



## مقایسه روش‌های تحلیل عددی آسیب پیش‌رونده در اتصالات پیچی کامپوزیتی و آرایه مدلی جدید برای تحلیل اتصالات پیچی

جعفر عبادی رجلی<sup>۱\*</sup>، مجید مختاری<sup>۲</sup>

۱- کارشناس ارشد، مهندسی مواد مرکب، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران  
 ۲- دانشجوی دکترا، مهندسی هوافضا-سازه‌های هوایی، موسسه تحقیقات فضایی، تهران  
 \*jafarebadi@aut.ac.ir، ۱۷۱۵۹-۵۳۱۶۴

اطلاعات مقاله	چکیده
دریافت: ۹۴/۱/۲۷	اتصالات به‌علت حساسیت بیشتر در برابر انتقال بار، تمرکز تنش و ناهمگونی طرفین اتصال (جنس، هندسه و شرایط مرزی)، یکی از مهم‌ترین اجزا در سازه‌های کامپوزیتی هستند. تحلیل عددی تمامی اتصالاتی که در یک سازه‌ی بزرگ وجود دارد کار زمان‌بر و پرهزینه‌ای است. استفاده از معیارهای مناسب برای یافتن بحرانی‌ترین اتصال مکانیکی در مدل‌سازی دقیق اتصالات سازه‌های بزرگ، از اهمیت بالایی برخوردار است. در این مقاله به بررسی و مقایسه سه مدل المان محدود مختلف برای تحلیل تخریب پیش‌رونده در اتصالات تک لبه‌ی تحت بار کششی در نرم افزار المان محدود آباکوس ۶.۱۱.۱ پرداخته شد و مقادیر سفتی (شیب قسمت خطی منحنی بار-جابه‌جایی)، استحکام (بیشینه نیرو)، منحنی‌های بار-جابه‌جایی در مدل‌های مختلف با مقادیر تجربی مقایسه شد. همچنین زمان محاسباتی مدل‌های مختلف با هم مقایسه شد. پس از بررسی نتایج به‌دست آمده از این تحقیق مشاهده شد که مدل آجری-پوسته‌ای(اصلاح شده) سفتی و استحکام را به‌خوبی پیش‌بینی می‌کند. همچنین مدل تیر-پوسته سفتی را نسبتاً خوب و استحکام را کمتر از واقعیت برآورد می‌کند. بنابراین پیشنهاد شد که اتصالات یک سازه‌ی بزرگ، با استفاده از مدل تیر-پوسته مدل‌سازی شود و پس از تحلیل، اتصالاتی که دچار خرابی شدند با مدل آجری-پوسته‌ای اصلاح شده جایگزین گردند و سازه دوباره تحلیل شود.
پذیرش: ۹۴/۳/۲۰	
کلیدواژگان:	
اتصالات مکانیکی	
سازه‌های بزرگ	
تخریب پیش‌رونده	
هزینه محاسباتی	
روش المان محدود	

## Comparison of numerical analysis methods for progressive damage analysis in composite bolted joints and suggestion of new method for bolted joints analysis

Jafar Ebadi-Rajoli<sup>1\*</sup>, Majid Mokhtari<sup>2</sup>

1- Department of Mechanical Engineering, Amirkabir University of Technology, Tehran, Iran.  
 2- Department of Aerospace Engineering, Aerospace Research Institute, Tehran, Iran.  
 \*P.O.B. 17159- 53164 Tehran, Iran, jafarebadi@aut.ac.ir

**Keywords**  
 Mechanical joints  
 big structures  
 progressive damage  
 computational cost  
 finite elements method

**Abstract**  
 Joints are the most important parts of composite structures, because of their more sensitivity to load transmission, stress concentration and adherents differences (in materials, geometries and boundary conditions). Numerical analysis of all mechanical joints in big structures is costly in time and memory usage. In big structures, precise numerical analysis of mechanical joints needs to an appropriate criterion to find the critical joint. In this paper different modeling methods on analysis of mechanical joints are compared to each others. The numerical analysis is done by means of ABAQUS-6.11.1 finite element (FE) code. Predicted elastic modulus, the joint strength (maximum force) and load-displacement trends are compared with experimental results and time cost of modeling are compared to each others. Result study shown that the elastic modulus and the joint strength are better predicted in the improved Solid-Shell model. Beam-Shell model predicted a good elastic modulus in the joint, although the joint strength is predicted less than experiments. The final suggestion of this paper to time saving purpose in joint analysis of a big structure with many joints is to start the analysis of all joints with Beam-Shell model and finding the failed mechanical joints. In second step, just the failed joints should be re-model with improved Shell-Solid model and the structure should be checked for joint failure again.

۱- مقدمه

ساخت سازه‌های یکپارچه با کمترین تعداد اتصال پیچی، به‌عنوان یکی از بهینه‌ترین راه‌کارهای طراحی محسوب می‌شود [۱-۳]. به‌علت مشکلاتی مانند مشکلات نصب، پیچیدگی هندسی و مانند آن، ساخت یکپارچه‌ی سازه‌ها با مشکلات زیادی همراه است و استفاده از اتصالات

Please cite this article using:

برای ارجاع به این مقاله از عبارت زیر استفاده نمایید:

Ebadi-Rajoli, J. and Mokhtari, M., "Comparison of numerical analysis methods for progressive damage analysis in composite bolted joints and suggestion of new method for bolted joints analysis", In Persian, Journal of Science and Technology of Composites, Vol. 2, No. 2, pp. 63-70, 2015.

در این مقاله به بررسی و مقایسه سه مدل المان محدود مختلف برای تحلیل تخریب پیش‌رونده در اتصال تک لبه‌ی تحت بار کششی در نرم افزار المان محدود آباکوس ۶.۱۱.۱ پرداخته شد و منحنی‌های بار-جابجایی و مقادیر سفتی (شیب قسمت خطی منحنی بار-جابجایی) و استحکام (حداکثر نیرو) در مدل‌های مختلف با مقادیر تجربی مقایسه شد. پس از بررسی نتایج به دست آمده از این تحقیق مشاهده شد که مدل تیر-پوسته‌ای (اصلاح شده)-آجری سفتی و استحکام به خوبی پیش‌بینی می‌کند. همچنین مدل تیر-پوسته به عنوان مدلی سفتی را نسبتاً خوب پیش‌بینی کرده و حد پایین استحکام را می‌توان با آن برآورد کرد پیشنهاد شد. بنابراین مدل پوسته‌ای-تیر برای انتخاب بحرانی‌ترین اتصال مکانیکی از مجموعه اتصالات یک سازه‌ی بزرگ، مناسب‌ترین مدل می‌باشد.

برای بررسی تخریب پیش‌رونده اتصال تحت بارگذاری کششی، تاثیر در نظرگیری یا عدم در نظرگیری آسیب در پیچ و متصل شونده‌ها بررسی شد. نتایج بررسی‌های عددی مدل‌های مختلف، با نتایج کارهای تجربی مشابه مقایسه شد و هم‌خوانی هر مدل با نتایج تجربی ارزیابی شد. طراحی اتصالات مکانیکی در نرم‌افزار المان محدود آباکوس، با استفاده از المان‌های آجری، پوسته‌ای، المان‌های میله‌ای و یا ترکیبی از این المان‌ها انجام می‌شود. بررسی دقت<sup>۴</sup> تحلیل، صحت سنجی<sup>۵</sup> و هزینه‌های محاسباتی (زمان و تعداد محاسبه‌ها) مشخصه‌های انجام مدل‌سازی عددی هستند. با توجه به مبانی المان محدود، در استفاده از المان‌های آجری برای دستیابی به دقت‌های بالاتر، به تعداد المان بیشتری به نسبت المان‌های پوسته‌ای نیاز است [۱۰]. بنابراین تحلیل سازه‌های بزرگ شامل تعداد اتصالات زیاد، استفاده از المان‌های سه‌بعدی عملاً ممکن نیست.

