



پیش‌بینی عمر خستگی چندلایه‌های کامپوزیتی تحت وضعیت بارگذاری خستگی چندجهته با استفاده از مدل مکانیک خرابی محیط‌های پیوسته توسعه یافته

بیژن محمدی^{۱*}، بابک فضلعلی^۲

۱- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران
 ۲- کارشناس ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران
 bijan_mohammadi@iust.ac.ir، ۱۶۳-۱۶۷۶۵، صندوق پستی

چکیده

نسبت مقاومت و سفتی به وزن بالا، از مهم‌ترین مزیت‌های کامپوزیت‌ها بوده که باعث کاربرد گسترده این مواد در صنایع مختلف شده است. کامپوزیت‌ها به دلیل وجود مکانیزم‌های آسیب مختلف و نرخ متفاوت رشد و تأثیر این مکانیزم‌ها بر یکدیگر نسبت به فلزات دارای پیچیدگی بیشتری می‌باشد. در این مقاله، به منظور پیش‌بینی عمر خستگی و شبیه‌سازی افت سفتی در چندلایه‌های کامپوزیتی تحت بارگذاری خستگی مدلی مبتنی بر مکانیک خرابی محیط‌های پیوسته توسعه داده شده است. متغیرهای آسیب برای شبیه‌سازی افت خواص الاستیک در رزین، الیاف و جهت برشی در نظر گرفته می‌شوند. ثابت‌های مادی در قوانین رشد آسیب رزین، الیاف و جهت برشی، از آزمایشات روی چندلایه‌های تک‌جهته 0° ، 90° و چندلایه متعامد $[0/90]_s$ قابل استخراج می‌باشد. به منظور ارزیابی مدل در بارگذاری چندجهته، نسبت‌های تنش متفاوت و وضعیت‌های تنش دلخواه از نتایج تجربی در دسترس بر روی چندلایه‌های تک‌جهته کامپوزیتی 0° ، 90° و 30° تحت بارگذاری کششی استفاده شده است. همچنین به منظور ارزیابی مدل برای چندلایه‌های کامپوزیتی دارای تمرکز تنش از نتایج آزمایشی بر روی چندلایه متعامد $[0_4/90_4]_s$ و تحت بارگذاری بین استفاده شده است. نتایج حاصل بیانگر توانایی مدل در پیش‌بینی عمر خستگی چندلایه‌های تک‌جهته و متعامد کامپوزیتی تحت بارگذاری تک‌جهته و چندجهته و در وضعیت‌های مختلف تنش می‌باشد.

اطلاعات مقاله

دریافت: ۹۴/۹/۲۸

پذیرش: ۹۴/۱۲/۱۱

کلیدواژگان:

مکانیک خرابی محیط‌های پیوسته
 عمر خستگی
 افت سفتی
 چندلایه‌های کامپوزیتی

Fatigue life prediction of laminated composites under multiaxial fatigue loading condition by using developed continuum damage mechanics model

Bijan Mohammadi*, Babak Fazlali

Department of Mechanical Engineering, Iran University of Science and Technology, Tehran, Iran
 *P.O.B. 163-16765, Tehran, Iran, bijan_mohammadi@iust.ac.ir

Keywords

Continuum damage mechanics
 Life prediction
 Stiffness degradation
 Laminated composites

Abstract

One of the main advantages for the increasing engineering application of composites in weight-critical structural applications is their high specific stiffness and strength. Composite materials behavior is complicated more than metallic material because of different mechanisms, damage growth rate and effect of them in each other. In this paper, a continuum damage mechanics based model is developed to simulate stiffness degradation and fatigue life prediction of laminated composites under fatigue loading conditions. Damage parameters are used to estimate the degradation of elastic properties in matrix, fiber and shear direction. The material properties of the damage evolution equations are derived by testing on 0° and 90° unidirectional plies and $[0/90]_s$ cross-ply laminate. To evaluate the model under multiaxial fatigue loading, arbitrary states of stress and stress ratio available results of experiments on unidirectional 90° ، 0° and 30° plies under fatigue loading conditions are used. Also, to evaluate the model for composite laminates with stress concentration results of experiments of pin-loaded cross-ply $[0_4/90_4]_s$ laminate are used. The obtained results show the capability of proposed model in fatigue life prediction of unidirectional and cross-ply laminates under uniaxial and multiaxial fatigue loading with different states of stress.

۱- مقدمه

امروزه اهمیت و قابلیت‌های فراوان کامپوزیت‌ها بر کسی پوشیده نیست. در حوزه‌های متعددی، این مواد رقیب سرسختی برای فلزات سنتی محسوب

Please cite this article using:

Mohammadi, B. Fazlali, B., "Fatigue life prediction of laminated composites under multiaxial fatigue loading condition by using developed continuum damage mechanics model", In Persian, Journal of Science and Technology of Composites, Vol. 3, No. 3, pp. 215-224, 2016.

برای ارجاع به این مقاله از عبارت زیر استفاده نمایید:

می‌شوند. از مهمترین خواص مورد توجه این مواد، نسبت مقاومت و سفتی به وزن بالای آنهاست که باعث کاربرد گسترده این مواد در صنایع مختلف شده است. شروع و رشد آسیب در چندلایه‌های کامپوزیتی تحت اثر بارگذاری استاتیکی و خستگی، فرآیندی پیچیده است. تحلیل خرابی چندلایه‌های کامپوزیتی، یکی از زمینه‌های مهم تحقیقاتی تئوری و تجربی اخیر محققان بوده است. این فرآیند تخریب در چندلایه‌های کامپوزیتی، تحت بارگذاری استاتیکی و خستگی همراه با انباشت پیوسته و مداوم ترک‌های درون لایه‌ای و بین‌لایه‌ای می‌باشد که بطور تدریجی سبب کاهش سفتی و مقاومت سازه می‌شوند. خستگی در کامپوزیت‌های زمینه پلیمری، عموماً به شکل ترک ماتریسی نشات گرفته از خستگی رزین ظاهر می‌شود، از این رو مطالعه میدان تنش رزین می‌تواند یکی از ابزارهای مناسب جهت پیش‌بینی عمر خستگی کامپوزیت‌های زمینه پلیمری باشد. اما برای بررسی دقیق پدیده خستگی باید رفتار هر یک از اجزای سازنده ماده کامپوزیتی مورد توجه قرار گیرد.

یک مدل خوب در ارزیابی مناسب عمر خستگی کامپوزیت‌ها، باید دارای چهار ویژگی باشد: (۱) تأثیر شرایط محیطی از جمله دما و رطوبت را در نظر گیرد، (۲) نیازمندی به داده های تجربی حداقل باشد، (۳) قابلیت اعمال بارگذاری‌های چندجهته را دارا باشد، و (۴) دارای قابلیت بکارگیری در چندلایه‌های با لایه چینی عمومی باشد.

در دهه‌های اخیر مدل‌های متنوعی جهت شبیه‌سازی خستگی چندلایه‌ی کامپوزیتی ارائه شده است. بسیاری از مدل‌های پیشنهادی، تنها برخی از نیازمندی‌های مورد اشاره را در بر گرفته‌اند و می‌توان گفت هیچ یک از مدل‌های رایج نتوانسته‌اند همه شرایط فوق را برآورده نمایند. مدل‌های خستگی موجود را می‌توان به شش دسته کلی زیر تقسیم بندی نمود: (۱) مدل‌های عمر خستگی^۱ مبتنی بر نمودارهای S-N که مکانیزم واقعی افت خواص را در نظر نمی‌گیرند و با پیروی از روش‌های موجود در مواد ایزوتروپیک تنها با استناد به نمودارهای عمر خستگی و گودمن راه‌کارهایی را برای تعیین عمر خستگی ارائه نمایند، (۲) مدل‌های استحکام باقیمانده^۲ و (۳) سفتی باقیمانده^۳ می‌باشند، (۴) مدل‌های مبتنی بر شبیه‌سازی پیش‌رونده آسیب^۴، (۵) مدل‌های چندمقیاسی بنیانی مبتنی بر فیزیک آسیب^۵ و (۶) مدل‌های مبتنی بر مکانیک خرابی محیط‌های پیوسته^۶.

گرچه رفتار خستگی کامپوزیت‌های لایه‌ای از اساس و پایه با رفتار خستگی فلزات متفاوت است، با اینحال مدل‌های بسیاری از محققین برای تخمین عمر خستگی چندلایه‌های کامپوزیت بر اساس منحنی‌های شناخته شده S-N شکل گرفته است. مدل‌های عمر خستگی به طور معمول یکی از معیارهای واماندگی کلاسیک را به عنوان مینا، به کار گرفته و استحکام استاتیکی موجود در این روابط را با مقادیر حاصل از منحنی S-N جایگزین می‌کنند. این دسته از مدل‌ها، نیازمند آزمایشات تجربی گسترده و طاقت‌فرسا بوده و مکانیزم‌های واقعی آسیب نظیر ترک‌های ماتریسی، جدایی بین‌لایه‌ای و یا شکست الیاف را در نظر نمی‌گیرند. یکی از اولین روش‌های پیشنهادی در مدل‌سازی خستگی بر پایه منحنی‌های معروف S-N، مدل هشین و روت^۱ می‌باشد. ایشان مودهای خرابی الیاف و رزین را با سه منحنی S-N و با انجام آزمایش‌هایی در جهت‌های مختلف و تحت بارگذاری تک محوری متناوب، مشخص نمودند. این روش تنها برای چندلایه‌های تک‌جهته و به منظور

برقراری تمایز بین دو مود تخریب در طی شکست خستگی، معتبر می‌باشد. لاورنس هو [۲] یک معیار شکست ماکروسکوپی را بر پایه معیار تخریب تسای هو ارائه کرد که در آن بیشینه تنش‌ها بصورت تابعی از عمر خستگی و متناظر با منحنی های S-N تعیین می‌شوند. فاوز و الین [۳] با توسعه یک مدل ماکروسکوپی، یک رابطه نیمه لگاریتمی بین تنش اعمالی و تعداد سیکل‌ها به‌منظور تخریب برقرار کردند. آنها با داشتن یک منحنی S-N از الیاف در یک جهت قادر به پیش‌بینی عمر در زوایای دلخواه بودند. در همگی این مدل‌ها، قابلیت تعیین مود تخریب و روند رشد آسیب وجود ندارد، و تنها تعداد سیکل‌ها به منظور تخریب در یک بار مشخص قابل تعیین می‌باشد.

