



## بررسی تئوری و تجربی تاثیرات تورق بر پارامترهای ارتعاشی تیر کامپوزیتی متعامد متقارن

کیوان ترابی<sup>۱</sup>، مصطفی شریعتی نیا<sup>۱</sup>، محمد حیدری رارانی<sup>۲\*</sup>

۱- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه کاشان، کاشان

۲- دانشجوی دکترا، مهندسی مکانیک، دانشگاه کاشان، کاشان

۳- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه اصفهان، اصفهان

\*اصفهان، صندوق پستی ۸۱۷۴۶-۷۳۴۴۱، [m.heidarirarani@eng.ui.ac.ir](mailto:m.heidarirarani@eng.ui.ac.ir)

### چکیده

در این پژوهش، تاثیر اندازه و موقعیت تورق بر پارامترهای ارتعاشی تیر کامپوزیتی متعامد متقارن چندلایه به روش‌های تحلیلی، اجزای محدود و تجربی ارایه شده است. در روش تحلیلی، تیر متورق به چهار زیرتیر تقسیم شده و دو مدل مود آزاد و مقید برای مدل‌سازی تداخل دو زیرتیر در محل تورق در نظر گرفته شده است. همچنین اثرات وابستگی کشش-خمش به دلیل تقسیم تیر به زیرتیرهای نامتقارن لحاظ شده است. در روش اجزای محدود، تیر کامپوزیتی با اندازه و موقعیت‌های مختلف تورق در نرم‌افزار اجزای محدود آباکوس شبیه‌سازی و فرکانس‌های طبیعی و شکل‌مودها از تحلیل مودال به دست آمده است. دو مدل مود آزاد و مقید با در نظر گرفتن شرایط مرزی، قیود، غیرخطی‌ها، شرایط تماسی و المان‌های مناسب شبیه‌سازی شده است. نتایج عددی دو مدل مود آزاد و مقید از هر دو روش تئوری برای تیر کامپوزیتی متعامد متقارن دارای تورق با اندازه و موقعیت‌های مختلف ارایه و مقایسه می‌شود. همچنین به منظور بررسی تاثیرات موقعیت طولی تورق‌های نسبتاً کوچک بر سه فرکانس اول، پس از ساخت نمونه‌های کامپوزیت، آزمون‌های تجربی آنالیز مودال انجام و برای شرایط مرزی مختلف، فرکانس‌های طبیعی استخراج می‌شود. نتایج حاصل نشان می‌دهد که فرکانس‌های تحلیلی، اجزای محدود و تجربی تطابق خوبی با یکدیگر دارند.

### اطلاعات مقاله

دریافت: ۹۴/۱۰/۲۱

پذیرش: ۹۴/۱۲/۲۷

### کلیدواژگان:

تیر کامپوزیتی چندلایه  
 تورق  
 تحلیل ارتعاشات  
 روش اجزای محدود  
 آنالیز مودال

## Theoretical and experimental investigations of delamination effects on modal characteristics of symmetric cross-ply composite beams

Keivan Torabi<sup>1</sup>, Mostafa Shariati-Nia<sup>1</sup>, Mohammad Heidari-Rarani<sup>2\*</sup>

1- Department of Mechanical Engineering, University of Kashan, Kashan, Iran

2- Department of Mechanical Engineering, University of Isfahan, Isfahan, Iran

\* P.O.B. 81746-73441, Isfahan, Iran, [m.heidarirarani@eng.ui.ac.ir](mailto:m.heidarirarani@eng.ui.ac.ir)

### Keywords

Laminated Composite Beam  
 Delamination  
 Vibration Analysis  
 Finite Element Method (FEM)  
 Modal Analysis

### Abstract

In this study, the effects of delamination size and location on vibration characteristics of laminated composite beams are investigated via analytical, finite element and experimental methods. In the analytical method, the delaminated beam is divided into four interconnected beams and the interaction of two sub-beams at the location of delamination is simulated by both constrained and free mode models. The effect of bending-extension coupling is taken into account in the analytical formulation. In finite element method, modal analysis is performed on the delaminated composite beams with different delamination sizes and locations and various boundary conditions using commercial finite element software, ABAQUS. Both free and constrained mode models are simulated in the finite element model using suitable interactions, nonlinearities and friction conditions. Analytical and finite element results of both constrained and free mode models are compared for a symmetric cross-ply delaminated composite beam with various sizes and locations of delamination. Also, in order to investigate the effects of axial location of relatively small delamination on the first three natural frequencies, modal tests are done on glass/epoxy composites for various boundary conditions. Results show that analytical, finite element and experimental frequencies have good agreement with each other.

### ۱- مقدمه

فضاپیما، هواپیما، بالگرد، خودرو، وسائط نقلیه دریایی و زیردریایی و ... به طور گسترده مورد استفاده قرار می‌گیرند. تورق یکی از مهم‌ترین مودهای تخریب در این مواد است که احتمال وقوع آن هم در پروسه تولید و هم در حین

امروزه مواد مرکب به دلیل داشتن خواص مطلوبی چون نسبت استحکام به وزن بالا و مقاومت خستگی خوب، در انواع سازه‌های مهندسی همچون؛

### Please cite this article using:

Torabi, K. Shariati-Nia, M. Heidari-Rarani, M., "Theoretical and experimental investigations of delamination effects on modal characteristics of symmetric cross-ply composite beams", In Persian, Journal of Science and Technology of Composites, Vol. 3, No. 2, pp. 177-186, 2016.

برای ارجاع به این مقاله از عبارت زیر استفاده نمایید:

کارکرد وجود دارد. وجود تورق در سازه‌های کامپوزیت علاوه بر داشتن تاثیرات منفی بر مقاومت، استحکام و خواص مکانیکی و خستگی آنها، باعث تغییر رفتار ارتعاشی سیستم نیز می‌شود. با توجه به کاربرد وسیع کامپوزیت‌ها و اهمیت بررسی پدیده تورق و شناسایی آن، تحقیقات وسیع پژوهشگران به این موضوع معطوف شده است [۱].

یکی از اولین مدل‌ها برای تحلیل ارتعاشات تیرهای کامپوزیت متورق توسط رامکومار و همکاران [۲] در سال ۱۹۷۹ ارائه شد. ونگ و همکاران [۳] نیز مشابه همین کار را با در نظر گرفتن همزمان ارتعاشات خمشی و طولی انجام دادند. در این کار از مدل مود آزاد برای مدل‌سازی زیرتیرها استفاده شد. در مقابل این مدل، مدل مود مقید توسط موجومدار و سورینارایان [۴] ارائه شد. تریسی و پاردنون [۵] از این مدل برای مدل‌سازی تیرهای کامپوزیت با تکیه‌گاه‌های ساده استفاده کردند. شن و گریدی [۶] در سال ۱۹۹۲ براساس تیر تیموشنکو و روش گالرکین، تاثیر تورق بر فرکانس‌های طبیعی و شکل مودهای تیر کامپوزیت را بررسی نمودند. آنها از هر دو مدل مود آزاد و مقید برای مدل‌سازی تورق استفاده کرده و برای اندازه و موقعیت‌های مختلف تورق، نتایج را با نتایج تجربی مقایسه کردند. ساراونز و هایپکینز [۷] یک روش برای پیش‌بینی و بیان فرکانس‌های طبیعی، شکل مودها و ضرایب استهلاک تیرهای کامپوزیت متورق براساس مکانیک لایه‌ها ارائه دادند. سپس لی [۸] به تحلیل ارتعاشات آزاد تیر کامپوزیت متورق با استفاده از تئوری کلاسیک لایه‌ای پرداخت. معادلات حرکت از اصل همپلتون استخراج شد و با یک روش اجزای محدود نتایج عددی به دست آمد و با تئوری‌های دیگر مقایسه شد. در همین سال، لو و هانگود [۹] یک مدل جدید برای تیرهای کامپوزیت متورق ارائه دادند. در معادلات ارتعاشی حاکم با در نظر گرفتن اثرات برشی و اینرسی دورانی از مدل تیر تیموشنکو استفاده شد و ارتعاشات طولی و خمشی همزمان مورد بررسی قرار گرفت. در این مدل، برهم‌کنش غیرخطی بین لایه‌های متورق با یک فنر خطی شده موضعی مدل شد. در ادامه، ونگ و تانگ [۱۰] به تحلیل ارتعاشی تیر تیموشنکو متورق با استفاده از یک مدل غیرخطی مقید به عدم فرورفتگی پرداختند. ارتعاشات طبیعی تیر کامپوزیت متورق با استفاده از یک مدل اجزای محدود ترکیبی، توسط رامتکار و همکاران [۱۱] در سال ۲۰۰۲ ارائه شد. پرل و پالازوتو [۱۲] یک مدل غیرخطی برای تیر کامپوزیت متورق با در نظر گرفتن قید عدم نفوذ لایه‌های متورق در یکدیگر ارائه کردند و این مدل را برای تیرهای با محرک پیزوالکتریک نیز بکار بردند.

