vol. 4, No. 1, pp. 53-66, 2017

برای ارجاع به این مقاله از عبارت زیر استفاده نمایید:

۱- مقدمه

سازه‌های کامپوزیتی به دلیل داشتن خواص مکانیکی مناسب، به طور گسترده در صنایع مختلف مورد استفاده قرار می‌گیرند. جایگاه این سازه‌ها به نحوی است که امروزه در صنایع حساس، نظیر: خودرو و هوافضا نیز به کار برده می‌شوند. سازه‌های کامپوزیتی با هندسه‌های مختلف تولید و استفاده می‌شوند. یکی از سازه‌های پر کاربرد، پوسته‌ی استوانه‌ای کامپوزیتی است که بدنه‌ی هواپیما را می‌توان یکی از کاربردهای مهم آن اشاره نمود. محاسبه‌ی افت انتقال صوت^۱ (TL) از این پوسته‌ها به دلیل کاربرد فراوان و همچنین حساسیت موضوع از اهمیت زیادی برخوردار می‌باشد. از این رو، این کار نیازمند ارائه یک مدل دقیق و قابل اعتماد برای مدل‌سازی افت انتقال صوت از این پوسته‌ها است.

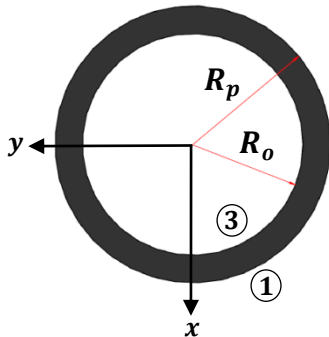
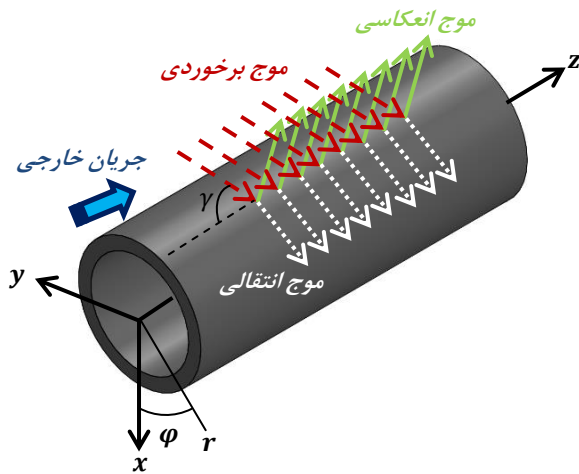
اولین مطالعه در زمینه انتقال نویز از سازه‌های منحنی شکل توسط اسمیت [۱]، انجام شد. او در مقاله خود انرژی جذب شده توسط سازه را به عنوان افت انتقال صوت و به صورت نسبت کسری توان جذب شده به توان برخوردی در طول پوسته معرفی نمود. فرض او در این کار این بود که تنها امواج صوتی داخل شونده بر رفتار پوسته موثر می‌باشند. وایت [۲]، افت انتقال صوت از پوسته‌های استوانه‌ای با طول محدود را مورد ارزیابی قرار داد. او از این مطالعه نتیجه گرفت که افت انتقال صوت در دو نقطه از بازه فرکانسی، کمترین مقدار می‌باشد و آن دو نقطه را فرکانس رینگ^۲ و فرکانس انطباقی^۳ نامید. فاکسول و فرانکلین [۳]، ارتعاشات یک استوانه جدار نازک تقویت شده که در معرض امواج صوتی قرار دارد را مطالعه نمودند. آن‌ها در این مطالعه با در نظر گرفتن تغییرات کوچک در راستای محور استوانه از مدل ساده شده دوبعدی استفاده نمودند. کوال [۴]، انتقال صوت از دماغه هواپیما را تحت شرایط پرواز با استفاده از روش امیدانس^۴ مطالعه نمود. به دلیل در نظر گرفتن همزمان برخورد موج صفحه‌ای، جریان خارجی و فشار داخلی، تحلیل انتقال صوت را با دقت مناسب‌تری فراهم می‌ساخت. همچنین او از پوسته‌ی استوانه‌ای ایزوتروپیک^۵ و اورتوتروپیک^۶ برای مدل‌سازی خود استفاده نمود [۵]. در ادامه کار کوال، بلیس [۶]، انتقال صوت در پوسته‌ی استوانه‌ای اورتوتروپیک با طول بلند را بررسی نمود. او با معرفی دو زاویه مستقل در برخورد موج صفحه‌ای به پوسته‌ی استوانه‌ای به محاسبه‌ی میدان انتشار موج انتقالی پرداخت. او در کار دیگری، مطالعات قبلی خود را که در حالت دوبعدی بیان شده بود را برای یک پوسته‌ی سه‌بعدی متمم داد [۸،۷]. کیم و لی [۹]، به توسعه‌ی یک مدل تحلیلی برای محاسبه‌ی افت انتقال صوت در پوسته‌های استوانه‌ای با طول بی‌نهایت پرداختند. برای این کار آن‌ها از حل همزمان معادلات ارتعاشات پوسته و موج آکوستیک بهره‌گیری کردند. در نهایت افت انتقال صوت به دست آمده از مدل تحلیلی را با روش تجربی مقایسه نموده و مشاهده کردند که در فرکانس‌های پایین اختلافاتی وجود دارد اما در فرکانس‌های بالا تطابق بهتری حاصل شده است. در ادامه، آن‌ها انتقال صوت در پوسته‌های استوانه‌ای دو جداره را نیز مورد مطالعه قرار دادند و نتایج تحلیل را با نتایج تجربی مقایسه نمودند. تنگ [۱۰]، انتقال صوت در پوسته‌های ساندویچی استوانه‌ای تحت برخورد موج صفحه‌ای را بررسی نمود. او محیط داخل و خارج پوسته را نیز متفاوت در نظر گرفت. همچنین او در کار خود از تئوری تغییر شکل

برشی مرتبه‌ی اول^۷ (FSDT) بهره‌گیری نمود. او نشان داد که از اثرات برش و چرخش در فرکانس‌های بالا نمی‌توان در معادلات پوسته صرف نظر نمود اما در فرکانس‌های پایین می‌توان از این اثرات صرف‌نظر کرد. دانشجو و همکاران [۱۱]، افت انتقال صوت از پوسته‌ی استوانه‌ای کامپوزیتی را مورد مطالعه قرار دادند. آن‌ها در این کار از تئوری کلاسیک^۸ (CST) برای مدل‌سازی پوسته استفاده نمودند. سپس، آن‌ها افت انتقال صوت از پوسته‌ی استوانه‌ای کامپوزیتی را با استفاده از تئوری تغییر شکل برشی مرتبه‌ی اول بررسی نمودند و نتایج حاصل شده را با نتایج مدل‌سازی با استفاده از تئوری کلاسیک مقایسه نمودند [۱۲]. از این مقایسه این نتیجه حاصل شد که از اثرات چرخش و برش در فرکانس‌های بالاتر نمی‌توان صرف نظر نمود. پس از آن دانشجو و همکاران [۱۳]، به مطالعه‌ی افت انتقال صوت از پوسته‌ی با جنس مواد تابعی هدفمند^۹ (FGMs) با استفاده از تئوری تغییر شکل برشی مرتبه‌ی سوم^{۱۰} (TSDT) پرداختند. آن‌ها نتایج حاصل شده از این مطالعه را با روش کلاسیک و تئوری تغییر شکل برشی مرتبه‌ی اول مقایسه نمودند. آن‌ها نشان دادند که تئوری تغییر شکل برشی مرتبه‌ی سوم از دقت بالایی در محاسبه‌ی افت انتقال صوت از پوسته‌های با ضخامت زیاد یا به عبارتی پوسته‌های با R/h کمتر برخوردار می‌باشد. پس از آن طالبی و همکاران [۱۴]، افت انتقال صوت از پوسته‌های استوانه‌ای اورتوتروپیک را با استفاده از تئوری تغییر شکل برشی مرتبه‌ی سوم محاسبه نمودند. اخیراً طالبی و همکاران [۱۵]، افت انتقال صوت در پوسته‌های استوانه‌ای اورتوتروپیک با ضخامت دلخواه را با استفاده از تئوری سه‌بعدی محاسبه نمودند. آن‌ها با استفاده از روش فضای حالت و به کارگیری ماتریس انتقال به مدل‌سازی افت انتقال صوت پرداختند. آن‌ها نتایج به دست آمده از این مطالعه را با نتایج مطالعات گذشته مقایسه نمودند. همچنین آن‌ها به این نتیجه رسیدند که مدل ارائه شده در این مطالعه دارای دقت بالایی در محاسبه‌ی افت انتقال صوت در پوسته‌های با ضخامت زیاد دارد. رجیبی و همکاران [۱۶]، پخش موج آکوستیکی از پوسته‌ی استوانه‌ای کامپوزیتی را مورد ارزیابی قرار دادند. دانشجو و همکاران [۱۷]، بر پایه تئوری سه‌بعدی الاستیسیته^{۱۱}، افت انتقال صوت از پوسته‌ی استوانه‌ای ایزوتروپیک جدار ضخیم را محاسبه نمودند. آن‌ها در این مطالعه از روش تجزیه هلمهولتز^{۱۲} بهره‌گیری نمودند. آن‌ها نتایج حاصله را با روش‌های کلاسیک، تئوری تغییر شکل برشی مرتبه‌ی اول و سوم مقایسه نمودند و به این نتیجه رسیدند که با افزایش ضخامت جداره پوسته، اثرات برش و چرخش اهمیت پیدا می‌کنند و تئوری‌های ساده‌سازی کننده در این حالت دارای خطا می‌باشند.

با بررسی کارهای گذشته می‌توان نتیجه گرفت که مطالعات گسترده‌ای در رابطه با تحلیل افت انتقال صوت در پوسته‌های استوانه‌ای صورت پذیرفته است که هر کدام سعی در اصلاح و تکمیل مطالعه قبلی دارند. اما با بررسی بیشتر این تحقیقات می‌توان به این حقیقت رسید که اکثر این مطالعات با وجود اینکه نتایج قابل قبولی را ارائه می‌کنند، اما در برخی از موارد دارای خطاهایی نیز هستند که این خطاها ممکن است قابل نظر نباشند. لذا وجود یک مدل دقیق و قابل اعتماد امری اجتناب ناپذیر می‌باشد به نحوی که این مدل در عین قابل اعتماد بودن باید اشکالات مطالعات گذشته را نیز بر طرف نماید. برای این منظور بهره‌گیری از تئوری سه‌بعدی جهت تحلیل افت

7. First order shear deformation theory
8. Classical shell theory
9. Functionally graded materials
10. Third order shear deformation theory
11. Three-dimensional elasticity theory
12. Helmholtz decomposition

1. Sound transmission Loss
2. Ring frequency
3. Coincidence frequency
4. Impedance method
5. Isotropic
6. Orthotropic



شکل ۱ شماتیکی از برخورد موج صفحه‌ای به یک پوسته‌ی استوانه‌ای کامپوزیتی

موج صفحه‌ای برخوردی P_1^I را به صورت هارمونیک و در سیستم مختصات استوانه‌ای می‌توان به صورت رابطه (۴) نشان داد [۱۳]:

$$P_1^I(r, \varphi, z, t) = P_0 \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n (-j)^n J_n(k_{1r}r) \exp(j(\omega t - k_{1z}z - n\varphi)) \quad (4)$$

که در آن ε_n ضریب نیومن می‌باشد و برابر است با:

$$\varepsilon_n \begin{cases} 1 & n = 0 \\ 2 & n > 1 \end{cases} \quad (5)$$

ω فرکانس زاویه ای، J_n تابع بسل نوع اول و مرتبه n ، $n = 0, 1, 2, \dots$ و $i = \sqrt{-1}$ و همچنین P_0 بزرگی موج برخوردی می‌باشد. k_1 عدد موج در سیال متحرک می‌باشد و به صورت زیر بیان می‌شود [۱۳]:

$$k_1 = \frac{\omega}{c_1} \left(\frac{1}{1 + M \sin \gamma} \right) \quad (6)$$

که در آن $M = V/c_1$ عدد ماخ برای جریان خارجی می‌باشد. همچنین V بیانگر سرعت سیال خارجی می‌باشد.

