



## پیش‌بینی عمر خستگی چند لایه‌های متعامد متقارن کامپوزیتی با توسعه مدلی در چارچوب مکانیک خرابی محیط‌های پیوسته

بیژن محمدی<sup>۱\*</sup>، بابک فضلعلی<sup>۲</sup>، رضا معدولیات<sup>۳</sup>

۱-استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت، تهران  
۲-دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت، تهران  
۳-دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت، تهران  
\* [bijan\\_mohammadi@iust.ac.ir](mailto:bijan_mohammadi@iust.ac.ir)، ۱۳۱۱۴-۱۶۸۴۶، صندوق پستی

چکیده	اطلاعات مقاله
<p>کامپوزیت‌ها به دلیل وجود مکانیزم‌های مختلف آسیب و تفاوت در رشد و تأثیر این مکانیزم‌ها بر یکدیگر، نسبت به فلزات دارای پیچیدگی بیشتری می‌باشد. در این تحقیق یک مدل مبتنی بر مکانیک خرابی محیط‌های پیوسته برای پیش‌بینی عمر چندلایه‌های متعامد متقارن کامپوزیتی تحت بارگذاری خستگی ارائه شده است. ثوابت الاستیک ماده بر پایه روش مایکرومکانیکی برحسب ثوابت الاستیک الیاف و رزین به دست می‌آیند. در مدل ارائه شده بر پایه مکانیک خرابی محیط‌های پیوسته دو متغیر آسیب الیاف و رزین معرفی شده به بررسی افت سفتی در سطح یک لایه می‌پردازند، به همین دلیل مدل ارائه شده مستقل از لایه‌چینی قادر به پیش‌بینی سفتی باقیمانده و عمر چندلایه‌های متعامد کامپوزیتی تحت وضعیت‌ها و نسبت‌های مختلف تنش خواهد بود. ثوابت مادی مدل ارائه شده با استفاده از تست‌های خستگی کشش-کشش روی تک‌لایه قابل تعیین می‌باشد. نمودار افت سفتی پیش‌بینی شده توسط مدل ارائه شده با نتایج حاصل از آزمایش‌های موجود در مراجع روی تک‌لایه‌ها مقایسه شده است. همچنین اعتبار سنجی مدل بر پایه آزمایشات موجود روی چندلایه متعامد صورت گرفته که نتایج حاصل شده دارای دقت مناسبی هستند.</p>	<p>دریافت: اسفند ۹۳ پذیرش: اردیبهشت ۹۴</p> <p><b>کلیدواژگان:</b> خستگی مکانیک خرابی محیط‌های پیوسته الیاف رزین</p>

## Fatigue life prediction of symmetric cross ply laminated composite using a developed continuum damage mechanics based model

**Bijan Mohammadi\*, Babak Fazlali, Reza madoliat**

Department of Mechanical Engineering, University of Science and Technology, Tehran, Iran  
\*P.O.B. 13114-16846, Tehran, Iran, [bijan\\_mohammadi@iust.ac.ir](mailto:bijan_mohammadi@iust.ac.ir)

**Keywords**

Fatigue  
Continuum damage mechanics  
Fiber  
Matrix

**Abstract**

Composite materials behavior is complicated more than metallic material because of different mechanisms of damage, damage growth rate and effect of them in each other. In this paper, a continuum damage mechanic based model is proposed to predict the fatigue life of symmetric cross ply laminated composites under fatigue loading. According to fiber and matrix elastic properties, Elastic material constants of lamina are defined base on micromechanical approach. Two damage variable of matrix and fiber direction are considered to explain stiffness degradation on the scale of the plies, which thus makes it possible to use in any stacking sequences of cross ply laminated composites. Also, it is capable to predicted fatigue life and residual stiffness of laminates under different states of stress and stress ratio. The available tension-tension fatigue tests on 0° and 90° unidirectional laminates are used to identify material parameters of damage evolution equations in matrix and fiber direction. Finally, the stiffness degradation and final failure cycle of laminates during the fatigue loading on unidirectional plies and cross-ply layups are compared with available experiments. The obtained results are show a good agreement with the experiments.