دلا و همکاران [۱۳] در سال ۲۰۰۴ ارتعاشات آزاد تیر همگن با دو تورق که در راستای طول تداخل دارند (تورق‌های همپوشان) را بررسی کردند. در همین سال تحلیل ارتعاشات آزاد تیرهای کامپوزیت با دو تورق غیرهمپوشان توسط شو و دلا [۱۴] بررسی و نتایج عددی برای اندازه و موقعیت‌های مختلف تورق‌ها و همچنین تاثیرات آنها بر فرکانس‌های اول و دوم ارائه شد. آنها در پژوهش دیگری [۱۵] به تحلیل ارتعاشی تیر کامپوزیت با تورق چندگانه پرداختند و در سال ۲۰۰۷ در یک مقاله‌ی مروری [۱۶] به جمع‌بندی، مقایسه و بررسی مقالاتی که تا آن زمان در زمینه‌ی ارتعاشات چندلایه‌های کامپوزیتی ارائه شده بود پرداختند. در سال ۲۰۰۹، رامتکار [۱۷] براساس مدل ارائه شده در تحقیقات قبلیش [۱۱] در دو حالت، مدل سطح مشترک نامقید و مدل سطح مشترک تماسی را جهت محاسبه فرکانس‌های طبیعی و شکل مودهای تیر متورق با استفاده از یک مدل اجزای محدود ترکیبی ارائه نمود. کیانو و چن [۱۸] در سال ۲۰۱۲ یک تحلیل دینامیکی بهبودیافته برای تیرهای متورق ارائه نمودند. در این مدل علاوه بر

در نظر گرفتن اثرات اصطکاک و تماس در سطوح متورق، برش عرضی و تغییر شکل لبه‌های تورق لحاظ شد. در همین سال، مانوج و همکاران [۱۹] به بررسی دینامیک تیر تیموشنکو همراه با تورق پرداختند. در سال ۲۰۱۳، تحلیل ارتعاشات آزاد تیر تیموشنکو چرخان با تورق‌های چندگانه توسط لیو و شو [۲۰] ارائه شد. همچنین کشاوا کومار و همکاران [۲۱] یک مدل جدید جهت مدل‌سازی تورق جزئی در تیر کامپوزیت با استفاده از روش اجزای محدود ارائه دادند. در این سال، سنیتل و همکاران [۲۲] در یک مقاله‌ی مروری به بررسی عیوبی مانند تورق و جدایش در سازه‌ها و اتصالات کامپوزیت و اثرات و روش‌های پیش‌بینی و آغاز رشد آنها پرداختند. در سال ۲۰۱۴ شریعتی نیا و همکاران [۲۳] یک روش تئوری جدید برای محاسبه فرکانس ترکیبی بهبودیافته با توجه به باز و بسته شدن تورق (تنفس تورق) و براساس فرکانس‌های مدل مود آزاد و مقید معرفی نمودند. در این تحقیق، یک فرمولاسیون جدید برای تعریف یک فرکانس ترکیبی بهبودیافته براساس نتایج مدل آزاد و مقید مرجع [۶] ارائه شده است. در همین سال، ترابی و همکاران [۲۴] یک روش تئوری ساده براساس توابع پایه به منظور حل تحلیلی ارتعاشات آزاد تیر متورق ارائه نمودند. در این روش تحلیلی پیشنهاد شده، حجم محاسبات به‌طور چشمگیری کاهش یافته و صرف‌نظر از تعداد تورق به یک سیستم معادلات مرتبه دوم (ماتریس  $2 \times 2$ ) تبدیل می‌شود. فرمولاسیون جدید ارائه شده در این پژوهش، برای تعداد بالای تورق کارایی خوبی دارد. این دو مرجع، صرفاً یک کار تئوری، بدون نتایج تجربی و نرم‌افزاری می‌باشد که در پژوهش اول [۲۳]، فرکانس ترکیبی بهبودیافته و در پژوهش دوم [۲۴]، رابطه‌سازی متفاوت جهت کاهش حجم محاسبات در تعداد بالای تورق ارائه شده است. ولی در این پژوهش، به تورق یگانه پرداخته شده و نتایج تحلیلی و اجزای محدود در هر دو مدل مود آزاد و مقید ارائه و به‌طور تفصیلی مقایسه و نتیجه‌گیری شده است. همچنین در این مقاله، با توجه به محدودیت نتایج تست‌های تجربی ارائه شده در مراجع، نتایج تجربی خاص ارائه و تشریح شده است. همچنین تالابیل و مایتی [۲۵] در سال ۲۰۱۵، پس از تحلیل ارتعاشی تیر کامپوزیت با مدل تیر اولر و تیموشنکو به شناسایی ترک طولی در تیرهای بلند و کوتاه پرداختند.

در تحقیق حاضر، تحلیل ارتعاشی تیر کامپوزیتی متورق با دو روش تحلیلی و اجزای محدود انجام شده است. در هر دو روش با در نظر گرفتن فرضیات مناسب، نتایج دو مدل مود آزاد و مقید به دست آمده و پارامترهای ارتعاشی شامل فرکانس‌های طبیعی و شکل مودها در سه مود اول با یکدیگر مقایسه شده است. نتایج به دست آمده، در برخی از حالت‌ها برای اندازه‌های بزرگ تورق و موقعیت‌های مختلف در راستای ضخامت با نتایج تجربی و تحلیلی موجود در مراجع مقایسه شده است. با توجه به محدودیت تست‌های تجربی انجام شده که عموماً در آنها فرکانس طبیعی اول برای تیر یک‌سرگردار ارائه شده است، تست‌های جدید انجام شده است. در این تست‌ها، تورق‌های با اندازه نسبتاً کوچک و موقعیت‌های مختلف در راستای طول در تیر کامپوزیت هشت لایه با چیدمان متقارن و متعامد و شرایط مرزی یک‌سرگردار و دوسرگردار بررسی و با نتایج تحلیلی مقایسه شده است.

## ۲- بیان مسئله

شکل ۱ تیر دارای یک تورق با اندازه و موقعیت دلخواه را نشان می‌دهد که به صورت چهار زیرتیر متصل به یکدیگر مدل شده است. پارامترهای  $L$  و  $h$  نمایانگر طول و ضخامت تیر و  $a$ ،  $x_a$  و  $h_t$  به ترتیب نمایانگر طول، موقعیت طولی و موقعیت در راستای ضخامت تورق می‌باشد.

بوده و اثرات کاهش سفتی به واسطه آن را لحاظ می‌کند. در ارتعاشات آزاد، حل رابطه (۱) به صورت رابطه (۳) است.

$$w_i(x, t) = W_i(x) e^{i\omega t} \quad (3)$$

که در آن  $\omega$ ، فرکانس طبیعی و  $W(x)$  شکل‌مود مربوطه می‌باشد. با جایگذاری رابطه (۳) در رابطه (۱) و حذف جواب بدیهی، حل عمومی معادله دیفرانسیل رابطه (۱) به دست می‌آید.

$$W_i(x) = C_i \cos(\lambda_i x) + S_i \sin(\lambda_i x) + CH_i \cosh(\lambda_i x) + SH_i \sinh(\lambda_i x) \quad (4)$$

که در آن  $\lambda_i^4 = (m_i \omega^2) / D_i = (m_i \omega^2) / D_i$  فرکانس بی‌بعد است.