با در نظر گرفتن برخی ساده‌سازی‌ها برای تحلیل عددی اتصالات می‌توان از المان‌های پوسته‌ای استفاده کرد (در سازه‌های کامپوزیتی نسبت منظر ۱:۲۰ و در سازه‌های ایزوتروپیک نسبت منظر ۱:۱۰ برای تحلیل دوبعدی پیشنهاد شده است [۱۱]). المان‌های تیر برای مدل‌سازی اجزایی مانند پیچ و پرچ، قابل استفاده‌اند. از مزیت‌های استفاده از المان‌های تیر کاهش هزینه‌های محاسباتی است. ناتوانی المان‌های تیر در نمایش دقیق توزیع تنش در پیچ و اجزای اتصال از بارزترین مشکلات استفاده از این المان‌ها است. همچنین وقتی پیچ با المان تیر مدل می‌شود نمی‌توان مود لهیدگی متصل شونده‌ها را مشاهده کرد. این در حالی است که مطابق نتایج بررسی شده در تاریخچه [۶-۸] تنش‌های لهیدگی و مودهای تخریب مرتبط با تنش لهیدگی اتصال، به عنوان عمده‌ترین مودهای تخریب گزارش شده‌اند.

برای بررسی تاثیر استفاده از المان‌های سه‌بعدی، پوسته‌ای، تیر و مدل ترکیبی، روی دقت، صحت و هزینه‌های محاسباتی، از نتایج آزمایشگاهی مرجع [۶] برای اتصال تک پیچه و از نتایج آزمایشگاهی مرجع [۱۲] برای اتصال سه پیچه استفاده شده است.

## ۲- مدل‌های المان محدود برای تحلیل تنش اتصالات

### ۲-۱- مدل المان محدود کاملاً سه بعدی

مدل کاملاً سه بعدی، کامل‌ترین مدل‌سازی (با در نظر گرفتن بیشترین جزئیات طراحی) برای مدل‌سازی اتصالات می‌باشد. محققین بسیاری به تحلیل اتصالات با استفاده از مدل کاملاً سه بعدی پرداخته‌اند. المان‌های پوسته

را اجتناب ناپذیر می‌کند. از طرف دیگر با بزرگ‌تر شدن سازه، تعداد اتصالات استفاده شده در آن تا حد چشمگیری افزایش می‌یابد، به طور مثال برای سازه‌های هوایی و در اجزای حساس باید نسبت ۳/۳ عدد پیچ در هر اینچ مربع رعایت شود [۴]. با افزایش تعداد اتصالات مکانیکی در سازه‌های حساس، انتخاب بحرانی‌ترین اتصال و انجام فرایند طراحی برای اتصالات بحرانی، اهمیت بالایی می‌یابد. در سازه‌های حساس، مانند سازه‌های هوا-فضایی که از قابلیت اطمینان بالایی برخوردار هستند، بررسی آسیب پیش‌رونده<sup>۱</sup> به عنوان یکی از معیارهای طراحی محسوب می‌شود [۵]. با توجه به ماهیت آسیب‌پذیر سازه‌های کامپوزیتی، در نظر گرفتن آسیب پیش‌رونده برای آن‌ها و به طور خاص اتصالات مکانیکی آن‌ها از اهمیت بالایی برخوردار است. انجام تحلیل دقیق عددی برای یک سازه با تعداد زیادی از اتصالات مکانیکی به صرف هزینه‌ی زمانی بالا و حافظه‌ی نرم افزاری زیادی نیاز دارد.

اولمدو و سانتیست [۶] در یک بررسی عددی به اصلاح یک معیار تخریب سه‌بعدی و تحلیل پارامترهای تاثیرگذار روی اتصال مکانیکی روی هم تکلیف پرداختند. مزیت مدل پیشنهادی آن‌ها، در نظر گرفتن ارتباط غیر خطی بین کرنش برشی و تنش برشی است. نتایج پیش‌بینی مود تخریب، با مدل‌سازی غیر خطی و سه بعدی در نرم افزار آباکوس و همچنین نتایج تست تجربی، مقایسه و تایید شده است. در مدل‌سازی اولمدو و سانتیست، مدل آسیب پیش‌رونده در نظر گرفته شده است و نتایج با پیش‌بینی تخریب پیش‌رونده با معیار هاشین مقایسه شده است. در این مدل سازی پیچ و صفحات متصل شونده به صورت سه بعدی مدل‌سازی شده‌اند و از المان‌های ۸ گرگی آجری موجود در نرم افزار تجاری آباکوس<sup>۲</sup> برای تحلیل المان محدود اتصال استفاده شده است.

آتش و سوتیس [۷] در یک بررسی تجربی جزئی نگرانه، به بررسی استحکام و مکانیزم‌های آسیب در یک اتصال پیچی با اجزای اتصال کربنی پرداخته‌اند. در این بررسی تجربی از پرتو ایکس برای مشخص شدن نواحی آسیب دیده‌ی اتصال استفاده شده است و در نهایت مدل استفاده از المان‌های ناحیه چسبنده<sup>۳</sup>، برای بررسی تخریب پیش‌رونده در سازه‌های کامپوزیتی تقویت شده با الیاف کربن پیشنهاد شده است.

کولکز و تسرپ [۸] معیار آسیبی جدید برای آسیب پیش‌رونده ارائه کرده‌اند. آنها یک اتصال دولبه‌ی کامپوزیت هیبریدی الیاف کربن و تیتانیومی (به صورت یک لایه تیتانیوم و یک لایه الیاف کربن) را به کمک معیار خود مورد ارزیابی عددی قرار دادند.

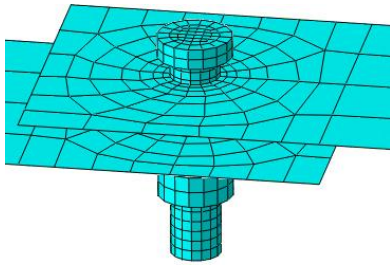
در زمینه‌ی مدل‌سازی المان محدود اتصالات نیز کارهای مختلفی انجام شده است. کیم و همکاران [۹] چهار نوع مدل مختلف برای تحلیل سه بعدی اتصالات ارائه کردند که یک مدل همان مدل سه بعدی کامل است، در دو مدل از المان تیر به عنوان پیچ استفاده شده و در یک مدل دیگر پیچ حذف شده است و بجای آن، نیروی پیش‌بار بر روی متصل شونده‌ها قرار داده شده است. در هر چهار مدل کیم و همکاران متصل شونده‌ها به صورت سه‌بعدی مدل‌سازی شده‌اند.

بررسی نتایج تحلیل‌های عددی نشان می‌دهد که روش‌هایی که صفحات متصل شونده را به صورت سه بعدی مدل‌سازی می‌کنند در عمل برای تحلیل اتصالات مکانیکی سازه‌های بزرگ نظیر سازه هواپیما بسیار مشکل‌ساز هستند و هزینه محاسباتی را به شدت افزایش می‌دهند.