همچنین عدد موج در راستای شعاعی و محوری مطابق رابطه (۷) است.

$$\begin{aligned} k_{1r} &= k_1 \sin \gamma \\ k_{1z} &= k_1 \cos \gamma \end{aligned} \quad (7)$$

شکل ۲، جزء کوچکی از پوسته را نشان می‌دهد.

انتقال صوت سبب دستیابی به این اهداف می‌شود. با بررسی تحقیقات صورت گرفته در گذشته مشخص می‌شود که در کار ارائه شده توسط طالبی و همکاران [۱۵] و همچنین دانشجو و همکاران [۱۷] از تئوری سه بعدی برای تحلیل افت انتقال صوت استفاده شده است. اما نکته مهم در مورد تحقیق ایشان این است که در هیچکدام از این مطالعات، پوسته مورد نظر از جنس کامپوزیت لایه‌ای نمی‌باشد. در مطالعه‌ی طالبی و همکاران [۱۵] پوسته مورد نظر از جنس ارتوتروپیک تک لایه، و در مطالعه‌ی دانشجو و همکاران [۱۷] پوسته مورد نظر از جنس ایزوتروپیک می‌باشد. بنابراین با توجه به کاربرد فراوان پوسته‌های کامپوزیتی، خلاء یک مدل دقیق برای تحلیل افت انتقال صوت از این پوسته‌ها وجود دارد. در این مقاله یک مدل جدید برای تحلیل افت انتقال صوت از یک پوسته‌ی استوانه‌ای کامپوزیتی بر پایه تئوری سه بعدی ارائه می‌شود. در این مدل با بهره‌گیری از روش فضای حالت^۱ به همراه همراه مدل لایه‌ای تقریبی^۲ و رویکرد ماتریس انتقال^۳ به محاسبه‌ی افت انتقال انتقال صوت پرداخته شده است.

۲- تعریف مسئله

با توجه به شکل ۱، پوسته‌ی استوانه‌ای کامپوزیتی با طول بی‌نهایت تحت اثر یک موج صفحه‌ای که دارای زاویه‌ی γ نسبت به محور Z می‌باشد، قرار می‌گیرد. در اثر این برخورد قسمتی از امواج منعکس و قسمتی نیز از سیلندر عبور می‌کنند. همچنین یک جریان هوای خارجی با سرعت V در سطح استوانه جریان می‌یابد. این سیلندر دارای دو ناحیه آکوستیکی می‌باشد که در شکل ۱ به صورت ۱ و ۳ نشان داده شده است. ناحیه ۱، محیط خارجی سیلندر می‌باشد که دارای سرعت صوت c_1 و چگالی ρ_1 است. ناحیه ۳، محیط داخلی سیلندر می‌باشد که دارای سرعت صوت c_3 و چگالی ρ_3 است. پوسته‌ی استوانه‌ای از جنس کامپوزیت لایه‌ای می‌باشند. همچنین تعداد لایه‌ها، جنس لایه‌ها و زوایای الیاف در این پوسته می‌توانند متفاوت باشند.

۳- معادلات حاکم بر سیال و ارتعاشات آکوستیک

در فضای بیرونی پوسته، فشار برابر با $P_1 = P_1^I + P_1^R$ می‌باشد. یعنی فشار بیرونی برابر است با مجموع فشار برخوردی و فشار منعکس شده. همچنین محیط بیرون دارای چگالی ρ_1 و سرعت امواج آکوستیکی c_1 می‌باشد. بنابراین معادله‌ی (۱) نشان دهنده‌ی معادله‌ی موج در محیط خارجی و در سیستم مختصات استوانه‌ای می‌باشد [۱۸، ۱۱]:

$$c_1^2 \nabla^2 (P_1^I + P_1^R) - \left(\frac{\partial}{\partial t} + V \cdot \nabla \right)^2 (P_1^I + P_1^R) = 0 \quad (1)$$

که در آن ∇ ، اپراتور لاپلاسین در سیستم مختصات استوانه‌ای می‌باشد. و برابر است با:

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{\partial}{r \partial r} + \frac{\partial^2}{r^2 \partial \theta^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad (2)$$

همچنین P_1^I و P_1^R به ترتیب فشار آکوستیکی برخوردی و انعکاسی در سطح خارجی پوسته می‌باشند.

P_3^T فشار آکوستیکی موج منتقل شده می‌باشد. در این حالت معادله‌ی موج آکوستیکی مطابق رابطه (۳) است [۱۲]:

$$c_3^2 \nabla^2 P_3^T - \frac{\partial^2 P_3^T}{\partial t^2} = 0 \quad (3)$$

1. State space method
2. Laminate approximated model
3. Transfer matrix

۴-۱- استخراج معادله‌ی حالت برای لایه s-ام

با توجه به قانون هوک^۶ در سیستم مختصات استوانه‌ای، (r, φ, z) رابطه‌ی زیر برقرار می‌باشد [۱۵]:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{zz}^s \\ \sigma_{\varphi\varphi}^s \\ \sigma_{rr}^s \\ \sigma_{r\varphi}^s \\ \sigma_{rz}^s \\ \sigma_{\varphi z}^s \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11}^s & \bar{Q}_{12}^s & \bar{Q}_{13}^s & 0 & 0 & \bar{Q}_{16}^s \\ \bar{Q}_{12}^s & \bar{Q}_{22}^s & \bar{Q}_{23}^s & 0 & 0 & \bar{Q}_{26}^s \\ \bar{Q}_{13}^s & \bar{Q}_{23}^s & \bar{Q}_{33}^s & 0 & 0 & \bar{Q}_{36}^s \\ 0 & 0 & 0 & \bar{Q}_{44}^s & \bar{Q}_{45}^s & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \bar{Q}_{45}^s & \bar{Q}_{55}^s & 0 \\ \bar{Q}_{16}^s & \bar{Q}_{26}^s & \bar{Q}_{36}^s & 0 & 0 & \bar{Q}_{66}^s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{zz}^s \\ \varepsilon_{\varphi\varphi}^s \\ \varepsilon_{rr}^s \\ \gamma_{r\varphi}^s \\ \gamma_{rz}^s \\ \gamma_{\varphi z}^s \end{Bmatrix} \quad (11)$$

که در آن $[\bar{Q}_{kl}^s]$ نشان دهنده‌ی ماتریس سفتی برای هر لایه در سیستم مختصات استوانه‌ای می‌باشد. مطابق شکل ۳، این ماتریس با توجه به زاویه‌ی الیاف مربوط به هر لایه نسبت به سیستم مختصات استوانه‌ای، به صورت زیر محاسبه می‌شود [۱۶]:

$$[\bar{Q}_{kl}^s] = [T_\sigma^s][Q_{kl}^s][T_\varepsilon^s]^{-1} \quad (12)$$

که $[Q_{kl}^s]$ نشان دهنده‌ی ماتریس سفتی برای هر لایه در سیستم مختصات اصلی می‌باشد و برابر است با [۱۹]:

$$[Q_{kl}^s] = \begin{bmatrix} Q_{11}^s & Q_{12}^s & Q_{13}^s & 0 & 0 & 0 \\ Q_{12}^s & Q_{22}^s & Q_{23}^s & 0 & 0 & 0 \\ Q_{13}^s & Q_{23}^s & Q_{33}^s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Q_{44}^s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Q_{55}^s & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Q_{66}^s \end{bmatrix} \quad (13)$$

و در ماتریس فوق:

$$Q_{11}^s = E_{11}^s \frac{1 - \nu_{23}^s \nu_{32}^s}{\Delta}$$

$$Q_{12}^s = E_{22}^s \frac{\nu_{12}^s + \nu_{32}^s \nu_{13}^s}{\Delta}$$

$$Q_{13}^s = E_{22}^s \frac{\nu_{13}^s + \nu_{12}^s \nu_{23}^s}{\Delta}$$

$$Q_{22}^s = E_{22}^s \frac{1 - \nu_{31}^s \nu_{13}^s}{\Delta}$$

$$Q_{23}^s = E_{33}^s \frac{\nu_{23}^s + \nu_{21}^s \nu_{13}^s}{\Delta}$$

$$Q_{33}^s = E_{33}^s \frac{1 - \nu_{12}^s \nu_{21}^s}{\Delta}$$

$$Q_{44}^s = G_{23}^s$$

$$Q_{55}^s = G_{13}^s$$

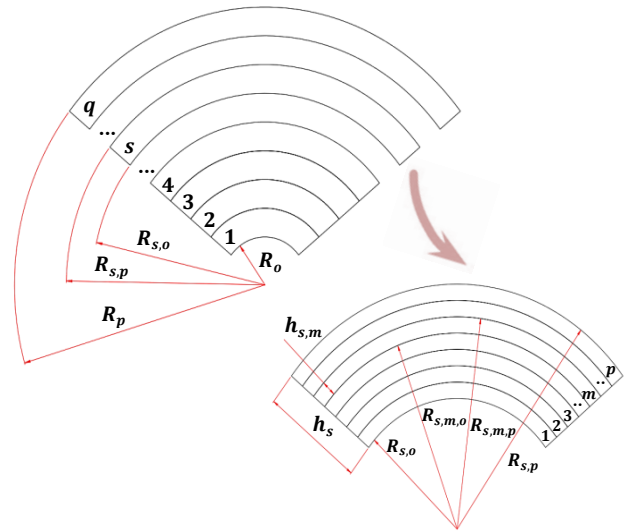
$$Q_{66}^s = G_{12}^s$$

$$\Delta = 1 - \nu_{12}^s \nu_{21}^s - \nu_{23}^s \nu_{32}^s - \nu_{31}^s \nu_{13}^s - 2\nu_{21}^s \nu_{32}^s \nu_{13}^s \quad (14)$$