اساس مدل‌های افت خواص مکانیکی اعم از سفتی و استحکام باقیمانده نیز همانند مدل‌های عمر خستگی بر مبنای نتایج تجربی بنا نهاده شده است. خواص مکانیکی نمونه مورد نظر در طول بارگذاری خستگی و در سیکل‌های مختلف اندازه‌گیری می‌شود و نموداری که معرف تغییرات خاصیت مکانیکی مورد نظر بر اساس تعداد سیکل‌ها است ترسیم می‌گردد. سپس مدل خستگی به صورت یک رابطه ریاضی میان خاصیت مکانیکی مورد نظر و تعداد سیکل بارگذاری به گونه‌ای پیشنهاد می‌شود که بر منحنی به دست آمده از نتایج تجربی منطبق باشد. معمولاً ضرایب نامشخصی نیز در این مدل‌ها در نظر گرفته می‌شود که تابعی از لایه‌چینی و نوع ماده چندلایه مورد نظر است. منبع استخراج مقادیر این ضرایب نیز در نتایج تجربی است و برای هر لایه‌چینی جدید آزمایشات متناسب دیگری نیاز است. این مدل‌ها به دلیل وابستگی کامل به تعیین تجربی منحنی خواص باقیمانده در سیکل‌های مشخص، بسیار هزینه‌بر بوده و از کارایی مناسبی برخوردار نمی‌باشد. غیر مخرب بودن تست‌های روش سفتی باقیمانده مقبولیت آن را نسبت به روش استحکام باقیمانده افزایش داده است [۴].

هالپین و همکاران [۵] نخستین مدل خستگی را بر پایه افت تدریجی استحکام ارائه کردند. در مدل پیشنهادی ایشان، استحکام باقیمانده متناسب با تعداد سیکل و ماکزیمم تنش اعمالی و به صورت یک تابع یکنواخت افت می‌نماید. دانیل و چاریوز [۶] انباشت تخریب در چند لایه‌های متعامد گرفتار/اپوکسی را تحت بارگذاری کششی متناوب به روش، استحکام باقیمانده مورد مطالعه قرار دادند. مدل ایشان بر پایه تغییر استحکام بی بعد شده، تنش چرخه ای و تعداد سیکل‌های بی بعد شده می‌باشد. ویتورث [۷] یک مدل افت سفتی را پیشنهاد کرد که در این مدل قانون افت، تابعی از تعداد سیکل‌ها، تنش اعمالی، فرکانس بار و کرنش شکست می‌باشد. هو و یو [۸] مدلی بر مبنای افت سفتی ماده تا رسیدن به سفتی بحرانی معرفی نمودند. همانطور که اشاره شد، مزیت بارز این دسته از مدل‌ها نسبت به مدل‌های استحکام باقیمانده، پیش‌بینی آسیب خستگی و عمر خستگی بدون نیاز به آزمایش‌های مخرب است. همچنین در طی عمر خستگی سفتی به صورت یکنواخت کاهش یافته و تغییرات آن از تغییرات استحکام بیشتر است [۴].

مدل‌های رشد تدریجی آسیب، بر خلاف مدل‌های پیشین، رفتار خستگی چندلایه‌های کامپوزیتی را متأثر از سابقه و تاریخچه نمونه در نظر گرفته، به طوری که رفتار خستگی مواد کامپوزیتی را به صورت تدریجی و سیکل به سیکل تخمین می‌زنند. مدل‌های آسیب پیش‌رونده کلاسیک گرچه تلفیقی از معیارهای واماندگی کلاسیک، مدل‌های عمر خستگی و مدل‌های خواص مکانیکی باقیمانده محسوب میشوند، اما ماهیتی تدریجی و سیکل به سیکل دارند. در هر سیکل بارگذاری تنش اعمالی در هر لایه محاسبه شده و معیار واماندگی مورد بررسی قرار می‌گیرد، در صورتی که واماندگی نهایی استاتیکی رخ داده باشد در تحلیل سیکل‌های آتی، بخشی از خواص مکانیکی لایه مورد

1. S-N curve method
2. Residual strength models
3. Residual stiffness models
4. Progressive damage models
5. Physically based multi-scale damage models
6. Continuum damage mechanics based models

خستگی به انواع پارامترهای مادی، هندسی، بارگذاری و محیطی به عنوان مانعی بر سر راه توسعه و پیشرفت این دسته از مدل‌ها قرار گرفته است [۴]. پیشرفت و جامعیت این دسته از روش‌ها در گرو توسعه روشهای میکرومکانیکی تحلیل آسیب، شناخت فیزیک مکانیزم‌های آسیب و نحوه شکل‌گیری و رشد آنها در اثر بارگذاری‌های استاتیکی و خستگی است.

با معرفی مفهوم مکانیک خرابی محیط‌های پیوسته و پیشرفت مدل‌های مبتنی بر این نگرش در حوزه استاتیکی، مدل‌هایی نسبتاً موفق در بارگذاری خستگی نیز توسعه داده شد. این مدل‌ها بر اساس اصول ترمودینامیکی محیط‌های پیوسته بنا نهاده می‌شوند، لذا از پایه تئوریک مناسبی برخوردارند. بر خلاف مدل‌های آسیب پیش‌رونده کلاسیک که خواص مکانیکی را بر اساس نمودارهای تجربی در هر سیکل کاهش می‌دهند، مدل‌های مبتنی بر مکانیک خرابی محیط‌های پیوسته متاثر از مفاهیم پلاستیسیته و با تعریف یک سطح خرابی، متغیر آسیب را بر اساس قوانین ترمودینامیکی رشد می‌دهند. این مدل‌ها افت سفتی در چندلایه‌های کامپوزیتی را می‌توانند در سطح یک تک لایه بررسی کنند، به همین دلیل مستقل از لایه چینی قادر به بررسی روند رشد آسیب و عمر خستگی تحت بارگذاری تک‌جهته و چندجهته می‌باشد. تالرجا [۱۷] یک مدل آسیب پیوسته که متغیرهای آسیب داخلی با کمیت‌های برداری/تانسوری مشخص می‌شوند را معرفی نمود. در این مدل دو مود آسیب ترک ماتریس و جدایی بین لایه‌ای بر پایه اصول ترمودینامیکی به‌صورت آسیب داخلی برداری/تانسوری در نظر گرفته شدند. هرکدام از این مودهای تخریب با بردار آسیب مربوطه، باعث افت سفتی می‌شوند، که از تأثیر مستقیم آنها بر یکدیگر صرف‌نظر شده است. موقر و لوف [۱۸] مدل پیشنهادی خود بر پایه مکانیک خرابی محیط‌های پیوسته را با استفاده از یک متغیر آسیب اسکالر D به منظور تعیین افت سفتی در چندلایه‌های کامپوزیتی ارائه نمودند. سلیمی و همکاران [۱۹] روشی برای پیش‌بینی تخریب خستگی درون‌لایه‌ای کامپوزیت‌ها ارائه کردند که تأثیر افت خواص مادی را در سه جهت بررسی می‌کرد. مدل ایشان قادر به پیش‌بینی عمر خستگی تحت بارگذاری چندجهته نمی‌باشد.

در این پژوهش با توسعه یک مدل مکانیک خرابی محیط‌های پیوسته که مبتنی است بر اصول فرآیندهای ترمودینامیکی، به پیش‌بینی عمر خستگی در کامپوزیت‌های زمینه پلیمری برحسب افت سفتی در هر لایه پرداخته می‌شود. مزیت مدل‌ها بر پایه سفتی باقیمانده، عدم نیاز به تخریب نمونه و اندازه‌گیری سفتی در طول آزمایش می‌باشد. با توجه به مودهای آسیب مختلف و ترکیب آنها در طول بارگذاری متناوب، نیاز به درک درست از رفتار کامپوزیت‌ها در سطح میکرو و ماکرو می‌باشد. در مدل ارائه شده به منظور بررسی مکانیزم‌های مختلف آسیب، سه متغیر مستقل آسیب در الیاف، رزین و جهت برش استفاده شده است. همچنین خواص الاستیک برپایه اصول میکرومکانیک برحسب ثوابت الاستیک الیاف و رزین نوشته شده و توزیع تنش در جهت مادی x برای الیاف و رزین تفکیک می‌شود. در مدل حاضر، قانون رشد آسیب شی و همکاران [۲۰] اصلاح و مشخصه‌سازی مادی به منظور تعیین عمر خستگی چندلایه‌های کامپوزیتی در وضعیت‌های مختلف تنش، پایریزی شده است. همچنین مدل محمدی و همکاران [۲۱] با افزودن مود آسیب برشی جهت بررسی چندلایه‌های کامپوزیتی دارای تمرکز تنش و در وضعیت‌های مختلف تنش و با قابلیت بررسی بارگذاری‌های چندجهته تعمیم داده شده است. مدل ارائه شده با توجه به شبیه‌سازی افت سفتی در سطح یک لایه، مستقل از لایه‌چینی قادر به پیش‌بینی عمر خستگی خواهد بود.