4. Precision  
5. Verification

1. Progressive Damage  
2. C3D8R  
3. Cohesive Zone Elements

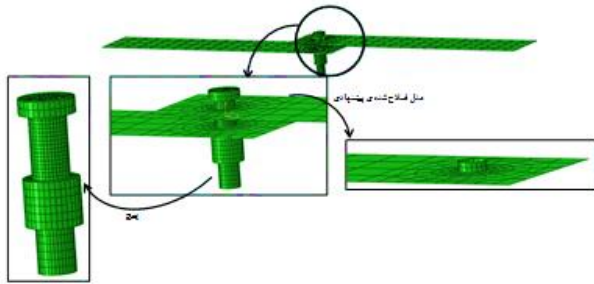
بیشتر از مدل تیر-پوسته است، استفاده از آن توجیه منطقی ندارد. مدل آجری-پوسته در شکل ۲ نشان داده شده است.



شکل ۲ مدل آجری-پوسته

#### ۲-۴- مدل المان محدود آجری-پوسته اصلاح شده

این مدل با اندکی تفاوت مشابه مدل آجری-پوسته است. گفته شد که مدل آجری-پوسته آسیب در پیچ را بسیار شدیدتر از واقعیت پیش‌بینی می‌کند، برای برطرف کردن این ایراد با افزودن المان‌های پوسته‌ای مطابق شکل ۳ به ناحیه‌ی دور سوراخ متصل شونده‌ها مدلی تحت عنوان مدل اصلاح‌شده ارائه می‌شود. با اضافه کردن این قسمت می‌توان بین بدنه پیچ و این سطح اضافه شده تماس سطح به سطح تعریف کرد و این مدل این قابلیت را پیدا می‌کند که اثر لهدگی پیچ و متصل‌شونده‌ها را به طور واقع بینانه‌ای شبیه‌سازی کند.



شکل ۳ مدل اصلاح شده‌ی پیشنهادی برای اتصال پیچی (اجزای اتصال با المان پوسته‌ای و با هندسه اصلاح شده- پیچ با المان آجری)

#### ۲-۳- تئوری هاشین برای تحلیل آسیب پیش‌رونده

طبق معیار هاشین [۱۵] یک کامپوزیت تحت چهار مکانیزم مختلف دچار آسیب می‌شود در نرم‌افزار آباکوس، رابطه‌ی تنش-کرنش با استفاده از تئوری هاشین به صورت برای المان‌های تنش صفحه‌ای به صورت زیر است [۱۱]:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = \frac{1}{D} \begin{bmatrix} (1-d_f)E_1 & (1-d_f)(1-d_m)v_{21}E_1 & 0 \\ (1-d_f)(1-d_m)v_{12}E_2 & (1-d_m)E_2 & 0 \\ 0 & 0 & (1-d_s)GD \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_{12} \end{Bmatrix} \quad (1)$$

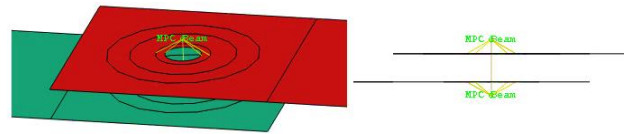
$$D = 1 - (1 - d_f)(1 - d_m)v_{12}v_{21}$$

که  $d_f$  پارامتر آسیب مربوط به آسیب لباف،  $d_m$  پارامتر آسیب مربوط به آسیب ماتریس و  $d_s$  پارامتر آسیب برشی می‌باشد. در هر یک از مودها یک منحنی تنش معادل-جابه‌جایی معادل مطابق شکل ۴ وجود دارد که به کمک آن و با استفاده از رابطه‌ی (۲) پارامتر آسیب محاسبه می‌شود.

یکی از انواع المان‌های سازه‌ای<sup>۱</sup> هستند، در المان‌های پوسته تنش در راستای ضخامت صفحات با استفاده از تئوری‌های پوسته نظیر تئوری کیرشهف یا تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول محاسبه می‌شود در حالیکه در المان‌های محیط پیوسته<sup>۲</sup> نظیر المان‌های سه بعدی کلیه‌ی ۶ مولفه‌ی تنش در کل حجم ماده با استفاده از مقادیر گره‌ی محاسبه شده توسط المان محدود محاسبه می‌شود. به همین دلیل در مدل‌های سه بعدی برای رسیدن به نتایج دقیق‌تر و همگرایی جواب‌ها، باید از حداقل چند المان در راستای ضخامت استفاده شود که منجر به بیشتر شدن تعداد درجات آزادی مدل المان محدود و افزایش زمان اجرای تحلیل می‌شود.

#### ۲-۲- مدل المان محدود تیر-پوسته

در این مدل پیچ با المان تیر<sup>۳</sup> و متصل شونده‌ها با المان پوسته<sup>۴</sup> مدل‌سازی می‌شوند. طول المان تیر به اندازه مجموع ضخامت متصل شونده‌ها تعریف می‌شود. نقطه بالایی و پایینی المان تیر را به سطح تماس متصل شونده متناظرش (محل فرضی واشر) مقید می‌کنیم. در نرم افزار آباکوس این کار را با قید "یک نقطه به چند نقطه"<sup>۵</sup> انجام می‌دهیم (شکل ۱). همچنین بین متصل شونده بالایی و پایینی تماس تعریف می‌کنیم. این مدل قبلاً توسط سایر محققین از جمله ناروس و همکاران [۱۳] و یویسال و همکاران [۱۴] استفاده شده است.



شکل ۱ مدل المان محدود تیر-پوسته

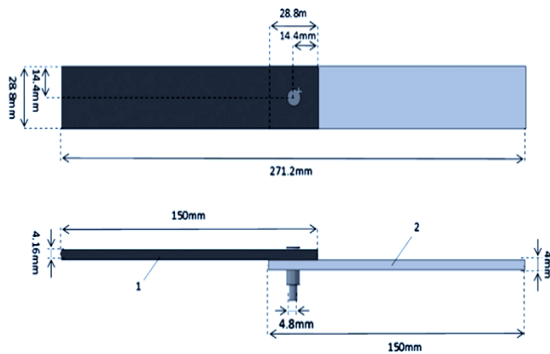
این مدل رفتار تا قبل از وقوع اتصال را به خوبی پیش‌بینی می‌کند و برای تحلیل سازه‌های بزرگ دارای اتصالات فراوان بسیار مناسب است. بدلیل اینکه در این مدل نمی‌توان بین بدنه پیچ و سطح داخلی متصل شونده، تماس تعریف کرد نمی‌توان لهدگی متصل‌شونده‌ها (که مود اصلی آسیب در اتصال است) و همچنین آسیب وارده به بدنه‌ی پیچ را به درستی شبیه‌سازی کرد.

#### ۲-۳- مدل المان محدود آجری-پوسته

در این مدل پیچ با المان آجری و متصل شونده‌ها با المان پوسته مدل‌سازی می‌شوند. در این مدل بدلیل محدودیت در مدل‌سازی تماس بدنه پیچ و سطح داخلی سوراخ متصل‌شونده در المان محدود مجبور هستیم سطح پیرو<sup>۶</sup> تماس را به جای سطح داخلی سوراخ، گره‌های دور سوراخ<sup>۷</sup> انتخاب کنیم. بنابراین به جای وارد آمدن تنش در یک سطح به بدنه پیچ، تنش در یک خط به بدنه پیچ وارد آمده و این تمرکز تنش باعث تغییر شکل بیشتر پیچ و آسیب دیدن بیشتر آن می‌شود. در واقع این مدل آسیب در پیچ را بسیار شدیدتر از واقعیت پیش‌بینی می‌کند (شکل ۱۱ را ببینید). در این مدل اگر پلاستیسیته پیچ را در نظر نگیریم، سفتی و استحکام پیش‌بینی شده به واقعیت نزدیک‌تر خواهد بود اما باز هم نتایج محافظه‌کارانه هستند. بنابراین با توجه به اینکه این مدل محافظه‌کارانه‌تر از مدل تیر-پوسته است و هزینه‌ی محاسباتی آن هم بسیار

1. Structural elements
2. Continuum elements
3. Beam element
4. Shell element
5. Multi-point constraint (mpc)
6. Solid
7. slave
8. node region

فلز- کامپوزیت (یک جزء آلومینیوم با ضخامت ۴ میلی‌متر و کامپوزیت کربن اپوکسی<sup>۱</sup> با ضخامت ۴/۱۶ میلی‌متر) در شکل ۵ نشان داده شده‌است.