همچنین $[T_\sigma^s]$ و $[T_\varepsilon^s]$ ، ماتریس‌های انتقال دهنده خواص می‌باشند و به صورت رابطه (۱۵) می‌توان نوشت [۲۰]:

$$[T_\varepsilon^s] = \begin{bmatrix} (m1^s)^2 & (n1^s)^2 & 0 & 0 & 0 & -m1^s n1^s \\ (n1^s)^2 & (m1^s)^2 & 0 & 0 & 0 & m1^s n1^s \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -(m1^s)^2 & -(n1^s)^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -(n1^s)^2 & (m1^s)^2 & 0 \\ -2m1^s n1^s & 2m1^s n1^s & 0 & 0 & 0 & ((n1^s)^2 - (m1^s)^2) \end{bmatrix}$$

6. Hooke's law



شکل ۲ مشخصات لایه‌ها و زیر لایه‌ها در پوسته‌ی استوانه‌ای کامپوزیتی

به دلیل اینکه امواج پیشرو^۱ در محیط آکوستیک و در پوسته، ناشی از امواج پیشرو برخوردی می‌باشند، اعداد موج در راستای Z (یا سرعت تریس^۲) بایستی در تمام سیستم برابر گردند. برای اعداد موج در راستای Z روابط زیر برقرار می‌باشد [۱۳]:

$$k_{1z} = k_{3z}$$

$$k_3 = \frac{\omega}{c_3}$$

$$k_{3r} = \sqrt{k_3^2 - k_{3z}^2} \quad (8)$$

همچنین امواج انعکاسی و عبوری نیز به صورت زیر می‌باشند [۱۵]:

$$P_1^R(r, \varphi, z, t) = \sum_{n=0}^{\infty} P_{1n}^R H_n^2(k_{1r}r) \exp(j(\omega t - k_{1z}z - n\varphi)) \quad (9)$$

$$P_3^T(r, \varphi, z, t) = \sum_{n=0}^{\infty} P_{3n}^T H_n^1(k_{3r}r) \exp(j(\omega t - k_{1z}z - n\varphi)) \quad (10)$$

که در آن H_n^2 و H_n^1 توابع هنکل^۳ از نوع اول و دوم و مرتبه‌ی n می‌باشند که به ترتیب بیانگر امواج داخل شونده و خارج شونده می‌باشند.

۴- معادلات حاکم بر پوسته

با توجه به شکل ۲، ابتدا با استفاده از روش فضای حالت، معادله‌ی حالت را برای هر لایه (مانند: لایه s-ام که $s = 1, 2, 3, \dots, q$) از پوسته‌ی استوانه‌ای کامپوزیتی استخراج کرده، سپس با استفاده از مدل لایه‌ای تقریبی به همراه روش ماتریس انتقال محلی^۴ این معادله برای تمامی لایه‌ها حل می‌شود. در نهایت با استفاده از روش ماتریس انتقال عمومی^۵ این معادله برای پوسته‌ی استوانه‌ای حل می‌شود.

1. Incident traveling wave
2. Trace velocity
3. Hankel function
4 Local transfer matrix
5 Global transfer matrix

$$\varepsilon_{rr}^s = \frac{\partial u_r^s}{\partial r}$$

$$\varepsilon_{\varphi\varphi}^s = \frac{1}{r} \frac{\partial u_\varphi^s}{\partial \varphi} + \frac{u_r^s}{r}$$

$$\varepsilon_{zz}^s = \frac{\partial u_z^s}{\partial z}$$

$$\gamma_{\varphi z}^s = \frac{\partial u_\varphi^s}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_z^s}{\partial \varphi}$$

$$\gamma_{r\varphi}^s = \frac{\partial u_\varphi^s}{\partial r} - \frac{u_\varphi^s}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_r^s}{\partial \varphi}$$

$$\gamma_{rz}^s = \frac{\partial u_r^s}{\partial z} + \frac{\partial u_z^s}{\partial r} \quad (18)$$

که در آن u_r ، u_φ و u_z به ترتیب جابجایی در راستای r ، φ و z می‌باشند.

حال با استفاده از روش موسوم به فضای حالت [۱۵] با جایگذاری (۱۸) در (۱۱) و سپس در (۱۷) و جدا کردن ترم $\frac{\partial}{\partial r}$ معادلات حالت برای لایه‌ی S-ام به دست می‌آید. سپس با انجام عملیات جبری و ساده‌سازی رابطه‌ی زیر استخراج خواهد شد:

$$\frac{\partial}{\partial r} \mathbf{U}^s = \mathbf{M}^s \mathbf{U}^s \quad (19)$$

که $\mathbf{U}^s = [u_z^s \ u_\varphi^s \ u_r^s \ \sigma_{rr}^s \ \sigma_{r\varphi}^s \ \sigma_{rz}^s]$ بردار حالت^۲ می‌باشد. و \mathbf{M}^s ماتریس 6×6 به صورت زیر می‌باشد:

$$\mathbf{M}^s = \begin{bmatrix} M_{11}^s & M_{12}^s \\ M_{21}^s & M_{22}^s \end{bmatrix} \quad (20)$$

که:

$$M_{11}^s = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\frac{\partial}{\partial z} \\ 0 & \frac{1}{r} & -\frac{\partial}{r\partial\varphi} \\ -\frac{\bar{Q}_{13}^s}{\bar{Q}_{33}^s} \frac{\partial}{\partial z} - \frac{\bar{Q}_{36}^s}{\bar{Q}_{33}^s} \frac{\partial}{r\partial\varphi} & -\frac{\bar{Q}_{23}^s}{\bar{Q}_{33}^s} \frac{\partial}{r\partial\varphi} - \frac{\bar{Q}_{36}^s}{\bar{Q}_{33}^s} \frac{\partial}{\partial z} & -\frac{\bar{Q}_{23}^s}{\bar{Q}_{33}^s} \frac{1}{r} \end{bmatrix}$$

$$M_{12}^s = \begin{bmatrix} 0 & \frac{\bar{Q}_{45}^s}{\zeta_{45}^s} & -\frac{\bar{Q}_{44}^s}{\zeta_{45}^s} \\ 0 & -\frac{\bar{Q}_{55}^s}{\zeta_{45}^s} & \frac{\bar{Q}_{45}^s}{\zeta_{45}^s} \\ \frac{1}{\bar{Q}_{33i}^s} & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (21)$$

$$M_{21}^s = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \quad (22)$$

که در ماتریس (۲۳):

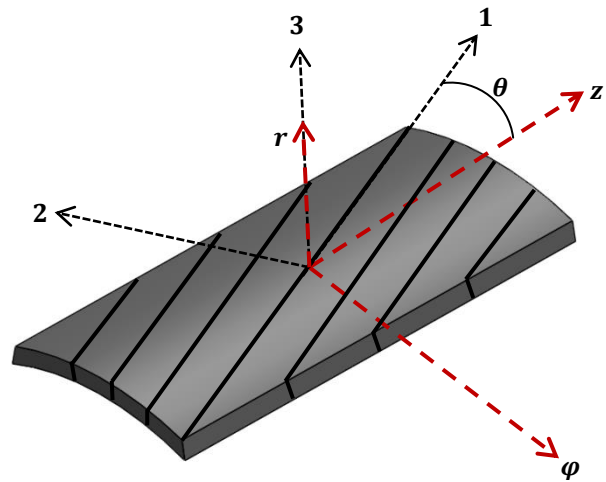
$$[T_\sigma^s] = \begin{bmatrix} (m1^s)^2 & (n1^s)^2 & 0 & 0 & 0 & -2m1^s n1^s \\ (n1^s)^2 & (m1^s)^2 & 0 & 0 & 0 & 2m1^s n1^s \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -(m1^s)^2 & -(n1^s)^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -(n1^s)^2 & (m1^s)^2 & 0 \\ -m1^s n1^s & m1^s n1^s & 0 & 0 & 0 & ((n1^s)^2 - (m1^s)^2) \end{bmatrix} \quad (15)$$

که در معادلات بالا:

$$m1^s = \cos\theta^s \quad (16)$$

$$n1^s = \sin\theta^s$$

θ^s زاویه‌ی الیاف نسبت به سیستم مختصات استوانه‌ای می‌باشد.



شکل ۳ سیستم مختصات اصلی و استوانه‌ای

همچنین E_{33}^s و E_{22}^s ، E_{11}^s مدول‌های الاستیسیته در جهات ۱، ۲ و ۳ می‌باشند. G_{12}^s ، G_{13}^s ، G_{23}^s مدول‌های برشی و v_{12}^s ، v_{13}^s ، v_{23}^s ضریب‌های پواسون می‌باشند.

معادلات حرکت لایه‌ی S-ام در محدوده‌ی الاستیسیته خطی و در غیاب نیروهای حجمی^۱، در سیستم مختصات استوانه‌ای براساس مولفه‌های تنش و بر پایه‌ی تئوری الاستیسیته سه‌بعدی به صورت زیر بیان می‌شوند [۱۵، ۱۶].

$$\frac{\partial \sigma_{rr}^s}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_{r\varphi}^s}{r\partial\varphi} + \frac{\partial \sigma_{rz}^s}{\partial z} + \frac{1}{r}(\sigma_{rr}^s - \sigma_{\varphi\varphi}^s) = \rho_c^s \frac{\partial^2 u_r^s}{\partial t^2}$$

$$\frac{\partial \sigma_{r\varphi}^s}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_{\varphi\varphi}^s}{r\partial\varphi} + \frac{2}{r}\sigma_{r\varphi}^s + \frac{\partial \sigma_{z\varphi}^s}{\partial z} = \rho_c^s \frac{\partial^2 u_\varphi^s}{\partial t^2}$$

$$\frac{\partial \sigma_{rz}^s}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_{\varphi z}^s}{r\partial\varphi} + \frac{\sigma_{rz}^s}{r} + \frac{\partial \sigma_{zz}^s}{\partial z} = \rho_c^s \frac{\partial^2 u_z^s}{\partial t^2} \quad (17)$$

که در آن چگالی جرمی ماده می‌باشد.

بر اساس تئوری سه بعدی الاستیسیته و با استفاده از سیستم مختصات استوانه‌ای مولفه‌های کرنش بر اساس تغییر فرم کوچک برابر است با [۱۵، ۱۶].