نظر حذف می‌شود. در صورتی که این واماندگی رخ نداده باشد، خواص مکانیکی لایه مورد نظر متناسب با قانون افت خواص پیشنهادی مدل کاهش می‌یابد. این مسیر در هر سیکل برای تمامی نقاط و لایه‌ها اجرا می‌شود تا زمانی که تمام لایه‌ها دچار واماندگی شوند. این دسته از مدل‌ها قادر به پیش‌بینی افت خواص مادی همراه با مود تخریب و تعداد سیکل‌های نهایی شکست می‌باشد، اما نیازمند تعداد آزمایش‌های قابل توجه می‌باشد. شکرپه و لسارد [۱۰،۹] جامع‌ترین مدل این شیوه را با نام "تکنیک تعمیم یافته‌ی افت خواص باقیمانده" را به منظور پیش‌بینی عمر خستگی، استحکام باقیمانده، سفتی باقیمانده و مود تخریب معرفی نمودند. این مدل وضعیت شروع و پیشرفت آسیب تا وضعیت تخریب را برای هفت مود مختلف آسیب ممکن می‌سازد. از جمله مزیت‌های مدل ایشان تعیین خواص در سطح یک لایه و مستقل بودن مدل از لایه‌چینی می‌باشد. اما مدل پیشنهادی ایشان علاوه بر پیچیدگی و زمان بر بودن تحلیل، نیازمند تعداد آزمایش‌های قابل توجه به منظور تعیین ثوابت مادی می‌باشد که برخی از آنها مخرب می‌باشند. مدل‌های آسیب مبتنی بر فیزیک آسیب، روش‌هایی مایکرومکانیکی هستند که با در نظرگیری هندسه و مشخصات مکانیزم آسیب، امکان دستیابی به اکثر ملزومات یک مدل خستگی ایده آل را فراهم می‌کنند. اعمال قانون رشد آسیب این مدل‌ها نیازمند تحلیل مکانیزم آسیب و استخراج نرخ رهاسازی انرژی برای مکانیزم‌های مختلف آسیب است. این روش‌های میکرومکانیکی، آسیب مورد نظر را در مقیاس سلول شاخص تحلیل می‌کنند. سلول شاخص، حجمی از ماده است که می‌توان مشخصات مکانیکی آن را به کل ماده تعمیم داد. به عنوان مثال خواص مکانیکی یک چندلایه کامپوزیتی حاوی ترک‌های ماتریسی با فواصل یکسان را می‌توان معادل با خواص مکانیکی معادل حجم محصور میان دو ترک ماتریسی مجاور دانست. در روش‌های مایکرومکانیکی تحلیل آسیب، پس از به دست آوردن میدان تنش-تغییر مکان در سلول واحد با استفاده از یکی از مدل‌های مایکرومکانیکی، دو مسأله اساسی تحلیل آسیب را بررسی میکنند: مسأله نخست معیاری برای شروع و رشد آسیب است و دومین مسأله تعیین افت خواص مکانیکی (سفتی) ماده متناسب با نوع و گستره آسیب به وجود آمده است.

روش تأخیر برش [۱۲،۱۱]، روش اصول تغییرات [۱۴،۱۳] و روش مکانیزم انتقال تنش [۱۶،۱۵] از جمله روش‌های مایکرومکانیکی مبتنی بر فیزیک آسیب می‌باشند. این مدل‌ها نسبت به شرایط مرزی و نحوه بارگذاری دارای محدودیت‌های قابل توجهی می‌باشند. توسعه روش‌های تحلیلی مبتنی بر سلول شاخص همواره با فرض وقوع ترک در یکی از لایه‌ها صورت گرفته است. تنها برخی از روش‌های تحلیلی مایکرومکانیکی از جمله روش حساب تغییرات بسختی قادر به محاسبه میدان تنش چندلایه کامپوزیتی حاوی ترک ماتریسی و جدایی بین‌لایه‌ای می‌باشد و اثر دیگر ترم‌های خرابی را پوشش نمی‌دهد. در صورتی که نتایج تجربی در بسیاری از موارد نشان دهنده بروز هم‌زمان آسیب‌ها با توزیع گوناگون در لایه‌های مختلف از یک چندلایه می‌باشد. برای جبران این محدودیت‌ها محققین به روش‌های مختلفی روی آوردند که هر یک منجر به کاهش دقت نتایج حاصل از روش‌های مایکرومکانیک آسیب شده است.

تخمین عمر خستگی کامپوزیت‌های چندلایه با استفاده از روش‌های مبتنی بر فیزیک آسیب مستلزم در اختیار بودن مدلی مایکرومکانیکی است که قادر به مدل‌سازی شروع، رشد آسیب به صورت یکپارچه بدون محدودیت لایه‌چینی، بارگذاری و سایر عوامل محدود کننده باشد. اما پیچیدگی‌های بسیار زیاد مکانیزم‌های متنوع آسیب در کامپوزیت‌ها و وابستگی رفتار

۲- روابط ساختاری تک لایه

شکل ۱ یک تک لایه ارتوتروپیک را نشان می‌دهد که در آن سیستم مختصات ماده با 1-2 و سیستم مختصات اصلی با x-y در مرکز لایه مشخص شده است. محور 1 موازی با جهت الیاف و محور 2 در جهت عمود بر الیاف می‌باشد و θ زاویه بین مختصات مادی و مختصات اصلی می‌باشد. چرخش در جهت خلاف عقربه‌های ساعت از محور x به سمت محور 1 مثبت فرض می‌شود. لازم به ذکر است تک لایه‌های موجود عموماً دارای خواص ایزوتروپ عرضی می‌باشند.

رابطه تنش-کرنش در مختصات مادی برای یک ماده ارتوتروپیک را می‌توان به صورت زیر نوشت [۲۲].

$$\sigma_{ij} = Q_{ij}\varepsilon_{ij} \quad (1)$$

که در رابطه فوق Q_{ij} ($i, j = x, y, s$) بیانگر مولفه‌های ماتریس سفتی می‌باشد. همچنین ماتریس انتقال تنش از مختصات اصلی به مادی را می‌توان به صورت زیر نوشت.

$$\bar{\sigma}_{ij} = w\sigma_{ij} \quad (2)$$

که در آن w از رابطه (۳) به دست می‌آید.

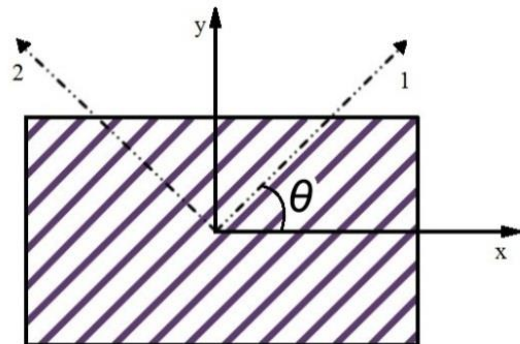
$$w = \begin{bmatrix} m^2 & n^2 & 2mn \\ n^2 & m^2 & -2mn \\ -mn & mn & m^2 - n^2 \end{bmatrix} \quad (3)$$

m و n به ترتیب سینوس و کسینوس زاویه در شکل ۱، w ماتریس انتقال و Q_{ij} ماتریس سفتی در مختصات مادی می‌باشد که به صورت زیر می‌توان نوشت.

$$Q_{ij} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{21} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} Q_{11} &= (1 - \nu_{12}\nu_{21})^{-1}E_1 \\ Q_{22} &= (1 - \nu_{12}\nu_{21})^{-1}E_2 \\ Q_{12} &= (1 - \nu_{12}\nu_{21})^{-1}\nu_{21}E_1 \\ Q_{21} &= (1 - \nu_{12}\nu_{21})^{-1}\nu_{12}E_2 \\ Q_{11} &= E_6 \end{aligned} \quad (4)$$

E_1, E_2, E_6, ν_{12} و ν_{21} به ترتیب مدول الاستیسیته در جهت الیاف، رزین و مدول برشی داخل صفحه‌ای، ضریب پواسون طولی و ضریب پواسون عرضی در مختصات مادی یک لایه ارتوتروپیک می‌باشد.



شکل ۱ X-y محوره‌های مختصات اصلی و ۱-۲ محوره‌های مختصات مادی در یک لایه ارتوتروپیک

ثوابت الاستیک ماده را برحسب ثوابت الاستیک الیاف و رزین بر پایه قانون اختلاط در مایکرومکانیک کامپوزیت‌ها، می‌توان به صورت رابطه (۵) نوشت [۲۳].

$$\begin{aligned} E_1 &= E_1(E_f, V_f, E_m) = E_f V_f + E_m V_m \\ &= E_f V_f + E_m (1 - V_f) \\ E_2 &= E_2(E_f, V_f, E_m) = \frac{E_f E_m}{E_f (1 - V_f) + E_m V_f} \\ \nu_{12} &= \nu_{12}(\nu_f, \nu_m, V_f) = \nu_f V_f + \nu_m (1 - V_f) \\ E_6 &= G_{12} \end{aligned} \quad (5)$$

E_f, E_m, ν_f, ν_m بترتیب سفتی الیاف و سفتی رزین، ضریب پواسون الیاف و ضریب پواسون رزین می‌باشد.

به منظور تعیین تنش در جهت 1 برای رزین و الیاف از قوانین مایکرومکانیک و قانون اختلاط استفاده شده است. کرنش در جهت 1 به صورت یکنواخت (Iso Strain) می‌باشد.