شکل ۵ مدل هندسی اتصال مکانیکی تک‌لبه (۱: کامپوزیت، ۲: آلومینیوم)

مطابق مدل تجربی اولمدو و سانتیست [۶] ورق آلومینیومی استفاده شده در اتصال، آلیاژ Al7475-T6 و پیچ و مهره از جنس تیتانیوم 6Al114VSTA انتخاب شده‌است. خواص مکانیکی مواد استفاده شده برای مدل‌سازی اتصال در جدول ۱ و ۲ آورده شده است.

جدول ۱ خواص مکانیکی کامپوزیت کربن/اپوکسی (HTA 7/6376) [۱۶،۶]

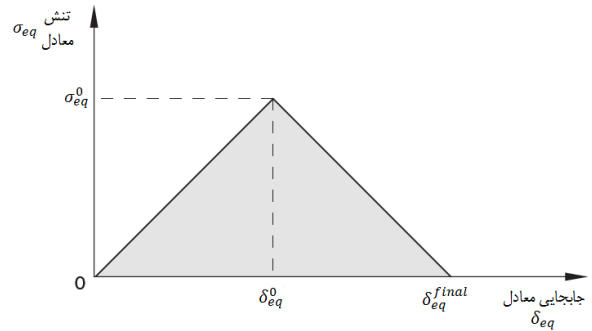
مقدار	کامپوزیت کربن/اپوکسی
۱۴۵	مدول الاستیسیته، $E_1$ (GPa)
۱۰/۳	مدول الاستیسیته عرضی، $E_2$ (GPa)
۱۱/۱	مدول الاستیسیته عرضی، $E_3$ (GPa)
۵/۳	مدول برشی درون صفحه‌ای، $G_{12}$ (GPa)
۵/۲۷	مدول برشی خارج صفحه‌ای، $G_{13}$ (GPa)
۳/۹۵	مدول برشی خارج صفحه‌ای، $G_{23}$ (GPa)
۰/۳	ضریب پواسون اصلی، $\nu_{12}$
۰/۵	ضریب پواسون درون ضخامت، $\nu_{23}$
۰/۵	ضریب پواسون درون ضخامت، $\nu_{13}$
۲۲۵۰	استحکام کششی طولی، (MPa)
۱۶۰۰	استحکام فشاری طولی، (MPa)
۶۴	استحکام کششی عرضی، (MPa)
۲۹۰	استحکام فشاری عرضی، (MPa)
۱۲۰	استحکام برشی درون صفحه‌ای، $S_{12}$ (MPa)
۱۲۰	استحکام برشی درون صفحه‌ای، $S_{13}$ (MPa)
۵۰	استحکام برشی خارج صفحه‌ای، $S_{23}$ (MPa)
۲۰	انرژی اتلافی در مود کشش الیاف، (N/mm)
۲۰	انرژی اتلافی در مود فشار الیاف، (N/mm)
۲.۵	انرژی اتلافی در مود کشش ماتریس، (N/mm)
۲.۵	انرژی اتلافی در مود فشار ماتریس، (N/mm)

جدول ۲ خواص مکانیکی آلومینیوم و تیتانیوم استفاده شده در مدل‌سازی [۶]

تیتانیوم	آلومینیوم	
Al114VSTA	AA7475-T76	مدول الاستیسیته، E(GPa)
۱۱۰	۶۹	
۰/۲۹	۰/۲۸	ضریب پواسون
۱۰۳۰	۴۵۱	تنش تسلیم (MPa)
۱۴	۱۱	درصد افزایش طول در شکست
		مدل پلاستیسیته
		سطح تسلیم فون مایسز و سخت‌شوندگی ایزوتروپیک

1. HTA Carbon /Epoxy 6376

$$d = \frac{\delta_{eq}^{final}(\delta_{eq} - \delta_{eq}^0)}{\delta_{eq}(\delta_{eq}^{final} - \delta_{eq}^0)} \quad (2)$$



شکل ۴ منحنی تنش معادل-جاب‌جایی معادل

به مساحت زیر منحنی شکل ۴، انرژی اتلافی گفته می‌شود. تنشها و جاب‌جایی‌های معادل در هر یک از مودها به صورت زیر محاسبه می‌شوند: [۱۱]

کشش الیاف ( $\sigma_1 \geq 0$ ):

$$\delta_{eq}^{ft} = L^c \langle \varepsilon_1 \rangle$$

$$\sigma_{eq}^{ft} = \frac{\langle \sigma_1 \rangle \langle \varepsilon_1 \rangle}{\delta_{eq}^{ft} / L^c} \quad (3)$$

فشار الیاف ( $\sigma_1 < 0$ ):

$$\delta_{eq}^{fc} = L^c \langle -\varepsilon_1 \rangle$$

$$\sigma_{eq}^{fc} = \frac{\langle -\sigma_1 \rangle \langle -\varepsilon_1 \rangle}{\delta_{eq}^{fc} / L^c} \quad (4)$$

کشش ماتریس ( $\sigma_2 \geq 0$ ):

$$\delta_{eq}^{mt} = L^c \langle \varepsilon_2 \rangle$$

$$\sigma_{eq}^{mt} = \frac{\langle \sigma_2 \rangle \langle \varepsilon_2 \rangle + \tau_{12} \varepsilon_{12}}{\delta_{eq}^{mt} / L^c} \quad (5)$$

فشار ماتریس ( $\sigma_2 < 0$ ):

$$\delta_{eq}^{mc} = L^c \sqrt{\langle -\varepsilon_2 \rangle^2 + \varepsilon_{12}^2}$$

$$\sigma_{eq}^{mc} = \frac{\langle -\sigma_2 \rangle \langle -\varepsilon_2 \rangle + \tau_{12} \varepsilon_{12}}{\delta_{eq}^{mc} / L^c} \quad (6)$$

که  $L^c$  طول مشخصه‌ی المان می‌باشد. علامت  $\langle \rangle$  نیز اپراتور مک اولی می‌باشد که  $\langle x \rangle = (x + |x|) / 2$ . در نهایت  $d_f$ ،  $d_m$  و  $d_s$  به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$d_f = \begin{cases} d_f^t & \text{if } \sigma_1 \geq 0 \\ d_f^c & \text{if } \sigma_1 < 0 \end{cases}$$

$$d_m = \begin{cases} d_m^t & \text{if } \sigma_2 \geq 0 \\ d_m^c & \text{if } \sigma_2 < 0 \end{cases}$$

