



تحلیل مود مختلط رشد ترک خستگی پنل‌های آلومینیومی حاوی ترک ترمیم شده با وصله‌های کامپوزیتی به روش المان محدود توسعه یافته

سارا قیاسوند^۱، بیژن محمدی^{۲*}

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی هوافضا، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران

۲- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران

* تهران، صندوق پستی، ۱۳۱۱۴-۱۶۸۴۶، bijan_mohammadi@iust.ac.ir

اطلاعات مقاله

دریافت: ۹۴/۱۱/۱۰

پذیرش: ۹۵/۲/۲

کلیدواژگان:

خستگی

وصله کامپوزیتی

المان محدود توسعه یافته

ضریب شدت تنش

چکیده

روش المان محدود توسعه یافته (XFEM) یکی از قوی‌ترین روش‌های عددی در مدل‌سازی ناپیوستگی بوده و بر پایه المان محدود می‌باشد. در این روش با غنی‌سازی گره‌ها و افزایش درجات آزادی آن‌ها از ۲ به ۴ و حتی در شرایط خاص به ۱۰ به‌طور مجازی و بدون نیاز به تطبیق مش با هندسه ناپیوستگی، امکان مدل‌سازی فراهم می‌شود. در المان محدود لزوم تطابق کامل لبه المان‌ها با لبه ترک، تغییر المان‌بندی در هر مرحله از رشد ترک را نیازمند است که روند تحلیل رشد ترک را با صرف وقت و محاسبات زیادی روبرو می‌کند. یکی از اهداف اصلی در این تحقیق بیان روشی نوین برای مدل‌سازی ساده‌تر رشد ترک خستگی و دستیابی به عمر سازه از طریق محاسبه ضرایب تمرکز تنش می‌باشد. با روش المان محدود توسعه یافته برای هر نوع ترک تنها با یک المان‌بندی ساده می‌توان نتایج مورد نظر را با دقت بالایی محاسبه نمود. در این تحقیق با قابلیت المان محدود توسعه یافته در محیط نرم‌افزار آباکوس، مدل‌سازی مود ترکیبی سه بعدی رشد واقعی ترک در ترمیم نامتقارن پنل، انجام شده است. در این روش تغییرات پارامترهای شکست در راستای ضخامت در لایه چینی‌های متفاوت بررسی شده است. نمونه‌ها در این تحقیق شامل رشد ترک در مود ترکیبی است. با بررسی نتایج XFEM حاصل از این تحقیق و نتایج FEM و تجربی تحقیقات گذشته، مشخص شد که نتایج روش XFEM خطای کمتری نسبت به نتایج تجربی دارند.

Mixed mode fatigue crack growth analysis of cracked aluminium panel repaired with composite patches using extended finite element method

Sara Ghiasvand, Bijan Mohammadi*

Department of Mechanical Engineering, Iran University of Science and Technology, Tehran, Iran

*P.O.B. 16846-13114, Tehran, Iran, bijan_mohammadi@iust.ac.ir

Keywords

Fatigue
Composite patch
Extended finite element method
Stress intensity factor

Abstract

Extended finite element method (XFEM) is one of the strongest numerical methods that its basis is finite element method. In this method, using of enriching the nodes and increasing of their degrees of freedom (from 2 to 4 or even upto 10) virtually and without verifying the mesh and geometry of discontinuity, can model the system. In FEM crack geometry must be align with mesh edges which needs changing meshes in every steps of crack propagation and take so much time and too many analysis. One of the main objectives in this study is the expression of a novel method for modeling fatigue crack growth more easily and achieve the life of the structure by calculating the stress concentration factors. In this paper by using XFEM in ABAQUS, real 3D crack trajectory in single side repair has been simulated. Variation of fracture parameter in thickness direction of cracked panel with different patch lay-ups has been studied. In this paper, tests include mixed mode crack propagation. By examining the XFEM results of this research, FEM and experimental results of previous studies, it was found that the results of XFEM in comparison to experimental results have less error.

۱- مقدمه

سازه در خلال کار خود دچار شکست شود. برای افزایش عمر این هواپیما، باید با تعمیر قطعه آسیب دیده از رشد ترک‌ها جلوگیری شود. وصله‌های کامپوزیتی روشی نوین در تکنولوژی تعمیر ایجاد نمودند. در این روش بجای پرچ کردن پنل‌های فلزی به بدنه هواپیما در نواحی ترک‌دار، وصله کامپوزیتی در آن ناحیه چسبانده می‌شود. تعمیر قطعات ترک‌دار به وسیله وصله‌های کامپوزیتی روشی مؤثر و اقتصادی است که در آن وصله کامپوزیتی در یک یا

زمانی که هواپیما به پایان عمر سرویس‌دهی خود می‌رسد، ترک‌های خستگی در نواحی سوراخ پرچ‌ها و دیگر مناطق تحت تنش بوجود می‌آیند. ترک‌ها ممکن است در طول مدت زمان کاری در اثر عوامل مختلفی مانند خستگی، ساییدگی و خزش رشد کنند و با افزایش پیشرفت ترک این رشد سریعتر خواهد شد. بعد از مدتی مقاومت باقیمانده آنقدر کم می‌شود که ممکن است

برای ارجاع به این مقاله از عبارت زیر استفاده نمایید:

Please cite this article using:

Ghiasvand, S. and Mohammadi, B., "Mixed mode fatigue crack growth analysis of cracked aluminium panel repaired with composite patches using extended finite element method", In Persian, Journal of Science and Technology of Composites, Vol. 3, No. 4, pp. 321-332, 2017.

عهده داشتند. با استفاده از نتایج این تحقیقات لایه‌چینی‌های بهینه شناسایی شده و معیاری برای تخمین عمر قطعات به دست آمد. همچنین تاثیر ضخامت پل نیز مورد بررسی قرار گرفت. عمده‌ترین عامل خطاساز بین مدل‌سازی المان محدود و نتایج تجربی، عدم تأثیر تغییرات پارامترهای شکست در راستای ضخامت بود.

حسینی و محمدی [۱۷] در سال ۲۰۰۶ برای کاهش خطای ناشی از مدل‌سازی رشد یکسان لبه ترک، موقعیتی از راستای ضخامت متناسب با استحکام پل و وصله کامپوزیتی و ضخامت پل تعیین نمودند که اگر پارامترهای شکست در این موقعیت برای کل ضخامت پل در نظر گرفته شود، هرچند رشد واقعی لبه ترک را شبیه‌سازی نمی‌کند اما نتایج دارای خطای کمتری با نتایج تجربی خواهند بود.

حسینی و همکاران [۱۸] در سال ۲۰۰۳ با استفاده از قابلیت برنامه نویسی در محیط نرم‌افزار انسیس رشد واقعی لبه ترک در مود اول را مدل نمودند. در این روش با محاسبه ضریب شدت تنش در طول لبه ترک در هر مرحله از رشد، شکل واقعی لبه ترک را مدل‌سازی و عمر خستگی را محاسبه نمودند. نتایج حاصل بیانگر این موضوع بود که با این مدل‌سازی خطای نتایج عددی با نتایج تجربی کمتر از ۱۰ درصد خواهد بود. همچنین با انجام تست‌هایی برای وصله با لایه‌چینی یکسان و ضخامت‌های متفاوت وصله و پل در مود اول رشد ترک نشان داد که با افزایش ضخامت وصله نرخ رشد ترک کاهش یافته و عمر خستگی افزایش می‌یابد.

حسینی و همکاران [۱۹-۲۴] در مرحله بعدی به مدل‌سازی رشد واقعی لبه ترک پرداختند. که نتایج بیانگر مطابقت تقریبی با نتایج تجربی بود. در این روش که الگوریتم همانند روش مود اول است، پیچیدگی‌های رشد ترک سه بعدی در مود ترکیبی را شامل می‌شود. با استفاده از این روش‌ها و تست‌های تجربی بررسی‌هایی بر روی جنس، ضخامت و لایه‌چینی وصله انجام گرفت. همچنین تاثیر ضخامت پل نیز مورد بررسی قرار گرفت.

در سال ۲۰۱۲ پایگانه و همکاران [۲۵] در مورد رفتار تنش در ورق آلومینیومی ترک‌دار ترمیم شده با وصله کامپوزیتی FML با استفاده از جابجایی نوک ترک و انتگرال [مطالعه کردند]. آن‌ها در این تحقیق سه معیار طول و زاویه ترک و لایه‌چینی کامپوزیت FML را بررسی کردند. آنها نشان دادند که نحوه لایه‌چینی بیشترین تاثیر را بر پاسخ کششی سازه‌ها دارد.

در سال‌های اخیر روش المان محدود توسعه یافته به عنوان روشی عددی قوی برای تحلیل مسائل ترک شناخته شده است. اولین بار ایده غنی‌سازی فضای المان محدود برای مدل‌سازی ناپیوستگی توسط بلیتشکو^۷ و همکاران [۲۶] در سال ۱۹۹۹ بوجود آمد. در سال ۱۹۹۹ مویس^۸ و همکاران [۲۷] با استفاده از روش المان محدود توسعه یافته برای بررسی رشد دوبعدی ترک استفاده نمودند. سپس سوکومار^۹ و همکاران [۲۸] در ادامه روش مویس به بررسی رشد سه بعدی ترک پرداختند البته در این روش رشد ترک در راستای ضخامت ثابت در نظر گرفته شده بود.

از زمان معرفی روش المان محدود توسعه یافته از این روش برای بسیاری از مدل‌های شکست استفاده شده است. مویس و بلیتشکو تحقیقات گسترده‌ای برای مدل‌سازی ترک چسبیده با استفاده از غنی‌سازی انجام داده‌اند [۲۹-۳۴].

دو طرف قطعه ترک‌دار متصل و باعث بالا رفتن عمر متوسط قطعات می‌شوند. استفاده از این روش، مزیت‌های بسیاری نظیر بهبود رفتار خستگی، کاهش خوردگی و استفاده آسان در ترکیبات پیچیده را در پی دارد. یکی از مهمترین مسایل در طراحی وصله‌های کامپوزیتی، پیش‌بینی دقیق تنش‌ها، ضریب شدت تنش و تنش شکست می‌باشد [۱].

مطالعات انجام گرفته بر روی ترمیم قطعات حاوی ترک از دهه هفتاد مورد توجه قرار گرفت. از جمله افراد پیشگام در این زمینه می‌توان از افرادی همچون بیکر^۱ [۲] و راتوانی^۲ [۳] نام برد. کارهای بیکر از اولین مطالعاتی بود که نشان داد ترمیم چسبی دارای کارایی بسیار بالاتری نسبت به ترمیم مکانیکی است و با اطمینان خاطر بیشتری می‌توان از این تکنولوژی استفاده نمود [۲].