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= \varepsilon_f = \varepsilon_m \\ \frac{\sigma_m}{E_m} &= \frac{\sigma_f}{E_f} \end{aligned} \quad (6)$$

σ_m تنش در رزین، σ_f تنش در الیاف می‌باشد. نیروی محوری F هم‌ارز با تنش محوری σ_1 می‌باشد که می‌تواند برحسب تنش در الیاف و رزین نوشته شود.

$$F = \sigma_1 A = \sigma_m A_m + \sigma_f A_f \quad (7)$$

A_f و A_m سطح مقطع الیاف و رزین می‌باشند. کسر حجمی الیاف یک لایه V_f را می‌توان به صورت زیر نشان داد.

$$V_f = \frac{A_f}{A} \quad (8)$$

از معادلات (۶) تا (۸) تنش‌های الیاف و رزین برحسب تنش میانگین محوری σ_1 استخراج می‌شود.

$$\begin{aligned} \sigma_m &= \frac{\sigma_1}{V_f E_f / E_m + (1 - V_f)} \\ \sigma_f &= \frac{\sigma_1}{V_f + E_m (1 - V_f) / E_f} \end{aligned} \quad (9)$$

۳- رابطه ساختاری با وجود آسیب

متغیر آسیب مرسوم به منظور مشخص کردن افت سفتی به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$D_k = \frac{E_{k_0} - E_k}{E_{k_0}} \quad (10)$$

که E_k مدول یانگ با وجود تخریب می‌باشد. گستره‌ی E_k بین E_{k_0} تا صفر می‌باشد. همچنین k معرف الیاف، رزین و جهت برشی و D_f متغیر آسیب در الیاف، D_m متغیر آسیب در رزین و D_{12} متغیر آسیب در جهت برشی می‌باشد.

حال با توجه به معادله (۵) و (۱۰) برای وضعیت آسیب ثوابت الاستیک بر حسب خواص الیاف و رزین نوشته می‌شود [۲۰].

$$\begin{aligned} E_{1,D} &= E_{D,f} V_f + E_{D,m} (1 - V_f) \\ &= (1 - D_f) E_f V_f + (1 - D_m) E_m (1 - V_f) \end{aligned}$$

که σ_{ij} و ε_{ij} به ترتیب اجزای تنش و اجزای کرنش، δ_{ij} علامت رابطه کرونکه به صورت رابطه (۱۸) می‌باشد.

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & i = j \\ 0 & i \neq j \end{cases} \quad (18)$$

با توجه به معادله (۱۳) و برای حالت کشش تک محوری، معادله رشد آسیب در ترم‌های تنش را می‌توان به صورت زیر نوشت.

$$\frac{dD_k}{dN} = \frac{A_k}{(2E_k)^{B_k} (1 - D_k)^{2B_k + C_k}} \sigma_{max,k}^{2B_k} \quad (19)$$

$\sigma_{max,k}$ مشخص‌کننده ماکزیمم تنش اعمالی در جهت الیاف و رزین می‌باشد. با انتگرال‌گیری از معادله (۱۹)، از $D = 0$ تا D_{cr} می‌توان نوشت.

$$\sigma_{max,k}^{2B_k} \cdot N = \frac{(2E_k)^{B_k}}{A_k(2B_k + C_k + 1)} \left(1 - (1 - D_{c,k})^{2B_k + C_k + 1} \right) \quad (20)$$

که $D_{c,k}$ میزان تخریب نهایی ماده در راستای الیاف، رزین و جهت برشی که از طریق آزمایش بدست می‌آید، معرفی شده است.

۵- مشخصه سازی مدل

به منظور مشخصه سازی ثوابت در معادلات رشد آسیب مدل ارائه شده، می‌توان با لگاریتم گرفتن از معادله (۲۰)، رابطه بین لگاریتم عمر و لگاریتم ماکزیمم تنش اعمالی را به صورت زیر نوشت [۲۱].

$$\log N_k = \log \left[\frac{(2E_k)^{B_k}}{A_k(2B_k + C_k + 1)} \cdot \left(1 - (1 - D_{c,k})^{2B_k + C_k + 1} \right) \right] - 2B_k \log \sigma_{max,k} \quad (21)$$

در ادامه می‌توان نوشت:

$$\log N_k = x + y \log \sigma_{max,k}$$

$$y = -2B_k$$

$$x = \log \left[\frac{(2E_k)^{B_k}}{A_k(2B_k + C_k + 1)} \right]$$

$$\cdot \left(1 - (1 - D_{c,k})^{2B_k + C_k + 1} \right) \quad (22)$$

که در آن k معرف m و $l2$ نماینده الیاف، رزین و جهت برشی می‌باشد. سپس با استفاده از نتایج آزمایشگاهی و رسم نمودار $\log N_k$ برحسب $\log \sigma_{max,k}$ می‌توان مقدار x و y را با استفاده از شیب و عرض از مبدأ نمودار مورد اشاره رسم نمود [۲۱].

در ادامه با لگاریتم گرفتن از معادله (۱۹) می‌توان رابطه (۲۳) نوشت.

$$\log \frac{dD_k}{dN} = \log \left(\frac{A_k}{(2E_k)^{B_k}} \sigma_{max,k}^{2B_k} \right) + (2B_k + C_k) \log(1 - D_k)^{-1} \quad (23)$$

سپس به منظور تعیین دو پارامتر A_k و C_k مراحل زیر دنبال می‌شود:

- رسم نمودار D_k بر حسب N در یک سطح تنش مشخص
- تعیین شیب نمودار $N - D_k$ در هر نقطه کام
- رسم نمودار $\log \frac{dD_k}{dN}$ برحسب $\log(1 - D_k)^{-1}$

از شیب و عرض از مبدأ نمودار $\frac{dD_k}{dN}$ برحسب $\log(1 - D_k)^{-1}$ به ترتیب ثوابت C_k و A_k محاسبه خواهد شد [۲۱].

جهت تعیین روابط متشکله و پیش‌بینی عمر خستگی در ابتدا لازم است خواص مادی تعیین شوند. به همین منظور از نتایج آزمایش استاتیکی شکرپه

$$E_{2,D} = \frac{E_{D,f} E_{D,m}}{E_{D,f} \eta_2 (1 - V_f) + E_{D,m} V_f} = \frac{(1 - D_f) E_f (1 - D_m) E_m}{(1 - D_f) E_f (1 - V_f) + (1 - D_m) E_m V_f}$$

$$v_{12,D} = v_f V_f + v_m (1 - V_f)$$

$$E_6 = G_{12} (1 - D_{12}) \quad (11)$$

معمولا در مدل‌های مبتنی بر مکانیک خرابی محیط‌های پیوسته از تغییرات نسبت پواسون ناشی از پیشروی آسیب صرف‌نظر می‌شود [۲۴]. از این رو، ماتریس سفتی با وجود آسیب Q_D می‌تواند به صورت زیر ارائه شود.

$$Q_{11,D} = \frac{E_{1,D}^2}{E_{1,D} - v_{12,D}^2 E_{2,D}}$$

$$Q_{22,D} = \frac{E_{1,D} E_{2,D}}{E_{1,D} - v_{12,D}^2 E_{2,D}}$$

$$Q_{66,D} = G_{12,D}$$

$$Q_{12,D} = Q_{21,D} = \frac{v_{12,D} E_{2,D} E_{1,D}}{E_{1,D} - v_{12,D}^2 E_{2,D}} \quad (12)$$

۴- روابط ساختاری مدل

در این قسمت در ابتدا قانون رشد آسیب معرفی شده توسط شی و همکاران به منظور تعیین رشد آسیب در الیاف، رزین و جهت برشی ارائه می‌شود. نحوه مشخصه‌سازی این قانون دارای اشکالاتی اساسی می‌باشد که در مدل حاضر این نقص‌ها با ارائه یک روند مشخصه‌سازی جامع به منظور تعیین عمر خستگی چندلایه‌های کامپوزیتی در وضعیت‌ها و نسبت‌های تنش مختلف بر طرف شده است. قانون رشد آسیب به صورت زیر تعریف می‌شود [۲۰].

$$\frac{dD_k}{dN} = \frac{A_k Y_{max,k}^{B_k}}{(1 - D_k)^{C_k}} \quad (13)$$

A_k, B_k, C_k پارامترهای مادی، زیرنویس K معرف الیاف، رزین و جهت برشی و $Y_{max,k}$ ماکزیمم نیروی ترمودینامیکی آسیب می‌باشند و به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$Y_{ij} = \rho \frac{\partial \psi}{\partial D_{ij}} \quad (14)$$

ψ چگالی انرژی آزاد هلم هولتز و یک تابع پتانسیل و D متغیر آسیب می‌باشد. چگالی انرژی آزاد هلم هولتز را می‌توان به صورت تابعی از متغیرهای داخلی به صورت زیر نوشت [۲۵].

$$\psi(\varepsilon^e, T, D) = u - Ts = \frac{1}{2} \varepsilon_{ij}^e \sigma_{ij} \quad (15)$$

T دما، s آنترپی و u انرژی درونی می‌باشد. حال با توجه به معادلات (۱) و (۱۴) و (۱۵) نیروهای ترمودینامیکی را می‌توان به صورت زیر نوشت [۲۵].

$$Y_{ij} = \frac{\partial \psi}{\partial D_{ij}} = \frac{\partial}{\partial D_{ij}} \left(\frac{1}{2} \varepsilon_{pq}^e \sigma_{pq} \right) = \frac{\partial}{\partial D_{ij}} \left(\frac{1}{2} \varepsilon_{pq}^e : C_{pqkl} : \varepsilon_{kl}^e \right) = \frac{1}{2} \varepsilon_{pq}^e : \frac{\partial C_{pqkl}}{\partial D_{ij}} : \varepsilon_{kl}^e \quad (16)$$

در رابطه فوق C ماتریس سفتی با وجود آسیب می‌باشد. با توجه به رابطه (۱۵) و (۱) می‌توان نوشت.

$$W = \rho \psi = \frac{1}{2E} \left(\frac{1}{1 - D} \right) \left[(1 + \nu) \sigma_{ij} \sigma_{ij} - \nu (\delta_{ij} \sigma_{ij})^2 \right] \quad (17)$$

$$2B_m + C_m = -2.9892$$

$$\log\left(\frac{A_m}{(2E_m)^{B_m}} \sigma_{max,m}^{2B_m}\right) = -4.0847 \quad (25)$$

ثوابت برای رزین به طور مشابه تحت بارگذاری ۴۰٪ استحکام استاتیکی بدست آورده شده است. مقدار $D_{c,m}$ از نتایج آزمایشگاهی [۱۰] روی چندلایه تک‌جهته $[90]_{16}$ تحت بارگذاری کششی، ۵۲٪ بدست آمده است. در جدول ۲ ثوابت مادی استخراج شده از فرآیند فوق‌الذکر که در قانون رشد آسیب رزین استفاده می‌شوند با میانگین‌گیری بین دو سطح تنش ۶۰٪ و ۴۰٪، ارائه شده است.