$$d_s = 1 - (1 - d_f^t)(1 - d_f^c)(1 - d_m^t)(1 - d_m^c) \quad (7)$$

#### ۴- تحلیل عددی اتصال تک پیچه

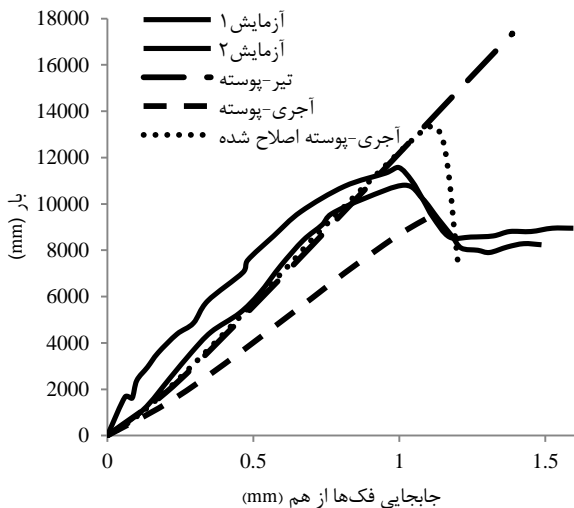
۴-۱- تحلیل عددی اتصال تک پیچه بدون در نظرگیری آسیب و پلاستیسیته برای تایید مدل‌سازی از مدل عددی- تجربی اولمدو و سانتیست [۶] استفاده شده است. مدل اتصال مکانیکی تک‌لبه در نرم افزار المان محدود آباکوس ۶.۱۱.۱ و با استفاده از المان‌های سه‌بعدی و در نظر گرفتن هندسه غیرخطی (جاب‌جایی‌های بزرگ) انجام شده‌است. مدل هندسی اتصال پیچی

آجری برای اجزای اتصال و پیچ) ۲- مدل تیر-پوسته (استفاده از المان‌های پوسته‌ای برای اجزای اتصال و المان میله‌ای برای پیچ). این در حالی است که در مدل کاملاً سه بعدی، زمان تحلیل نسبت به مدل تیر-پوسته، ۱۹ برابر شده است.

#### ۴-۲- تحلیل عددی اتصال تک پیچه با در نظرگیری آسیب و پلاستیسیته‌ی متصل شونده‌ها

یکی از مسایل مهم در بررسی سازه‌های حساس، بررسی چگونگی مود تخریب بعد از آسیب است که میزان دوام سازه را نشان می‌دهد. با در نظر گرفتن خواص مربوط به آسیب پیش‌رونده، مدل‌سازی انجام شده به نتایج تست نزدیک‌تر می‌شود؛ این در حالی است که هزینه‌ی محاسباتی تحلیل‌های المان محدودی چندین برابر افزایش می‌یابد.

در این قسمت بررسی آسیب با در نظر گرفتن آسیب به کمک معیار هاشین [۱۵، ۱۱] برای جزء کامپوزیتی و تعریف پلاستیسیته برای جزء اتصال فلزی مطابق اطلاعات خواص مواد در جدول ۱ و ۲ انجام شده است (شکل ۸). از مدل سخت شوندگی ایزوتروپ برای آلومینیوم استفاده شده است.



شکل ۸ مقایسه نتایج مدل‌های المان محدود مختلف اتصال پیچی با در نظر گرفتن آسیب جزء کامپوزیتی و پلاستیسیته آلومینیوم

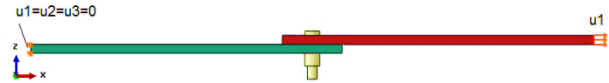
نتایج این بررسی در جدول ۴ با هم مقایسه شده است. در این جدول مقادیر سفتی و استحکام و درصد خطا نسبت به آزمایش آورده شده است.

#### جدول ۴ مقایسه مقادیر سفتی و بیشینه بار پیش‌بینی شده برای مدل‌های المان محدود با در نظر گرفتن آسیب جزء کامپوزیتی و پلاستیسیته آلومینیوم

نوع مدل	درصد خطا نسبت به آزمایش	
	سفتی	حداکثر نیرو
تیر-پوسته	۷٪ ↓	استحکام را بینهایت پیش‌بینی می‌کند
آجری-پوسته	۳۶٪ ↓	۱۶٪ ↓
مدل آجری-پوسته‌ای اصلاح شده	۷٪ ↓	۱۹٪ ↑

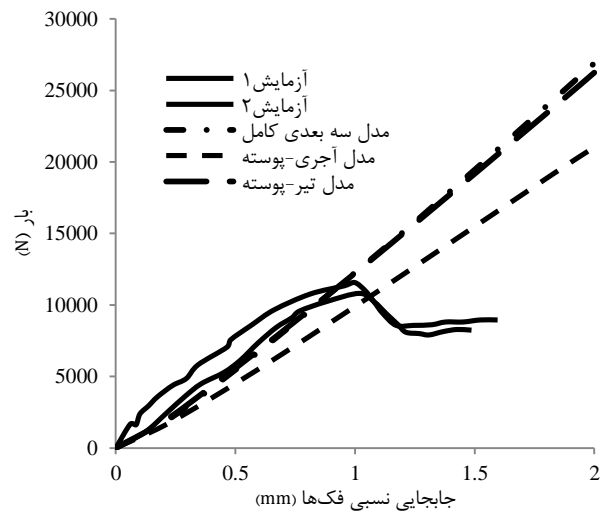
همانطور که مشاهده می‌شود مدل تیر-پوسته قادر به افتی در منحنی بار-جابجایی پیش‌بینی نمی‌کند که دلیل آن در قسمت ۲-۲ توضیح داده شد.

شرایط مرزی مدل المان محدود در شکل ۶ نشان داده شده است.



شکل ۶ شرایط مرزی در مدل المان محدود

در شکل ۷ مدل‌های المان محدود مختلف بدون در نظرگیری هرگونه آسیب و پلاستیسیته‌ای با هم و با نتایج تست‌های تجربی [۶] مقایسه شده و نتایج نیروی کششی (نیوتن) - جابه‌جایی اتصال (میلیمتر) در نشان داده شده است.



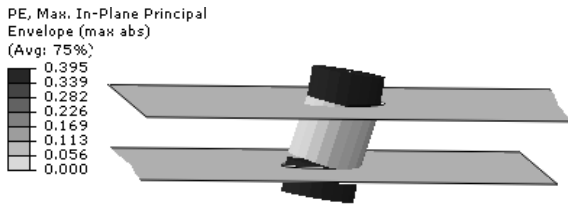
شکل ۷ مقایسه نتایج تحلیل المان محدود صورت گرفته با مدل‌های آجری-آجری؛ پوسته-آجری، پوسته-میله‌ای و دو تست تجربی

در مدل‌سازی انجام شده مقایسه‌ی بین بیشترین بار پیش‌بینی شده در جابه‌جایی ۰/۸۲ میلی‌متر، در جدول ۳ آورده شده است.

#### جدول ۳ مقایسه نتایج مدل‌های المان محدود ساخته شده با المان‌های مختلف با نتایج تجربی مرجع (۶)

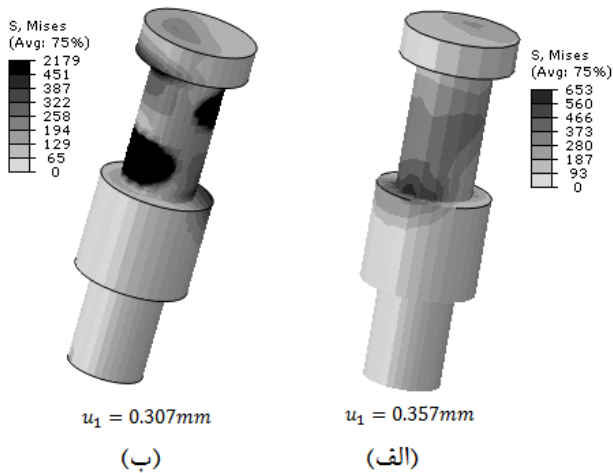
بار پیش‌بینی شده در جابه‌جایی ۰/۸۲ میلی‌متر (N) [۶] (۱۰۰۰۰ نیوتن)	درصد اختلاف با نتایج تست مرجع
۱۰۰۲۴	۲۴٪
۸۰۰۰	۲۰٪
۱۰۰۱۵	۱۵٪