یکی از اولین کارهای عددی توسط راتوانی [۳] انجام شده است که در آن آنالیز یک وصله کامپوزیتی بی‌نهایت متصل شده به یک صفحه بی‌نهایت است. چسب در این مدل به صورت یک فنر برشی دو بعدی در نظر گرفته شد. در این آنالیز اثر اندازه محدود وصله در نظر گرفته نشد، اما شامل اثر جدایش و خمش خارج صفحه ناشی از شدت بار در اطراف نوک ترک بود. رز^۳ [۴-۶] در سال‌های ۱۹۸۱، ۱۹۸۲ و ۱۹۸۸ اثر وصله دو بعدی محدود را اولین بار در آنالیزها مورد بررسی قرار داد. روش رز شامل اثر تنش‌های پسماند حرارتی ناشی از نامطابقتی حرارتی در بین وصله و سازه‌ی آسیب دیده بود.

باقی سهم طراحی و آنالیز اتصالات چسبی را می‌توان از آن، اتلاری^۴ [۷] در سال ۱۹۹۲ و بوتگا^۵ و لویا^۶ [۹،۸] در سال ۱۹۹۶ و ۱۹۹۷ دانست. اتلاری مسئله‌ی ورق ترک‌دار ترمیم شده توسط نوارهای کامپوزیتی بی‌نهایت را به روش انتگرال فوریه حل نمود. کار او شامل اثر جدایش وصله‌ها نبود. در مقابل بوتگا و لویا احتمال جدایش وصله در گوشه‌های وصله را مد نظر قرار دادند که کارایی ترمیم با اتصالات چسبی در پل‌های صاف و استوانه‌ای را تصدیق می‌کند.

به مرور زمان و با توسعه نرم افزارهای روش المان محدود و افزایش سرعت پردازش کامپیوترها سعی گردید تا با مدل‌سازی سه بعدی وصله‌های حاوی ترک، وصله کامپوزیتی و لایه چسب تحلیل مسئله به حالت واقعی نزدیکتر شود. در اولین مطالعات رشد ترک در صفحات ترمیم شده (ترمیم نامتقارن) فرض بر این بود که ترک در طول ضخامت بصورت یکنواخت رشد نموده و عمود بر سطوح صفحه حرکت می‌کند. در این روش اطلاعات مربوط به صفحه ترمیم نشده یا صفحه میانی ملاک ارزیابی رشد ترک هستند. هرچند با این روش دیدی اولیه از جهت رشد ترک و عمر خستگی به دست می‌آمد اما بعلاوه نادیده گرفتن تغییرات لبه ترک در جهت ضخامت نتایج با نمونه‌های واقعی تفاوت بسیاری داشتند که در برخی موارد نتایج محافظه کارانه نبودند.

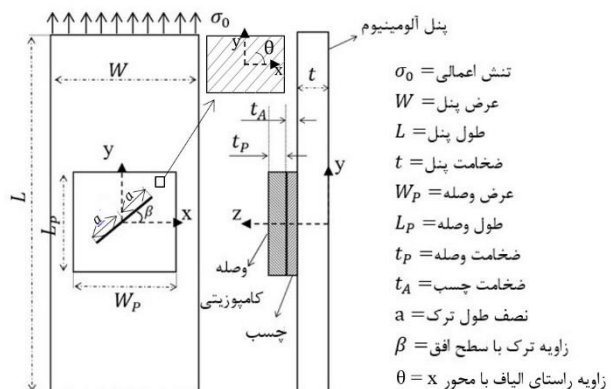
حسینی و همکاران [۱۰-۱۶] با فرض ساده‌سازی رشد یکسان لبه ترک به وسیله مدل‌سازی المان محدود به بررسی تاثیر ترمیم نامتقارن در مسیر رشد ترک و عمر خستگی در مود ترکیبی رشد ترک با نتایج تجربی پرداختند. در این روش با استفاده از ضریب شدت تنش حاصل از صفحه میانی محاسبات انجام گرفت. نقش اصلی در نتایج را تست‌های تجربی بر

1. Baker
2. Ratwani
3. Rose
4. Atluri
5. Bottega
6. Loia

7. Belytschko
8. Moes
9. Sukumar

آن قطعه را تخمین زد. در نتیجه نمودار $N - a$ نیز برای آن سازه قابل رسم می‌شود.

$$\frac{da}{dN} = C \Delta K^m \quad (1)$$



شکل ۱ مشخصات هندسی پنل ترمیم شده با وصله کامپوزیتی

در ابتدا نتایج ضریب شدت تنش بیان می‌شود سپس نتایج عمر خستگی و مسیر رشد ترک در دو روش مدل‌سازی رشد ترک یکسان و واقعی با مقادیر موجود FEM و نتایج تجربی مقایسه می‌شوند. ابعاد نمونه‌ها در این مدل یکسان و فقط لایه چینی وصله‌ها متفاوت است. زاویه ترک اولیه در نمونه‌ها ۴۵ درجه و طول اولیه ترک ۵ mm می‌باشد.

نحوه بارگذاری در این نمونه‌ها به صورت استاتیکی می‌باشد. بار اعمالی در نمونه‌های تجربی که نتایج این تحقیق با آن‌ها مقایسه شده است بارگذاری سیکیلیک با تنش نرمال ۱۱۰ MPa و $R=0.05$ است. در نتیجه در حالت بارگذاری استاتیکی تنش نرمال ۱۰۴/۵ MPa در هر مرحله از رشد ترک اعمال شده است. برای آنکه بار خالص کششی اعمال شود، جایجایی‌های عرضی در راستای طول کاملاً مقید شده است. با این فرض بارگذاری و شرایط مرزی، خطای بارگذاری به صفر می‌رسد به طوری که در مود اول مقادیر K_{II} و K_{III} کاملاً صفر می‌باشد.

در رشد یکسان ترک نیز از دو روش استفاده شده است. در حالت اول نتایج ضریب شدت تنش در گره وسط ضخامت به عنوان گره اصلی در محاسبات استفاده شده است و اطلاعات این گره به بقیه گره‌ها نیز بسط داده شده است. در این روش در تمامی طول رشد ترک، صفحه ترک در راستای ضخامت، عمود بر طول پنل می‌باشد. این روش در این تحقیق با نام روش صفحه میانی در شکل‌ها و نتایج نام برده شده است.

در روش دیگر که مانند روش صفحه میانی است، طبق نتایج حسینی و محمدی [۱۷] مشخص شده است که اگر نتایج حاصل در گره‌ای که در موقعیت Z_e در راستای ضخامت پنل است، جایگزین مقادیر صفحه میانی شود نتایج تا حد قابل قبولی به نتایج تجربی نزدیکتر است. Z_e از رابطه (۲) در پنل با ضخامت‌های متفاوت قابل محاسبه است. در این تحقیق با مقادیر E_{Al} و E_{Patch} است که با ضخامت پنل ۲/۲۹ mm، گره در فاصله ۰/۸۴ mm از سطح فاقد ترمیم، گره مورد نظر می‌باشد.

$$\begin{cases} \frac{Z_e}{t_p} = 0.0166 \left(\frac{E_{Al}}{E_{Patch}} \right) + 0.3453 & \text{for thin panels} \\ \frac{Z_e}{t_p} = 0.0235 \left(\frac{E_{Al}}{E_{Patch}} \right) + 0.3159 & \text{for thick panels} \end{cases} \quad (2)$$

روش اجزای محدود به صورت ذاتی با روش سطوح تراز آشر^۱ و ستیان^۲ [۳۵-۳۶] برای بررسی موقعیت ترک در حال پیشروی در هم آمیخته است. سرعت همگرایی در روش المان محدود توسعه یافته دارای پیچیدگی‌های زیادی است. روش‌های زیادی مانند برش در معادلات یا غنی‌سازی مخصوص هندسه‌های خاص برای افزایش سرعت همگرایی بوجود آمده‌اند [۳۷-۴۰].

پس از شناخته شدن نسبی روش المان محدود توسعه یافته، تحقیقات گسترده‌ای در راستای بررسی شکست با استفاده از این روش انجام گرفت. یکی از این تحقیقات در سال ۲۰۱۲ توسط آشنای قاسمی [۴۱] صورت گرفت. در این تحقیق با استفاده از روش المان محدود توسعه یافته در نرم‌افزار آباکوس به بررسی اولین مرحله از رشد ترک پرداخته شده است و زاویه رشد ترک و ضرایب شدت تنش در پنل ترکدار ترمیم شده با وصله کامپوزیتی مورد بررسی قرار گرفته است. در این تحقیق دیدی کلی از تاثیر وصله بر پنل ترکدار حاصل می‌شود.

هدف در این تحقیق معرفی روشی ساده‌تر برای تعیین مسیر رشد ترک و عمر خستگی پنل‌های با ترمیم نامتقارن در مود ترکیبی با استفاده از محاسبه ضرایب تمرکز تنش و با استفاده از روش XFEM است. همچنین برای کاهش خطای محاسبات رشد واقعی ترک اساس مدل‌سازی می‌باشد. در روش المان محدود که در مدل‌سازی‌های پیشین استفاده شده است، هرچند تا حدودی باعث سهولت در محاسبات شده است، اما به علت نیازمند بودن مطابقت کامل المان‌بندی با هندسه ترک، در هر مرحله از رشد ترک باید المان‌بندی تغییر یابد. این مسئله باعث صرف زمان و افزایش حجم محاسبات در روند تحلیل رشد ترک می‌شود.

روش المان محدود توسعه یافته یکی از قوی‌ترین روش‌های عددی است که بر پایه المان محدود بوده ولی فارغ از موقعیت نسبی المان‌بندی و هندسه ناپویستگی برای تحلیل رشد ترک مورد استفاده قرار می‌گیرد. الگوریتم استفاده شده در این پژوهش مطابق با الگوریتم حسینی و محمدی [۱۷] است که روش المان محدود توسعه یافته در محیط نرم‌افزار آباکوس به عنوان روش جایگزین برای مدل‌سازی رشد ترک استفاده می‌شود.