۲-۵- تعیین پارامترهای مادی برای الیاف

نمودار $\log N$ بر حسب $\log \sigma_{max,f}$ براساس آزمایشات کشش-کشش [۱۰] روی چندلایه تک‌جهته 0° و با توجه به معادله (۲۲)، در تنش‌های اعمالی ۶۰٪، ۸۰٪ و ۸۳٪ از استحکام استاتیکی و در نسبت تنش ۱/۱ در شکل ۴ رسم شده است.

حال با توجه به شیب و عرض از مبدأ رسم شده در شکل ۴ می‌توان نوشت.

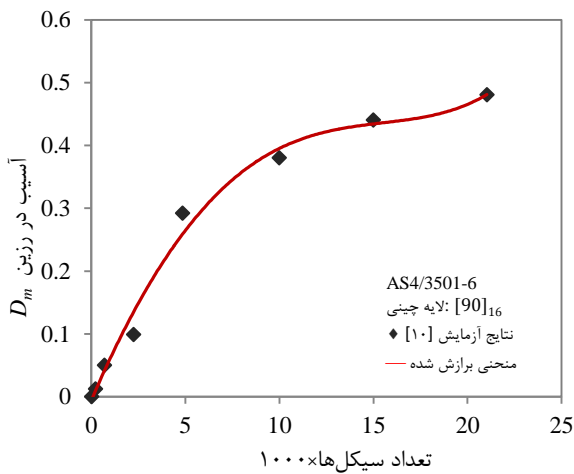
$$-2B_f = -15.6884 \quad (26)$$

شکل ۵ نمودار $D_f - N$ را برای چندلایه تک‌جهته $[0]_{16}$ نشان می‌دهد. با بدست آوردن شیب نمودار در هر نقطه، مقدار $\log \frac{dD_f}{dN}$ و $\log(1 - D_f)^{-1}$ تعیین و از شیب و عرض از مبدأ نمودار $\log \frac{dD_f}{dN}$ برحسب $\log(1 - D_f)^{-1}$ و با توجه به معادله (۲۳) مقدار A_f و C_f قابل محاسبه خواهد بود.

$$2B_f + C_f = -4.0629$$

$$\log\left(\frac{A_f}{(2E_f)^{B_f}} \sigma_{max,f}^{2B_f}\right) = -5.5069 \quad (27)$$

مقدار $D_{c,f}$ از نتایج تجربی [۱۰] روی چندلایه تک‌جهته $[0]_{16}$ تحت بارگذاری کششی، ۲٪ بدست آمده است. در جدول ۳ ثوابت منتج از فرآیند ارائه شده جهت استفاده در قانون رشد آسیب الیاف، آورده شده است.



شکل ۳ نمودار D_m بر حسب تعداد سیکل برای چندلایه تک‌جهته 90° تحت بارگذاری خستگی کششی

و لسارد [۱۰] برای کامپوزیت AS4/3501-6 کربن/اپوکسی استفاده شده است. مشخصات مورد استفاده در جدول ۱ به تفصیل ارائه شده است.

۱-۵- تعیین پارامترهای مادی برای رزین

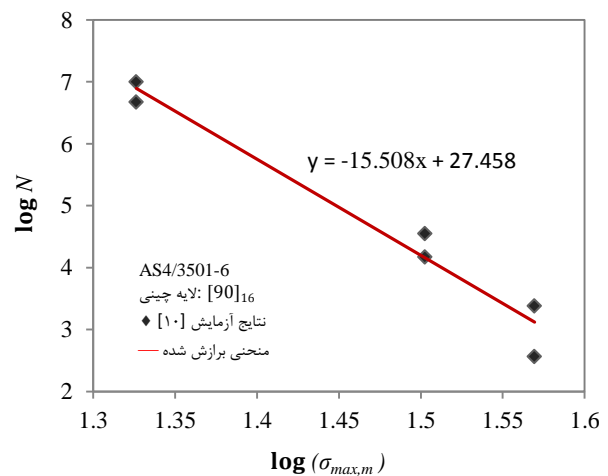
براساس آزمایش‌های کشش-کشش شکریه و لسارد [۱۰] و با توجه به معادله (۲۲)، نمودار $\log N$ بر حسب $\log \sigma_{max,m}$ برای چندلایه تک‌جهته 90° در تنش‌های اعمالی ۴۰٪، ۶۰٪ و ۷۰٪ از استحکام استاتیکی و در نسبت تنش ۱/۱ رسم شده و در شکل ۲ نشان داده شده است. با توجه به شیب و عرض از مبدأ نمودار رسم شده در شکل ۲ می‌توان نوشت.

$$-2B_m = -15.508 \quad (24)$$

شکل ۳ نمودار $D_m - N$ را برای چندلایه تک‌جهته $[90]_{16}$ و در بارگذاری ۶۰٪ استحکام استاتیکی نشان می‌دهد. با بدست آوردن شیب نمودار در هر نقطه، مقدار $\log \frac{dD_m}{dN}$ و $\log(1 - D_m)^{-1}$ تعیین و از شیب و عرض از مبدأ نمودار $\log \frac{dD_m}{dN}$ برحسب $\log(1 - D_m)^{-1}$ و با توجه به معادله (۲۳) مقدار A_m و C_m محاسبه می‌شود.

جدول ۱ خواص مادی AS4/3501-6 [۱۰]

خواص	اندازه
E_{xx}	۱۴۷ GPa
$E_{yy} = E_{zz}$	۹ GPa
G_{xy}	۵ GPa
E_{yz}	۳ GPa
$\nu_{xy} = \nu_{xz}$	۰/۳
ν_{yz}	۰/۴۲
X_t	۲۰۰۴ MPa
Y_t	۵۳ MPa
$S_{xy} = S_{xz}$	۱۳۷ MPa
کرنش شکست در جهت X (ϵ_{ff})	۰/۰۱۳۶
کرنش شکست در جهت Y (ϵ_{fm})	۰/۰۰۶۸
درصد کسر حجمی الیاف	۶۲٪



شکل ۲ نمودار $\log N$ برحسب $\log \sigma_{max,m}$ برای چندلایه تک‌جهته 90° تحت بارگذاری خستگی کششی

اعمالی ۷۵٪، ۵۹٪ و ۴۰٪ از استحکام استاتیکی و در نسبت تنش ۰/۱ در شکل ۶ رسم شده است. حال باتوجه به شیب و عرض از مبدأ نمودار رسم شده در شکل ۴ می‌توان نوشت:

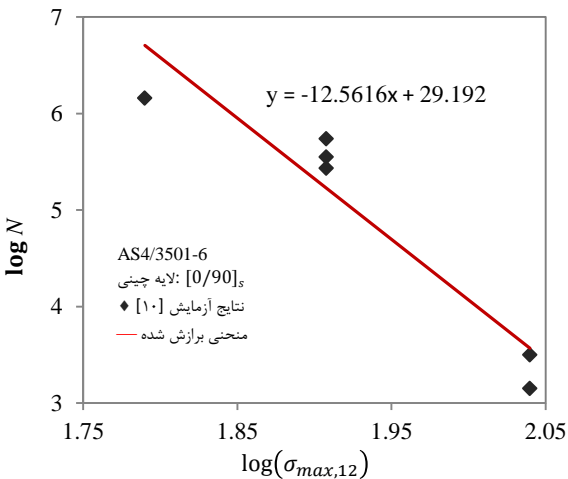
$$-2B_{12} = -12.5616 \quad (28)$$

شکل ۷ نمودار $D_{12} - N$ را برای چندلایه متعامد $[0/90]_s$ و در بارگذاری ۵۹٪ استحکام استاتیکی نشان می‌دهد. با بدست آوردن شیب نمودار در هر نقطه، مقدار $\log \frac{dD_{12}}{dN}$ و $\log(1 - D_{12})^{-1}$ تعیین و از شیب و عرض از مبدأ نمودار $\log \frac{dD_{12}}{dN}$ برحسب $\log(1 - D_{12})^{-1}$ و با توجه به معادله (۲۳) مقدار A_{12} و C_{12} محاسبه می‌شود.