برای به دست آوردن فرکانس‌های طبیعی و شکل‌مودهای تیر متورق، باید شانزده ثابت مجهول رابطه (۴) را با چهار رابطه شرط مرزی و دوازده رابطه شرط پیوستگی به دست آورد. برای تیر یک‌سرگیردار، شرایط مرزی در سر ثابت ( $x=0$ ) مطابق رابطه (۵) است.

$$W_1=0, W_1' = 0 \quad (5)$$

و در سر آزاد ( $x=L$ )

$$W_4''=0, W_4''' = 0 \quad (6)$$

و شرایط مرزی در دو سر تیر دوسرگیردار مطابق رابطه (۷) است.

$$W_1=0, W_1' = 0, W_4=0, W_4' = 0 \quad (7)$$

همچنین شرایط پیوستگی در  $x=x_1$

$$W_1 = W_2, W_1' = W_2' \\ W_1'' = W_2'', W_1''' = W_2''' \quad (8)$$

$$D_1 W_1'''' = D_2 W_2'''' + D_3 W_3''''$$

$$D_1 W_1''' + \beta [W_1'(x_1) - W_1'(x_2)] = D_2 W_2''' + D_3 W_3'''$$

می‌باشد که در آن

$$\beta = \frac{h^2}{4a} \left[ \frac{A_{11}^{(2)} A_{11}^{(3)}}{A_{11}^{(2)} + A_{11}^{(3)}} \right] \quad (9)$$

جمله دوم سمت چپ معادله آخر رابطه (۸) بیانگر توزیع ممان خمشی ناشی از اختلاف کشش در زیرتیرهای متورق ۲ و ۳ است. بطور مشابه شرایط پیوستگی در لبه دیگر تورق ( $x=x_2$ ) به دست می‌آید. این دوازده شرط پیوستگی و چهار شرط مرزی، شانزده معادله همگن برای محاسبه شانزده ثابت مجهول فراهم می‌آورد. یک حل غیربدیهی برای این ضرایب فقط زمانی حاصل می‌شود که دترمینان ماتریس ضرایب صفر شود. فرکانس‌های طبیعی و شکل‌مودها را می‌توان به‌عنوان مقادیر ویژه و بردارهای ویژه این ماتریس ضرایب به دست آورد.

### ۲-۲- مدل مود مقید

این مدل با فرض تماس کامل و لغزش بدون اصطکاک زیرلایه‌های متورق ساده‌تر می‌شود. با این فرض، زیرتیرهای متورق جابجایی عرضی یکسانی دارند ( $w_3=w_2$ ) و معادلات حاکم برای تیر ۱ و ۴ مطابق رابطه (۱۰) است.

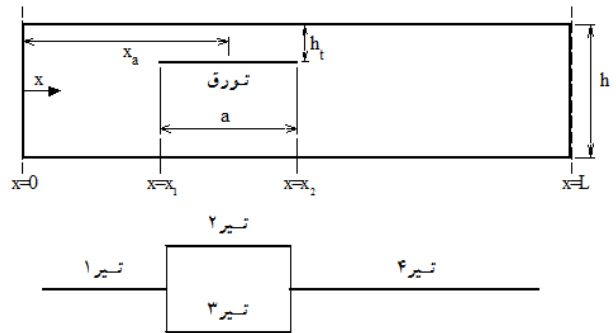
$$D_i \frac{\partial^4 w_i}{\partial x^4} + m_i \frac{\partial^2 w_i}{\partial t^2} = 0 \quad i = 1, 4 \quad (10)$$

برای تیرهای ۲ و ۳

$$D_{23} \frac{\partial^4 w_2}{\partial x^4} + m_{23} \frac{\partial^2 w_2}{\partial t^2} = 0 \quad (11)$$

که در آن  $m_{23}=m_2 + m_3$  و  $D_{23}=D_2 + D_3$

حل عمومی برای مدل مقید همانند مدل آزاد می‌باشد. ثابت‌های مجهول در این مدل به دوازده ثابت کاهش می‌یابد که با چهار شرط مرزی و هشت شرط پیوستگی به دست می‌آید. شرایط مرزی در دو انتهای تیر مشابه قبل است اما چهار شرط پیوستگی در لبه تورق ( $x=x_1$ ) مطابق رابطه (۱۲) است.



شکل ۱ هندسه تیر با یک تورق و مدل سازی آن با چهار زیرتیر متصل به هم

### ۳- مدل تحلیلی

در این بخش، یک حل تحلیلی جهت بررسی ارتعاشات تیر کامپوزیتی متورق، بررسی می‌شود. براساس فرضیات ارتعاشات لایه‌های متورق (تیر ۲ و ۳) و شرایط تماسی دو دیدگاه می‌توان در نظر گرفت؛ مدل مود آزاد و مدل مود مقید. در مدل مود آزاد، فرض بر این است که لایه‌های متورق آزادانه و بدون هیچ تماسی با یکدیگر حرکت می‌کنند. اما در مدل مود مقید، در کل زمان ارتعاش و در کل طول تماس، لایه‌های متورق در تماس لغزشی با یکدیگر بوده و بدون جدایی فقط روی همدیگر می‌لغزند. در واقع، یک تورق در زمان ارتعاش باز و بسته می‌شود و در این تنفس تورق هر دو مود اتفاق می‌افتد و فرض مدل مود آزاد و مقید در کل زمان ارتعاش کاملاً صحیح نیست. در مدل مود مقید، قید تماسی بین لایه‌های متورق به‌صورتی است که جابجایی عرضی دو زیرلایه متورق را محدود و یکسان نموده و این سطوح فقط روی یکدیگر در راستای طولی می‌لغزند. عدم لحاظ‌شدن قید تماسی که محدودیت‌های تماسی بین سطوح متورق را اعمال می‌کند منجر به تعریف مدل مود آزاد می‌شود. در این مدل، هیچ قید تماسی بین زیرلایه‌های متورق در سطح تماس‌شان برقرار نیست و لایه‌های متورق آزادانه و مستقل از یکدیگر حرکت نموده و اجازه جدایش و نفوذ در یکدیگر دارند.

### ۳-۱- مدل مود آزاد

در این مدل، لایه‌های متورق (تیر ۲ و ۳) بدون تماس با یکدیگر آزادانه حرکت می‌کنند و هرکدام جابجایی عرضی مختلفی دارند. معادله دیفرانسیلی حاکم بر ارتعاشات آزاد هر زیرتیر با استفاده از تئوری تیر اولیبر-برنولی به‌صورت زیر بیان می‌شود.

$$D_i \frac{\partial^4 w_i}{\partial x^4} + m_i \frac{\partial^2 w_i}{\partial t^2} = 0 \quad i = 1, 2, 3, 4 \quad (1)$$

که در آن،  $D$  ضریب خمشی معادل،  $m$  جرم واحد طول و برابر  $\rho A$  چگالی جرمی و  $A$  مساحت سطح مقطع زیرتیر می‌باشد. سفتی خمشی برای تیر همگن و همسانگرد برابر  $EI$  است که در آن،  $E$  مدول یانگ و  $I$  ممان اینرسی سطح مقطع می‌باشد. برای تیرهای کامپوزیت چندلایه با استفاده از تئوری لایه‌های کلاسیک، سفتی خمشی طبق رابطه (۲) عبارت است.

$$D_i = D_{11}^{(i)} - \frac{(B_{11}^{(i)})^2}{A_{11}^{(i)}} \quad (2)$$

که در آن،  $D_{11}$  سفتی خمشی،  $A_{11}$  سفتی کششی و  $B_{11}$  سفتی کشش-خمشی است که براساس خواص و چیدمان لایه‌های کامپوزیت تعریف می‌شوند. جمله‌ی دوم در سمت راست رابطه (۲) مربوط به کوپلینگ خمشی-کششی

1. Equivalent bending stiffness

اثر متقابل صفحه به صفحه استاندارد<sup>۹</sup> با رفتار مماسی<sup>۱۰</sup> بین صفحه‌های تماس زیرلایه‌های متورق در نرم‌افزار تعریف می‌شود. با استفاده از این قید، سطوح متورق در تماس با یکدیگر، تماس سطح به سطح مماسی بدون اصطکاک دارند ولی اجازه جدایش و نفوذ بین این لایه‌ها ممکن نیست. بنابراین جابجایی عرضی یکسان همراه با لغزش در راستای طول امکان‌پذیر خواهد بود.

#### ۵- آزمایش (آنالیز مودال)

برای اعتبارسنجی نتایج تحلیلی و اجزای محدود در شرایط مرزی متقارن و نامتقارن، آزمایش‌های آنالیز مودال تجربی بر روی نمونه‌های سالم و معیوب متورق انجام شده است. در تست‌های ارتعاشی انجام شده، بر تاثیرات موقعیت طولی تورق‌های نسبتاً کوچک بر هر سه فرکانس طبیعی با دو شرط مرزی یک‌سرگیردار و دوسرگیردار تاکید شده است.