۲- مدل‌سازی

شکل ۱ نمونه‌ای کلی از هندسه پنل با ترکی در مرکز را نشان می‌دهد. تحلیل پنل با ترمیم یکطرفه یا نامتقارن دارای پیچیدگی‌های بسیاری است. در مود ترکیبی رشد ترک در راستای ضخامت به علت نیروهای خمشی یکسان نمی‌باشد. با ترمیم نامتقارن پنل به علت کاهش نیروی کششی در سمت ترمیم شده، رشد ترک کند خواهد شد اما این نیروی خمشی در صفحه فاقد ترمیم عامل افزایش تنش کششی و رشد سریعتر ترک می‌شود. این تفاوت سرعت رشد باعث می‌شود که لبه ترک پس از چندین مرحله رشد دیگر به صورت خط راست نبوده و شکلی منحنی به خود می‌گیرد.

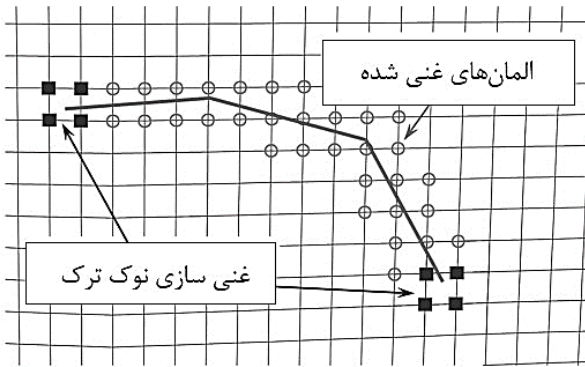
با مدل‌سازی سه بعدی رشد واقعی ترک می‌توان ضرایب شدت تنش را در لبه ترک محاسبه نمود و با کمترین خطای ممکن عمر خستگی پنل را محاسبه کرد.

پارامتر اصلی علم مکانیک شکست ضریب شدت تنش است. با توجه به معادله پاریس در رابطه (۱) پارامترهای m و C ثابت‌های مواد هستند. da نیز تغییر طول ترک در یک مرحله از رشد آن است. حال اگر بتوان ضریب شدت تنش را محاسبه نمود بوسیله معادله پاریس می‌توان عمر خستگی dN

1. Osher
2. Sethian

۳- تحلیل المان محدود توسعه یافته

شیشه/اپوکسی و جنس چسب FM-73 می‌باشد. ثوابت مواد استفاده شده در قانون پاريس در جدول ۳ نوشته شده است.



شکل ۲ گره‌های غنی شده در روش المان محدود توسعه یافته [۲۶]

در تحلیل سه بعدی از المان‌های ۸ گره‌ای برای مدل‌سازی پنل آلومینیومی و وصله کامپوزیتی و از المان ناحیه چسبیده برای مدل‌سازی چسب استفاده شده است. در راستای ضخامت پنل آلومینیومی که اهمیت بالایی در نتایج دارند ۱۰ المان برای استخراج دقیق‌تر نتایج در نظر گرفته شده است.

در وصله کامپوزیتی در راستای ضخامت از ۸ المان و در راستای ضخامت چسب تنها از یک المان استفاده شده است. البته لازم به ذکر است که در راستای ضخامت چسب به علت استفاده از المان ناحیه چسبیده تنها می‌توان از یک المان استفاده نمود. در شکل ۳ تعداد المان‌ها در راستای ضخامت پنل ترمیم شده با وصله کامپوزیتی و چسب نشان داده شده است.

از این رو که تنها یک المان بندی برای تمامی مراحل رشد ترک استفاده می‌شود، کیفیت و نقاط تمرکز این المان بندی با اهمیت می‌شود. در شکل ۴ کیفیت المان بندی در راستای طول رشد ترک نشان داده شده است. همانطور که در شکل دیده می‌شود تعداد المان‌ها در اطراف ناحیه‌ای که احتمال می‌رود مسیر رشد ترک باشد تراکم بیشتری دارد. برای سادگی در رشد ترک از المان‌های مکعبی منظم استفاده می‌شود.

در این تحقیق از نرم‌افزار المان محدود آباکوس که دارای قابلیت XFEM در تحلیل ناپیوستگی‌ها است، برای بررسی رشد ترک استفاده شده است. همان طور که ذکر شد برای تحلیل خستگی ضرایب شدت تنش در راستای لبه ترک نیاز است. از این رو که در قابلیت رشد ترک نرم‌افزار آباکوس برای کاهش حجم محاسبات تنش‌های تکینه نوک ترک را از محاسبات حذف نموده است، دیگر توابع غنی‌ساز نوک ترک که اساس روش المان محدود توسعه یافته در نوک ترک است در قابلیت ترک پیش‌رونده وجود ندارند. در نتیجه مقادیر ضریب شدت تنش در نتایج تحلیل موجود نمی‌باشد. برای داشتن این ضرایب می‌توان از قابلیت ترک غیر پیش‌رونده آباکوس استفاده نمود. در این قابلیت از آباکوس ترک توسط نرم افزار رشد نخواهد کرد. در نتیجه در طول و زاویه مشخصی از ترک می‌توان اطلاعات مقادیر پارامترهای خستگی ترک را از نرم افزار به دست آورد.

در این تحقیق با استفاده از خاصیت مستقل بودن هندسه ترک از المان بندی، هندسه ترک در هر مرحله از رشد ترک بصورت دستی بروزرسانی می‌شود و نیازی به تغییر المان بندی نخواهد بود. در روش FEM پس از تغییر هندسه ترک ناشی از رشد آن، المان بندی نیازمند تغییر و بروزرسانی متناسب

روش المان محدود از دیرباز نقشی اساسی در تحلیل رشد ترک ایفا کرده است. این روش که اولین بار توسط بلیتچکو و همکاران [۲۵] پیشنهاد شد بهبود قابل توجهی در مدل‌سازی‌های ناپیوستگی همچون ترک ایجاد کرد. در این روش با مستقل بودن نتایج از تطابق هندسه ترک و المان بندی روند تحلیل رشد ترک سریع‌تر و آسان‌تر شده است.

در مقایسه با روش المان محدود، روش المان محدود توسعه یافته مزایای چشمگیری در مدل‌سازی رشد ترک دارد. در روش المان محدود، ترک باید مطابقت کامل با لبه المان‌ها می‌داشت. در روش المان محدود توسعه یافته دیگر نیازی به مطابقت هندسه ترک با المان‌ها نیست که این قابلیت باعث انعطاف در مدل‌سازی‌های گوناگون می‌شود. اساس روش المان محدود توسعه یافته غنی‌سازی مدل المان محدود با توابع غنی‌ساز است. بنابراین برای مدل‌سازی هر ترک با هر طول و موقعیت مکانی تنها یک المان بندی ساده نیاز است. به علاوه گره‌های اطراف ترک با توابعی که مطابقت بیشتری با مکانیک شکست خطی دارند غنی‌سازی می‌شوند که باعث افزایش دقت در محاسبات ضریب شدت تنش می‌شوند.

در شکل ۲ گره‌های غنی شده در روش المان محدود را در اطراف ترک نشان می‌دهد. در این روش گره‌های با مربع نشانگر گره‌های غنی شده با توابع نوک ترک $F_l^1(x)$ و $F_l^2(x)$ و گره‌های نشان داده شده با دایره نشانگر المان‌های غنی شده با تابع پرش $H(x)$ هستند.

$$u^h = \sum_{i \in I} u_i \phi_i + \sum_{j \in J} b_j \phi_j H(x) + \sum_{k \in K_1} \phi_k \left(\sum_{l=1}^4 c_k^{l1} F_l^1(x) \right) + \sum_{k \in K_2} \phi_k \left(\sum_{l=1}^4 c_k^{l2} F_l^2(x) \right) \quad (3)$$

$$F_l(r, \theta) \equiv \left\{ \begin{array}{l} \sqrt{r} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right), \sqrt{r} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right), \sqrt{r} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin(\theta), \\ \sqrt{r} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin(\theta) \end{array} \right\} \quad (4)$$

توابع $F_l^1(x)$ و $F_l^2(x)$ مانند رابطه (۴) هستند. در این رابطه (r, θ) مختصات محلی قطبی در نوک ترک می‌باشد. حائز اهمیت است که در رابطه (۴)، $\sqrt{r} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)$ در طول لبه ترک ناپیوسته است و باقی موارد پیوسته هستند. از این رو این تابع نشانگر ناپیوستگی نوک ترک است. این تعریف توابع غنی‌ساز در نوک ترک محاسبه ضرایب شدت تنش را به طور معناداری دقیق‌تر می‌نماید.

$H(x)$ تابع گسستگی یا تابع پرش نامیده می‌شود. در سیستم مختصات محلی ترک این تابع پرش به شکل رابطه (۵) تعریف می‌شود.

$$H(x, y) = \begin{cases} 1 & \text{for } y > 0 \\ -1 & \text{for } y < 0 \end{cases} \quad (5)$$

هندسه کلی و بارگذاری پنل ترک‌دار در شکل ۱ نشان داده شده است. مشخصات ابعاد و خواص مواد نمونه‌ها در جدول ۱ و ۲ بیان شده‌اند. پنل ترک‌دار از آلومینیوم 2024-T3 ساخته شده است. جنس وصله کامپوزیتی

جدول ۲ خواص مواد [۲۴]

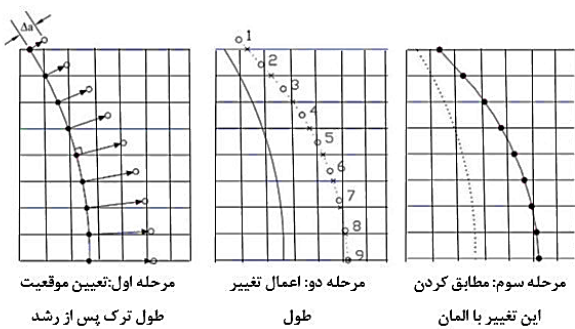
وصله کامپوزیتی Glass/epoxy	چسب	پنل آلومینیوم Al-2024-T3	
$E_{11} = 27/82, E_{22} = 5/83,$ $E_{33} = 5/83$	۱/۸۹	۷۱/۳	E(GPa)
$\nu_{12} = \nu_{13} = \nu_{23} = 0/33$	۰/۳۳	۰/۳۳	ν
$G_{11} = 2/56, G_{22} = 2/56,$ $G_{33} = 2/24$			G(GPa)

جدول ۳ ثابت‌های قانون پاريس [۲۴]

C	m	
$3/63e-13$	۳/۲۸۲۸	پنل آلومینیوم Al-2024-T3

مراحل این الگوریتم را می‌توان به این فرم تقسیم بندی نمود:

- ۱- مدل‌سازی هندسه، بارگذاری و شرایط مرزی در نرم‌افزار آباکوس
 - ۲- مشخص نمودن موقعیت اولیه ترک و شعاع غنی سازی
 - ۳- مشخص نمودن محدوده غنی شده برای رشد ترک با سلول بندی قطعه حاوی ترک
 - ۴- تعیین خروجی‌های تحلیل
 - ۵- حل خطی مسأله
 - ۶- پردازش خروجی‌ها و استخراج ضرایب شدت تنش و زاویه رشد ترک
 - ۷- با در نظرگیری رشد ترک به مقدار $0/1 \text{ mm}$ در سطحی از قطعه که دارای وصله کامپوزیتی نیست و با استفاده از معادله پاريس تعداد سیکل در این مرحله از رشد ترک مشخص می‌شود.
 - ۸- با داشتن تعداد سیکل و مقدار ضریب شدت تنش در هر نقطه از منحنی نوک ترک و با استفاده از قانون پاريس مقدار رشد بقیه نقاط محاسبه می‌شود و شکل جدید منحنی نوک ترک حاصل می‌شود.
 - ۹- شکل جدید نوک ترک و طول آن توسط برنامه‌ای توسعه داده شده بروزرسانی و فایل ورودی آباکوس ساخته می‌شود و برای حل به نرم‌افزار داده خواهد شد.
 - ۱۰- روند حل از مرحله ۴ دوباره آغاز می‌شود.
- این روند تا رسیدن طول ترک به مقدار معین ادامه می‌یابد.
در شکل ۵ مراحل رشد ترک بر اساس الگوریتم بیان شده نشان داده شده است.