نتایج عددی به دست آمده (مطابق جدول ۳) نشان می‌دهند که نزدیک‌ترین حالت به نتایج تست مدل‌های کاملاً سه بعدی و تیر-پوسته هستند. اختلاف ناچیز شیب قسمت خطی مدل‌های بررسی شده با نتایج تست تجربی [۶] نشان می‌دهد که مدل المان محدود، بدون در نظرگیری آسیب و پلاستیسیته، می‌تواند شیب قسمت خطی منحنی را خوبی پیش‌بینی کرد. اما پیش‌بینی رفتار غیر خطی نیاز به گنجاندن اثرات آسیب و پلاستیسیته در مدل دارد. مقایسه‌ی مدل‌سازی صورت گرفته با المان‌های مختلف، با نتایج تست تجربی [۶] نشان می‌دهد که دو نوع مدل‌سازی اتصال نتایج قابل قبول‌تری دارد: ۱- مدل کاملاً سه بعدی (استفاده از المان‌های



شکل ۱۰ حداکثر کرنش پلاستیک معادل در جابه‌جایی ۲ میلی‌متر (مدل تیر-پوسته)

در مدل آجری-پوسته طبیعی است که با تعریف پلاستیسیته برای پیچ مقادیر سفتی و استحکام بسیار کمتر از زمانی که پلاستیسیته برای پیچ تعریف نشده به‌دست آید. دلیل آن نحوه‌ی مدل‌سازی تماس بین پیچ و متصل شونده است که و باعث تحمیل شدیدتر آسیب به پیچ نسبت به واقعیت می‌شود. این امر در شکل ۱۱ مشهود است. همانطور که مشاهده می‌شود در مدل آجری-پوسته اصلاح شده در جابه‌جایی 0.357mm هنوز هیچ نقطه‌ای از پیچ دچار تسلیم نشده است، در حالیکه در مدل آجری-پوسته در جابه‌جایی 0.307mm قسمتهایی از پیچ که در تماس با پوسته هستند تسلیم شده‌اند. همچنین مشاهده می‌شود که مدل آجری-پوسته اصلاح شده دقت بسیار خوبی دارد.



شکل ۱۱ مقایسه‌ی تنش در پیچها در دو مدل (الف) آجری-پوسته اصلاح شده و (ب) آجری-پوسته در مقدار جابه‌جایی تقریباً یکسان

## ۵- تحلیل عددی اتصال تک لبه‌ی سه پیچه

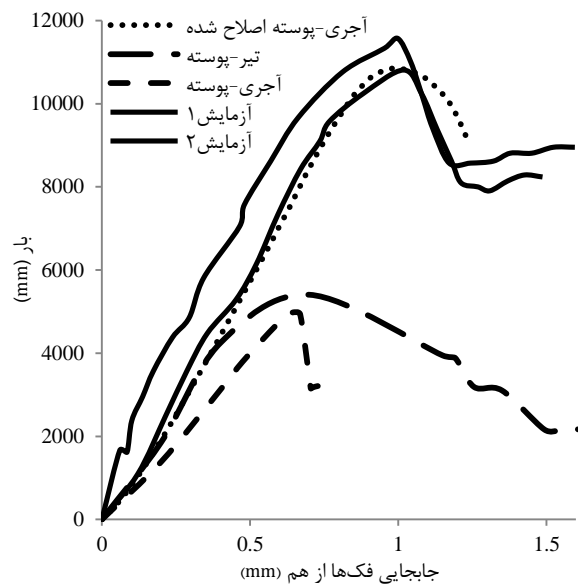
### ۱-۵ مدل‌سازی عددی

در سازه‌های بزرگ از تعداد پیچ‌های بیشتری برای اتصال استفاده می‌شود. از این‌رو برای بررسی تاثیر نوع المان‌ها و مقایسه‌ی هزینه‌های محاسباتی و دقت هر مدل؛ به بررسی نتایج عددی مربوط به یک اتصال روی هم با سه پیچ پرداخته شده است. برای بررسی تاثیر مدل اصلاح شده‌ی پیشنهادی، روی نتایج عددی و هزینه‌ی محاسباتی سازه‌هایی با تعداد پیچ‌های بیشتر، مدل اتصال سه پیچی مک کارتی و همکاران [۱۲]، مورد ارزیابی قرار گرفته است. مدل اتصال مکانیکی تک‌لبه در نرم افزار المان محدود آباکوس ۶.۱۱.۱ و با در نظر گرفتن هندسه غیرخطی (رابطه‌ی کرنش-جابه‌جایی غیر خطی) انجام شده است. مدل هندسی اتصال پیچی کامپوزیت- کامپوزیت در شکل ۱۲ نشان داده شده است.

مدل آجری-پوسته به دلیل اینکه شبیه‌سازی بسیار شدیدتر تغییر شکل در پیچ (نسبت به واقعیت)، مقادیر سفتی و استحکام مدل را کمتر از واقعیت پیش‌بینی می‌کند. مدل آجری-پوسته اصلاح شده نیز استحکام را ۱۹٪ بیشتر از نتایج آزمایشگاهی پیش‌بینی می‌کند که با توجه به عدم در نظرگیری پلاستیسیته‌ی پیچ، منطقی است که استحکام بیشتر از واقعیت به‌دست آید.

### ۳-۴ تحلیل عددی اتصال تک پیچه با در نظرگیری آسیب و پلاستیسیته‌ی متصل شونده‌ها و پیچ

در این قسمت بررسی آسیب با در نظر گرفتن آسیب به کمک معیار هاشین برای جزء کامپوزیتی و تعریف پلاستیسیته برای جزء اتصال فلزی و پیچ انجام شده است و منحنی‌های بار-جابه‌جایی در شکل ۹ نشان داده شده است.



شکل ۹ مقایسه نتایج مدل‌های المان محدود مختلف اتصال پیچی با در نظر گرفتن معیار هاشین جزء کامپوزیتی و ناحیه پلاستیک پیچ و جزء اتصال آلومینیومی

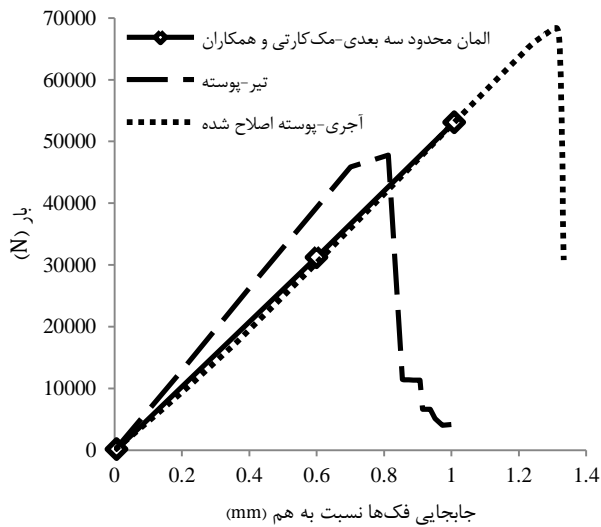
نتایج این بررسی در جدول ۵ با هم مقایسه شده است. در این جدول مقادیر سفتی و استحکام و درصد خطا نسبت به آزمایش آورده شده است.