**۱- مقدمه**

روزافزونی در صنایع مختلف از قبیل صنایع هوافضا، صنایع خودرو، صنایع دریایی و صنایع ساختمان یافته است. استفاده از این مواد تحت بارگذاری متناوب، مطالعه خستگی و تخمین عمر مفید برای این مواد را به عنوان یکی

کامپوزیت‌های زمینه پلیمری به دلیل دارا بودن استحکام و مقاومت بالا، چگالی پایین، مقاومت در برابر عوامل محیطی و خوردگی کاربردهای

**Please cite this article using:**

Mohammadi, B. Fazlali, B. and madoliat, R., "Fatigue life prediction of symmetric cross ply laminated composite using a developed continuum damage mechanics based model" Journal of Science and Technology of Composites, Vol. 2, No. 1, pp. 13-22, 2015.

برای ارجاع به این مقاله از عبارت زیر استفاده نمایید:

سیدورف و ساباجی [۸] مدلی برای نرخ رشد آسیب معرفی کردند. در این مدل نرخ رشد آسیب به صورت تابعی از دامنه کرنش اعمالی در بارگذاری کششی در نظر گرفته شده است. ون پایپگم و دگر دیک [۱۰،۹] مدل سیدورف و ساباجی را در یک کد المان محدود به‌کار گرفتند. در مدل پیشنهادی ایشان هر نقطه گوسی با توجه به میزان افت سفتی طولی، دارای یک متغیر آسیب خاص می‌باشد. کد المان محدود به منظور شبیه سازی رفتار خستگی کامپوزیت‌ها با الیاف پارچه‌ای شیشه/اپوکسی در بارگذاری خستگی به صورت یک تیر یک سرگیردار و در شرایط جابجایی کنترل بکار گرفته شده است. مدل سیدورف و ساباجی بوسیله بسیاری از محققین بکارگرفته شده است، اما اغلب آنها بر حسب دامنه تنش به‌جای دامنه کرنش بوده‌اند.

مدل‌های استحکام باقیمانده از مشاهدات آزمایشگاهی به منظور توصیف افت استحکام در کامپوزیت‌ها استفاده می‌کند. این مدل به دو دسته کلی تقسیم می‌شود:

- مدل مرگ ناگهانی<sup>۶</sup>
- مدل افت تدریجی<sup>۷</sup>

هالپین و همکاران [۱۱] نخستین مدل خستگی را بر پایه افت استحکام باقیمانده و در دسته مدل افت تدریجی، ارائه کردند. در این مدل استحکام باقیمانده بر حسب تعداد سیکل به صورت یک تابع یکنواخت افت پیدا می‌کند که در آن استحکام باقیمانده بر حسب ماکزیمم تنش سیکلی تغییر می‌کند. این رویه بوسیله بسیاری از محققان دنبال شده است.

دانیل و چاریوز [۱۲] انباشت تخریب در چند لایه‌های متعامد گرافیت/اپوکسی را تحت بارگذاری کششی چرخه‌ای مورد مطالعه قرار دادند. مدل آنها بر پایه تغییر استحکام بی بعد شده، تنش چرخه‌ای و تعداد سیکلهای بی بعد شده می‌باشد. این مدل به دلیل وابستگی کامل به تعیین منحنی استحکام باقیمانده مناسب نمی‌باشد، زیرا تعیین آزمایشی منحنی استحکام باقیمانده با توجه به نبود یک مقدار خاص برای تعداد سیکل‌ها در یک بار مشخص، مشکلاتی به همراه خواهد داشت.

اما در مدل‌های آسیب پیش‌رونده از یک یا چند متغیر آسیب به منظور توصیف افت در هر یک از اجزای کامپوزیت استفاده می‌شود. این مدل بر پایه یک مدل‌سازی فیزیکی از مکانیزم‌های آسیب ناشی از مشاهدات میکروسکوپی افت خواص مکانیکی، می‌باشد. گونه‌های مختلف این شیوه به طور کلی به دو دسته تقسیم می‌شود: مدل‌های آسیب<sup>۸</sup> که رشد آسیب (از قبیل تعداد ترک‌های عرضی رزین بر واحد طول، اندازه ناحیه جدایش بین لایه‌ای) را پیش‌بینی می‌کنند و مدل‌هایی که رشد آسیب را به خواص مکانیکی باقیمانده (سفتی/ استحکام) مرتبط می‌نمایند.