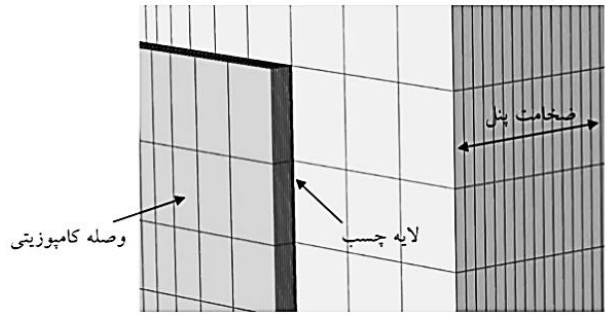


شکل ۵ بروزرسانی لبه ترک در یک مرحله از رشد

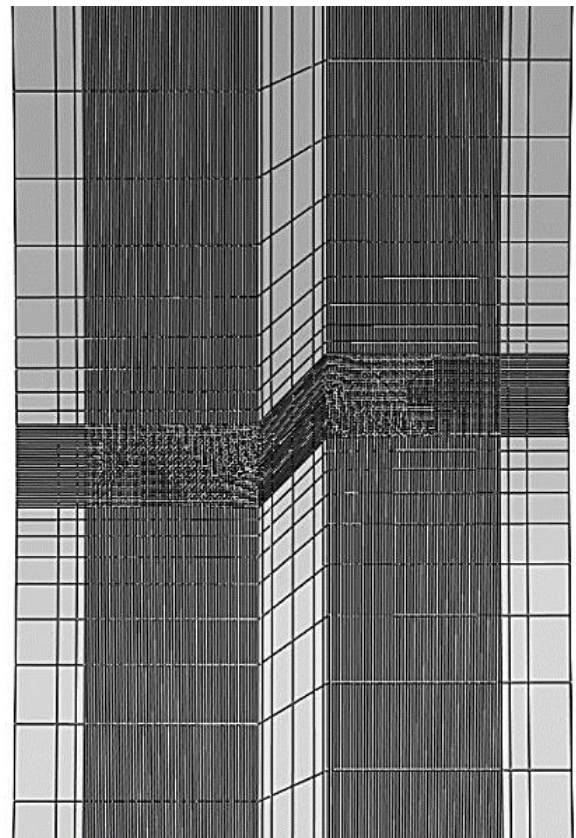
۴- نتایج و بحث

مدل‌سازی سه بعدی رشد ترک واقعی در مود اول به علت نبودن ضرایب

با لبه ترک بود. این عدم نیاز به تغییر المان بندی در روش XFEM سرعت تحلیل رشد ترک را به میزان یک سوم کاهش داده است. پس از تغییر هندسه ترک که در این تحقیق بوسیله برنامه نوشته شده در محیط C++ انجام پذیرفت، با استفاده از قابلیت ترک غیر پیشرونده نرم افزار آباکوس مقادیر ضرایب شدت تنش محاسبه می‌شود. الگوریتمی که در این تحقیق استفاده شده است بر پایه الگوریتمی است که توسط حسینی و محمدی [۱۷] بیان شد اما متناسب با نرم‌افزار آباکوس و المان محدود توسعه یافته تغییر یافته است.



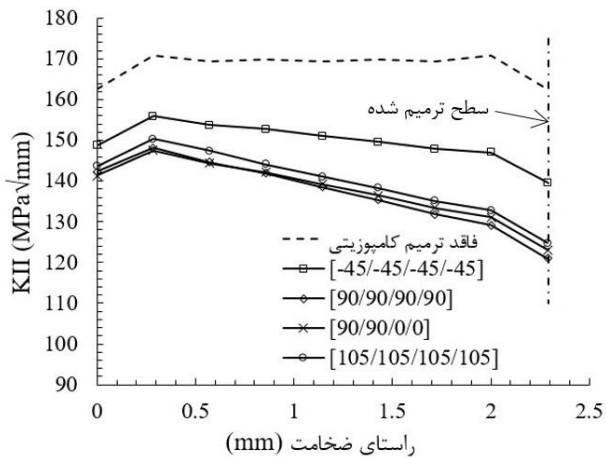
شکل ۳ المان‌ها در راستای ضخامت پنل ترمیم شده، چسب و وصله کامپوزیتی



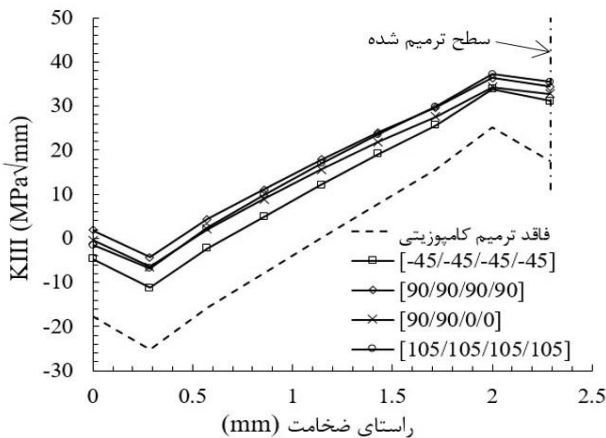
شکل ۴ کیفیت المان‌بندی پنل حاوی ترک

جدول ۱ ابعاد پنل، چسب و وصله کامپوزیتی [۲۴]

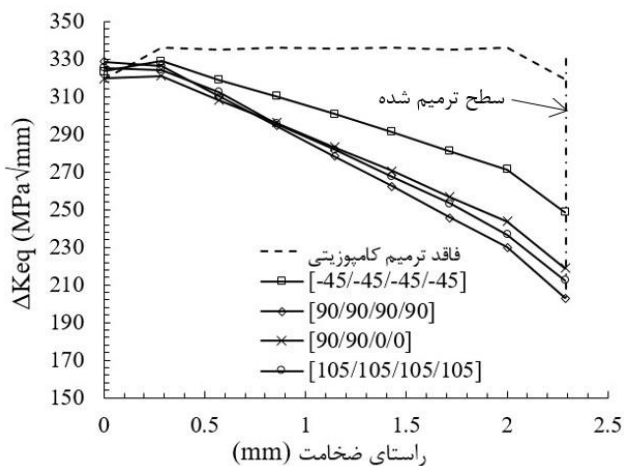
	پنل آلومینیوم	چسب	وصله کامپوزیتی
L (mm)	۱۷۰	۱۰۰	۱۰۰
W (mm)	۴۸	۴۸	۴۸
t (mm)	۲/۲۹	۰/۱	۰/۱۸



شکل ۷ تغییرات ضریب شدت تنش K_{II} در راستای ضخامت در لایه چینی‌های متفاوت



شکل ۸ تغییرات ضریب شدت تنش K_{I} در راستای ضخامت در لایه چینی‌های متفاوت



شکل ۹ تغییرات ضریب شدت تنش ΔK_{eq} در راستای ضخامت در لایه چینی‌های متفاوت

در شکل ۱۰ ضرایب شدت تنش در لایه چینی $[90]_4$ در راستای رشد ترک نشان داده شده است. همان طور که مشاهده می‌شود ضرایب K_{III} و K_{II} پس از چندین مرحله از رشد ترک نسبت به ضریب K_I به سمت صفر میل می‌کنند. این روند در تمامی لایه‌چینی‌ها رخ می‌دهد.

شدت تنش K_{II} و K_{III} تنها نیازمند به تعیین روند رشد لبه ترک است اما در مود ترکیبی به علت وجود این ضرایب، مدل سازی وارد فاز پیچیده‌تری می‌شود. در این فاز علاوه بر تعیین شکل لبه ترک، ارتفاع نوک ترک نیز متفاوت است. در واقع ترک دیگر در یک صفحه رشد نمی‌کند. این رشد سه بعدی ترک در روش XFEM که مبتنی بر نرم افزار آباکوس است روند مدل سازی را بسیار پیچیده نموده است.

از این رو که هدف از این تحقیق ارائه روشی ساده‌تر برای مدل سازی رشد ترک و تخمین عمر خستگی قطعه است و روش مدل سازی رشد واقعی لبه ترک با روش XFEM روندی بسیار پیچیده است، روش‌های ساده‌تر رشد ترک یعنی رشد یکسان لبه ترک نیز در این تحقیق ارایه شده است تا مقایسه‌ای از کارایی این روش‌ها نسبت به یکدیگر بیان شود.

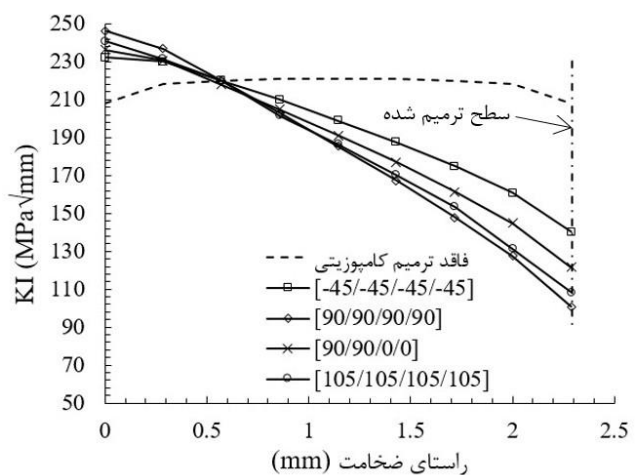
در ابتدا نتایج ضریب شدت تنش بیان می‌شود سپس نتایج عمر خستگی و مسیر رشد ترک در دو روش مدل سازی رشد ترک یکسان و واقعی با مقادیر موجود FEM و نتایج تجربی مقایسه می‌شوند.