1. Body forces

2. State vector

$$\begin{aligned}
 u_z^s &= \sum_{n=0}^{\infty} R_p \bar{v}_{z,n}^s(\lambda) \exp(j(\omega t - k_{1z}z - n\varphi)) \\
 u_\varphi^s &= \sum_{n=0}^{\infty} R_p \bar{v}_{\varphi,n}^s(\lambda) \exp(j(\omega t - k_{1z}z - n\varphi)) \\
 u_r^s &= \sum_{n=0}^{\infty} R_p \bar{v}_{r,n}^s(\lambda) \exp(j(\omega t - k_{1z}z - n\varphi)) \\
 \sigma_{rr}^s &= \sum_{n=0}^{\infty} \bar{Q}_{44}^1 \bar{\sigma}_{rr,n}^s(\lambda) \exp(j(\omega t - k_{1z}z - n\varphi)) \\
 \sigma_{r\varphi}^s &= \sum_{n=0}^{\infty} \bar{Q}_{44}^1 \bar{\sigma}_{r\varphi,n}^s(\lambda) \exp(j(\omega t - k_{1z}z - n\varphi)) \\
 \sigma_{rz}^s &= \sum_{n=0}^{\infty} \bar{Q}_{44}^1 \bar{\sigma}_{rz,n}^s(\lambda) \exp(j(\omega t - k_{1z}z - n\varphi)) \quad (27)
 \end{aligned}$$

که در آن $\lambda = \frac{r}{R_p}$ پارامتر شعاعی بی بعد می‌باشد. حال با جایگذاری در (۲۷) و به کارگیری تعامد توابع سه گانه^۱ معادله‌ی زیر استخراج می‌گردد:

$$\frac{\partial}{\partial \lambda} \{Y_n^s\} = [F_n^s] \{Y_n^s\} \quad (28)$$

که $Y_n^s = [\bar{v}_{z,n}^s \ \bar{v}_{\varphi,n}^s \ \bar{v}_{r,n}^s \ \bar{\sigma}_{rr,n}^s \ \bar{\sigma}_{r\varphi,n}^s \ \bar{\sigma}_{rz,n}^s]^T$ بردار حالت مودال و F_n^s ماتریس ضرایب مودال 6×6 به صورت زیر می‌باشد:

$$F_n^s = \begin{bmatrix} F_{n,11}^s & F_{n,12}^s \\ F_{n,21}^s & F_{n,22}^s \end{bmatrix} \quad (29)$$

که:

$$F_{n,11}^s = \begin{bmatrix} 0 & 0 & b13 \\ 0 & b22 & b23 \\ b31 & b32 & b33 \end{bmatrix} \quad (30)$$

که در ماتریس فوق:

$$\begin{aligned}
 b13 &= jk_{1z}R_p \\
 b22 &= \frac{1}{\lambda} \\
 b23 &= \frac{n}{\lambda}j \\
 b31 &= \left(\frac{jR_p}{\bar{Q}_{33}^s}\right) \left(\bar{Q}_{33}^s k_{1z} + \frac{\bar{Q}_{36}^s n}{r}\right) \\
 b32 &= \left(-\frac{jR_p}{\bar{Q}_{33}^s}\right) \left(\bar{Q}_{36}^s k_{1z} + \frac{\bar{Q}_{23}^s n}{r}\right) \\
 b33 &= -\frac{\bar{Q}_{23}^s R_p}{\bar{Q}_{33}^s r} \quad (31)
 \end{aligned}$$

همچنین:

$$F_{n,12}^s = \begin{bmatrix} 0 & \frac{\bar{Q}_{45}^s \bar{Q}_{44}^1}{\zeta_{45}^s} & -\frac{\bar{Q}_{44}^s \bar{Q}_{44}^1}{\zeta_{45}^s} \\ 0 & \frac{\bar{Q}_{55}^s \bar{Q}_{44}^1}{\zeta_{45}^s} & \frac{\bar{Q}_{45}^s \bar{Q}_{44}^1}{\zeta_{45}^s} \\ \frac{\bar{Q}_{44}^1}{\bar{Q}_{33}^s} & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (32)$$

$$\begin{aligned}
 a11 &= \frac{\zeta_{26}^s}{r^2} \frac{\partial}{\partial \varphi} + \frac{\zeta_{12}^s}{r} \frac{\partial}{\partial z} \\
 a12 &= \frac{\zeta_{22}^s}{r^2} \frac{\partial}{\partial \varphi} + \frac{\zeta_{26}^s}{r} \frac{\partial}{\partial z} \\
 a13 &= \rho_c \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \frac{\zeta_{22}^s}{r^2} \\
 a21 &= -\frac{\zeta_{26}^s}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} - \zeta_{16}^s \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{(\zeta_{66}^s + \zeta_{12}^s)}{r} \frac{\partial^2}{\partial \varphi \partial z} \\
 a22 &= \rho_c \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\zeta_{22}^s}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} - \zeta_{66}^s \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{2\zeta_{26}^s}{r} \frac{\partial^2}{\partial \varphi \partial z} \\
 a23 &= -\frac{\zeta_{22}^s}{r^2} \frac{\partial}{\partial \varphi} - \frac{\zeta_{26}^s}{r} \frac{\partial}{\partial z} \\
 a31 &= \rho_c \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\zeta_{66}^s}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} - \zeta_{11}^s \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{2\zeta_{16}^s}{r} \frac{\partial^2}{\partial \varphi \partial z} \\
 a32 &= -\frac{\zeta_{26}^s}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} - \zeta_{16}^s \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{(\zeta_{66}^s + \zeta_{12}^s)}{r} \frac{\partial^2}{\partial \varphi \partial z} \\
 a33 &= -\frac{\zeta_{26}^s}{r^2} \frac{\partial}{\partial \varphi} - \frac{\zeta_{12}^s}{r} \frac{\partial}{\partial z} \quad (24)
 \end{aligned}$$

همچنین:

$$M_{22}^s = \begin{bmatrix} \frac{1}{r} \left(\frac{\bar{Q}_{23}^s}{\bar{Q}_{33}^s} - 1 \right) & -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \varphi} & -\frac{\partial}{\partial z} \\ -\frac{\bar{Q}_{23}^s}{\bar{Q}_{33}^s r} \frac{\partial}{\partial \varphi} & -\frac{\bar{Q}_{36}^s}{\bar{Q}_{33}^s} \frac{\partial}{\partial z} & -\frac{2}{r} & 0 \\ -\frac{\bar{Q}_{36}^s}{\bar{Q}_{33}^s r} \frac{\partial}{\partial \varphi} & -\frac{\bar{Q}_{13}^s}{\bar{Q}_{33}^s} \frac{\partial}{\partial z} & 0 & -\frac{1}{r} \end{bmatrix} \quad (25)$$

که در روابط بالا:

$$\begin{aligned}
 \zeta_{11}^s &= \bar{Q}_{11}^s - \frac{\bar{Q}_{13}^s{}^2}{\bar{Q}_{33}^s} \\
 \zeta_{22}^s &= \bar{Q}_{22}^s - \frac{\bar{Q}_{23}^s{}^2}{\bar{Q}_{33}^s} \\
 \zeta_{12}^s &= \bar{Q}_{12}^s - \frac{\bar{Q}_{13}^s \bar{Q}_{23}^s}{\bar{Q}_{33}^s} \\
 \zeta_{16}^s &= \bar{Q}_{16}^s - \frac{\bar{Q}_{13}^s \bar{Q}_{36}^s}{\bar{Q}_{33}^s} \\
 \zeta_{26}^s &= \bar{Q}_{26}^s - \frac{\bar{Q}_{23}^s \bar{Q}_{36}^s}{\bar{Q}_{33}^s} \\
 \zeta_{66}^s &= \bar{Q}_{66}^s - \frac{\bar{Q}_{36}^s{}^2}{\bar{Q}_{33}^s} \\
 \zeta_{45}^s &= \bar{Q}_{45}^s{}^2 - \bar{Q}_{44}^s \bar{Q}_{55}^s \quad (26)
 \end{aligned}$$

سپس با استفاده از بسط مد نرمال^۱ [۱۳] می‌توان بردار حالت U^s را بر اساس ضرایب مودال مجهول به شکل (۲۷) بسط داد.

2. Orthogonality of trigonometric functions

1. Normal mode expansions

$$Y_n^s(\lambda) = Y_n^s(\lambda_{s,m-1}) \exp[(\lambda - \lambda_{s,m-1}) F_n^s(\lambda_{s,m-1})] \quad (36)$$

که در آن $\lambda_{s,m-1} \leq \lambda \leq \lambda_{s,m}$ در نتیجه از رابطه‌ی (36) برای هر لایه از پوسته‌ی استوانه‌ای کامپوزیتی می‌توان متغیرهای حالت در سطح خارجی لایه s -ام را به مقادیر متناظر آن در سطح داخلی، توسط یک ماتریس مودال محلی T_n^s مرتبط نمود.

$$Y_n^s(\lambda_{s,p}) = T_n^s Y_n^s(\lambda_{s,0}) \quad (37)$$

که در آن $T_n^s = \prod_{m=1}^p \exp[h_{s,m} F_n^s(\lambda_{s,m-1})/R_p]$ ماتریس مودال محلی می‌باشد و طبق فرآیند زیر به دست می‌آید:

$$\begin{aligned} Y_n^s(\lambda_{s,p}) &= Y_n^s(\lambda_{s,p-1}) T_n^s(\lambda_{s,p}) \\ Y_n^s(\lambda_{s,p-1}) &= Y_n^s(\lambda_{s,p-2}) T_n^s(\lambda_{s,p-1}) \\ Y_n^s(\lambda_{s,p-2}) &= Y_n^s(\lambda_{s,p-3}) T_n^s(\lambda_{s,p-2}) \\ &\vdots \\ Y_n^s(\lambda_{s,1}) &= Y_n^s(\lambda_{s,0}) T_n^s(\lambda_{s,1}) \end{aligned} \quad (38)$$

در نتیجه خواهیم داشت.

$$T_n^s = T_n^s(\lambda_{s,p}) T_n^s(\lambda_{s,p-1}) T_n^s(\lambda_{s,p-2}) \dots T_n^s(\lambda_{s,1}) = \prod_{m=1}^p T_n^s(\lambda_{s,m}) \quad (39)$$

۴-۳- ماتریس انتقال عمومی

با توجه به اینکه تمامی لایه‌های پوسته‌ی کامپوزیتی در سطوح مشترکشان کاملاً به یکدیگر متصل شده‌اند، می‌توان در مرز هر دو لایه مجاور هم رابطه‌ی (40) را بیان نمود.

$$Y_n^s(\lambda_{s,p}) = Y_n^{s+1}(\lambda_{s+1,0}) \quad (40)$$

در نتیجه با اعمال شرایط پیوستگی بین سطوح مشترک تمامی لایه‌ها مطابق رابطه‌ی (36)، متغیرهای حالت در سطح خارجی پوسته را می‌توان به مقادیر متناظر در سطح داخلی آن توسط یک ماتریس مودال عمومی D_n به صورت زیر مرتبط ساخت:

$$Y_n^q(\lambda_{q,p}) = D_n Y_n^1(\lambda_{1,0}) \quad (41)$$

که در آن:

$$D_n = \prod_{s=1}^q T_n^s = \prod_{s=1}^q (\prod_{m=1}^p \exp[h_{s,m} F_n^s(\lambda_{s,m-1})/R_p]) \quad (42)$$

$$Y_n^q(\lambda_{q,p}) = [v_{z,n}^q(\lambda_{q,p}) v_{\varphi,n}^q(\lambda_{q,p}) v_{r,n}^q(\lambda_{q,p}) \sigma_{rr,n}^q(\lambda_{q,p}) \sigma_{r\varphi,n}^q(\lambda_{q,p}) \sigma_{rz,n}^q(\lambda_{q,p})]^T \quad (43)$$

۵- شرایط مرزی

با استفاده از شرایط مرزی در محیط بیرون و داخل پوسته‌ی استوانه‌ای کامپوزیتی، می‌توان ضرایب مجهول P_{3n}^R و P_{3n}^T و همچنین ضرایب مجهول بردار حالت مودال رابطه (44) را محاسبه نمود.