#### ۵-۱- ساخت نمونه‌های کامپوزیتی و استخراج خواص مکانیکی

نمونه‌های آزمایش تیر کامپوزیت چندلایه با روش چیدمان دستی از مواد پیش‌آغشته<sup>۱۱</sup> شیشه-اپوکسی تهیه شده است. جهت ایجاد تورق در نمونه‌ها از یک لایه جداکننده<sup>۱۲</sup> با ضخامت ۲۰ میکرومتر در بین لایه‌ها استفاده شده است. اندازه و موقعیت لایه جداکننده براساس اندازه و موقعیت تورق در تیر متورق انتخاب و جایگذاری می‌گردد. اندازه نمونه‌های اولیه نسبت به ابعاد نهایی بزرگ‌تر انتخاب شده است تا در مراحل بعد از پخت بریده شده و با توجه به موقعیت تورق، تیرهای با ضخامت یکنواخت‌تر به‌دست آید. در برخی از حالت‌ها و نمونه‌ها، با توجه به اندازه و موقعیت تورق، چند نمونه با هم لایه‌گذاری و پخت می‌شود تا در مراحل بعد نمونه‌های نهایی بریده شوند. همچنین نمونه‌های استاندارد جهت انجام آزمایش‌ها و استخراج خواص مکانیکی و چگالی لایه‌گذاری می‌شوند تا در مراحل بعد از پخت و برشکاری مورد استفاده قرار گیرد. تمامی نمونه‌های سالم و معیوب و نمونه‌های استاندارد براساس دستورالعمل و نمودارهای پخت شرکت سازنده مواد پیش‌آغشته، در فشار ۳/۴۵ بار و دمای ۱۲۱ درجه سانتیگراد در اتوکلاو<sup>۱۳</sup> پخت می‌شوند.

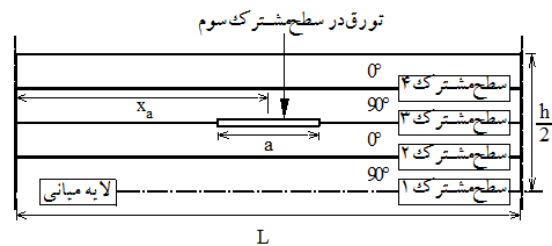
در مرحله بعد، نمونه‌های اولیه به نمونه‌های نهایی برش خورده و با دقت مطلوب، ابعاد نهایی نمونه‌های سالم و معیوب ایجاد می‌گردد. به منظور ایجاد نمونه‌های با ابعاد دقیق، مراحل نهایی ساین نمودن نمونه‌ها با سمباده زبر و نرم انجام می‌گیرد. نمونه‌های نهایی به‌عنوان تیر کامپوزیت سالم و معیوب به پهنای (b) ۲۰ میلی‌متر می‌باشند. طول (L) این نمونه‌ها برای حالت یک‌سرگیردار، ۲۵۰ میلی‌متر و برای حالت دوسرگیردار، ۳۰۰ میلی‌متر در نظر گرفته شده است. با احتساب ۵۰ میلی‌متر برای بستن و ایجاد شرایط گیردار، طول نهایی همه نمونه‌ها در تست‌های تجربی ۲۰۰ میلی‌متر خواهد بود. ضخامت کلی (h) نمونه‌ها برای چیدمان هشت لایه برابر ۱/۲ میلی‌متر می‌باشد.

همچنین نمونه‌های استاندارد تک‌جهته به‌منظور استخراج خواص مکانیکی در راستای الیاف (تک‌جهته ۰°) و عمود بر الیاف (تک‌جهته ۹۰°) براساس استاندارد ASTM D3039 [۲۶] ساخته می‌شود. در این استاندارد، ابعاد، جزئیات و روش ساخت نمونه‌های استاندارد ارائه شده است. تست‌های

$$\begin{aligned} W_1 &= W_2 \\ W_1' &= W_2' \\ D_1 W_1''' &= D_{23} W_2''' \\ D_1 W_1'' + \beta [W_1'(x_1) - W_1'(x_2)] &= D_{23} W_2'' \end{aligned} \quad (12)$$

شرایط پیوستگی در لبه دیگر تورق (x=x<sub>2</sub>) به‌طور مشابه به‌دست می‌آید. این شرایط مرزی و پیوستگی، دوازده معادله جهت تعیین دوازده ثابت مجهول فراهم می‌کند و مشابه قبل فرکانس‌های طبیعی و شکل‌مودها در این مدل نیز به دست می‌آید.

شبیه‌سازی عددی جهت بررسی ارتعاشات آزاد تیر متورق بر روی یک تیر کامپوزیت متقارن هشت‌لایه با چیدمان متعامد لایه‌ها ([0/90]<sub>2s</sub>) انجام گرفته است. مطابق شکل ۲، در این تیر چندلایه موقعیت در راستای ضخامت با سطح مشترک<sup>۱</sup> تا ۴ مشخص شده است. تورق در سطح مشترک ۱ نشانگر تورق در لایه میانی<sup>۲</sup> است.



شکل ۲ هندسه تیر کامپوزیتی متقارن هشت لایه [0/90]<sub>2s</sub>

#### ۴- مدل اجزای محدود

مدل اجزای محدود جهت شبیه‌سازی تیر کامپوزیتی متورق و استخراج فرکانس‌های طبیعی و شکل‌مودها با استفاده از نرم‌افزار اجزای محدود آباکوس<sup>۳</sup> ایجاد شده است. همانند آنچه که در روش تحلیلی و براساس تقسیم تیر متورق به زیرتیرها انجام شد، در مدل اجزای محدود نیز زیرتیرهای تشکیل‌دهنده به‌طور جداگانه مدل‌سازی و با یکدیگر مونتاژ می‌گردند. با توجه به ضخامت نسبتاً ناچیز تیر نسبت به ابعاد دیگر (h/b) کمتر از ۱۰ و h/L کمتر از ۱۰۰) از المان پوسته<sup>۴</sup> استفاده شده است. لایه‌های کامپوزیت با استفاده از پوسته‌های دولایه<sup>۵</sup> با سه نقطه انتگرال‌گیری کاهش‌یافته<sup>۶</sup> در راستای ضخامت و المان‌های نوع S4R آباکوس<sup>۷</sup> مدل‌سازی شده و مواد ناهمسانگرد<sup>۸</sup> بکار رفته است. جهت سرهم‌بندی تیر متورق مشابه شکل ۱، زیرتیرهای یک تا چهار در کنار یکدیگر قرار گرفته و در لبه تماس با یکدیگر جوش می‌شود تا شرایط پیوستگی در لبه‌های تورق به‌طور کامل برقرار گردد. قیده‌های مناسب بین بخش‌های متورق و سالم جهت ارضای شرایط پیوستگی در لبه‌های تورق و همچنین شرایط مرزی اعمال می‌شود.

در مدل مود آزاد، هیچ قید و اثر متقابلی بین لایه‌های متورق نبوده و المان‌های سطح تماس در طول تورق با حرکت آزادانه اجازه جدایش و نفوذ در یکدیگر را دارند. پس براساس فرضیات این مدل، نیاز به هیچ قید تماسی بین سطوح متورق نمی‌باشد و فقط قیود مربوط به شرایط پیوستگی در لبه‌های تورق و شرایط مرزی در سر تیر کافی است. اما در مدل مود مقید، با توجه به حرکت لغزشی لایه‌های متورق بر روی هم، قید تماسی به صورت

1. Interface
2. Mid-plane
3. ABAQUS
4. Shell element
5. Double layer of shells
6. Reduced three integration points
7. ABAQUS element type S4R
8. Orthotropic material

9. Standard surface-to-surface interaction  
10. Tangential behavior  
11. Prepreg  
12. Release film  
13. Autoclave

تجهیزات آزمایش‌های ارتعاشی آنالیز مودال شامل چکش<sup>۲</sup>، شتاب سنج<sup>۳</sup>، سخت‌افزار و نرم‌افزار دریافت و تحلیل سیگنال<sup>۴</sup> می‌باشد. چکش مورد استفاده از مدل B&K 8202 بوده و جهت تحریک نمونه‌های تست به‌کار می‌رود. با توجه به محدوده فرکانسی مورد نیاز از سر لاستیکی و فلزی برای چکش استفاده می‌شود. پاسخ ارتعاشی حاصل از تحریک چکش، توسط حسگر شتاب‌سنج PCB 356A01 در جهت قائم اندازه‌گیری می‌شود.

سیگنال‌های ایجادشده توسط چکش و حسگر، جهت تحلیل و تبدیل به سیگنال‌های قابل استفاده برای نرم‌افزار آنالیز مودال وارد دستگاه آنالایزر B&K Portable PULSE 3560D می‌گردد. در نهایت، سیگنال‌های حاصل به نرم‌افزار مربوط به تحلیل گر رایانه‌ای ارسال و پس از انجام تنظیمات و تکرار آزمایش‌ها در محدوده فرکانسی مشخص، تابع پاسخ فرکانسی و فرکانس‌های طبیعی به‌دست می‌آید. در شکل ۴، تجهیزات و نحوه اجرای تست‌های تجربی آنالیز مودال در شرایط تکیه‌گاهی یک‌سرگیردار و دوسرگیردار نشان داده شده است.