۴-۱- ضرایب شدت تنش

در شکل‌های ۶ الی ۹ تغییرات ضرایب شدت تنش K_I ، K_{II} ، K_{III} و ΔK_{eq} در راستای ضخامت در لایه چینی‌های متفاوت نشان داده شده است. این مقادیر در اولین مرحله رشد ترک رسم شده‌اند. همان طور که در شکل‌ها دیده می‌شود مقادیر ضرایب شدت تنش در نزدیکی سطح ترمیم شده، مقادیر بسیار کمتری دارند.

ممان خمشی حاصل از ترمیم نامتقارن باعث افزایش شدت تنش در نزدیکی سطح بدون ترمیم می‌شود. به نحوی که مقادیر ضریب شدت تنش در نمونه‌های ترمیم شده از مقادیر ضریب شدت تنش در نمونه‌ی فاقد ترمیم کامپوزیتی بیشتر شده است. این موضوع بدین معنی است که سرعت رشد ترک در سطح ترمیم نشده حتی از نمونه فاقد ترمیم کامپوزیتی نیز بیشتر است.

این تفاوت ضریب شدت تنش در راستای ضخامت باعث تغییر لبه ترک از خطی صاف به منحنی، پس از چند مرحله از رشد ترک می‌شود. در این نمودارها بیشترین تغییرات ضریب شدت تنش در راستای ضخامت برای لایه چینی $[90]_4$ و کمترین تغییرات در لایه چینی $[45]_4$ رخ داده است که نشانگر تاثیر بیشتر وصله $[90]_4$ در کاهش سرعت رشد ترک است.

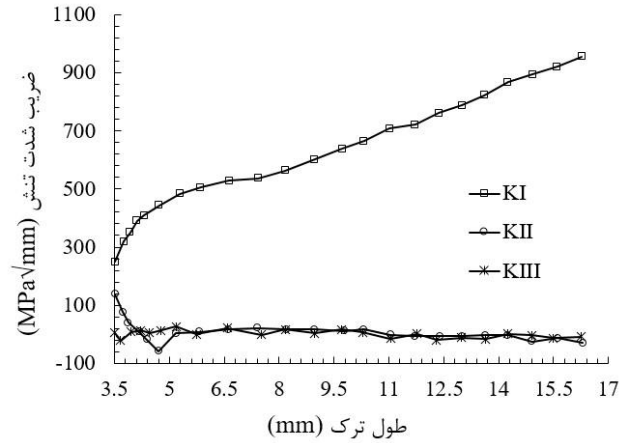


شکل ۱۰ تغییرات ضریب شدت تنش K_I در راستای ضخامت در لایه چینی‌های متفاوت

در اصل المان محدود توسعه یافته، نتایج باید از المان‌بندی مستقل باشد اما در عمل در مدل‌سازی رشد واقعی در مود ترکیبی نتایج کاملاً وابسته به المان‌بندی است. برای جلوگیری از خطا در نتایج با تطبیق صفحه رشد ترک با لبه المان‌ها هندسه ترک نسبت به چیدمان المان‌ها دو بعدی می‌شود در نتیجه تنها لبه ترک در هنگام رشد نسبت به المان‌ها مستقل می‌باشد. این روش مدل‌سازی بسیار زمان‌گیر می‌باشد.

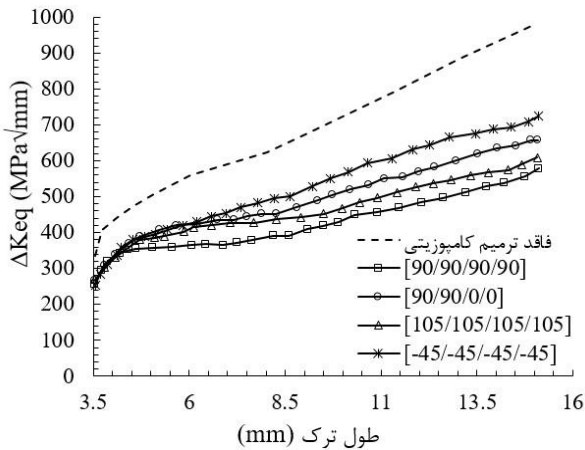
هدف از انجام این تحقیق دستیابی به روشی آسان برای بررسی رشد ترک و تخمین عمر قطعه است که با این روش امکان‌پذیر نمی‌باشد. در نتیجه با فرض ساده سازی رشد ترک و یکسان دانستن رشد لبه ترک از پیچیدگی رشد واقعی کاسته می‌شود. در این قسمت از نتایج دو گره، گره میانی ضخامت و گره متعلق به فاصله $\frac{Z_e}{t_p} = 0.366$ برای محاسبه پارامتر شکست استفاده می‌شود. در شکل‌های ۱۳ و ۱۴ نتایج حاصل در گره میانی ضخامت و نتایج حاصل از گره واقع در $\frac{Z_e}{t_p} = 0.366$ نشان داده شده‌اند.

همانطور که در نتایج ضریب شدت تنش مشاهده می‌شود بیشترین تأثیر در کاهش مقادیر ضرایب شدت تنش در لایه چینی [۹۰]₄ مشاهده می‌شود.

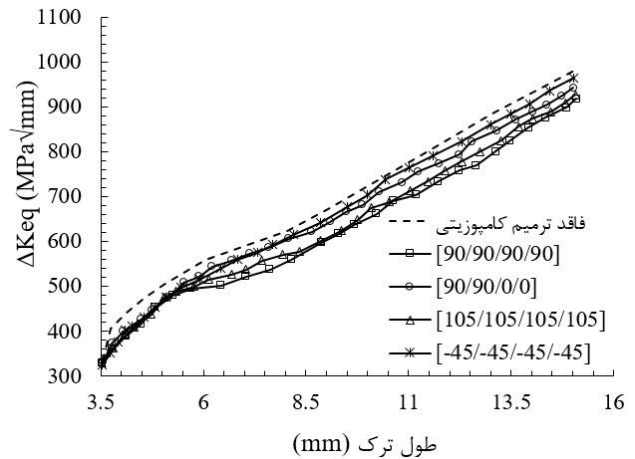


شکل ۱۰ ضریب‌های شدت تنش در راستای رشد طول ترک در سطح فاقد ترمیم به روش رشد واقعی در لایه چینی [۹۰]₄

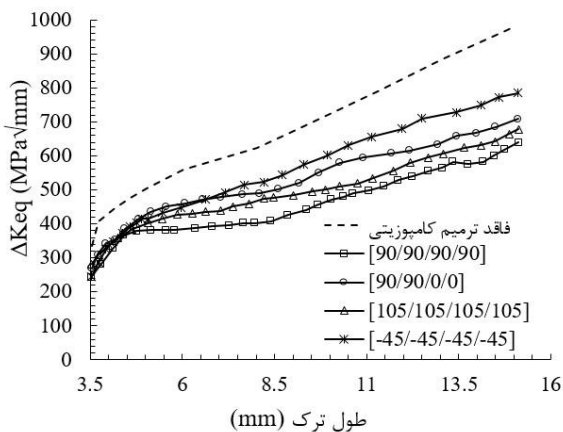
با رشد ترک و افزایش طول آن ضریب شدت تنش در راستای طول افزایش می‌یابد. شکل‌های ۱۱ و ۱۲ ΔK_{eq} را در راستای طول ترک در صفحات ترمیم شده و فاقد ترمیم نشان می‌دهند.



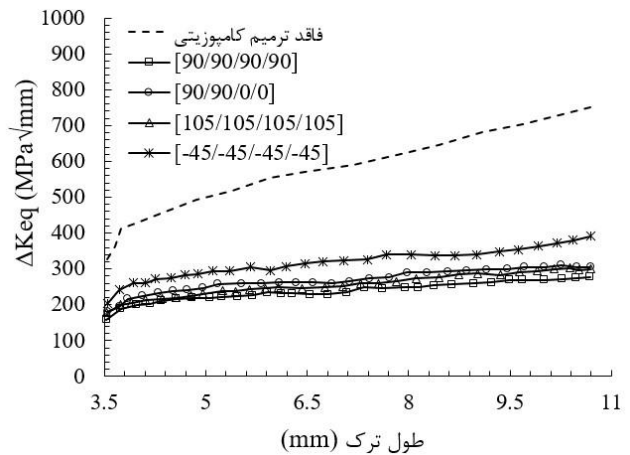
شکل ۱۳ ΔK_{eq} در راستای رشد طول ترک به روش رشد یکسان لبه ترک در صفحه میانی



شکل ۱۱ ΔK_{eq} در راستای رشد طول ترک به روش رشد واقعی در سطح فاقد ترمیم



شکل ۱۴ ΔK_{eq} در راستای رشد طول ترک به روش رشد یکسان ترک در صفحه مود ترکیبی $\frac{Z_e}{t_p} = 0.366$

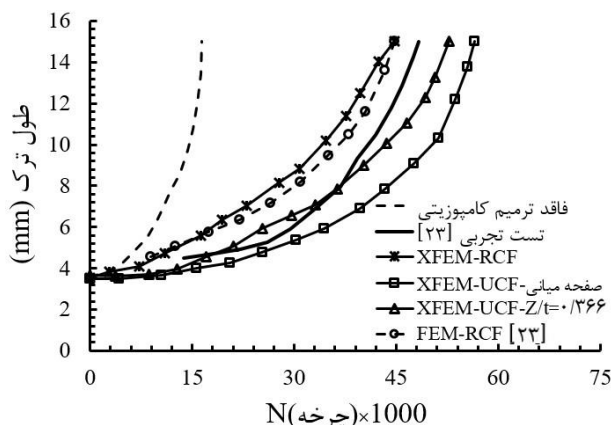


شکل ۱۲ ΔK_{eq} در راستای رشد طول ترک به روش رشد واقعی در سطح ترمیم شده

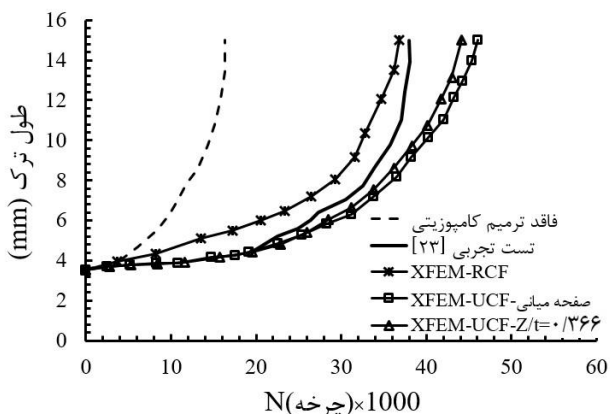
در روش رشد واقعی ترک به کمک نرم‌افزار آباکوس به علت سه بعدی بودن مدل‌سازی، ترک در هر سه جهت مختصاتی دارای تغییر است. هرچند