اون و بیشوپ [۱۳] جزو اولین محققانی بودند که به شیوه آسیب پیش‌رونده، به طور گسترده‌ای عمر خستگی کامپوزیت‌های تقویت شده با الیاف شیشه را بررسی نمودند. سعی آنها بر این بود که شروع آسیب در مرکز یک نمونه حاوی گشودگی داخلی را تحت بارگذاری استاتیکی و خستگی پیش‌بینی نمایند.

فنگ و همکاران [۱۴] مدلی پیش‌رونده برای پیش‌بینی رشد آسیب خستگی در ترک خوردگی رزین در کامپوزیت تقویت شده با الیاف کربن توسعه دادند. آنها از نتایج تجربی نتیجه گرفتند که مود یک رشد ترک

از ملاحظات بحرانی طراحی این مواد مطرح می‌کند. با وجود مطالعات بسیار گسترده انجام گرفته، همچنان پیش‌بینی جامع رفتار خستگی این مواد از موضوعات مورد مطالعه پژوهشگران این شاخه از علم می‌باشد.

مدل‌هایی که تا کنون توسط محققین توسعه داده شده است را می‌توان به سه دسته کلی زیر تقسیم نمود [۱]:

- مدل‌های عمر خستگی<sup>۱</sup>
- مدل‌های پدیده شناختی<sup>۲</sup>
- مدل‌های تخریب پیش‌رونده<sup>۳</sup>

یکی از اولین معیارهای خستگی بر پایه منحنی‌های معروف S-N، مدل هشین و روتن [۲] است. ایشان مدهای خرابی الیاف و رزین را با سه منحنی S-N که از انجام آزمایش‌هایی روی نمونه‌های شیشه/اپوکسی در جهت‌های مختلف و تحت بارگذاری تک‌محوری متناوب، مشخص کردند. در حقیقت این معیار تنها برای چندلایه‌های تک‌جهته و با قيودی اضافه‌شده جهت برقراری تمایز بین دو مود تخریب حین واماندگی خستگی، معتبر می‌باشد. در همین راستا الین و ال-کادی [۳] نیز چگالی انرژی کرنشی را با فرض تنش الاستیک صفحه‌ای محاسبه و به عنوان معیار تخریب خستگی مورد استفاده قرار دادند.

لاورنس هو [۴] یک معیار شکست ماکروسکوپی را بر پایه معیار تخریب تسای-هو ارائه کرد که در آن بیشینه تنش‌ها بصورت تابعی از عمر خستگی و متناظر با منحنی‌های S-N تعیین می‌شوند. فاووز و الین [۵] با توسعه یک مدل ماکروسکوپی و به منظور محاسبه آسیب، یک رابطه نیمه لگاریتمی بین تنش اعمالی و تعداد سیکل‌ها برقرار کردند. آنها با داشتن یک منحنی S-N از الیاف در یک جهت قادر به پیش‌بینی عمر در زوایای دلخواه بودند.

جین و لی [۷،۶] با بهینه کردن معیار تخریب تسای-هو برای بارگذاری چندمحوری و تنش صفحه‌ای مدلی با نام معیار توسعه یافته تخریب تسای-هو پیشنهاد کردند. این معیار برای چند لایه‌های متعامد و شبه‌همسانگرد کربن/اپک معتبر بوده اما دارای خطاهای بزرگ در چندلایه‌های  $45^{\circ} \pm [45]$  بود. مدل‌های پدیده شناختی به توصیف آسیب در کامپوزیت‌ها با مدل کردن افت یک خواص مشخص از کامپوزیت در طی بارگذاری خستگی می‌پردازد. این مدل‌ها به دو دسته کلی تقسیم می‌شود:

- مدل‌های سفتی باقیمانده<sup>۴</sup>
- مدل‌های استحکام باقیمانده<sup>۵</sup>

یکی از خواص مکانیکی ماده که در طی عمر خستگی به تدریج کاهش می‌یابد، سفتی است. مدل سفتی باقیمانده افت خواص الاستیک در طی بارگذاری خستگی را توصیف می‌کند. افت سفتی اغلب با متغیر آسیب D معرفی می‌شود. این متغیر برای حالت یک بعدی از رابطه معروف  $D = 1 - \frac{E}{E_0}$  به سفتی مرتبط می‌شود، که در آن  $E_0$  سفتی اولیه و E سفتی در هر لحظه می‌باشد. در این مدل‌ها نرخ رشد آسیب  $\frac{dD}{dN}$  بر حسب خواص قابل مشاهده ماکروسکوپی و نه بر پایه مکانیزم آسیب واقعی تعیین می‌شود. به همین دلیل است که این مدل جزو مدل‌های پدیده شناختی قرار می‌گیرد. مزیت بارز این دسته از مدل‌ها پیش‌بینی آسیب و عمر خستگی، بدون نیاز به آزمایش‌های مخرب است. همچنین سفتی در طی عمر خستگی به صورت یکنواخت کاهش می‌یابد و تغییرات آن از تغییرات استحکام باقیمانده در حین سیکل‌های بارگذاری بیشتر است.

1. Fatigue life models  
2. Phenomenological models  
3. Progressive damage models  
4. Residual stiffness models  
5. Residual strength models

6. Sudden death models  
7. Wear out models  
8. Damage models

می‌تواند برحسب اندازه ناحیه آسیب با تعداد سیکل‌های خستگی و نرخ انرژی کرنشی بیشینه توصیف شود. در این مدل نرخ انرژی کرنشی بیشینه از محاسبات المان محدود ارزیابی می‌شود و تخریب نهایی هنگامی که کرنش الیاف از مقدار کرنش شکست الیاف تجاوز کند، رخ می‌دهد.

همچنین در مدل‌هایی پیش‌رونده و بر پایه افت خواص مکانیکی، رایف اشنایدر و هایسمیت [۱۵] یکی از اولین مدل‌های افت سفتی تحت ترک‌های ماتریس را با نام مدل تأخیر برش<sup>۱</sup> را ارائه کردند.

**۲- روابط ساختاری تک لایه**  
شکل ۱ یک لایه ارتوتروپیک را نشان می‌دهد. سیستم مختصات ماده با ۱-۲ و سیستم مختصات اصلی با x-y در مرکز لایه در شکل ۱ نشان داده می‌شود. محور ۱ موازی با جهت الیاف و محور ۲ در جهت عمود بر الیاف می‌باشد و  $\theta$  زاویه بین مختصات مادی و مختصات اصلی می‌باشد. چرخش در جهت خلاف عقربه‌های ساعت از محور x به سمت محور ۱ مثبت فرض می‌شود. رابطه تنش-کرنش در مختصات اصلی برای یک ماده ارتوتروپیک به را می‌توان به صورت رابطه (۱) نوشت [۲۴].

تالرجا [۱۷،۱۶] یک مدل آسیب پیوسته که متغیرهای آسیب داخلی با کمیت‌های برداری/ تانسوری مشخص می‌شوند را معرفی کرد. در این مدل دو مود آسیب ترک ماتریس و جدایش بین لایه‌های بر پایه اصول ترمودینامیکی به صورت آسیب داخلی برداری/ تانسوری در نظر گرفته شدند. هرکدام از این مودهای تخریب با بردار آسیب مربوطه، باعث افت سفتی می‌شوند، که از تأثیر مستقیم آنها در یکدیگر صرف‌نظر شده است. مک‌لندون و ویت‌کامب [۱۸]