#### ۶- بحث و بررسی نتایج

در این بخش نتایج حاصل از روش تحلیلی و روش اجزای محدود برای دو مدل مود آزاد و مقید با نتایج دیگران مقایسه شده است. همچنین در برخی حالت‌های خاص، برای موقعیت‌های طولی مختلف برای تورق‌های نسبتا کوچک، فرکانس‌های تجربی ارایه و با نتایج تئوری به‌دست آمده مقایسه شده است. این نتایج شامل سه فرکانس طبیعی اول در شرایط مرزی یک‌سرگیردار و دوسرگیردار برای اندازه و موقعیت‌های ضخامتی و طولی مختلف تورق می‌باشد.

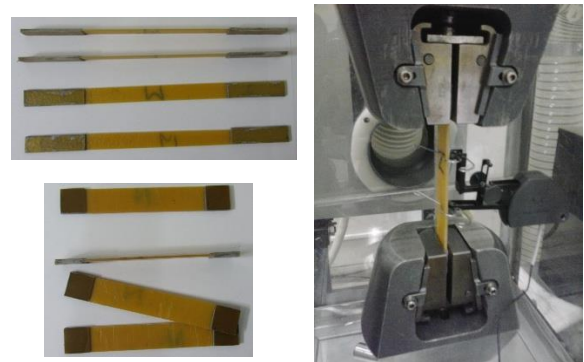
#### ۶-۱- تاثیر اندازه و موقعیت ضخامتی تورق در تیر یک‌سرگیردار

فرکانس‌های طبیعی اساسی یک تیر متورق یک‌سرگیردار برای اندازه و موقعیت‌های ضخامتی (سطح مشترک) مختلف در جدول‌های ۲ تا ۵ ارایه شده است. همچنین نتایج تست‌های تجربی و نتایج تحلیلی مربوط به مدل A (مدل مقید) و مدل B (مدل آزاد) از مرجع [۶] و نتایج تحلیلی مرجع [۱۷] برای دو مدل مود مقید و آزاد جهت مقایسه و اعتبارسنجی آورده شده است. مدل تحلیلی مرجع [۶] براساس تئوری تیر ترک‌دار [۲۸،۲۷] است. طول تورق صفر نمایانگر تیر کامپوزیتی سالم و بدون تورق می‌باشد.

برای نتایج تحلیلی و اجزای محدود، با مقایسه فرکانس‌های مدل مود آزاد و مقید مشاهده می‌شود که فرکانس‌های طبیعی حاصل از مدل مود آزاد نسبت به نتایج مدل مود مقید پایین‌تر است. این اختلاف را می‌توان به اثرات تماسی بین لایه‌های متورق در هنگام ارتعاش نسبت داد. مقدار این کاهش برای تورق‌های با طول بیشتر افزایش می‌یابد و در نتایج اجزای محدود بیشتر از نتایج تحلیلی است. همچنین درصد افت فرکانس در مود اول (فرکانس اساسی) کمترین مقدار را دارد و در مودهای بالاتر افزایش می‌یابد.

در نتایج تحلیلی، اختلاف قابل توجهی بین فرکانس‌های مدل مود آزاد و مقید وجود ندارد. این انطباق و اختلاف ناچیز در نتایج تحلیلی مرجع [۱۷] نیز مشاهده می‌گردد و نتایج تحلیلی پژوهش حاضر با نتایج تحلیلی این مرجع تطابق خوبی دارد. در همه موارد نتایج اجزای محدود، فرکانس‌های طبیعی حاصل از مدل مود مقید نسبت به مدل مود آزاد تطابق بهتری با نتایج تجربی دارد.

کشتی پس از ساخت نمونه‌های استاندارد، به‌منظور استخراج خواص کششی در هر دو جهت انجام می‌شود. نمونه‌های استاندارد و آزمایش‌های کششی در شکل ۳ نشان داده شده است.



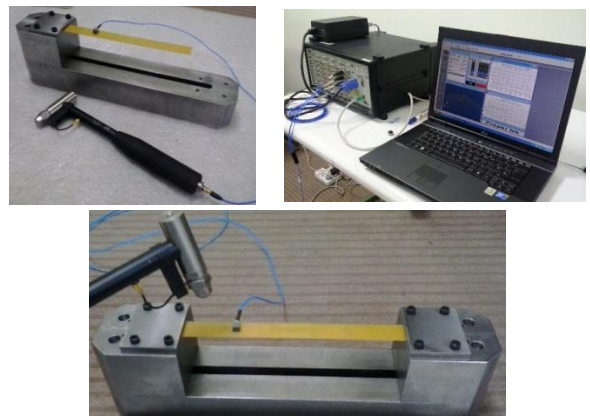
شکل ۳ نمونه‌های ساخته‌شده براساس استاندارد و انجام تست‌های کششی

مدول الاستیسیته در جهت طولی و عرضی ( $E_{11}$  و  $E_{22}$ ) برای سه نمونه استخراج و میانگین آنها در محاسبات تئوری و عددی مورد استفاده قرار گرفته است. چگالی نمونه‌ها نیز با استفاده از نمونه‌های ساخته‌شده و از روش شناورسازی<sup>۱</sup> به‌صورت تجربی به‌دست آمده است. خواص مکانیکی به‌دست آمده و به‌کار رفته در آزمایش‌های ارتعاشی تجربی در جدول ۱ ارایه شده است.

جدول ۱ خواص مکانیکی کامپوزیت تک‌جهته شیشه-اپوکسی				
$E_{11}$ (GPa)	$E_{22}$ (GPa)	$G_{12}$ (GPa)	$\nu_{12}$	$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )
۴۴/۷	۱۳/۲	۵/۰	۰/۳	۱۹۴۲/۵

#### ۵-۲- آنالیز مودال تجربی

آزمایش تجربی آنالیز مودال بر روی نمونه‌های سالم و معیوب در شرایط تکیه‌گاهی یک‌سرگیردار (به‌عنوان شرایط مرزی نامتقارن) و دوسرگیردار (به‌عنوان شرایط مرزی متقارن) تعریف و اجرا شده است. برای این منظور و جهت شبیه‌سازی مناسب شرایط تکیه‌گاهی، یک پایه نگهداری نمونه‌ها طراحی و ساخته شده است. مطابق شکل ۴، هر یک از پایه‌ها، قابلیت جداشدن از پایه اصلی را داراست تا بتوان شرایط یک‌سرگیردار ایجاد نمود. نمونه‌های تست در سر گیردار به اندازه ۵۰ میلی‌متر در پایه ثابت به‌طور کامل بسته شده و ثابت می‌شود.



شکل ۴ پایه تست و تجهیزات تست‌های تجربی آنالیز مودال بر روی تیر کامپوزیت یک‌سرگیردار و دوسرگیردار

1. Flotation method

2. Hammer  
3. Sensor  
4. FFT analyser and software

جدول ۲ فرکانس طبیعی اساسی (هرتز) برای تورق در سطح مشترک اول

$\frac{a}{L}$	تست	مرجع [۶]		مرجع [۱۷]		پژوهش حاضر	
		تحلیلی		تحلیلی		اجزای محدود	
		آزاد	مقید	آزاد	مقید	آزاد	مقید
۰/۰	۷۹/۸۳	۸۲/۰۴	۸۲/۰۴	۸۱/۸۷	۸۱/۸۷	۸۲/۱۲	۸۲/۲۱
۰/۲	۷۸/۱۷	۶۷/۳۶	۸۰/۱۳	۸۱/۲۳	۸۱/۲۳	۶۸/۶۷	۸۰/۴۱
۰/۴	۷۵/۳۷	۵۶/۴۸	۷۵/۳۹	۷۶/۶۰	۷۶/۶۰	۵۸/۰۹	۷۵/۳۷
۰/۶	۶۷/۹۶	۴۷/۹۰	۶۶/۹۴	۶۷/۴۷	۶۷/۴۷	۴۸/۹۷	۶۶/۴۰
۰/۸	۵۷/۵۴	۴۰/۵۹	۵۷/۲۴	۵۶/۸۹	۵۶/۸۹	۴۱/۱۶	۵۶/۲۹

جدول ۳ فرکانس طبیعی اساسی (هرتز) برای تورق در سطح مشترک دوم

$\frac{a}{L}$	تست	مرجع [۶]		مرجع [۱۷]		پژوهش حاضر	
		تحلیلی		تحلیلی		اجزای محدود	
		آزاد	مقید	آزاد	مقید	آزاد	مقید
۰/۰	۷۹/۸۳	۸۲/۰۴	۸۲/۰۴	۸۱/۸۷	۸۱/۸۷	۸۲/۱۲	۸۲/۲۱
۰/۲	۷۷/۷۹	۶۸/۷۸	۸۱/۳۹	۸۱/۲۸	۸۱/۲۸	۶۷/۷۲	۸۰/۵۶
۰/۴	۷۵/۱۳	۵۹/۴۴	۷۸/۱۰	۷۶/۹۸	۷۶/۹۸	۵۷/۰۲	۷۵/۸۷
۰/۶	۶۶/۹۶	۵۱/۱۸	۷۱/۱۶	۶۸/۳۳	۶۸/۳۳	۴۸/۱۲	۶۷/۶۰
۰/۸	۴۸/۳۴	۴۳/۸۶	۶۲/۱۲	۵۷/۹۷	۵۷/۹۷	۴۰/۵۹	۵۷/۸۹