۴-۲- عمر خستگی

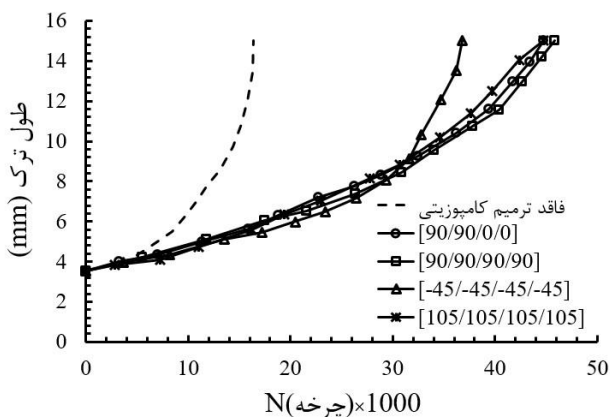
با محاسبه ضریب‌های شدت تنش و بررسی نتایج آن‌ها حال می‌توان عمر



شکل ۱۷ عمر خستگی نسبت به رشد طول ترک در لایه چینی [۱۰۵]



شکل ۱۸ عمر خستگی نسبت به رشد طول ترک در لایه چینی [۴۵]



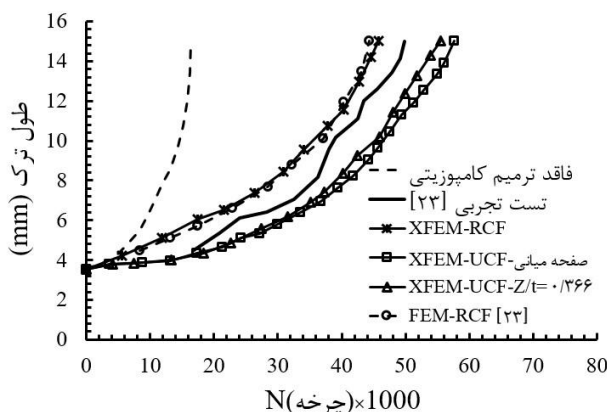
شکل ۱۹ عمر خستگی برحسب طول رشد ترک در لایه چینی‌های متفاوت به روش رشد ترک واقعی در صفحه فاقد ترمیم

۴-۳- مسیر رشد ترک

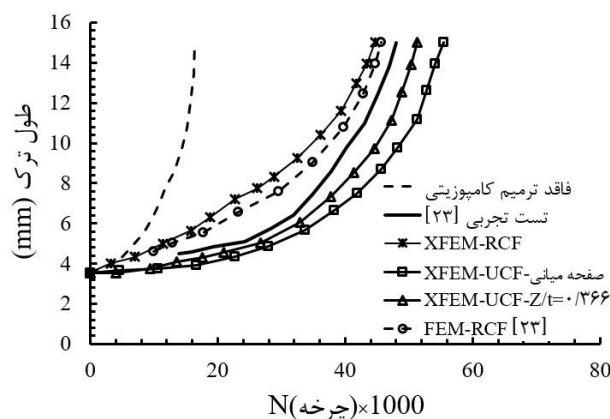
مزیت اصلی در استفاده از روش رشد واقعی لبه ترک به دست آمدن شکل واقعی لبه ترک برای بررسی بهتر روند رشد ترک در مراحل مختلف رشد ترک و دیدی بهتر برای انتخاب مناسبتر وصله و روش ترمیم ترک است. با توجه به نمودارهای بخش ضریب شدت تنش این گونه نتیجه می‌شود که با تأثیرگذارتر بودن K_I در رشد ترک و به علت ترمیم نامتقارن که باعث ممان خمشی می‌شود، لبه ترک از خطی صاف به منحنی در روند رشد ترک تبدیل می‌شود. در شکل‌های ۲۰ الی ۲۳ تغییرات لبه ترک در روند رشد ترک و

خستگی پل‌های ترمیم شده را محاسبه نمود. همانطور که در ابتدا نیز گفته شد هدف از این تحقیق بررسی کارایی روش المان محدود توسعه یافته در تخمین عمر خستگی و مسیر رشد ترک است. بدین منظور سعی شده است که نمونه‌ها به گونه‌ای انتخاب شوند که نتایج FEM و تست‌های تجربی آن‌ها موجود باشند.

شکل‌های ۱۵ الی ۱۸ نتایج عمر خستگی را در لایه‌چینی‌های متفاوت نشان می‌دهند. در هر کدام از لایه‌چینی‌ها عمر خستگی با کمک روش‌های رشد واقعی لبه ترک و رشد یکسان لبه ترک در صفحات میانی و $Z_e/t_p = 0/366$ مورد بررسی قرار گرفته‌اند. همچنین نتایج این تحقیق با نتایج تجربی و FEM مقایسه شده‌اند. همانطور که در نتایج عمر خستگی مشاهده می‌شود نتایج در رشد واقعی با روش المان محدود توسعه یافته، تقریباً مشابه نتایج FEM است با این تفاوت که نسبت به نتایج تجربی خطای کمتری دارد. در جدول ۴ میزان خطا در لایه‌چینی‌های متفاوت و با روش‌های متفاوت بیان شده است. همچنین با بررسی نتایج مشاهده می‌شود که روش رشد یکسان ترک در صفحه $Z_e/t_p = 0/366$ با نتایج رشد واقعی در روش XFEM تفاوت کمتری دارد. می‌توان این گونه نتیجه گرفت که در مواردی که مقدار تقریبی عمر خستگی نیاز است، می‌توان از روش رشد یکسان ترک در صفحه $Z_e/t_p = 0/366$ استفاده نمود. در شکل ۱۹ مقایسه‌ای بین لایه‌چینی‌های متفاوت با روش رشد واقعی ترک در صفحه ترمیم شده است. همان‌طور که در نتایج ضریب شدت تنش نیز می‌شد به این نتیجه رسید عمر خستگی در لایه‌چینی‌های [۹۰]، [۹۰/۹۰/۰/۰] و [۱۰۵] تقریباً یکی و کمترین تأثیر در طول عمر ناشی از لایه‌چینی [۴۵] است.



شکل ۱۵ عمر خستگی نسبت به رشد طول ترک در لایه چینی [۹۰]



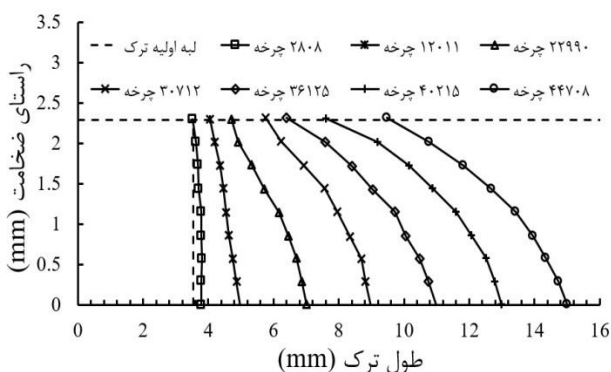
شکل ۱۶ عمر خستگی نسبت به رشد طول ترک در لایه چینی [۹۰/۹۰/۰/۰]

علت تفاوت زیاد مقادیر ضریب شدت تنش در دو صفحه فاقد ترمیم و ترمیم شده، تغییرات در سطح رشد ترک هم بیشتر از لایه چینی [۴۵] است.

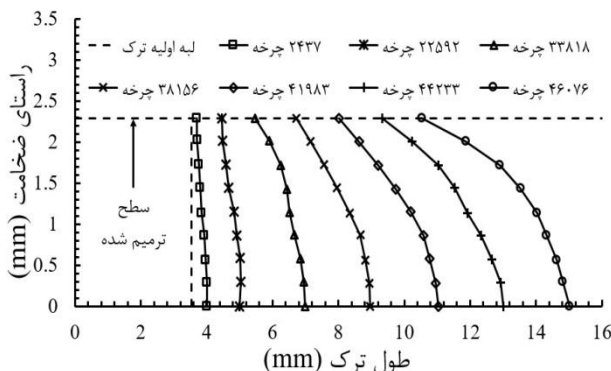
تعداد چرخه عمر آن نشان داده شده است. همان‌طور که در نتایج ضریب شدت تنش مشاهده شد در لایه چینی‌های [۹۰]، [۹۰/۹۰/۰/۰] و [۱۰۵] به

جدول ۴ تخمین عمر خستگی در روش‌های گوناگون و درصد خطای هر روش

خطای $(\frac{Z_e}{t_p} = 0.366)$ %	UCF $(\frac{Z_e}{t_p} = 0.366)$ XFEM	خطای UCF M.P %	UCF M.P XFEM	خطای RCF XFEM %	RCF XFEM	خطای RCF XFEM %	RCF FEM [۲۲]	تست تجربی [۲۲]	خطای $(\frac{Z_e}{t_p} = 0.366)$ %
۱۲/۵	۵۷.۳۴۹	۱۶/۷	۵۹.۵۱۸	۷/۱	۴۷.۳۴۵	۱۰/۴	۴۵.۶۶۳	۵۰.۹۶۴	[۹۰]₄
۷/۳	۴۵.۹۰۴	۱۵/۷	۴۹.۵۱۸	۷/۳	۳۹.۶۳۸	۴/۵	۴۰.۸۴۳	۴۲.۷۷۱	[۹۰/۹۰/۰/۰]
۱۰	۵۳.۰۱۲	۱۶/۷	۵۶.۲۶۵	۸/۲	۴۴.۲۱۷	۶/۵	۴۵.۰۶۰	۴۸.۱۹۳	[۱۰۵]₄
۱۶/۴	۴۴.۲۴۷	۲۱/۱	۴۶.۰۵۳	۳/۲	۳۶.۸۲۲	-	-	۳۸.۰۲۶	[-۴۵]₄