$$Y_n^1(\lambda_{1,0}) = [\bar{v}_{z,n}^1(\lambda_{1,0}) \bar{v}_{\varphi,n}^1(\lambda_{1,0}) \bar{v}_{r,n}^1(\lambda_{1,0}) \bar{\sigma}_{rr,n}^1(\lambda_{1,0}) \bar{\sigma}_{r\varphi,n}^1(\lambda_{1,0}) \bar{\sigma}_{rz,n}^1(\lambda_{1,0})]^T \quad (44)$$

$$F_{n,21}^s = \begin{bmatrix} c11 & c12 & c13 \\ c21 & c22 & c23 \\ c31 & c32 & b33 \end{bmatrix} \quad (33)$$

که در ماتریس (33):

$$\begin{aligned} c11 &= \left(-\frac{jR_p^2}{Q_{44}^1 r^2}\right) (\zeta_{26}^s n + \zeta_{12}^s k_{1z} r) \\ c12 &= \left(-\frac{jR_p^2}{Q_{44}^1 r^2}\right) (\zeta_{22}^s n + \zeta_{26}^s k_{1z} r) \\ c13 &= \left(\frac{R_p^2}{Q_{44}^1}\right) \left(-\rho_c \omega^2 + \frac{\zeta_{22}^s}{r^2}\right) \\ c21 &= \frac{R_p^2}{Q_{44}^1 r^2} (\zeta_{26}^s n^2 + nk_{1z} r (\zeta_{66}^s + \zeta_{12}^s) + \zeta_{16}^s k_{1z}^2 r^2) \\ c22 &= \left(\frac{R_p^2}{Q_{44}^1 r^2}\right) (-\rho_c \omega^2 r^2 + \zeta_{22}^s n^2 + \zeta_{66}^s k_{1z}^2 r^2 + 2\zeta_{26}^s nk_{1z} r) \\ c23 &= \frac{R_p^2 j}{Q_{44}^1 r^2} (\zeta_{22}^s n + \zeta_{26}^s k_{1z} r) \\ c31 &= \frac{R_p^2}{Q_{44}^1 r^2} (-\rho_c \omega^2 r^2 + \zeta_{66}^s n^2 + \zeta_{11}^s k_{1z}^2 r^2 + 2\zeta_{26}^s nk_{1z} r) \\ c32 &= \frac{R_p^2}{Q_{44}^1 r^2} (\zeta_{26}^s n^2 + nk_{1z} r (\zeta_{66}^s + \zeta_{12}^s) + \zeta_{16}^s k_{1z}^2 r^2) \\ c33 &= \frac{R_p^2 j}{Q_{44}^1 r^2} (\zeta_{26}^s n + \zeta_{12}^s k_{1z} r) \end{aligned} \quad (34)$$

همچنین:

$$F_{n,22}^s = \begin{bmatrix} \frac{1}{\lambda} \left(\frac{Q_{23}^s}{Q_{33}^s} - 1\right) & -\frac{n}{\lambda} j & j k_{1z} R_p \\ \frac{j}{\lambda} \left(\frac{Q_{23}^s n}{Q_{33}^s} + \frac{Q_{36}^s k_{1z} r}{Q_{33}^s}\right) & -\frac{2}{\lambda} & 0 \\ \frac{j}{\lambda} \left(\frac{Q_{36}^s n}{Q_{33}^s} - \frac{Q_{13}^s k_{1z} r}{Q_{33}^s}\right) & 0 & -\frac{1}{\lambda} \end{bmatrix} \quad (35)$$

۴-۲- ماتریس انتقال محلی

همانگونه که ملاحظه می‌شود ضرایب ماتریس F_n^s ثابت نبوده و تابعی از مختصه شعاعی می‌باشند $\lambda = r/R_p$ ، لذا حل مستقیم آن بسیار دشوار است. برای این منظور از روش مدل لایه‌ای تقریبی به همراه رویکرد ماتریس انتقال بهره‌گیری می‌شود.

با توجه به شکل ۲، در این روش با فرض اینکه پوسته‌ی کامپوزیتی دارای q لایه باشد که در مرزهای خود کاملاً به هم چسبیده‌اند به طوری که $s = 1, 2, 3, \dots, q$ ، هر لایه از این جداره به p زیر لایه تقسیم می‌شود، که $m = 1, 2, 3, \dots, p$ به طوریکه خواص و ضخامت تمامی زیر لایه‌ها یکسان می‌باشد و ضخامت هر زیر لایه برابر است با: $h_{s,m} = h_s/p$ ، همچنین $R_{s,m,p} = R_{s,0} + mh_{s,m}$ شعاع خارجی زیر لایه m -ام از لایه s -ام می‌باشد. با توجه به اینکه ضخامت هر زیر لایه بسیار نازک فرض شده است یا به عبارت دیگر p بزرگ در نظر گرفته شده است، بنابراین ضرایب ماتریس F_n^s مربوط به هر زیر لایه را می‌توان ثابت و مستقل از مختصه شعاعی r در نظر گرفت. در نتیجه ماتریس ضرایب را به صورت $F_n^s(\lambda_{s,m-1})$ می‌توان نوشت. که در آن $\lambda_{s,m-1} = (R_{s,0} + (m-1)h_{s,m})/R_p$ بنابراین با حل معادله‌ی (۲۸) برای زیر لایه‌ی m -ام خواهیم داشت:

$$F = -\left(\frac{1}{\bar{Q}_{44}^1}\right)(P_0 \varepsilon_n (-j)^n J_n(k_{1r} R_p)) \quad (48)$$

که $(D_n^{d,e})$ المان‌های ماتریس انتقال D_n می‌باشد که $(d = 3, 4, \dots, 6)$ و $(e = 1, 2, \dots, 6)$ و $(f_n^{g,e}) = (\bar{Q}_{44}^1)(D_n^{g,e})$ که در آن $(g = 5, 6)$

۶- ضریب افت انتقال صوت

ضریب افت انتقال صوت (TL) نسبت توان موج برخوردی به توان موج منتقل شده در طول واحد استوانه می‌باشد و به صورت زیر تعریف می‌شود [۱۷].

$$TL = 10 \log_{10} \left(\frac{W^I}{\sum_{n=0}^{\infty} W_n^T} \right) \quad (49)$$

که در آن W^I توان موج منتقل شده در طول واحد استوانه به صورت زیر می‌باشد:

$$W^I = R_p \frac{\cos(\gamma) P_0^2}{\rho_1 C_1} (1 + M \sin(\gamma)) \quad (50)$$

W_n^T توان موج منعکس شده در طول واحد استوانه به صورت زیر می‌باشد:

$$W_n^T = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \{ P_{3n}^T H_n^1(k_{3r} r) \cdot (j\omega (\bar{v}_{r,n}^1(\lambda_{1,0}))^*) \} \int_0^{2\pi} \cos^2(n\varphi) r d\varphi = \frac{\pi R_o}{\varepsilon_n} \times \operatorname{Re} \{ P_{3n}^T H_n^1(k_{3r} r) \cdot (j\omega (\bar{v}_{r,n}^1(\lambda_{1,0}))^*) \} \quad (51)$$

که در آن Re و علامت * قسمت حقیقی و مزدوج عبارت فوق می‌باشند. در نتیجه افت انتقال صوت به صورت زیر محاسبه می‌شود [۱۷].

$$TL = -10 \log_{10} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\operatorname{Re} \left\{ P_{3n}^T H_n^1(k_{3r} R_o) \cdot (j\omega (\bar{v}_{r,n}^1(\lambda_{1,0}))^*) \right\}}{\varepsilon_n \cos(\gamma) \cdot P_0^2 (1 + M \sin(\gamma))} \times \rho_1 C_1 \pi \quad (52)$$

۷- فلوجارت روند حل مسئله و الگوریتم همگرایی

سری‌های بیان شده در معادلات، سری‌های بی‌نهایت می‌باشند و بررسی بی‌نهایت مود غیر قابل انجام می‌باشد. و از طرفی اگر تعداد مود کم در محاسبات استفاده گردد، افت انتقال صوت بیش از حد می‌گردد که در کار تنگ و همکاران [۱۰]، افت انتقال صوت بسیار بالا برای یک پوسته‌ی استوانه‌ای نسبتاً نازک گزارش شد که ناشی از حل واگرا می‌باشد. بنابراین با استفاده از یک الگوریتم مناسب، سری در یک مود مناسب مختوم می‌گردد. در واقع اگر در یک فرکانس مشخصی این الگوریتم همگرا گردد، در تمامی فرکانس‌های پایین‌تر از آن همگرا می‌شود، زیرا تعداد مودهای بالاتری جهت محاسبه‌ی ترم ضریب افت انتقال صوت در فرکانس‌های بالاتر نیاز است. بنابراین با لحاظ نمودن ماکزیمم تعداد تکرار، یک پروسه تکراری در هر فرکانس استفاده شده است. حلقه همگرایی تا زمانیکه شرط همگرایی برقرار گردد ادامه می‌یابد. هنگامیکه ضریب افت انتقال صوت محاسبه شده در دو محاسبه‌ی متوالی دارای درصد خطایی کمتر از خطای مجاز باشد، تحلیل همگرایی خاتمه می‌یابد. شکل ۴، فلوجارت روند حل مسئله و همچنین الگوریتم همگرایی را نشان می‌دهد:

شرایط مرزی در محیط خارجی پوسته عبارت است از:

$$\frac{\partial (P_1^I + P_1^R)}{\partial r} = -\rho_1 \left(\frac{\partial}{\partial t} + V \cdot \nabla \right)^2 u_r^q$$

$$\sigma_{rr}^q(R_p, \varphi, z, t) = -(P_1^I + P_1^R)$$

$$\sigma_{r\varphi}^q(R_p, \varphi, z, t) = 0$$

$$\sigma_{rz}^q(R_p, \varphi, z, t) = 0 \quad (45)$$

شرایط مرزی در محیط داخلی پوسته عبارت است از:

$$\frac{\partial P_3^T}{\partial r} = -\rho_3 \frac{\partial^2 u_r^1}{\partial t^2}$$

$$\sigma_{rr}^1(R_o, \varphi, z, t) = -P_3^T$$

$$\sigma_{r\varphi}^1(R_o, \varphi, z, t) = 0$$

$$\sigma_{rz}^1(R_o, \varphi, z, t) = 0 \quad (46)$$

با جایگذاری معادلات (۱) تا (۱۰) و همچنین معادله‌ی (۴۱) در شرایط مرزی داریم:

$$\begin{bmatrix} D_n^{31} & D_n^{32} & D_n^{33} & D_n^{34} & D_n^{35} & D_n^{36} & A & 0 \\ D_n^{41} & D_n^{42} & D_n^{43} & D_n^{44} & D_n^{45} & D_n^{46} & C & 0 \\ f_n^{51} & f_n^{52} & f_n^{53} & f_n^{54} & f_n^{55} & f_n^{56} & 0 & 0 \\ f_n^{61} & f_n^{62} & f_n^{63} & f_n^{64} & f_n^{65} & f_n^{66} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & B \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & D \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \bar{Q}_{44}^1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \bar{Q}_{44}^1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \bar{v}_{z,n}^1(\lambda_{1,0}) \\ \bar{v}_{\varphi,n}^1(\lambda_{1,0}) \\ \bar{v}_{r,n}^1(\lambda_{1,0}) \\ \bar{\sigma}_{rr,n}^1(\lambda_{1,0}) \\ \bar{\sigma}_{r\varphi,n}^1(\lambda_{1,0}) \\ \bar{\sigma}_{rz,n}^1(\lambda_{1,0}) \\ P_{1n}^R \\ P_{3n}^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E \\ F \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (47)$$