مدلی بر پایه مکانیک خرابی محیط‌های پیوسته به منظور شبیه‌سازی نحوه رشد ترک در کامپوزیت‌ها ارائه نمودند. ایشان علل ضعف کارآمدی این مدل‌ها تحت بارهای برشی و روش‌های بهبود پیش‌بینی رشد ترک را بررسی نمودند. سونگ و همکاران [۱۹] مدلی به منظور پیش‌بینی تخریب در چندلایه‌های شبه-همسانگرد حاوی گشودگی داخلی را پیشنهاد کردند. در مدل ایشان از کوپل آسیب بین لایه‌ای و یک مدل ناحیه چسبنده برای تعیین جدایش بین‌لایه‌ای استفاده شده است.

$$\sigma_{ij} = \bar{Q}_{ij} \varepsilon_{ij} \quad (1)$$

$$\bar{Q}_{ij} = \begin{bmatrix} Q_{xx} & Q_{xy} & Q_{xs} \\ Q_{yx} & Q_{yy} & Q_{ys} \\ Q_{sx} & Q_{sy} & Q_{ss} \end{bmatrix}$$

که در رابطه فوق  $\bar{Q}_{ij}(i,j = x,y,s)$  مولفه‌های ماتریس سفتی در مختصات اصلی می‌باشد (رابطه (۲)).

شکریه و لسارد [۲۱،۲۰] یک مدل با نام "تکنیک تعمیم یافته‌ی افت خواص باقیمانده ماده"<sup>۲</sup> را برای چندلایه‌های کامپوزیتی گسترش دادند. این مدل ترکیبی از سه روش مختلف به شرح ذیل می‌باشد:

$$\bar{Q}_{ij} = w Q_{ij} \quad (2)$$

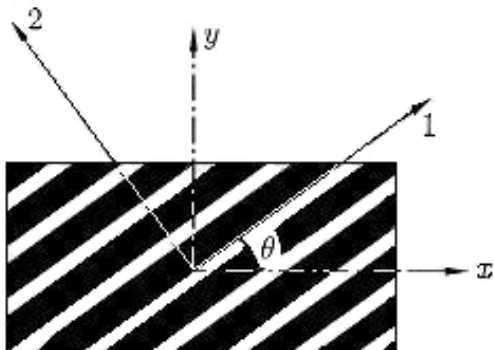
که در آن W از رابطه (۳) به دست می‌آید.

$$w = \begin{bmatrix} m^2 & n^2 & 2mn \\ n^2 & m^2 & -2mn \\ -mn & mn & m^2 - n^2 \end{bmatrix} \quad (3)$$

- معیار تخریب استاتیکی به منظور تعیین هفت مود تخریب
- منحنی‌های مرجع<sup>۳</sup> به منظور تخمین استحکام و سفتی باقیمانده
- تأثیر نسبت تنش دلخواه با در نظر گرفتن و توسعه نمودارهای بی‌بعد شده عمر

این مدل، بررسی شروع و پیشرفت آسیب تا وضعیت تخریب نهایی را برای هفت مود مختلف آسیب ممکن می‌سازد.

هدف اصلی این مقاله، توسعه مدلی بر پایه مکانیک خرابی محیط‌های پیوسته به منظور پیش‌بینی سفتی باقیمانده و عمر خستگی چندلایه‌های متعامد کامپوزیتی تحت بارگذاری خستگی کشش-کشش و در نسبت تنش‌های مختلف می‌باشد. این مدل بر مکانیزم‌های واقعی آسیب استوار بوده و مبتنی بر قوانین مکانیک محیط‌های پیوسته و روابط ترمودینامیکی و با یک معیار افت تدریجی سفتی در رزین و یک معیار افت تدریجی سفتی در الیاف به مطالعه رفتار خستگی و پیش‌بینی عمر خستگی کامپوزیت‌های زمینه پلیمری می‌پردازد. مدل ژانگ و همکاران [۲۲] اساس روند مشخصه‌سازی مادی مدل پیشنهادی می‌باشد. در نحوه مشخصه‌سازی این مدل توسط شی و همکاران [۲۳] تنها از نمودارهای S-N و روش حداقل مجذورات استفاده می‌شود. مدل ایشان تنها برای تک‌لایه‌های کامپوزیتی کاربرد دارد. در مقابل، در مدل حاضر مشخصه‌سازی مدل با توجه به نمودارهای S-N و نمودارهای افت سفتی ماده در دو جهت الیاف و رزین صورت پذیرفته است. به همین دلایل مدل قادر به پیش‌بینی عمر خستگی چندلایه‌های کامپوزیتی متعامد