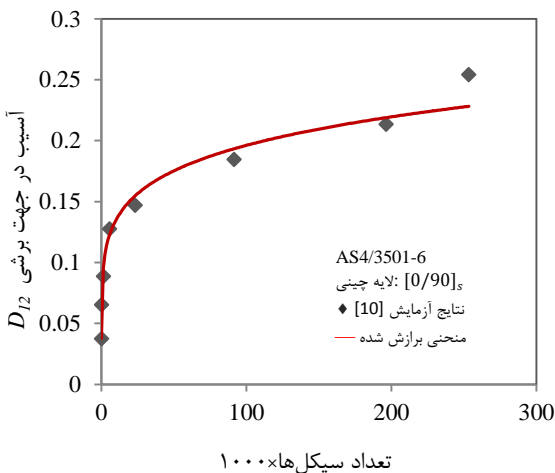
$$2B_{12} + C_{12} = -4.3199$$

$$\log\left(\frac{A_{12}}{(2G_{12})^{B_{12}}} \sigma_{max,12}^{2B_{12}}\right) = -5.713 \quad (29)$$

مقدار $D_{c,12}$ از نتایج تجربی $[10]$ روی چندلایه متعامد $[0/90]_s$ تحت بارگذاری کششی، ۰/۲۸ بدست آمده است. ثوابت برشی برای وضعیت تنش ۴۰٪ مشابه روند بالا بدست آمده است. ثوابت منتج از فرآیند ارائه شده جهت استفاده در قانون رشد آسیب در جهت برشی با میانگین گیری بین دو سطح تنش ۵۹٪ و ۴۰٪، در جدول ۴ آورده شده است.



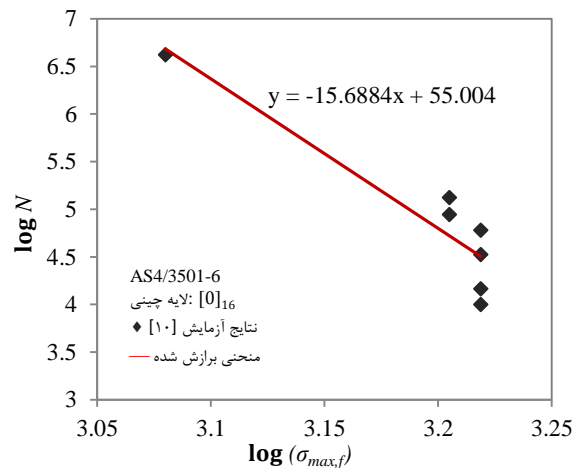
شکل ۴ نمودار $\log N$ بر حسب $\log \sigma_{max,12}$ برای چندلایه متعامد $[0/90]_s$ تحت بارگذاری خستگی برش درون صفحه‌ای



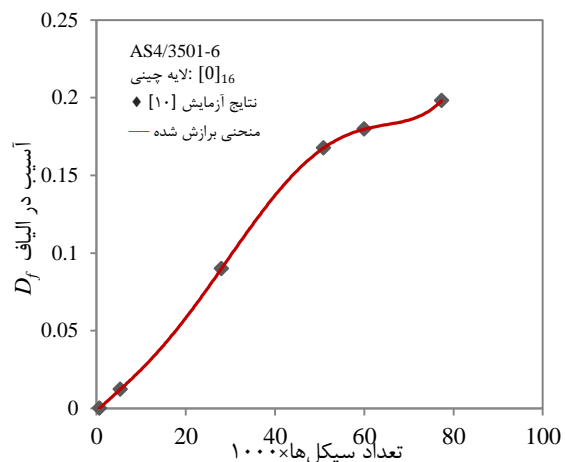
شکل ۵ نمودار D_f بر حسب تعداد سیکل برای چندلایه متعامد $[0/90]_s$ تحت بارگذاری خستگی برش درون صفحه‌ای

جدول ۲ ثوابت مادی در قانون رشد آسیب رزین

ثوابت	اندازه
B_m	۷/۷۵۴
C_m	-۱۷/۹۸۶۶
A_m	۶۷۰/۶۵۱۷۷۵



شکل ۶ نمودار $\log N$ بر حسب $\log \sigma_{max,f}$ برای چندلایه تک‌جهته 0° تحت بارگذاری خستگی کششی



شکل ۷ نمودار D_f بر حسب تعداد سیکل برای چندلایه تک‌جهته 0° تحت بارگذاری خستگی کششی

جدول ۳ ثوابت مادی در قانون رشد آسیب الیاف

ثوابت	اندازه
B_f	۷/۸۴۴۲
C_f	-۱۹/۷۵۱۳
A_f	$۳/۲۳۰۳۹۸۲۰۶ \times 10^{-15}$

۳-۵- تعیین پارامترهای مادی در جهت برشی

نمودار $\log N$ بر حسب $\log \sigma_{max,12}$ براساس آزمایشات نمونه برش سه ریل $[10]$ روی چندلایه متعامد $[0/90]_s$ و با توجه به معادله (۲۲)، در تنش‌های

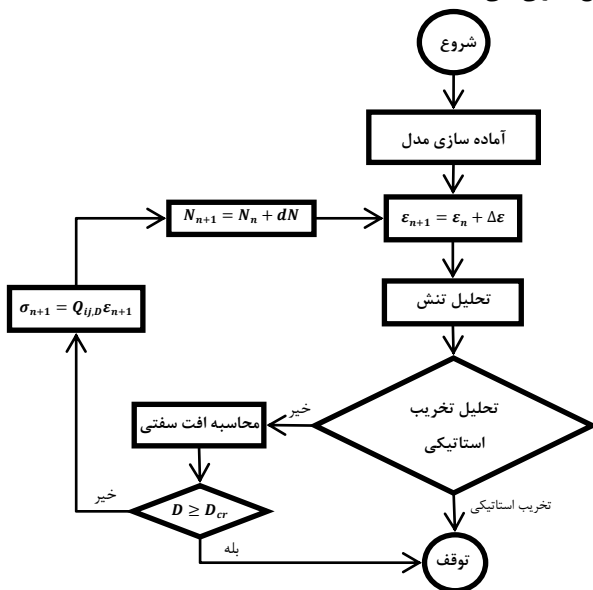
رخ می‌دهد، در غیر این صورت تنش‌ها بروز شده و تعداد سیکل‌ها افزایش یافته و برنامه دوباره به مرحله محاسبه کرنش برگشته و فرایند تا تخریب نهایی ادامه می‌یابد.

۷- ارزیابی مدل ارائه شده

در این قسمت ابتدا عمر خستگی چندلایه‌های تک‌جهته 0° و 90° تحت وضعیت‌های مختلف بارگذاری بررسی شده و سپس نمودار افت سفتی برای آنها رسم می‌شود. در نهایت نتایج حاصل از پیش‌بینی مدل و نتایج تست‌های موجود روی چندلایه تک‌جهته [30]₁₆ به منظور شبیه‌سازی بارگذاری چندجهته با یکدیگر مقایسه خواهد شد.

نمودار عمر برحسب تنش اعمالی در وضعیت‌های مختلف از بارگذاری کشش-کشش خستگی برای چندلایه تک‌جهته 0° در شکل ۹ رسم شده است. مدل به خوبی قادر به پیش‌بینی عمر در وضعیت‌های مختلف تنش می‌باشد. در شکل ۱۰ نمودار بی بعد شده افت سفتی برحسب تعداد سیکل‌های اعمالی در چندلایه تک‌جهته 0° و در وضعیت تنش 60% از استحکام استاتیکی رسم شده و با نتایج آزمایشگاهی مقایسه شده است. با توجه به شکل ۱۰، در ابتدا با افزایش تعداد سیکل‌ها در سفتی ماده تغییر محسوسی مشاهده نمی‌شود و در ادامه با افزایش تعداد سیکل‌ها و رشد ترک‌ها در مقیاس ماکرو تغییرات در سفتی تا شکست لایه افزایش می‌یابد. رفتار افت سفتی پیش‌بینی شده توسط مدل با چشم پوشی از افت سفتی در سیکل‌های اولیه بارگذاری، روند افت سفتی واقعی در الیاف را با دقت نسبتاً مناسبی پیش‌بینی می‌کند.

شکل ۱۱ نمودار عمر برحسب تنش اعمالی در وضعیت‌های مختلف از بارگذاری کشش-کشش خستگی برای چندلایه تک‌جهته 90° رسم شده است. در شکل ۱۲ نمودار بی بعد شده افت سفتی برحسب تعداد سیکل‌های اعمالی برای چندلایه تک‌جهته 90° در وضعیت تنش 40% از استحکام استاتیکی رسم شده و با نتایج تجربی مقایسه شده است. نتایج پیش‌بینی شده از مدل در شکل ۱۱ حاکی از قابلیت مدل در پیش‌بینی عمر خستگی مستقل از وضعیت تنش و همچنین در شکل ۱۲ در مدل کردن روند افت سفتی واقعی با توجه به نتایج تجربی، می‌باشد.



شکل ۸ نمودار جریان مدل مکانیک خرابی محیط‌های پیوسته در تعیین عمر خستگی

جدول ۴ ثوابت مادی در قانون رشد آسیب در جهت برشی

ثوابت	اندازه
B_{12}	۶/۲۸۰۸
C_{12}	-۲۱/۷۱۶۵
A_{12}	$۱/۱۲۶۹۲۹۹ \cdot ۱۰^{-۴}$

۶- پیش‌بینی عمر خستگی

در این بخش مدل مکانیک خرابی محیط‌های پیوسته به منظور تعیین نحوه رشد آسیب مورد بررسی قرار خواهد گرفت. در ابتدا مقدار نیروهای ترمودینامیکی آسیب با توجه به معادلات (۹)، (۱۶) و (۱۷) در رزین، الیاف و جهت برشی بدست می‌آیند.

$$Y_m = \frac{1}{2} \frac{\sigma_2^2 + \sigma_{1,m}^2}{E_m(1 - D_m)^2} - \frac{v_m \sigma_2 \sigma_{1,m}}{E_m(1 - D_m)^2} \quad (30)$$

$$Y_f = \frac{1}{2} \frac{\sigma_{1,f}^2}{E_f(1 - D_f)^2} \quad (31)$$

$$Y_{12} = \frac{1}{2} \frac{\sigma_6^2}{G_{12}(1 - D_{12})^2} \quad (32)$$

از معادلات (۳۰-۳۲) و (۱۳) قانون رشد آسیب در رزین، الیاف و جهت برشی به صورت زیر قابل ارائه می‌باشد.