که:

$$A = -\left(\frac{1}{\rho_1 R_p \omega^2}\right) (P_{1n}^R k_{1r} H_n^{2'}(k_{1r} R_p))$$

$$B = -\left(\frac{1}{\rho_3 R_p \omega^2}\right) (P_{3n}^T k_{3r} H_n^{1'}(k_{3r} R_o))$$

$$C = \left(\frac{1}{\bar{Q}_{44}^1}\right) (P_{1n}^R H_n^2(k_{1r} R_p))$$

$$D = \left(\frac{1}{\bar{Q}_{44}^1}\right) (P_{3n}^T H_n^1(k_{3r} R_o))$$

$$E = \left(\frac{1}{\rho_1 R_p \omega^2}\right) (P_0 \varepsilon_n (-j)^n J_n'(k_{1r} R_p))$$

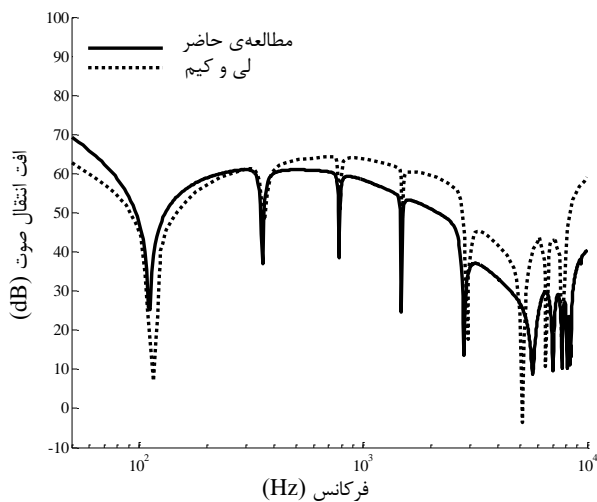
۸- نتایج عددی

۸-۱- اعتبار سنجی نتایج

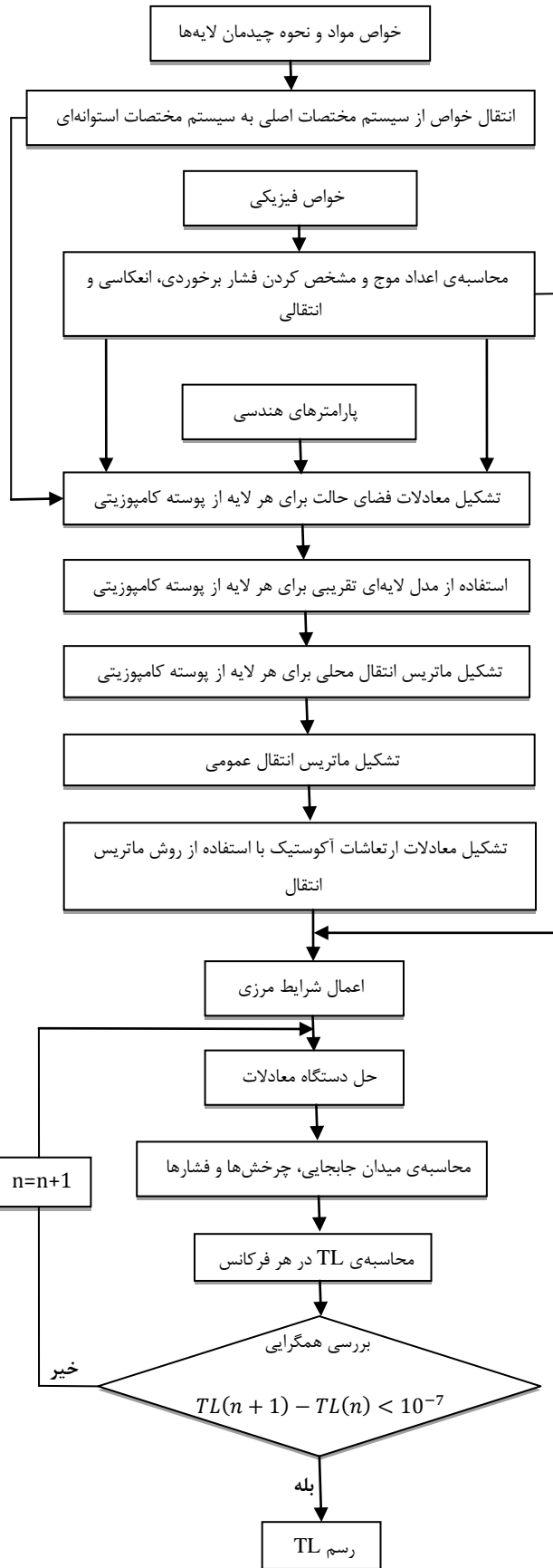
به منظور اعتبارسنجی نتایج، لازم است تا نتایج به دست آمده، با نتایج سایر محققان مقایسه شود. شکل ۵، مقایسه نتایج حاصل از کار ارائه شده توسط لی و کیم [۹] و مطالعه‌ی حاضر، برای پوسته نازک ایزوتروپیک از جنس فولاد با مشخصات مرجع [۹] را نشان می‌دهد. با مقایسه بین مطالعه‌ی حاضر و روش ارائه شده توسط لی و کیم مشاهده می‌شود که نقاط نزول افت انتقال صوت و رفتار نمودار در هر دو روش برابر می‌باشد اما اختلافاتی بین نتایج دو مطالعه وجود دارد که دلیل آن خطاهای عددی وارد شده در محاسبه‌ی توان برخوردی و انتقالی در روش لی و کیم می‌باشد.

شکل ۶، مقایسه نتایج حاصل از مطالعه‌ی حاضر و کار ارائه شده توسط کوال [۴] برای پوسته ایزوتروپیک با ضخامت کم و از جنس آلومینیوم با مشخصات مرجع [۴] را نشان می‌دهد. با مقایسه‌ی نتایج مطالعه‌ی حاضر و کار ارائه شده توسط کوال، اختلافاتی بین نتایج در فرکانس‌های پایین مشاهده می‌شود که علت آن استفاده از معادلات فلاگ در کار ارائه شده توسط کوال می‌باشد. نتایج حاصل از معادلات فلاگ در فرکانس‌های پایین تفاوت قابل توجهی با تئوری‌های دیگر دارند. همچنین معادلات حرکت فقط در یک راستا در نظر گرفته شده است و از راستاهای دیگر صرف نظر شده است.

شکل ۷، مقایسه نتایج حاصل از مطالعه‌ی حاضر و کار ارائه شده توسط بلیس [۸] برای پوسته ایزوتروپیک از جنس آلومینیوم با مشخصات مرجع [۸] را نشان می‌دهد. همانگونه که ملاحظه می‌شود تطبیق بسیار خوبی بین مدل حاضر و کار ارائه شده توسط بلیس وجود دارد که دلیل آن این است که بلیس در کار خود اثرات اینرسی چرخشی و طولی را در نظر گرفته است و در مدل‌سازی خود از میدان جابجایی سه بعدی ولی از مرتبه‌ی اول بهره برده است. بنابراین همانطور که نتایج نشان می‌دهد کار ارائه شده توسط بلیس از دقت بالاتری نسبت به کار کوال و کیم برخوردار است. جهت مطالعه‌ی بیشتر و بررسی دقیق‌تر بین کار ارائه شده در این پژوهش و مطالعات صورت گرفته در گذشته، مقادیر افت انتقال صوت در مطالعه‌ی حاضر و کارهای گذشته در فرکانس‌های خاص به صورت جدول ۱ ارائه شده است.



شکل ۵ مقایسه نتایج مطالعه‌ی حاضر با روش کیم [۹]



شکل ۴ فلوچارت روند حل مسئله و الگوریتم همگرایی

مطالعه قرار گرفته است. مشخصات سازه و شرایط محیطی داخل پوسته‌ی استوانه‌ای مطابق با جدول ۳ می‌باشد.

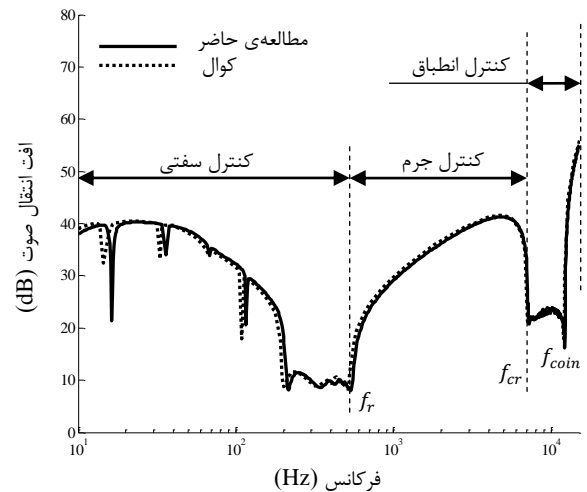
جدول ۲ درصد خطای هریک از مطالعات گذشته در فرکانس‌های خاص نسبت به کار ارائه شده

فرکانس (Hz)		ارائه شده			
۱۵۰۰۰	۱۰۰۰۰	۵۰۰۰	۱۰۰۰		
-	۴۶/۵۶	-۸/۹۷	۹/۲	درصد	لی و کیم
۱/۴۹	۰/۶۳	۰/۷۵	۲/۳۶	خطا	کوال
-	-	۱/۴	۱/۱۶	(%)	بلیس

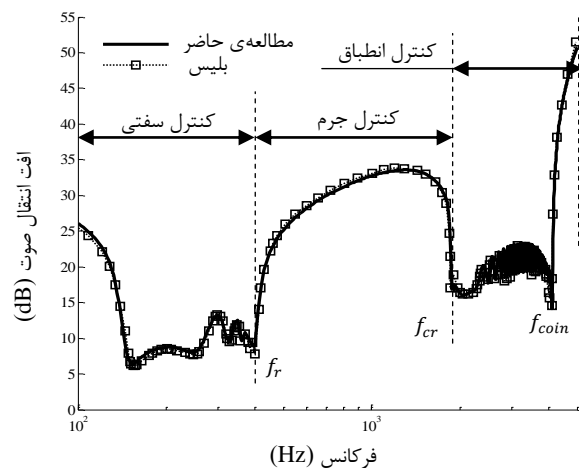
جدول ۳ شرایط محیطی و خواص پوسته جهت بررسی پارامترهای موثر بر افت انتقال صوت