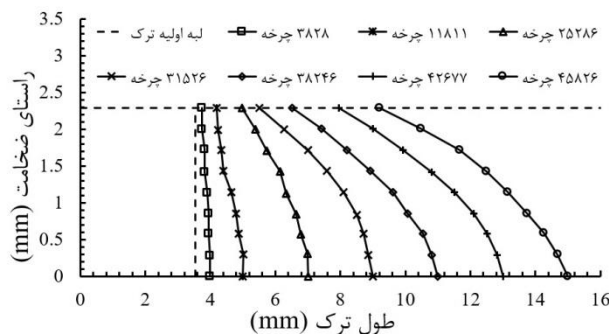


شکل ۲۲ مسیر رشد لبه ترک در راستای طول رشد ترک برای وصله [۱۰۵]

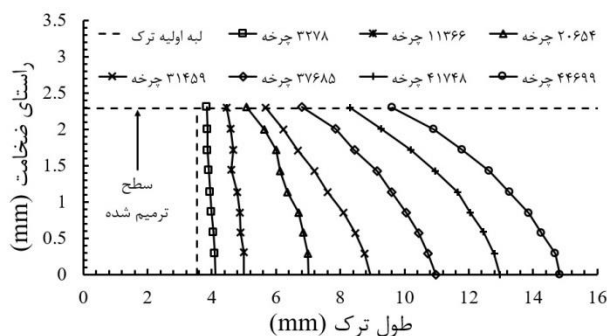


شکل ۲۳ مسیر رشد لبه ترک در راستای طول رشد ترک برای وصله [۴۵]

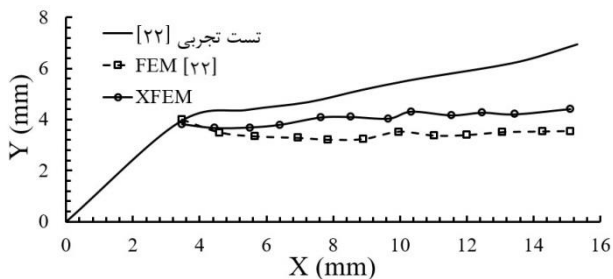
این شکستگی‌ها ناشی از تغییرات لبه ترک در راستای ارتفاع است. همان‌طور که ذکر شده بود مدل‌سازی رشد سه بعدی ترک در حالت مود ترکیبی به علت هم سطح نبودن تمامی مراحل رشد ترک باعث پیچیدگی‌هایی در مدل‌سازی می‌شوند. نرم افزار آباکوس نیز در مدل‌سازی ترک چون از شکل هندسی آن کمک نگرفته و تنها از سطوح تراز استفاده می‌کند، خود باعث بروز خطاهایی در تخمین مسیر رشد ترک می‌شود. شکل‌های ۲۴ الی ۲۷ مقایسه‌ای از مسیر رشد ترک در صفحات ترمیم شده از روش‌های FEM و تجربی با روش رشد واقعی ترک در این تحقیق را نشان می‌دهند. شکل‌های ۲۸ الی ۳۱ مقایسه‌ای از مسیر رشد ترک در صفحات فاقد ترمیم از روش‌های FEM و تجربی با روش رشد واقعی ترک در این تحقیق را نشان می‌دهند. مانند نتایج پیشین در صفحات ترمیم شده، اختلاف نتایج حاصل از XFEM از مقادیر تجربی کمتر از مقادیر FEM است.



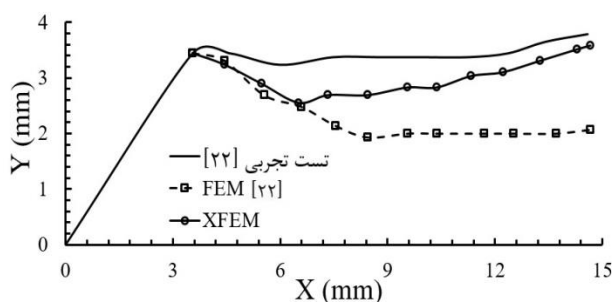
شکل ۲۴ مسیر رشد لبه ترک در راستای طول رشد ترک برای وصله [۹۰]



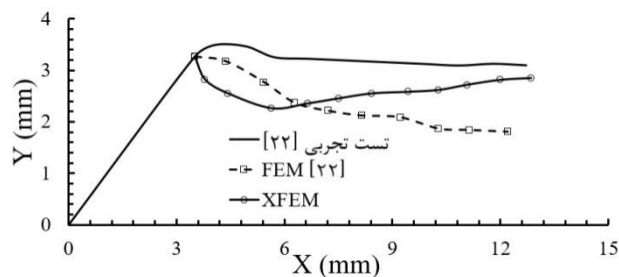
شکل ۲۵ مسیر رشد لبه ترک در راستای طول رشد ترک برای وصله [۹۰/۹۰/۰/۰]



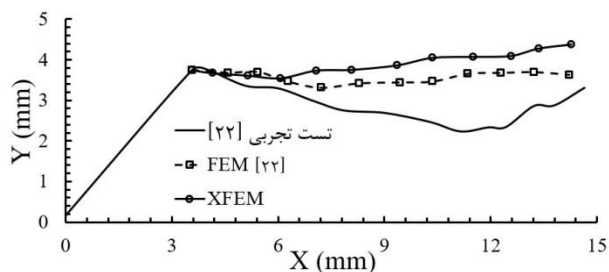
شکل ۲۸ مسیر رشد ترک به روش رشد واقعی ترک در صفحات فاقد ترمیم برای وصله [۹۰]₄



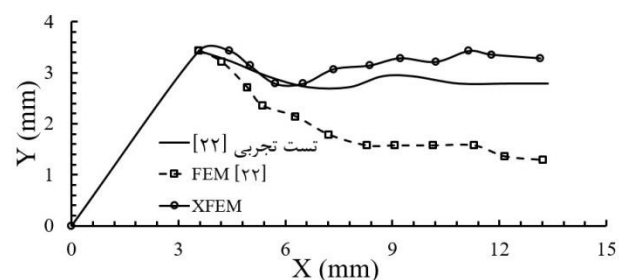
شکل ۲۴ مسیر رشد ترک به روش رشد واقعی ترک در صفحات ترمیم شده برای وصله [۹۰]₄



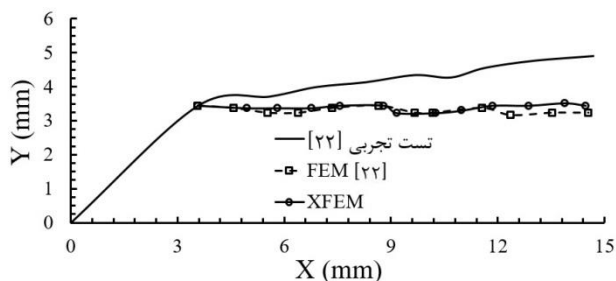
شکل ۲۵ مسیر رشد ترک به روش رشد واقعی ترک در صفحات ترمیم شده برای وصله [۹۰/۹۰/۱۰۰] مود ترکیبی



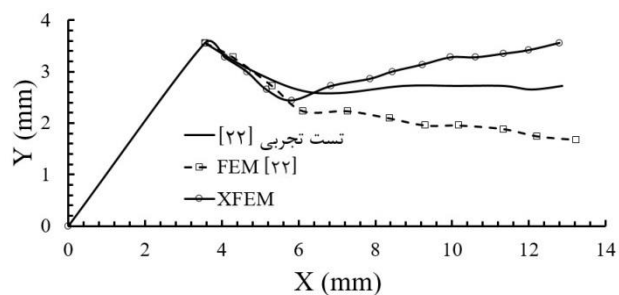
شکل ۲۹ مسیر رشد ترک به روش رشد واقعی ترک در صفحات فاقد ترمیم برای وصله [۹۰/۹۰/۱۰۰]



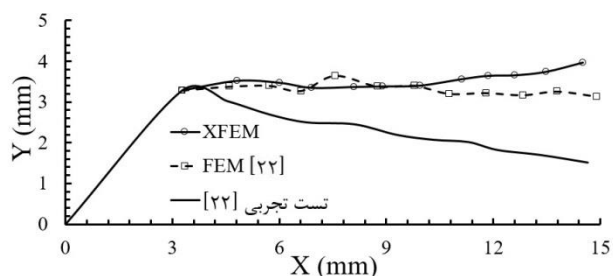
شکل ۲۶ مسیر رشد ترک به روش رشد واقعی ترک در صفحات ترمیم شده برای وصله [۱۰۵]₄



شکل ۳۰ مسیر رشد ترک به روش رشد واقعی ترک در صفحات فاقد ترمیم برای وصله [۱۰۵]₄



شکل ۲۷ مسیر رشد ترک به روش رشد واقعی ترک در صفحات ترمیم شده برای وصله [۴۵]₄



شکل ۳۱ مسیر رشد ترک به روش رشد واقعی ترک در صفحات فاقد ترمیم برای وصله [۴۵]₄

در این تحقیق با بررسی عمر خستگی، مسیر رشد ترک و ضرایب شدت تنش حاصل از روش المان محدود توسعه یافته با تحقیقات گذشته، المان