جدول ۴ فرکانس طبیعی اساسی (هرتز) برای تورق در سطح مشترک سوم

$\frac{a}{L}$	تست	مرجع [۶]		مرجع [۱۷]		پژوهش حاضر	
		تحلیلی		تحلیلی		اجزای محدود	
		آزاد	مقید	آزاد	مقید	آزاد	مقید
۰/۰	۷۹/۸۳	۸۲/۰۴	۸۲/۰۴	۸۱/۸۷	۸۱/۸۷	۸۲/۱۲	۸۲/۲۱
۰/۲	۸۰/۱۳	۷۵/۱۴	۸۱/۴۶	۸۱/۷۳	۸۱/۷۳	۷۸/۳۲	۸۱/۶۱
۰/۴	۷۹/۷۵	۷۰/۴۲	۷۹/۹۳	۸۰/۴۶	۸۰/۵۱	۷۳/۹۶	۷۹/۹۷
۰/۶	۷۶/۹۶	۶۵/۰۶	۷۶/۷۱	۷۷/۳۶	۷۷/۵۴	۶۸/۵۸	۷۶/۷۷
۰/۸	۷۲/۴۶	۵۹/۱۳	۷۱/۶۶	۷۱/۶۰	۷۲/۹۵	۶۲/۱۰	۷۱/۹۹

جدول ۵ فرکانس طبیعی اساسی (هرتز) برای تورق در سطح مشترک چهارم

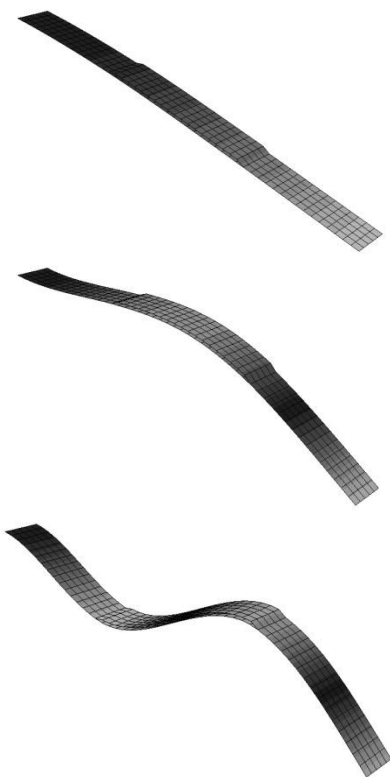
$\frac{a}{L}$	تست	مرجع [۶]		مرجع [۱۷]		پژوهش حاضر	
		تحلیلی		تحلیلی		اجزای محدود	
		آزاد	مقید	آزاد	مقید	آزاد	مقید
۰/۰	۷۹/۸۳	۸۲/۰۴	۸۲/۰۴	۸۱/۸۷	۸۱/۸۷	۸۲/۱۲	۸۲/۲۱
۰/۲	۷۹/۹۶	۷۵/۸۳	۸۱/۶۰	۸۱/۷۵	۸۱/۷۵	۷۹/۷۵	۸۱/۷۰
۰/۴	۶۸/۹۲	۷۱/۸۸	۸۰/۳۸	۸۰/۷۳	۸۰/۷۴	۷۶/۶۳	۸۰/۳۴
۰/۶	۶۲/۵۰	۶۷/۱۸	۷۷/۷۰	۷۷/۸۹	۷۸/۰۲	۷۲/۲۸	۷۷/۶۰
۰/۸	۵۵/۶۳	۶۱/۷۰	۷۳/۱۵	۷۳/۰۹	۷۳/۷۸	۶۶/۶۴	۷۲/۴۴

تورق‌های نزدیک‌تر به لایه میانی (سطوح مشترک پایین‌تر) و در تورق‌های بزرگتر، فرکانس‌های مدل مقید به فرکانس‌های تجربی نزدیک‌تر بوده و نتایج بهتری ارائه می‌دهد. با بررسی اثر موقعیت تورق در راستای ضخامت تیر مشاهده می‌شود که برای تورق‌های نزدیک‌تر به لایه میانی، تاثیرات تورق در تغییر فرکانس بیشتر و افت فرکانس شدیدتر است.

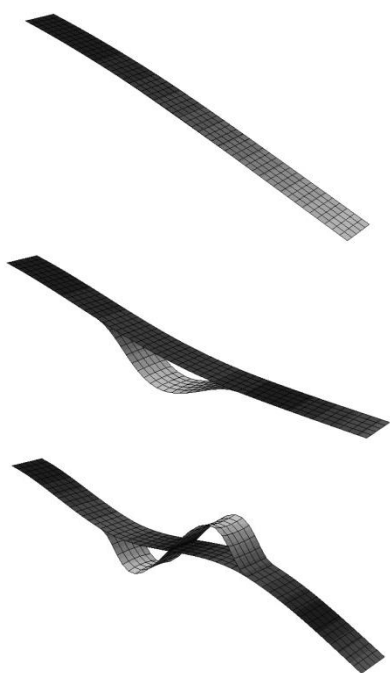
جدول‌های ۶ و ۷ فرکانس‌های طبیعی دوم و سوم مربوط به مدل مود آزاد و مقید نتایج تحلیلی و اجزای محدود را برای طول‌های مختلف تورق در تیر یک‌سرگردار نشان می‌دهد. در این نتایج موقعیت ضخامت تورق به

همچنین در تورق‌های نزدیک‌تر به لایه میانی (سطوح مشترک پایین‌تر) و در تورق‌های بزرگتر، فرکانس‌های مدل مقید به فرکانس‌های تجربی نزدیک‌تر بوده و نتایج بهتری ارائه می‌دهد. در نتایج تحلیلی، اختلاف قابل توجهی بین فرکانس‌های مدل مود آزاد و مقید وجود ندارد. این انطباق و اختلاف ناچیز در نتایج تحلیلی مرجع [۱۷] نیز مشاهده می‌گردد و نتایج تحلیلی پژوهش حاضر با نتایج تحلیلی این مرجع تطابق خوبی دارد. در همه موارد نتایج اجزای محدود، فرکانس‌های طبیعی حاصل از مدل مود مقید نسبت به مدل مود آزاد تطابق بهتری با نتایج تجربی دارد. همچنین در

با توجه به نتایج بهتر مدل مقید در حل اجزای محدود و اختلاف ناچیز مدل مقید و آزاد در حل تحلیلی به خصوص برای تورق‌های کوچک ( $a/L < 0.3$ )، در اینجا فقط نتایج مدل مقید ارائه شده است.



شکل ۵ سه شکل‌مود اول تیر یک‌سرگیردار متورق با تورق به طول ۰/۴ در وسط سطح مشترک چهارم، مدل مود مقید



شکل ۶ سه شکل‌مود اول تیر یک‌سرگیردار متورق با تورق به طول ۰/۴ در وسط سطح مشترک چهارم، مدل مود آزاد

عنوان نمونه در سطح مشترک سوم و موقعیت طولی تورق در مرکز تیر واقع شده است.