محیط		پوسته		ماده	
داخل	خارج	گلس	گرافیت	اپوکسی	اپوکسی
هوای	هوای	گلس	گرافیت	اپوکسی	اپوکسی
۰/۹۴	۰/۳۷۹۵	۱۹۰۰	۱۶۰۰	چگالی (kg/m ³)	
-	-	۳۸/۶۱	۱۳۷/۹۰	E_{11} (Gpa)	
-	-	۸/۲۷	۸/۹۶	E_{22} (Gpa)	
-	-	۸/۹۶	۸/۹۶	E_{33} (Gpa)	
-	-	۴/۱۴	۷/۱۰	G_{12} (Gpa)	
-	-	۴/۱۴	۷/۱۰	G_{13} (Gpa)	
-	-	۳/۴۵	۶/۲۱	G_{23} (Gpa)	
-	-	۰/۲۶	۰/۳۰	ν_{12}	
-	-	۰/۲۶	۰/۳۰	ν_{13}	
-	-	۰/۳۴	۰/۴۹	ν_{23}	
۳۲۸/۵	۲۹۶/۶	-	-	سرعت صوت (m/s)	
-	-	۱۵	۱۵	ضخامت (mm)	
-	-	۱/۵	۱/۵	شعاع (m)	
$\gamma = 45$				زاویه برخورد	

شکل ۸، تاثیر لایه‌چینی پوسته‌ی استوانه‌ای کامپوزیتی بر افت انتقال صوت را نشان می‌دهد. در این شکل پوسته از جنس گلس‌اپوکسی می‌باشد. همانطور که شکل ۸ نشان می‌دهد، تغییر زوایای چیدمان الیاف اثر مستقیمی بر افت انتقال صوت دارد. با توجه به اینکه تغییر زوایای الیاف لایه‌ها باعث ایجاد تغییرات در خواص مکانیکی پوسته می‌شود، لذا بیشترین تاثیر آن در ناحیه سفتی کنترل می‌باشد و باعث ایجاد تغییرات بیشتر افت انتقال صوت در ناحیه سفتی کنترل، نسبت به نواحی دیگر می‌شود. این یکی از مزیت‌های کامپوزیت‌ها نسبت به دیگر مواد می‌باشد. زیرا می‌توان با تغییر در چیدمان لایه‌ها، مقدار افت انتقال صوت را تغییر داد، در صورتی که در دیگر مواد مانند: آلومینیوم اینطور نیست.



شکل ۶ مقایسه نتایج مطالعه‌ی حاضر با روش کوال [۴]



شکل ۷ مقایسه نتایج مطالعه‌ی حاضر با روش بليس [۸]

در این جدول مقادیر افت انتقال صوت در فرکانس‌های ۱۰۰۰، ۵۰۰۰، ۱۰۰۰۰ و ۱۵۰۰۰ بین کار ارائه شده در این مقاله و مطالعات صورت گرفته توسط لی و کیم [۹]، کوال [۴] و بليس [۸] آمده است. همچنین برای درک بهتر موضوع، درصد خطای هریک از این کارها نسبت به کار ارائه شده در این مقاله، محاسبه شده و در جدول ۲ آمده است.

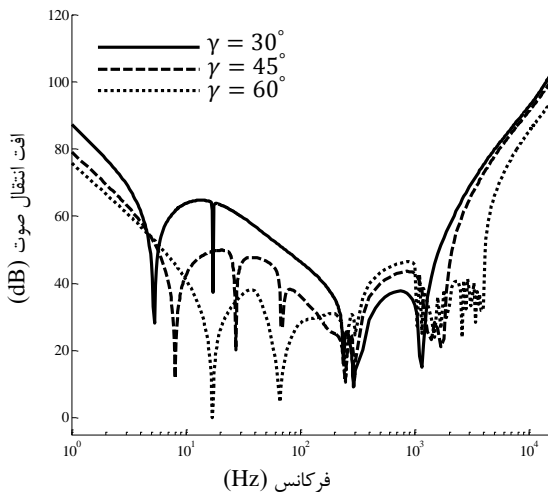
جدول ۱ مقایسه میزان افت انتقال صوت بین کار ارائه شده و مطالعات گذشته

فرکانس (Hz)		مقایسه			
۱۵۰۰۰	۱۰۰۰۰	۵۰۰۰	۱۰۰۰		
-	۴۰/۳۷	۲۶/۸۵	۵۸/۴۲	مطالعه‌ی حاضر	۱
-	۵۹/۱۷	۲۴/۴۴	۶۳/۸	لی و کیم	
۵۵	۲۳/۶۳	۴۱/۲۴	۲۹/۱۴	مطالعه‌ی حاضر	۲
۵۵/۸۲	۲۳/۷۸	۴۱/۵۵	۲۹/۸۳	کوال	
-	-	۵۰/۷۶	۳۲/۷۵	مطالعه‌ی حاضر	۳
-	-	۵۱/۵۱	۳۳/۱۳	بليس	

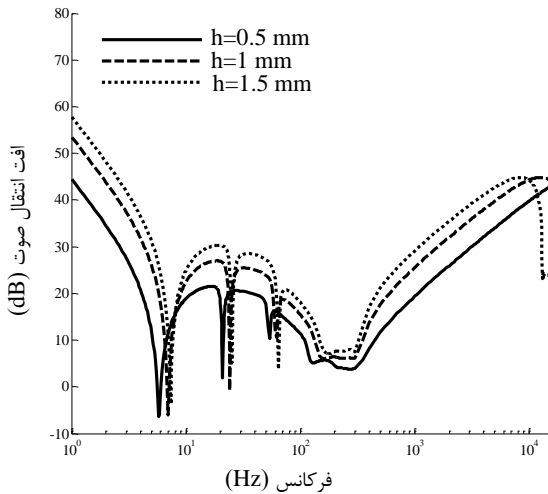
۸-۲- بررسی پارامترهای موثر بر افت انتقال صوت

در این بخش به منظور بررسی کامل و دقیق افت انتقال صوت از یک پوسته‌ی استوانه‌ای کامپوزیتی، اثرات هریک از پارامترهای سازه‌ای و آکوستیکی مورد

می‌دهد. با توجه به اینکه هرچه زاویه برخورد موج نسبت به محور طولی پوسته افزایش یابد، عدد موج طولی کاهش و عدد موج شعاعی افزایش می‌یابد، لذا این باعث افزایش موج عبوری شده و افت انتقال صوت کاهش می‌یابد. همانطور که شکل ۱۰ نشان می‌دهد نمودار افت انتقال صوت با در نظر گرفتن زوایای ۳۰، ۴۵ و ۶۰ درجه رسم شده است. با توجه به شکل ۱۰ می‌توان نتیجه گرفت که، افزایش زاویه برخورد باعث کاهش افت انتقال صوت در ناحیه سفتی کنترل می‌شود در صورتی که این امر در ناحیه جرم کنترل عکس می‌باشد. یعنی با افزایش زاویه برخورد، افت انتقال صوت در این ناحیه، افزایش می‌یابد. شکل ۱۱، اثر ضخامت‌های متفاوت در افت انتقال صوت پوسته‌ی استوانه‌ای کامپوزیتی باچیدمان [0,90,45,-45,0]_s و از جنس گلس‌اپوکسی را نشان می‌دهد.

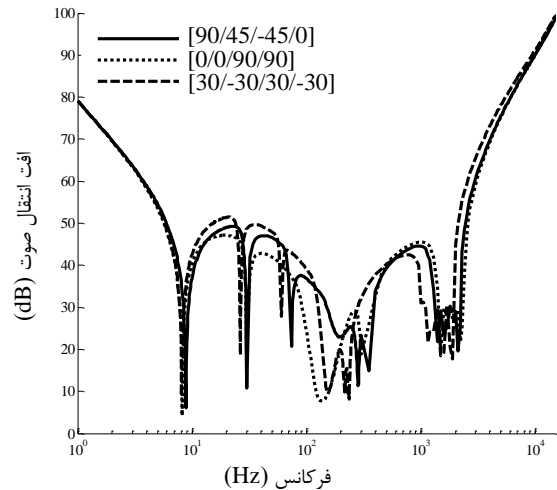


شکل ۱۰ تاثیر زاویه برخورد موج بر افت انتقال صوت

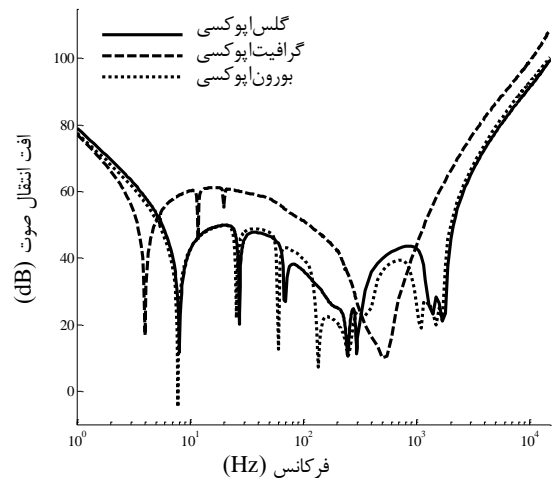


شکل ۱۱ تاثیر ضخامت پوسته بر افت انتقال صوت

در شکل ۱۱، نمودار افت انتقال صوت با در نظر گرفتن ضخامت‌های ۰/۵، ۱ و ۱/۵ میلی‌متر برای پوسته‌ی استوانه‌ای رسم شده است. با توجه به شکل ۱۱ می‌توان نتیجه گرفت که افت انتقال صوت با افزایش ضخامت، افزایش می‌یابد. یعنی در یک سازه با در نظر گرفتن محدودیت وزن، می‌توان ضخامت را افزایش داد. اما این محدودیت در موادی مانند فولاد بیشتر می‌باشد در صورتی که سازه‌های کامپوزیتی به دلیل وزن کم از محدودیت کمتری



شکل ۸ تاثیر زوایای الیاف و چیدمان لایه‌ها بر افت انتقال صوت



شکل ۹ تاثیر جنس پوسته بر افت انتقال صوت

شکل ۹، اثر جنس ماده بر افت انتقال صوت پوسته‌ی استوانه‌ای کامپوزیتی با چیدمان [0,90,45,-45,0]_s را نشان می‌دهد. در شکل ۹ نمودار افت انتقال صوت برای سه نوع ماده مختلف: گلس‌اپوکسی، گرافیت‌اپوکسی^۱ و بورون‌اپوکسی^۲ رسم شده است. با توجه به شکل ۹، می‌توان نتیجه گرفت که گرافیت‌اپوکسی بیشترین مقدار افت انتقال صوت را در ناحیه سفتی کنترل نسبت به مواد دیگر دارا می‌باشد که علت این امر مدول الاستیسیته‌ی بالاتر آن نسبت به مواد دیگر است. همچنین به دلیل اینکه گلس‌اپوکسی چگالی بیشتری نسبت به دو ماده دیگر دارد، لذا در ناحیه جرم کنترل گلس‌اپوکسی دارای بیشترین مقدار افت انتقال صوت می‌باشد. در ناحیه بعد از فرکانس انطباقی، نمودار افت انتقال صوت در موادی که دارای مدول بالاتری می‌باشند با شیب بالاتری افزایش می‌یابد که نمودار گرافیت‌اپوکسی مبین این موضوع می‌باشد.