$$dD_m = \left[\frac{A_m}{(2E_m)^{B_m}} \frac{(\sigma_2^2 + \sigma_{1,m}^2 - 2v_m \sigma_2 \sigma_{1,m})^{B_m}}{(1 - D_m)^{2B_m + C_m}} + \frac{A_{12}}{(2G_{12})^{B_f}} \frac{(\sigma_6^2)^{B_{12}}}{(1 - D_{12})^{2B_{12} + C_{12}}} \right] \cdot dN \quad (33)$$

$$dD_f = \frac{A_f}{(2E_f)^{B_f}} \frac{(\sigma_{1,f}^2)^{B_f}}{(1 - D_f)^{2B_f + C_f}} \cdot dN \quad (34)$$

$$dD_{12} = \frac{A_{12}}{(2G_{12})^{B_f}} \frac{(\sigma_6^2)^{B_{12}}}{(1 - D_{12})^{2B_{12} + C_{12}}} \cdot dN \quad (35)$$

متغیرهای آسیب در هر مرحله از بارگذاری به صورت زیر انباشته

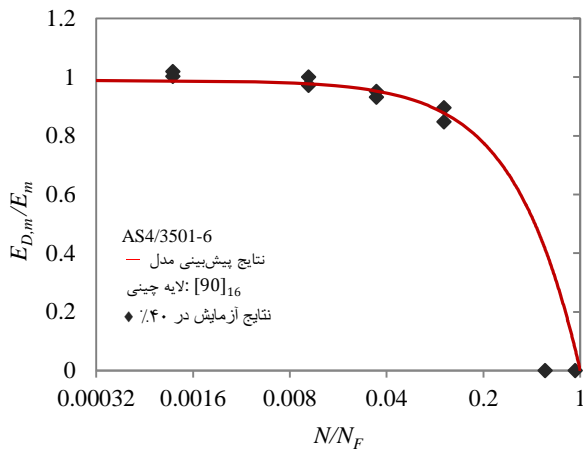
می‌شوند:

$$D_{n+1,k} = D_{n,k} + dD_k \quad (36)$$

که $D_{n,k}$ میزان آسیب در مرحله همگرا شده قبلی و dD_k میزان آسیب رخ داده در مرحله جاری و $D_{n+1,k}$ میزان آسیب کلی در انتهای مرحله جاری می‌باشد. همچنین تعداد سیکل‌ها را می‌توان به صورت زیر محاسبه نمود.

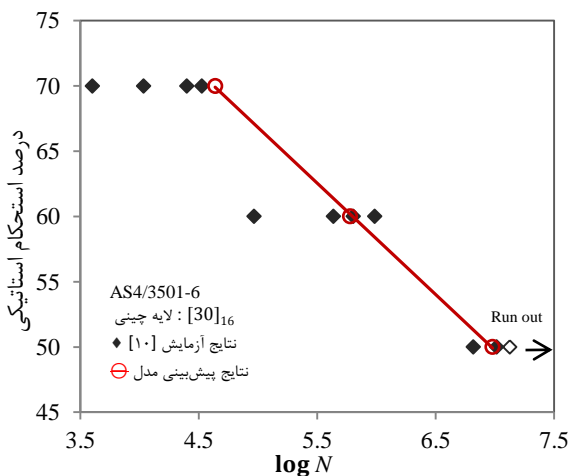
$$N_{n+1} = N_n + dN \quad (37)$$

در شکل ۸ جریان مدل مکانیک خرابی محیط‌های پیوسته ارائه شده در این پژوهش، آورده شده است. در ابتدا هندسه مدل، شرایط مرزی، خواص مادی و تعداد پرش سیکلی تعیین می‌شود. سپس مقدار تغییرات کرنش ($\Delta \epsilon$) تعیین و مقدار کرنش محاسبه می‌شود. در مرحله بعد تحلیل تنش بر اساس تئوری کلاسیک لایه‌ای در کامپوزیت‌ها تعیین می‌شود. در ادامه تحلیل آسیب استاتیکی انجام می‌شود و در صورتی که مقدار تنش به مقدار شکست استاتیکی رسیده باشد تخریب نهایی رخ می‌دهد. در غیر اینصورت ابتدا افت سفتی محاسبه می‌شود و اگر این مقدار از سفتی بحرانی بیشتر باشد شکست

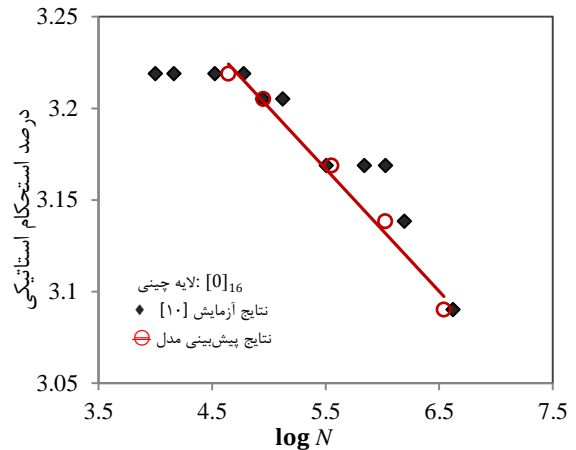


شکل ۱۲ نمودار بی‌بعد شده سفتی برای چندلایه تک‌جهته 90° تحت بارگذاری خستگی کشش-کشش

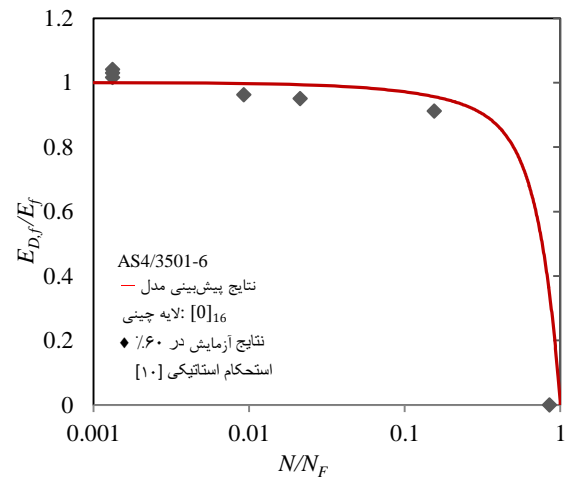
استحکام استاتیکی کششی چندلایه تک‌جهته $[30]_{16}$ برابر با $160/6$ MPa می‌باشد [۱۰]. نتایج موجود در شکل ۱۳ بیانگر توانایی مدل در پیش‌بینی عمر خستگی چندلایه‌های تک‌جهته کامپوزیتی مستقل از نسبت بار و در وضعیت‌های تنش چند محوری می‌باشد. در وضعیت‌های بالای تنش به دلیل تأثیرات غیرخطی افت سفتی ناشی از پلاستیسیت، نتایج پیش‌بینی شده مدل از پراکندگی نسبتاً مناسبی برخوردار می‌باشد. لوزی‌های توخالی در شکل ۱۳ نشان دهنده نقاط آزمایشی است که به دلیل طولانی شدن آزمایش متوقف شده است. در شکل ۱۴ نحوه المان‌بندی و شرایط مرزی برای نمونه حاوی گشودگی داخلی و تحت بارگذاری بین نشان داده شده است. با توجه به تقارن چندلایه‌ای متعامد $[0_4/90_4]_s$ در صفحه x-y نیمی از نمونه مدل شده است. به منظور شبیه‌سازی این نوع بارگذاری گره‌های اطراف ناحیه گشودگی از زاویه 0° تا 82.5° در جهت شعاعی مهار شده و از سمت مخالف تحت نیروی محوری قرار گرفته شده است [۱۰]. در شکل ۱۵ نتایج آزمایشی شکریه و لسارد [۱۰] برای چندلایه متعامد $[0_4/90_4]_s$ حاوی گشودگی داخلی و تحت بارگذاری پین با نتایج حاصل از مدل مقایسه شده است. همانطور در شکل ۱۵ مشاهده می‌شود، با توجه به نوع بارگذاری و به وجود آمدن تمرکز تنش، نسبت‌ها و وضعیت‌های مختلف تنش مدل به خوبی قادر به پیش‌بینی عمر خستگی می‌باشد.