جدول ۵ مقایسه مقادیر سفتی و بیشینه بار پیش‌بینی شده برای مدل‌های المان محدود با در نظر گرفتن آسیب جزء کامپوزیتی و پلاستیسیته آلومینیوم و پیچ

نوع مدل	درصد خطا نسبت به آزمایش	
	سفتی	حداکثر نیرو
تیر-پوسته	↓/۷	↓/۵۲
آجری-پوسته	↓/۶۷	↓/۷۱
آجری-مدل پوسته‌ای (اصلاح شده)	↓/۷	↓/۳

در مدل تیر-پوسته با تعریف پلاستیسیته برای پیچ می‌توان افت استحکام اتصال را مشاهده نمود. در واقع مدل تیر-پوسته در این حالت تنها قادر به پیش‌بینی پلاستیسیته‌ی پیچ است و هیچ آسیبی برای کامپوزیت و هیچ پلاستیسیته‌ای برای آلومینیوم پیش‌بینی نمی‌کند. در شکل ۱۰ کرنش پلاستیک معادل در مدل تیر-پوسته در جابه‌جایی ۲ میلی‌متر مشاهده می‌شود. برای وضوح بهتر المان تیر به شکل استوانه نشان داده شده است.

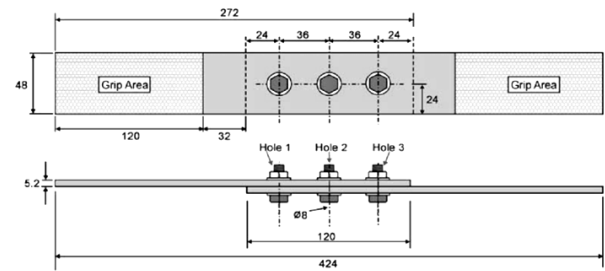
با در نظر گرفتن خواص آسیب برای اجزای کامپوزیتی (معیار هاشین) و اجزای فلزی (تعریف پلاستیسیته) مطابق جدول ۱، مقایسه‌ی نتایج با نتایج تست شبیه‌سازی سه بعدی مکاری و همکاران [۱۷] در شکل ۱۴ نشان داده شده است. همچنین در سه تست انجام شده توسط مکاری و همکاران [۱۲] حداکثر نیرو به ترتیب ۸۰،۷۶ و ۸۴ کیلو نیوتن به دست آمده است. جمع‌بندی نتایج مدل‌سازی‌های مختلف در جداول ۷ و ۸ آورده شده است.



شکل ۱۴ مقایسه‌ی نتایج تحلیل نرم افزاری و تجربی اتصال دارای سه پیچ، با در نظر گرفتن معیار تخریب هاشین و ناحیه پلاستیک برای پیچ

جدول ۷ مقایسه‌ی مدل‌های المان محدودی قابل استفاده برای تحلیل اتصالات پیچی

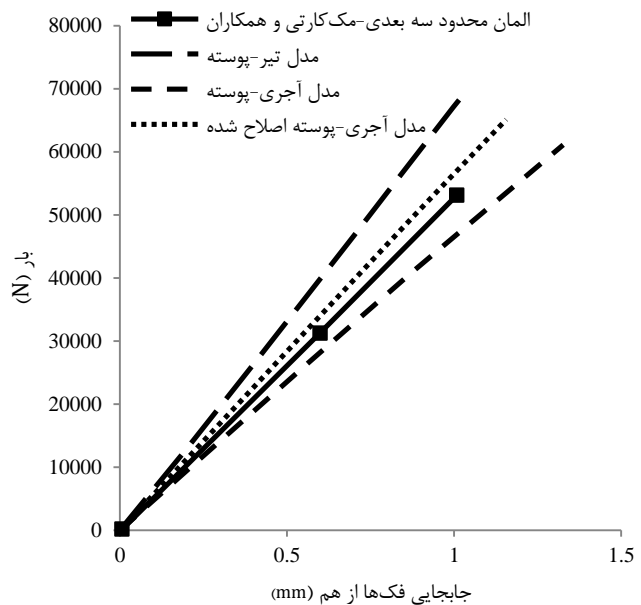
معایب	مزایا	نوع مدل
- هزینه محاسباتی بسیار بالا عمل در سازه‌های با تعداد زیاد پیچ قابل استفاده نیست	- دقت بسیار خوب	سه بعدی کامل
- قادر به پیش‌بینی مود اصلی آسیب (لهیدگی متصل شونده‌ها) نیست	- مدل‌سازی بسیار آسان - هزینه محاسباتی بسیار پایین - رفتار تا قبل از وقوع آسیب را خوب پیش‌بینی می‌کند	تیر-پوسته
- بدلیل محدودیت در مدل‌سازی تماس بدنه پیچ و سوراخ متصل شونده، آسیب در پیچ را بسیار شدیدتر از واقعیت پیش‌بینی می‌کند	- مدل‌سازی آسان - هزینه محاسباتی پایین - رفتار تا قبل از وقوع آسیب را خوب پیش‌بینی می‌کند	آجری-پوسته
- اندکی استحکام را بیشتر از واقعیت پیش‌بینی می‌کند	- مدل‌سازی آسان - هزینه محاسباتی پایین - رفتار تا قبل از وقوع آسیب را خوب پیش‌بینی می‌کند - قادر به پیش‌بینی همه‌ی مودهای آسیب است	آجری-پوسته (اصلاح شده)



شکل ۱۲ مدل هندسی اتصال مکانیکی تک‌لبه‌ی سه پیچی [۱۶]

اجزای اتصال کربن اپوکسی با چینش لایه‌های شبه ایزوتروپیک هستند و خواص مکانیکی مواد اتصال در جداول ۱ و ۲ نشان داده شده است. برای اتصال اجزای اتصال از پیچ‌های تیتانیومی با قطر ۸ میلیمتر استفاده شده است.

برای مدل‌سازی اتصال سه پیچه از سه نوع مدل المان محدود استفاده شده است: ۱- مدل تیر-پوسته ۲- مدل آجری-پوسته ۳- مدل آجری-پوسته‌ای اصلاح شده. نتایج مدل‌های عددی پیشنهاد شده بدون در نظرگیری آسیب و پلاستیسیته با نتایج مدل‌سازی سه بعدی مکاری و همکاران [۱۶] در شکل ۱۳ مقایسه شده است.



شکل ۱۳ مقایسه‌ی نتایج تحلیل نرم افزاری و تجربی اتصال دارای سه پیچ، با در نظر گرفتن معیار تخریب متصل شونده‌ها (با معیار هاشین)

#### ۲-۵- تاثیر خواص آسیب

مقایسه نتایج بیشینه بار برای مدل‌های المان محدود با در نظر گرفتن آسیب جزء کامپوزیتی و پلاستیسیته آلومینیوم و پیچ در جدول ۶ انجام شده است.

جدول ۶ مقایسه نتایج بیشینه بار برای مدل‌های المان محدود با در نظر گرفتن

نوع مدل	درصد خطای محاسبه حداکثر نیرو نسبت به آزمایش
تیر-پوسته	↓/۴۰
آجری-مدل پوسته‌ای (اصلاح شده)	↓/۱۴

۲- مدل آجری-پوسته‌ی اصلاح شده، برای تحلیل اتصالات بحرانی (اتصالاتی که پیچهای آنها در مدل تیر-پوسته دچار تسلیم شده‌اند) سازه‌ی بزرگ. سایر اتصالات سازه باید با همان مدل تیر-پوسته مدل‌سازی شوند.