شکل ۱۰، اثر زاویه برخورد موج بر افت انتقال صوت پوسته‌ی استوانه‌ای کامپوزیتی باچیدمان [0,90,45,-45,0]_s و از جنس گلس‌اپوکسی را نشان

1. Graphite/Epoxy
2. Boron/Epoxy

با توجه به شکل ۱۳، در پوسته‌ی استوانه‌ای کامپوزیتی می‌توان هر دوی جنس و زاویه لایه‌ها را متفاوت در نظر گرفت. بنابراین یکی دیگر از مزیت‌ها و امتیازات مهم و ارزشمند پوسته‌های کامپوزیتی نسبت به پوسته‌های ارتوتروپیک، توانایی در استفاده از لایه‌ها با زوایا و جنس‌های متفاوت می‌باشد. بنابراین طراح با تغییر هر کدام از این موارد می‌تواند افت انتقال صوت پوسته را به میزان مورد نیاز ایجاد نماید.

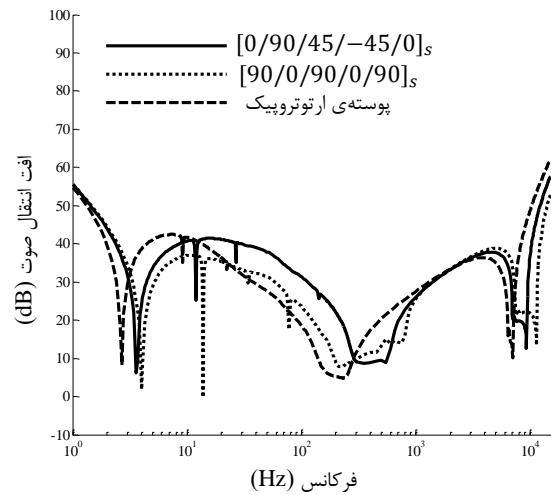
۹- نتیجه‌گیری

در این مقاله به تحلیل سه بعدی افت انتقال صوت در یک پوسته‌ی استوانه‌ای از جنس کامپوزیت لایه‌ای بر مبنای تئوری الاستیسیته سه‌بعدی پرداخته شده است. در این مدل، پس از استخراج معادلات حاکم بر پوسته‌ی استوانه‌ای و به کارگیری روش فضای حالت به حل دقیق معادلات با استفاده از روش مدل لایه تقریبی به همراه رویکرد ماتریس انتقال پرداخته شده است. سپس با در نظر گرفتن شرایط مرزی مناسب در محیط داخل و خارج پوسته، افت انتقال صوت مورد محاسبه قرار گرفته است. نتایج، بر دقت و صحت روش ارائه شده در این مقاله صحت‌گذاری می‌کنند. مدل ارائه شده در این مقاله علاوه بر دقت بالا در محاسبه‌ی افت انتقال صوت در پوسته‌های استوانه‌ای با ضخامت زیاد، باعث تسریع در محاسبه‌ی افت انتقال صوت نیز می‌شود. همچنین یکی از مزایای پوسته‌های کامپوزیتی نسبت به دیگر مواد، وابستگی افت انتقال صوت در این پوسته‌ها به نحوه‌ی چیدمان و ماده مورد استفاده در لایه‌ها می‌باشد. زیرا با تغییر هر یک از این موارد می‌توان افت انتقال صوت را بسته به شرایط مورد نیاز، کنترل نمود.

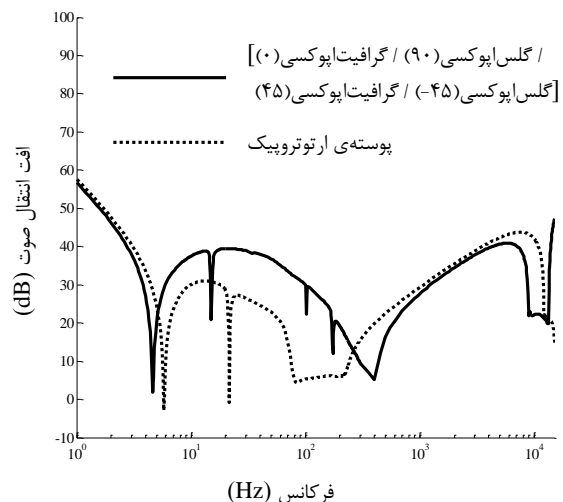
۱۰- مراجع

- [1] Smith, JPW., "Sound Transmission Through Thin Cylindrical Shells," Journal of the Acoustical Society of America, Vol. 29, No. 6, pp. 721-729, 1957.
- [2] White, PH., "Sound Transmission Through a Finite, Closed, Cylindrical Shell," Journal of the Acoustical Society of America, Vol. 40, No. 5, pp. 1124-1130, 1966.
- [3] Foxwell, JH. and Franklin, RE., "The Vibrations of a Thin-Walled Stiffened Cylinder in an Acoustic Field," Aeronaut Q; Vol. 10, pp. 47-64, 1959.
- [4] Koval, LR., "on Sound Transmission Into a Thin Cylindrical Shell Under "Flight Conditions", " Journal of Sound and Vibration, Vol. 48, No. 2, pp. 265-275, 1976.
- [5] Koval, LR., "on Sound Transmission Into an Orthotropic Shell," Journal of Sound and Vibration, Vol. 63, No. 1, 51-59, 1979.
- [6] Blaise, A. and Lesueur, C., "Acoustic Transmission Through a 2-D Orthotropic Multilayered Infinite Cylindrical Shell," Journal of Sound and Vibration, Vol. 155, No. 1, pp. 95-109, 1992.
- [7] Blaise, A. and Lesueur, C., "Acoustic Transmission Through a 3-D Orthotropic Multilayered Infinite Cylindrical Shell. Part I: Formulation of The Problem," Journal of Sound and Vibration, Vol. 171, No. 5, pp. 651-664, 1994.
- [8] Blaise, A. and Lesueur, C., "Acoustic Transmission Through a 3-D Orthotropic Multilayered Infinite Cylindrical Shell. Part II: Validation and Numerical Exploitation For Large Structures," Journal of Sound and Vibration, Vol. 171, No. 5, pp. 665-680, 1994.
- [9] Lee, JH. and Kim, J., "Study on Sound Transmission Characteristics of a Cylindrical Shell Using Analytical and Experimental Models," Applied Acoustics, Vol. 65, No. 6, pp. 611-632, 2003.
- [10] Tang, YY. Silcox, RJ. and Robinson, JH., "Sound Transmission Through Two Concentric Cylindrical Sandwich Shells," In: Proceedings of the 14th International Modal Analysis Conference. Japan 1996.
- [11] Daneshjou, K. Nouri, A. and Talebitooti, R., "Sound Transmission Through Laminated Composite Cylindrical Shells Using Analytical Model," Arch Appl Mech, Vol. 77, pp. 363-379, 2007.
- [12] Daneshjou, K. Nouri, A. R. and Talebitooti, R., "Analytical Model of Sound Transmission Through Laminated Composite Cylindrical Shells Considering Transverse Shear Deformation," Applied Mathematics and Mechanics (English Edition), Vol. 29, No. 9, pp. 1165-1177, 2008.
- [13] Daneshjou, K. Shokrieh, M. M. Moghaddam, MG. and Talebitooti, R., "Analytical Model of Sound Transmission Through Relatively Thick FGM Cylindrical Shells Considering Third Order Shear Deformation Theory," Composite Structures, Vol. 93, pp. 67-78, 2010.

برخوردار می‌باشند و این، یکی دیگر از مزیت‌های کامپوزیت‌ها نسبت به دیگر مواد می‌باشد. شکل ۱۲، مقایسه‌ی بین افت انتقال صوت در پوسته‌ی استوانه‌ای ارتوتروپیک و پوسته‌ی استوانه‌ای کامپوزیتی با چیدمان‌های متفاوت از جنس گرافیت‌اپوکسی و با اندازه و شرایط محیطی یکسان را نشان می‌دهد. همانگونه که مشخص است در پوسته‌ی کامپوزیتی، با تغییر چیدمان لایه‌ها، میزان افت انتقال صوت تغییر می‌کند. در صورتی که در پوسته‌ی ارتوتروپیک نهایتاً تغییر جنس پوسته باعث تغییر در افت انتقال صوت آن می‌شود. بنابراین از مزیت‌ها و برتری‌های پوسته‌ی کامپوزیتی نسبت به پوسته‌ی ارتوتروپیک در تغییر افت انتقال صوت با تغییر در نحوه‌ی چیدمان لایه‌ها می‌باشد. زیرا از این خاصیت می‌توان در طراحی مناسب‌تر پوسته‌ی استوانه‌ای کامپوزیتی بهره‌گیری نمود. در واقع در اینگونه پوسته‌ها، می‌توان چیدمان را طوری انجام داد که میزان افت انتقال صوت در ناحیه‌ی مورد نظر، به اندازه‌ی مورد نیاز باشد. شکل ۱۳، مقایسه‌ی افت انتقال صوت در پوسته‌ی استوانه‌ای ارتوتروپیک و پوسته‌ی استوانه‌ای کامپوزیتی با اندازه و شرایط محیطی یکسان را نشان می‌دهد.



شکل ۱۲ مقایسه‌ی افت انتقال صوت در پوسته‌ی استوانه‌ای کامپوزیتی با چیدمان متفاوت و پوسته‌ی استوانه‌ای ارتوتروپیک



شکل ۱۳ مقایسه‌ی افت انتقال صوت در پوسته‌ی استوانه‌ای ارتوتروپیک و پوسته‌ی استوانه‌ای کامپوزیتی با چیدمان و جنس‌های مختلف

- [14] Shojaeefard, MH, Talebitooti, R, Ahmadi, R. and Gheibi, MR, "Sound Transmission Across Orthotropic Cylindrical Shells Using Third-order Shear Deformation Theory," *Latin American Journal of Solids and Structures*, Vol. 11, pp. 2039-2072, 2014.
- [15] Talebitooti, R, Ahmadi, R. and Shojaeefard, MH, "Three-Dimensional Wave Propagation on Orthotropic Cylindrical Shells With Arbitrary Thickness Considering State Space Method," *Composite Structures*, Vol. 132, pp. 237-254, 2015.
- [16] Rjabi, M, Ahmadian, M. and Jamali, J., "Acoustic Scattering From Submerged Laminated Composite Cylindrical Shells," *Composite Structures*, Vol. 128, pp. 395-405, 2015.
- [17] Daneshjou, K, Talebitooti, R. and Tarkashvand, A., "Analysis of Sound Transmission Loss Through Thick-Walled Cylindrical Shell Using Three-Dimensional Elasticity Theory," *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 106, pp. 286-296, 2016.
- [18] Talebitooti, R, Daneshjou, K. and Kornokar, M., "Three dimensional sound transmission through poroelastic cylindrical shells in the presence of subsonic flow," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 363, pp. 380-406, 2016
- [19] Qatu, MS, "Vibration of Laminated Shells and Plates," Elsevier Academic Press, 2004.
- [20] Reddy, JN., "Mechanics of Laminated Plates and Shells Theory and Analysis," 2nd ed., CRC Press, 2003.