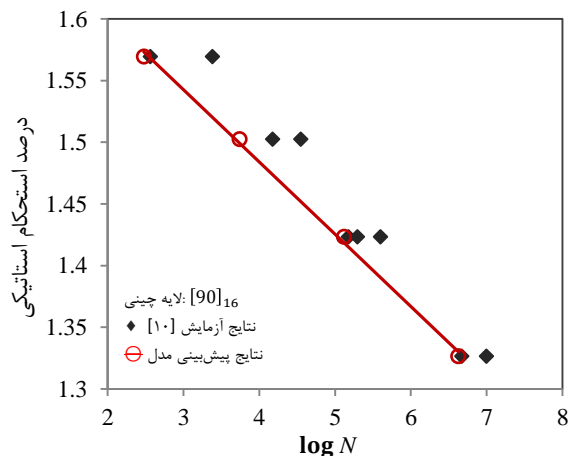
شکل ۱۳ نمودار $\log N$ بر حسب درصدی از استحکام نهایی برای چندلایه تک‌جهته $[30]_{16}$



شکل ۹ نمودار $\log N$ بر حسب درصدی از استحکام استاتیکی برای چندلایه تک‌جهته 0° تحت بارگذاری خستگی کششی



شکل ۱۰ نمودار بی‌بعد شده سفتی برای چندلایه تک‌جهته 0° تحت بارگذاری خستگی کشش-کشش

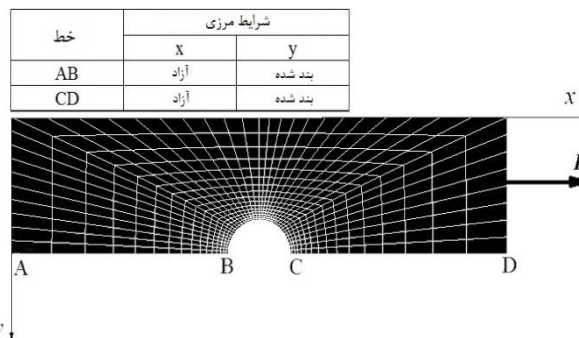


شکل ۱۱ نمودار $\log N$ بر حسب درصدی از استحکام استاتیکی برای چندلایه تک‌جهته 90° تحت بارگذاری خستگی کششی

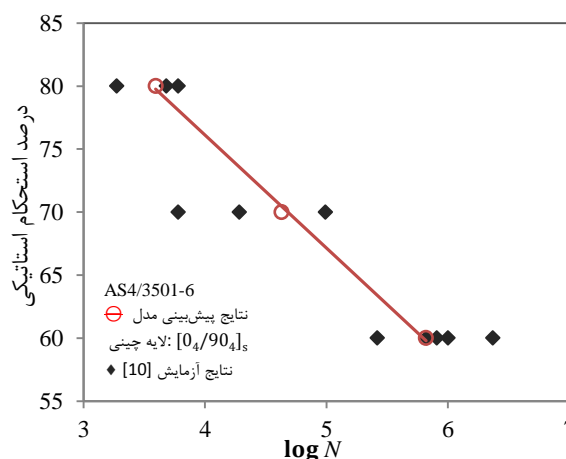
همچنین به منظور ارزیابی مدل تحت وضعیت بارگذاری چندجهته از نتایج آزمایشی [۱۰] روی چندلایه تک‌جهته $[30]_{16}$ به منظور شبیه‌سازی وضعیت تنش چند محوری استفاده شده است.

۹- مراجع

- [1] Hashin, Z. and Rotem, A., "A Fatigue Criterion for Fibre Reinforced Composite Materials," Journal of Composite Materials, Vol. 7, pp. 448-464, 1973.
- [2] Lawrence Wu, CM., "Thermal and Mechanical Fatigue Analysis of CFRP Laminates," Composite Structures, Vol. 25, pp. 339-344, 1993.
- [3] Fawaz, Z. and Ellyin, F., "Fatigue Failure Model for Fibre-reinforced Materials under General Loading Conditions," Journal of Composite Materials, Vol. 28, pp. 1432-1451, 1994.
- [4] Degrieck, J. and Van Paepegem, W., "Fatigue Damage Modeling of Fibre-Reinforced Composite Materials," Review. ApplMech Rev, Vol. 54, No. 4, pp. 279-299, 2001.
- [5] Halpin, J.C. Jerina, KL. and Johnson, TA., "Characterization of Composites for the Purpose of Reliability Evaluation in Analysis of the Test Methods for High Modulus Fibers and Composites," ASTM STP, Vol. 521, pp. 5-64, 1973.
- [6] Daniel, IM. and Charewicz, A., "Fatigue Famage Mechanisms and Residual Properties of Graphite/Epoxy Laminates," Engineering Fracture Mechanics, Vol. 25, pp. 793-808, 1986.
- [7] Whitworth, H A., "Modeling Stiffness Reduction of Graphite Epoxy Composite Laminates," Journal of Composite Materials, Vol. 21, pp. 362-372, 1987.
- [8] Wu, F. and Yao, W., "A Fatigue Damage Model of Composite Materials," International Journal of Fatigue, Vol. 32, pp. 134-138, 2010.
- [9] Shokrieh, MM. and Lessard, LB., "Progressive Fatigue Damage Modeling of Composite Materials, Part I: Modeling," Journal of Composite Materials, Vol. 34, pp. 1056-1080, 2000.
- [10] Shokrieh, MM. and Lessard, LB., "Progressive Fatigue Damage Modeling of Composite Materials, Part II: Material Characterization and Model Verification," Journal of Composite Materials, Vol. 34, pp. 1081-1116, 2000.
- [11] Barbero, E.J. and Cortes, DH., "A Mechanistic Model for Transverse Damage Initiation, Evolution, and Stiffness Reduction in Laminated Composites," Composites: Part B, Vol. 41, pp. 124-132, 2010.
- [12] Barbero, E.J. and Cosso, FA., "Determination of Material Parameters for Discrete Damage Mechanics Analysis of Carbon-Epoxy Laminates," Composites: Part B, Vol. 56, pp. 638-646, 2014.
- [13] Vinogradov, V. and Hashin, Z., "Variational Analysis of Cracked Angle-Ply Laminates," Composites Science and Technology, Vol. 70, pp.638-646, 2010.
- [14] Hajikazemi, M. Sadr, M.H. and Talreja, R., "Variational Analysis of Cracked General Cross-ply Laminates under Bending and Biaxial Extension," International Journal of Damage Mechanics, pp. 1-43, 2015.
- [15] McCartney, LN., "Model to Predict Effects of Triaxial Loading on Ply Cracking in General Symmetric Laminates," Composites Science and Technology, Vol. 60, pp. 2255-2279, 2000.
- [16] McCartney, LN., "Energy Methods for Fatigue Damage Modeling of Laminates," Composites Science and Technology, Vol. 68, pp. 2601-2615, 2008.
- [17] Talreja, R., "Stiffness Properties of Composite Laminates with Matrix Cracking and Interior Delamination," Engineering Fracture Mechanics, Vol. 25, pp. 751-762, 1986.
- [18] Movaghghar, A. and Lvov, G.I., "An Energy Model for Fatigue Life Prediction of Composite Materials Using Continuum Damage Mechanics," Applied Mechanics and Materials, Vol. 110, pp. 1353-1360, 2012.
- [19] Salimi Majd, D. Helmi, M. and Mohammadi, B., "Damage Growth Prediction of Unidirectional Layered Composites under Cyclic Loading Using an Energy Based Model," In Persian, Modares Mechanical Engineering, Vol. 15, No. 7, pp. 173-180, 2015.
- [20] Shi, W. Hu, W. Zhang, M. and Meng, Q., "A Damage Mechanics Model for Fatigue Life Prediction of Fibre Reinforced Polymer Composite Lamina," Acta Mechanica Solida Sinica, Vol. 24, pp. 399-410, 2011.
- [21] Mohammadi, B. Fazlali, B. and Madoliat, R., "Fatigue Life Prediction of Symmetric Cross-Pply Laminated Composite Using a Developed Continuum Damage Mechanics Based Model," In Persian, Journal of Science and Technology of Composites, Vol. 2, No. 1, pp. 13-22, 2015.
- [22] Herakovich, CT., "Plane Stress Constitutive Equations." In: Herakovich CT, Mechanics of Fibrous Composites, John Wiley & Sons, Inc., New York, pp. 78-109, 1998.
- [23] Herakovich, CT., "Micromechanics." In: Herakovich CT, Mechanics of Fibrous Composites, John Wiley & Sons, Inc., New York, pp. 402-448, 1998.
- [24] Herakovich, CT., "Failure and Damage." In: Herakovich CT, Mechanics of Fibrous Composites, John Wiley & Sons, Inc., New York, pp. 402-448, 1998.
- [25] Barbero, E.J., "Damage Mechanics." In: Barbero E.J, Finite Element of Composite Materials, Boca Raton: CRC Press, pp. 191-228, 2008.



شکل ۱۴ شرایط مرزی و نحوه بارگذاری نمونه تحت شرایط بارگذاری بین

شکل ۱۵ عمر خستگی بر حسب درصدی از استحکام نهایی برای چندلایه $[0_4/90_4]_s$ تحت بارگذاری بین

۸- نتیجه‌گیری

در این مقاله، یک مدل بر پایه مکانیک خرابی محیط‌های پیوسته به منظور پیش‌بینی عمر خستگی پر چرخه در کامپوزیت‌های زمینه پلیمری توسعه داده شده است. مدل حاضر با در نظر گرفتن سه متغیر آسیب مستقل در لایف، رزین و جهت برشی قادر به تعیین افت سفتی چندلایه‌های کامپوزیتی می‌باشد.

از جمله توانایی‌های مدل ارائه شده می‌توان به پیش‌بینی عمر خستگی و سفتی باقیمانده در کامپوزیت‌های زمینه پلیمری در وضعیت‌های مختلف بارگذاری تک‌جهته و چندجهته اشاره نمود. مکانیزم‌های واقعی افت سفتی به منظور شبیه‌سازی رفتار واقعی کامپوزیت‌ها تحت بارگذاری خستگی در نظر گرفته شده و نمودار افت سفتی پیش‌بینی شده برای چندلایه‌های 0° و 90° بیانگر این قابلیت مدل می‌باشد. به منظور ارزیابی مدل در وضعیت تنش چندمحوری نتایج آزمایشات در دسترس روی چندلایه $[30]_{16}$ تک‌جهته با نتایج پیش‌بینی شده توسط مدل مطابقت مناسبی نشان می‌دهد. در نهایت، مقایسه نتایج برای چندلایه $[0_4/90_4]_s$ و تحت بارگذاری بین با نتایج حاصل از مدل نشان از توانایی مدل در شبیه‌سازی رفتار خستگی سازه‌های دارای تمرکز تنش در وضعیت‌های و نسبت‌های مختلف تنش می‌باشد. با توجه به پراکندگی ذاتی نتایج آزمایشگاهی تست خستگی چندلایه‌های کامپوزیتی، مدل حاضر توانسته است، در اکثر نسبت بارها و لایه‌چینی‌ها در محدوده پراکندگی نتایج تست باشد.