جدول ۶ فرکانس طبیعی دوم (هرتز) برای تورق در سطح مشترک سوم

$\frac{a}{L}$	اجزای محدود		تحلیلی	
	آزاد	مقید	آزاد	مقید
۰/۰	۵۱۴/۰۲	۵۱۴/۰۲	۵۱۵/۲۶	۵۱۵/۲۶
۰/۲	۴۴۱/۵۰	۴۹۳/۵۹	۵۰۳/۲۰	۵۰۴/۱۳
۰/۴	۳۷۸/۸۱	۴۹۷/۶۱	۴۴۳/۴۵	۴۹۳/۲۵
۰/۶	۴۵۱/۸۹	۴۸۳/۷۱	۲۳۸/۳۹	۴۷۰/۹۹
۰/۸	۴۲۳/۸۴	۴۳۸/۱۰	۱۳۹/۱۸	۴۲۷/۷۱

جدول ۷ فرکانس طبیعی سوم (هرتز) برای تورق در سطح مشترک سوم

$\frac{a}{L}$	اجزای محدود		تحلیلی	
	آزاد	مقید	آزاد	مقید
۰/۰	۱۴۳۷/۰۰	۱۴۳۷/۰۰	۱۴۴۲/۸۹	۱۴۴۲/۸۹
۰/۲	۱۳۷۲/۴۰	۱۳۷۴/۵۰	۱۳۸۲/۰۴	۱۳۸۱/۵۹
۰/۴	۱۱۰۲/۰۰	۱۱۷۲/۱۰	۶۴۴/۱۱	۱۱۸۶/۱۵
۰/۶	۱۰۶۴/۰۰	۱۱۵۶/۴۰	۵۲۵/۸۸	۱۰۷۶/۷۴
۰/۸	۱۰۴۳/۱۰	۱۰۶۰/۳۰	۳۶۹/۵۰	۱۰۵۵/۰۶

در هر دو نتایج تحلیلی و اجزای محدود، اختلاف بین فرکانس‌های مدل مود آزاد و مقید در مدهای بالاتر افزایش می‌یابد. با مقایسه سه شکل مود اول تیر یک‌سرگیردار می‌توان نتیجه گرفت برای هر مود، هرگاه تورق بر گره آن شکل مود واقع شود، این اختلاف کاهش می‌یابد. در نتایج تحلیلی، برای تورق‌های کوچک ( $a/L < 0.3$ ) اختلاف قابل توجهی بین فرکانس‌های مدل مود آزاد و مقید، به خصوص در مدهای پایین‌تر وجود ندارد. همچنین نتایج مدل مقید اجزای محدود در همه موارد و مدها به نتایج تست نزدیک‌تر است.

شکل ۵ و ۶، سه شکل مود اول مربوط به حل اجزای محدود نرم‌افزار آباکوس را برای مدل مود مقید و آزاد تیر یک‌سرگیردار نشان می‌دهد. در این مورد طول بی‌بعد تورق ( $a/L$ ) برابر ۰/۴، موقعیت طولی آن در وسط تیر و موقعیت ضخامت آن در سطح مشترک چهارم می‌باشد. المان‌های با رنگ تیره نمایانگر نقاط با جابجایی صفر بوده و مربوط به گره شکل مود یا تکیه‌گاه ثابت می‌باشد.

#### ۶-۲- تاثیر موقعیت طولی تورق در تیر یک‌سرگیردار و دوسرگیردار

در این بخش سه فرکانس طبیعی اول برای تورق‌های هم‌اندازه واقع بر موقعیت‌های طولی مختلف ارائه شده است. علاوه بر نتایج تئوری (حل تحلیلی و اجزای محدود)، نتایج آزمایش‌های انجام‌شده برای این منظور جهت مقایسه و اعتبارسنجی ارائه شده است. تست‌های تجربی، مانند نتایج تئوری در دو شرط مرزی یک‌سرگیردار و دوسرگیردار انجام و ارائه شده است.

جدول‌های ۸ تا ۱۰، سه فرکانس طبیعی اول برای موقعیت‌های طولی مختلف تورق یگانه و شرایط مرزی یک‌سرگیردار و دوسرگیردار را نشان می‌دهد. در این نمونه‌ها، طول بی‌بعد تورق برابر ۰/۲ و موقعیت آن در راستای ضخامت در سطح مشترک اول یا لایه میانی قرار دارد. موقعیت بی‌بعد تورق در راستای طول تیر ( $x_0/L$ ) برای شرایط مرزی یک‌سرگیردار برابر ۰/۱۵، ۰/۵۰ و ۰/۸۵ می‌باشد. به دلیل تقارن هندسی در شرایط مرزی دوسرگیردار، موقعیت طولی تورق؛ ۰/۱۵، ۰/۳۰ و ۰/۵۰ در نظر گرفته شده است. همچنین

در فرکانس‌ها یکسان بوده و مقدار درصد افت فرکانس نمونه‌های معیوب به سالم در نتایج تجربی تغییری نخواهد داشت.

#### ۷- نتیجه‌گیری

در این پژوهش، پارامترهای ارتعاشی تیر کامپوزیتی متعامد متقارن با یک تورق به روش تئوری و تجربی مورد مطالعه و بررسی قرار گرفته است. در دو روش تحلیلی و اجزای محدود، از دو مدل مود آزاد و مقید برای مدل‌سازی تورق استفاده شده است. نتایج نشان می‌دهند که فرکانس‌های طبیعی به دست آمده از مدل تحلیلی و اجزای محدود تطابق خوبی با نتایج تجربی دارند. نتایج عددی نشان داد که تورق، فرکانس‌های طبیعی را کاهش می‌دهد. مقدار این کاهش علاوه بر اندازه تورق به موقعیت تورق در راستای طول و ضخامت تیر بستگی دارد و در مدهای بالاتر بیشتر است. در هر دو روش تئوری، با مقایسه نتایج دو مدل مود مقید و آزاد مشاهده شد که فرکانس‌های مدل مود آزاد نسبت به مدل مقید پایین‌تر است. این اختلاف در تورق‌های بزرگتر افزایش یافته و در روش اجزای محدود بیشتر از روش تحلیلی است. در روش تحلیلی، اختلاف قابل توجهی بین فرکانس‌های مدل مقید و آزاد بخصوص در مدهای پایین‌تر نیست. در روش اجزای محدود، فرکانس‌های مدل مود مقید تطابق بیشتری با نتایج تجربی داشته و در مدهای بالاتر، فرکانس‌های مدل مود آزاد از این نتایج فاصله می‌گیرد.

همچنین به منظور بررسی اثرات موقعیت طولی تورق‌های نسبتاً کوچک بر سه فرکانس طبیعی اول، آزمون‌های تجربی آنالیز مودال انجام و برای شرایط مرزی مختلف، فرکانس‌های طبیعی استخراج می‌گردد. نتایج حاصل از آزمون‌های تجربی در هر دو شرط مرزی یک‌سرگردار و دوسرگردار با نتایج تحلیلی و اجزای محدود مقایسه و تطابق خوبی حاصل شد. کاهش فرکانس‌های طبیعی در تست‌های تجربی نسبت به نتایج تئوری مربوط به تاثیرات جرم سنسور شتاب‌سنج می‌باشد. با بررسی اثرات موقعیت تورق در راستای ضخامت و طول تیر، مشاهده شد که افت فرکانس برای تورق‌های نزدیک‌تر به لایه میانی و یا گره شکل‌مود آن فرکانس، بیشتر است. به بیان دیگر، بیشترین افت یک فرکانس هنگامی است که موقعیت طولی مرکز تورق بر گره شکل مود مربوط به آن فرکانس و در لایه میانی واقع شود.

#### ۸- مراجع

- [1] Zou, Y. Tong, L. and Steven, G.P., "Vibration-Based Model-Dependent Damage (Delamination) Identification And Health Monitoring For Composite Structures- A Review," Journal of Sound and Vibration, Vol. 230, No. 2, pp. 357-378, 2000.
- [2] Ramkumar, R.L. Kulkarni, S.V. and Pipes, R.B., "Free Vibration Frequencies Of A Delaminated Beam," In: Reinforced plastics/composites institute, 34th annual technical conference, Vol. 22, pp. 1-5, 1979.
- [3] Wang, J.T.S. Liu, Y.Y. and Gibby, J.A., "Vibration Of Split Beams," Journal of Sound and Vibrations, Vol. 84, No. 4, pp. 491-502, 1982.
- [4] Mujumdar, P.M. and Suryanarayan, S., "Flexural Vibrations Of Beams With Delaminations," Journal of Sound and Vibrations, Vol. 125, No. 3, pp. 441-461, 1988.
- [5] Tracy, J.J. and Pardo, G.C., "Effect Of Delamination On The Natural Frequencies Of Composite Laminates," Journal of Composite Materials, Vol. 23, pp. 1200-1215, 1989.
- [6] Shen, M.H.H. and Grady, J.E., "Free Vibration Of Delaminated Beams," AIAA Journal, Vol. 30, pp. 1361-1370, 1992.
- [7] Saravanos, D.A. and Hopkins, D.A., "Effects Of Delaminations On The Damped Dynamic Characteristic Of Composite Laminates: Analysis And Experiments," Journal of Sound and Vibration, Vol. 195, pp. 977-993, 1996.
- [8] Lee, J., "Free Vibration Analysis Of Delaminated Composite Beams," Journal of Computers and Structures, Vol. 74, pp. 121-129, 2000.
- [9] Luo, H. and Hanagud, S., "Dynamics Of Delaminated Beams," International Journal of Solids and Structures, Vol. 37, No. 10, pp. 1501-1519, 2000.