- [3] Ratwani, M.M. and Kan, H.P., "Analysis of Cracked, Adhesively Bonded Laminated Structures", AIAA Journal, Vol. 17, No. 9, pp. 988-994, 1979.
- [4] Rose, L.R.F., "An application of the inclusion analogy for bonded reinforcements", International Journal of Solids and Structures, Vol. 17, pp. 827-838, 1981.
- [5] Rose, L.R.F., "A cracked plate repaired by bonded reinforcements" International Journal of Fracture, Vol. 18, pp. 135-144, 1982.
- [6] Rose, L.R.F., "Theoretical analysis of crack patching. In Bonded Repair of Aircraft Structure", Kluwer Academic Publisher, pp. 77-106, 1988.
- [7] Atluri, S.N., "Composite Repairs of Cracked Metallic Aircraft Structures", Dept. of Transportation Report No. DOT/FAA/CT-92/32, 1992.
- [8] Bottega, W.J. and Loia, M.A., "Edge debonding in patched cylindrical panels" International Journal of Solids and Structures, Vol. 33, pp. 3755-3777, 1996.
- [9] Bottega, W.J. and Loia, M.A., "Axisymmetric edge debonding in patched plate", International Journal of Solids and Structures, Vol. 34, pp. 2255-2289, 1997.
- [10] Mohammadi, B., "Repaing of aluminum plates having a crack in mixture mode using of composite patches", MSc Thesis, Amirkabir University of Technology, Department of aerospace engineering, 2002.
- [11] Mohammadi, B., "Repaing of aluminum plates having a crack in mixture mode using of composite patches", MSc Thesis, Amirkabir University of Technology, Department of aerospace engineering, 2002.
- [12] Sadeghi, G., "3-D Analysis on Damage Tolerance of Repaired Aluminum Panels Using Composite Patches", MSc Thesis, Amirkabir University of Technology, Department of aerospace engineering, 2004.
- [13] Bakhshandeh, S., "Experimental investigations on fatigue crack growth of repaired panels with Composite Patches", MSc Thesis, Amirkabir University of Technology, Department of aerospace engineering, 2004.
- [14] Hosseini-Toudeshky, H. Bakhshandeh, S. Mohammadi, B. and Daghyani, H.R., "Experimental investigations on fatigue crack growth of repaired thick aluminum panels in mixed-mode conditions", Composite Structures, Vol. 75, pp. 428-436, 2006.
- [15] Hosseini-Toudeshky, H. Mohammadi, B. and Daghyani, H.R., "Mixed-mode fracture analysis of repaired aluminum panels using composite patches" Composite Science and Technology, Vol. 66, pp. 188-198, 2006.
- [16] Hosseini-Toudeshky, H. Mohammadi, B. and Bakhshandeh, S., "Mixed-mode fatigue crack growth of thin aluminium panels with single-side repair using experimental and numerical methods", Journal of Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures, Vol. 30, pp. 629-639, 2007.
- [17] Hosseini-Toudeshky, H. and Mohammadi, B., "A simple method to calculate the crack growth life of adhesively repaired aluminum panels", Composite Structures, Vol. 79, pp. 234-241, 2007.
- [18] Hosseini-Toudeshky, H. Mohammadi, B. Daghyani, H.R. and Sadeghi, G., "Numerical and experimental fatigue crack growth analysis in mode-I for repaired aluminum panels using composite material", Composites: Part A, Vol. 38, pp. 1141-1148, 2007.
- [19] Saber, M., "3D crack propagation of cracked thin and thick aluminum panels Repaired with Composite Patches in mixed-mode conditions", MSc Thesis, Amirkabir University of Technology, Department of aerospace engineering, 2006.
- [20] Hosseini-Toudeshky, H. Saber, M. and Mohammadi, B., "Real 3D crack-front and crack trajectory analyses of single-side repaired thick aluminum panels", Journal of Advanced Materials Research, Vols. 47-50, pp. 777-780, 2008.
- [21] Hosseini-Toudeshky, H. and Mohammadi, B., "Mixed-Mode Numerical & Experimental Fatigue Crack Growth Analyses of Thick Aluminum Panels Repaired with Composite Patches" J. of Composite Structures, Vol. 91, pp. 1-8, 2009.
- [22] Hosseini-Toudeshky, H. Saber, M. and Mohammadi, B., "Crack trajectory analysis of single-side repaired thin panels in mixed-mode conditions using glass/epoxy patches", Computers and Structures, Vol. 86, pp. 997-1005, 2008.
- [23] Hosseini-Toudeshky, H. Saber, M. and Mohammadi, B., "Real 3D crack propagation of single-side repaired thin aluminum panels in mixed-mode conditions", International Journal of Fracture, Vol. 153, No. 2, pp. 105-116, 2008.
- [24] Hosseini-Toudeshky, H. Saber, M. and Mohammadi, B., "Finite element crack propagation of adhesively bonded repaired panels in general mixed-mode conditions", Finite Elements in Analysis and Design, Vol. 45, pp. 94-103, 2009.
- [25] Payganeh, G. H. Ashenai Ghasemi, F. Pourkamali Anaraki, A. and Fallah Rahmatabadi, A., "Numerical analysis for determination of the J integral and crack opening displacement in the cracked aluminum plates repaired with FML composite patches", Journal of Applied Sciences, Vol. 12, No. 21, pp. 2259-2265, 2012.
- [26] Belytschko, T. and Black, T., "Elastic crack growth in finite elements with minimal remeshing.", International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 45, pp. 601-620, 1999.
- [27] Moes, N. Dolbow, J. and Belytschko, T., "A finite element method for crack growth without remeshing", International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 46, pp. 131-150, 1999.

محدود و تست‌های تجربی، قابلیت‌های این روش بیان شده است. مدل‌سازی در محیط نرم افزار آباکوس انجام گرفته است. مدل‌سازی ترک توسط قابلیت ترک پیش‌رونده به علت عدم خروجی ضریب شدت تنش امکان پذیر نبود در نتیجه مدل‌سازی بوسیله ترک غیر پیش‌رونده و بروزسانی رشد ترک نیز در هر مرحله بوسیله برنامه‌ای خارج از نرم افزار آباکوس صورت گرفت. سرعت دستیابی به نتایج برای هر نمونه یکی از نقاط قوت این روش است.

در نمونه‌ها با ترمیم نامتقارن به علت وجود گشتاور خمشی در طول ضخامت ضرایب شدت تنش یکسان نمی‌باشد. این تفاوت در مقادیر شدت تنش باعث غیر یکنواختی در رشد لبه ترک در طول ضخامت می‌شود. هر چند اعمال این روند رشد باعث پیچیدگی در مدل‌سازی می‌شود ولی نتایج را به واقعیت نزدیکتر می‌سازد.

نمونه‌ها شامل مود ترکیبی رشد ترک هستند. در مود ترکیبی رشد واقعی ترک مدل‌سازی شده است. ترک در مود ترکیبی در سه بعد رشد می‌کند. این پیچیدگی باعث بروز مشکلاتی در مدل‌سازی می‌شود. در این نمونه‌ها مشاهده شد که هر چند در المان محدود توسعه یافته اصل بر مستقل بودن المان‌بندی از هندسه ترک است، اما در این نمونه‌ها تطابق کامل المان‌ها با سطح ترک برای دقت محاسبات نیاز می‌باشد. در نتیجه روند محاسبات و مدل‌سازی بسیار زمان‌بر می‌باشد. این پارامتر تأثیر بسیاری در مقادیر ضریب شدت تنش دارد به گونه‌ای که قابلیت اطمینان از نتایج را از بین می‌برد.

برای بر طرف نمودن دشواری در مدل‌سازی و مهمتر از آن عدم اطمینان به نتایج با استفاده از فرض ساده‌سازی رشد یکسان ترک در طول ضخامت مدل‌سازی انجام گرفت. این فرض گرچه باعث ایجاد خطا در نتایج می‌شود اما سرعت محاسبات را تا حد بسیار زیادی افزایش می‌دهد.

برای بر طرف نمودن مقداری از این خطا در نتایج علاوه بر نتایج در موقعیت نقطه میانی ضخامت، نتایج در موقعیت $\frac{Z_e}{t_p} = 0/366$ طول ضخامت نیز بررسی گشت همانطور که انتظار می‌رفت نتایج در $\frac{Z_e}{t_p} = 0/366$ مطابقت بیشتری با نتایج تجربی دارد. با استناد بر این نتایج می‌توان رشد یکسان ترک مبتنی بر ضرایب شدت تنش در موقعیت $\frac{Z_e}{t_p} = 0/366$ را روشی جایگزین برای رشد واقعی ترک در مود ترکیبی اعلام نمود.

در مود ترکیبی پنل دارای ضخامت ۲/۲۹ mm و وصله‌ها با ضخامت ۰/۷۲ mm و لایه چینی‌های ۴ [۹۰]، [۹۰/۹۰/۰/۰]، [۱۰۵]، [۴۵] مورد بررسی قرار گرفته‌اند. طبق نتایج لایه چینی ۴ [۹۰] بیشترین تأثیر در افزایش عمر خستگی و کاهش سرعت رشد را بوجود آورد. کمترین تأثیر در عمر خستگی و سرعت رشد ترک در وصله با لایه چینی ۴ [۴۵] بود. در این نمونه‌ها نیز در تمامی موارد وجود وصله باعث افزایش عمر خستگی و کاهش سرعت رشد ترک بود.

۶- فهرست علائم

RCF	رشد واقعی لبه ترک
UCF	رشد یکسان لبه ترک
M.P.	صفحه میانی

۷- مراجع

- [1] Duong, C.N. and Wang, C.H., "Composite Repair: Theory and design", Elsevier, Oxford, pp. 1-8, 2007.
- [2] Baker, A. and Jones, R., "Bonded repair of aircraft structures", Dordrecht, Martinus Nijhoff, 1988.

- [28] Sukumar, N. Mos, N. and Belytschko, T., "Extended finite element method for three-dimensional crack modelling.", International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 76, pp. 1328-1352, 2000.
- [29] Moes, N. and Belytschko, T., " Extended finite element method for cohesive crack growth.", International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 69, pp. 813-833, 2002.
- [30] Zi, G. and Belytschko, T., " New crack-tip elements for xfem and applications to cohesive cracks.", International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 57, pp. 2221-2240, 2003.
- [31] de Borst, R. Gutierrez, M. Wells, G. Remmers, J. and Askes, H., "Cohesive-zone models, higher-order continuum theories and reliability methods for computational failure analysis", International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 60, pp. 289-315, 2004.
- [32] de Borst, R. Remmers, J.J. and Needleman, A., " Mesh-independent discrete numerical representations of cohesive-zone models.", International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 73, pp. 160-177, 2006.
- [33] Mariani, S. and Perego, U., "xtended finite element method for quasi-brittle fracture.", International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 58, pp. 103-126, 2003.
- [34] Asferg, J. Poulsen, P. and Nielsen, L., "A consistent partly cracked xfem element for cohesive crack growth.", International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 72, pp. 464-485, 2007.
- [35] Osher, S. and Sethian, J.A., " Fronts propagating with curvature-dependent speed: Algorithms based on hamilton-jacobi formulations. ", International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 79, pp. 12-49, 1988.
- [36] Osher, S. and Fedkiw, R., " Level Set Methods and Dynamic Implicit Surfaces", 2003.
- [37] Bordas, S., Duflo, M., and Le, P., " A simple error estimator for extended finite elements.", Communications in Numerical Methods in Engineering, Vol. 24, pp. 961-971, 2008.
- [38] Chahine, E. Laborde, P. and Renard, Y., " rack tip enrichment in the xfem using a cutoff function.", International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 75, pp. 626-646, 2008.
- [39] Chahine, E. Laborde, P. and Renard, Y., "quasi-optimal convergence result for fracture mechanics with xfem", International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 342, pp. 527-532, 2006.
- [40] Lew, A. and shen, Y., " Crack tip enrichment in the xfem using a cut off function", International Journal for Numerical Met.2ds in Engineering, 2009.
- [41] Ashenai Ghasemi, F. Pourkamali Anaraki, A. and Rouzbahani, A. H., " Using XFEM for investigating the crack growth of cracked aluminum plates repaired with fiber metal laminate (FML) patches", Journal of Modares Mechanical Engineering, 2012.