بدین ترتیب این دستور العمل برای تحلیل اتصالات یک سازه‌ی بزرگ پیشنهاد می‌شود: ابتدا اتصالات با استفاده از مدل تیر-پوسته مدل‌سازی شوند و پس از تحلیل، اتصالاتی که دچار خرابی گردیدند با مدل آجری-پوسته‌ی اصلاح شده، جایگزین گردند و سازه دوباره تحلیل شود. همچنین می‌توان هر یک از اتصالات بحرانی را به تنهایی با استفاده از مدل آجری-پوسته‌ی اصلاح شده و با تکنیک زیرمدل‌سازی به تنهایی مورد ارزیابی دقیق (با در نظر گرفتن تمام جزئیات مدل‌سازی) قرار داد.

### ۷- مراجع

- [1] Campbell, F. C., "Structural composite materials: Asm international", ASM International, United States of America, pp.50-100, 2010.
- [2] Poulos, A., "fatigue and fracture of adhesively composite joints", Wood head, UK, pp.9-54, 2015.
- [3] da Silva, L. Öchsner, A. and Adams, R., "Handbook of Adhesion Technology", Springer, Berlin, 2011.
- [4] Federal Aviation Administration, "Aircraft Inspection and Repair", Skyhorse, USA, 2010.
- [5] Space engineering standard, ECSS-E-HB-32-20, ESA Requirements and Standards Division, 2009.
- [6] Olmedo, A. and Santuste, C., "On the prediction of bolted single-lap composite joints", Composite Structures, Vol. 94, pp. 2127-2110, 2012.
- [7] Atas, A. and Soutis, C., "Subcritical damage mechanisms of bolted joints in CFRP composite laminates", Composites: Part B, Vol. 54, pp. 20-27, 2013.
- [8] Kolks, G. and Tserpes, K. I., "Efficient progressive damage modeling of hybrid composite/titanium bolted joints", Composites Part A: Applied Science and Manufacturing, Vol. 56, pp. 51-63, 2014.
- [9] Jeong, K. Yoon, J. and Kang, B., "Finite element analysis and modeling of structure with bolted joints", Applied mathematical modelling Vol. 31, No. 5, pp. 895-911, 2007.
- [10] Reddy, J. N., "An Introduction to the Finite Element Method", McGraw-Hill, New York, 2005.
- [11] Abaqus 6.11 Analysis User's Manual, Abaqus Inc, 2011.
- [12] McCarthy, C. T. McCarthy, M. A. and Gilchrist, M. D., "Predicting failure in multi-bolt composite joints using finite element analysis and bearing-bypass diagrams", Key Engineering Materials, Vol. 293, pp. 591-598, 2005.
- [13] Tomohiro, N. Kawasaki, T. and Hattori, T., "Simple Modelling and Strength Evaluation Methods for Bolt Joints Using Shell Elements and Beam Elements", Journal of Computational Science and Technology, Vol. 3.1, pp.34-45, 2009.
- [14] Ilker, U. Suer, M. and Ozkol, I., "Finite element modelling and analysis of simple lap joints", Recent Advances in Space Technologies (RAST), 5th International Conference on IEEE, 2011.
- [15] Hashin, Z., "Failure criteria for unidirectional fiber composites", Journal of applied mechanics, Vol. 47, No. 2, pp. 329-334, 1980.
- [16] Deng, X., "Isogeometric analysis of continuum damage in rotation-free composite shells", Comput. Methods Appl. Mech. Engrg. Vol. 284, pp. 349-372, 2015.
- [17] McCarthy, M. A. McCarthy, C. T. and Padhi, G. S., "A simple method for determining the effects of bolt-hole clearance on load distribution in single-column multi-bolt composite joints", Composite Structures Vol. 73.1, pp. 78-87, 2006.

مقایسه‌ی زمان محاسباتی مدل‌های المان محدود اتصال تک پیچ مختلف نیز در جدول ۹ آورده شده است. برای هر مدل تعداد درجات آزادی سازه (تعداد گره در کل سازه  $\times$  درجه آزادی هر گره) نیز آورده شده است.

جدول ۸ مقایسه‌ی مدل‌های المان محدود اتصالات پیچی مختلف با نتایج آزمایشگاهی

نوع مدل	بدون در نظر گرفتن آسیب	در نظر گرفتن آسیب در اجزای اتصال	در نظر گرفتن همه‌ی آسیب‌ها
تیر-پوسته	سفتی را ۷٪ کمتر	سفتی را ۷٪ کمتر - پیش‌بینی کرد	سفتی را به طور متوسط ۲۳٪ کمتر
آجری-پوسته	سفتی را ۳۶٪ کمتر	سفتی را ۳۶٪ کمتر - پیش‌بینی کرد	سفتی را ۶۷٪ کمتر
آجری-پوسته (اصلاح شده)	سفتی را ۷٪ کمتر	سفتی را ۷٪ کمتر - پیش‌بینی کرد	سفتی را به طور متوسط ۱۰٪ کمتر
	سفتی را ۱۹٪ کمتر	سفتی را ۱۹٪ کمتر - پیش‌بینی کرد	سفتی را به طور متوسط ۳٪ کمتر
	سفتی را ۳۶٪ کمتر	سفتی را ۳۶٪ کمتر - پیش‌بینی کرد	سفتی را به طور متوسط ۱۰٪ کمتر
	سفتی را ۷٪ کمتر	سفتی را ۷٪ کمتر - پیش‌بینی کرد	سفتی را به طور متوسط ۱۰٪ کمتر
	سفتی را ۱۹٪ کمتر	سفتی را ۱۹٪ کمتر - پیش‌بینی کرد	سفتی را به طور متوسط ۳٪ کمتر
	سفتی را ۳۶٪ کمتر	سفتی را ۳۶٪ کمتر - پیش‌بینی کرد	سفتی را به طور متوسط ۱۰٪ کمتر

جدول ۹ مقایسه‌ی زمان محاسباتی مدل‌های المان محدود اتصال تک پیچ مختلف (زمان به ثانیه:دقیقه) - زمان تا قطع یا واگرایی در حل محاسبه شده است

نوع مدل	بدون در نظر گرفتن آسیب	در نظر گرفتن همه‌ی آسیب‌ها
سه بعدی کامل (کل درجات آزادی سازه $3 \times 2280$ برای متصل شونده‌ها و $3 \times 543$ برای پیچ)	۰۶:۲۳ (تا جابه‌جایی ۲ میلی‌متر)	-
آجری-پوسته (کل درجات آزادی سازه $6 \times 422$ برای متصل شونده‌ها و $3 \times 1071$ برای پیچ)	۰۰:۳۲ (تا جابه‌جایی ۲ میلی‌متر)	۰۲:۱۵ (تا جابه‌جایی ۱.۴ میلی‌متر)
تیر-پوسته (کل درجات آزادی سازه برابر $6 \times 403$ برای متصل شونده‌ها و $5 \times 6$ درجه آزادی برای پیچ)	۰۰:۲۰ (تا جابه‌جایی ۲ میلی‌متر)	۰۰:۴۸ (تا جابه‌جایی ۲ میلی‌متر)

<sup>a</sup> درجه آزادی هر گره برای المان پوسته برابر ۶ و برای المان آجری برابر ۳ است.

### ۶- نتیجه‌گیری

با توجه به نتایج به‌دست آمده و با توجه به اهداف عمده‌ای که در این مقاله پیگیری شده است (۱- کاهش هزینه‌های محاسباتی برای تحلیل اتصالات سازه‌های بزرگ ۲- افزایش دقت نتایج به کمک مدل‌سازی‌های تقریبی) دو مدل برای تحلیل اتصالات سازه‌های بزرگ پیشنهاد می‌شود:

- ۱- مدل تیر-پوسته، برای تحلیل اولیه‌ی تمامی اتصالات سازه‌های بزرگ دارای تعداد زیاد اتصال.