جدول ۸ فرکانس طبیعی اول (هرتز) برای موقعیت‌های طولی مختلف تورق تیر

یک‌سرگردار		دوسرگردار	
تست	تحلیلی	تست	تحلیلی
$\frac{x_a}{L}$	اجزای محدود	$\frac{x_a}{L}$	اجزای محدود
سالم	۱۹/۷۵	۱۲۰/۸۰	۱۳۱/۳۰
۰/۱۵	۱۹/۰۰	۱۱۱/۶۰	۱۱۸/۷۷
۰/۵۰	۱۹/۵۰	۱۱۵/۰۰	۱۲۴/۵۲
۰/۸۵	۱۹/۷۰	۱۱۸/۵۰	۱۲۹/۳۹

جدول ۹ فرکانس طبیعی دوم (هرتز) برای موقعیت‌های طولی مختلف تورق تیر

یک‌سرگردار		دوسرگردار	
تست	تحلیلی	تست	تحلیلی
$\frac{x_a}{L}$	اجزای محدود	$\frac{x_a}{L}$	اجزای محدود
سالم	۱۱۶/۵۰	۳۱۰/۰۰	۳۶۱/۵۶
۰/۱۵	۱۰۷/۸۰	۲۸۶/۰۰	۳۱۰/۴۰
۰/۵۰	۱۱۵/۵۰	۳۰۸/۵۰	۳۵۵/۹۲
۰/۸۵	۱۱۴/۰۰	۲۸۶/۵۰	۳۱۷/۷۷

جدول ۱۰ فرکانس طبیعی سوم (هرتز) برای موقعیت‌های طولی مختلف تورق تیر

یک‌سرگردار		دوسرگردار	
تست	تحلیلی	تست	تحلیلی
$\frac{x_a}{L}$	اجزای محدود	$\frac{x_a}{L}$	اجزای محدود
سالم	۳۰۲/۵۰	۶۱۵/۵۰	۷۰۷/۹۲
۰/۱۵	۲۷۰/۰۰	۵۸۴/۰۰	۶۳۶/۲۳
۰/۵۰	۲۷۳/۵۰	۵۷۸/۰۰	۶۰۰/۵۹
۰/۸۵	۲۸۸/۳۰	۵۹۸/۵۰	۶۸۹/۵۸

مشاهده می‌شود که تورق‌های با طول برابر، موقعیت ضخامتی یکسان و موقعیت طولی مختلف، تاثیرات متفاوتی بر فرکانس‌های طبیعی دارند. با بررسی اثر موقعیت تورق در راستای طول تیر و در نظر گرفتن شکل‌مودهای آن تیر، در هر دو حالت تیر یک‌سرگردار و دوسرگردار به عنوان شرط مرزی متقارن و نامتقارن، مشاهده می‌شود که برای طول تورق مشخص، بیشترین افت یک فرکانس هنگامی است که موقعیت طولی مرکز تورق بر گره شکل مود مربوط به آن فرکانس واقع شود. در مقابل با جابجایی تورق از گره‌های یک شکل‌مود به شکم‌های آن، تاثیرات تورق در افت فرکانس مربوطه کمتر می‌شود.

نتایج تئوری و تجربی ارائه شده در جدول‌های ۸ تا ۱۰ نشان می‌دهد که نتایج تست با نتایج تئوری انطباق دارد ولی در بیشتر موارد، به‌خصوص در مدهای بالاتر، فرکانس‌های تجربی از فرکانس‌های تئوری کمتر است. مقدار این اختلاف بین فرکانس‌های تجربی و تئوری، به ترتیب در مدهای اول، دوم و سوم، برای تیر یک‌سرگردار حدود ۵٪، ۱۱٪ و ۱۷٪ و برای تیر دوسرگردار حدود ۹٪، ۱۵٪ و ۱۴٪ می‌باشد. این اختلاف به دلیل تاثیر سنسور شتاب‌سنج چسبیده به نمونه‌ها است که با وزن یک گرم، به‌عنوان یک جرم متمرکز عمل می‌کند. با احتساب نسبت وزن سنسور به نمونه‌ها (در حدود ۱۰٪) و با توجه به موقعیت طولی سنسور که در موقعیت یک چهارم طول تیر واقع شده است، مقدار افت فرکانس‌ها معقول و قابل توجیه می‌باشد [۲۹]. از آنجا که سنسور و موقعیت آن در همه نمونه‌های سالم و معیوب یکسان می‌باشد، تاثیرات آن نیز



- [10] Wang, J. and Tong, L., "A Study Of The Vibration Of Delaminated Beams Using A Nonlinear Anti-Interpenetration Constraint Model," *Journal of Composite Structures*, Vol. 57, pp. 483-488, 2002.
- [11] Ramtekkar, G.S. Desai, Y.M. and Shah, A.H., "Natural Vibrations Of Laminated Composite Beams By Using Mixed Finite Element," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 257, No. 4, pp. 635-651, 2002.
- [12] Perel, V.Y. and Palazotto, A.N., "A Nonlinear Model Of Composite Delaminated Beam With Piezoelectric Actuator With Account Of Nonpenetration Constraint For The Delamination Crack Faces," *Nonlinear Dynamics and Systems Theory*, Vol. 4, No. 2, pp. 161-194, 2004.
- [13] Della, C.N. Shu, D. and Rao, P.M.S., "Vibrations Of Beams With Two Overlapping Delaminations," *Journal of Composite Structures*, Vol. 66, pp. 101-108, 2004.
- [14] Shu, D. and Della, C.N., "Free Vibration Analysis Of Composite Beams With Two Non-Overlapping Delaminations," *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 46, pp. 509-526, 2004.
- [15] Shu, D. and Della, C.N. "Vibrations Of Multiple Delaminated Beams," *Journal of Composite Structures*, Vol. 64, pp. 467-477, 2004.
- [16] Della, C.N. and Shu, D., "Vibration Of Delaminated Composite Laminates: A Review," *ASME*, Vol. 60, 2007.
- [17] Ramtekkar, G.S., "Free Vibration Analysis Of Delaminated Beams Using Mixed Finite Element Model," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 328, pp. 428-440, 2009.
- [18] Qiao, P. and Chen, F., "On The Improved Dynamic Analysis Of Delaminated Beams," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 331, pp. 1143-1163, 2012.
- [19] Manoach, E. Warminski, J. Mitura, A. and Samborski, S., "Dynamics Of A Composite Timoshenko Beam With Delamination," *Mechanics Research Communications*, Vol. 46, pp. 47- 53, 2012.
- [20] Liu, Y. and Shu, D.W., "Free Vibration Analysis Of Rotating Timoshenko Beams With Multiple Delaminations," *Journal of Composites: Part B*, Vol. 44, pp. 733-739, 2013.
- [21] Keshava Kumar, S. Ganguli, R. and Harursampath, D., "Partial Delamination Modeling In Composite Beams Using A Finite Element Method," *Finite Elements in Analysis and Design*, Vol. 76, pp. 1-12, 2013.
- [22] Senthil, K. Arockiarajan, A. Palaninathan, R. Santhosh, B. and Usha, K.M., "Defects In Composite Structures; Its Effects And Prediction Methods- A Comprehensive Review," *Composite Structures*, Vol. 106, pp. 139-149, 2013.
- [23] Shariati-Nia, M. Torabi, K. and Heidari-Rarani, M., "Free Vibration Analysis Of A Composite Beam With Single Delamination- An Improved Free And Constrained Model," *Engineering Solid Mechanics*, Vol. 2, pp. 313-320, 2014.
- [24] Torabi, K. Shariati-Nia, M. and Heidari-Rarani, M., "Modal Characteristics Of Composite Beams With Single Delamination- A Simple Analytical Technique," *Mechanics of Advanced Composite Structures*, Vol. 2, pp. 97-106, 2014.
- [25] Thalapil, J. and Maiti, S.K., "Detection Of Longitudinal Cracks In Long And Short Beams Using Changes In Natural Frequencies," *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 83, pp. 38-47, 2014.
- [26] Standard Test Method for Tensile Properties of Polymer Matrix Composite Materials, Annual Book of ASTM Standard, D 3039, 2002.
- [27] Shen, M.H.H. and Pierre, C., "Natural Modes Of Bernoulli-Euler Beams With Symmetric Cracks," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 138, No. 1, pp. 115-134, 1990.
- [28] Shen, M.H.H. and Pierre, C., "Free Vibrations Of Beams With A Single-Edge Crack," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 170, No. 2, pp. 237-259, 1994.
- [29] Torabi, K. Jafarzadeh Jazi, A. and Zafari, E., "Exact Closed Form Solution For The Analysis Of The Transverse Vibration Modes Of A Timoshenko Beam With Multiple Concentrated Masses," *Applied Mathematics and Computation*, Vol. 238, pp. 342-357, 2014.