شکل ۱ x-y محوره‌های مختصات اصلی و ۱-۲ محوره‌های مختصات مادی در یک لایه ارتوتروپیک

m و n به ترتیب سینوس و کسینوس زاویه در شکل ۱، w ماتریس انتقال و  $Q_{ij}$  ماتریس سفتی در مختصات مادی می‌باشد که به صورت رابطه (۴) می‌توان نوشت:

$$Q_{12} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{21} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$Q_{11} = (1 - \nu_{12}\nu_{21})^{-1} E_1$$

$$Q_{22} = (1 - \nu_{12}\nu_{21})^{-1} E_2$$

$$Q_{12} = (1 - \nu_{12}\nu_{21})^{-1} \nu_{21} E_1$$

$$Q_{12} = (1 - \nu_{12}\nu_{21})^{-1} \nu_{12} E_2$$

$$Q_{11} = E_6$$

1. Shear-Lag models  
2. generalized residual material property degradation model  
3. Master curve

$$\bar{Q}_D = wQ_D \quad (9)$$

که رابطه ساختاری با تخریب برای لایه زاویه‌دار می‌تواند با رابطه (۱۰) دربر گرفته شود.

$$\sigma_{xy,D} = \bar{Q}_D \varepsilon_{xy,D} \quad (10)$$

#### ۴- روابط ترمودینامیکی مکانیک خرابی محیط‌های پیوسته

در این قسمت در ابتدا قانون رشد آسیب به منظور تعیین نحوه رشد آسیب الیاف و رزین بر پایه روش ژانگ و ژاو [۲۲] ارائه می‌شود. نحوه مشخصه‌سازی این قانون توسط شی و همکاران [۲۳] دارای اشکالاتی اساسی می‌باشد. قانون رشد آسیب در مدل حاضر با ارائه یک روند مشخصه‌سازی جامع به منظور تعیین عمر خستگی چندلایه‌های متعامد کامپوزیتی در وضعیت‌ها و نسبت‌های تنش مختلف، به صورت رابطه (۱۱) تعریف می‌شود [۲۳].

$$\frac{dD_k}{dN} = \frac{A_k Y_{max,k}^{B_k}}{(1 - D_k)^{C_k}} \quad (11)$$

در این رابطه  $A_k$ ،  $B_k$  و  $C_k$  پارامترهای مادی، زیرنویس  $k$  معرف الیاف یا رزین و  $Y_{max,k}$  ماکزیمم نیروی ترمودینامیکی آسیب می‌باشند و به صورت رابطه (۱۲) تعریف می‌شود.

$$Y_{ij} = \rho \frac{\partial \psi}{\partial D_{ij}} \quad (12)$$

$\psi$  چگالی انرژی آزاد هلم هولتز و یک تابع پتانسیل و  $D$  متغیر آسیب می‌باشد. در چارچوب مکانیک خرابی محیط‌های پیوسته چگالی انرژی آزاد هلم هولتز را می‌توان به صورت تابعی از متغیرهای داخلی به صورت رابطه (۱۳) نوشت [۲۵].

$$\psi(\varepsilon^e, T, D) = u - Ts = \frac{1}{2} \varepsilon_{ij}^e \sigma_{ij}^e \quad (13)$$

$T$  دما،  $s$  آنترپی و  $u$  انرژی درونی می‌باشد. حال با توجه به معادلات (۱۰)، (۱۲) و (۱۳) نیروهای ترمودینامیکی را می‌توان به صورت رابطه (۱۴) نوشت [۲۵].

$$Y_{ij} = \frac{\partial \psi}{\partial D_{ij}} = \frac{\partial}{\partial D_{ij}} \left( \frac{1}{2} \varepsilon_{pq}^e \sigma_{pq}^e \right) = \frac{\partial}{\partial D_{ij}} \left( \frac{1}{2} \varepsilon_{pq}^e : C_{pqkl} : \varepsilon_{kl}^e \right) = \frac{1}{2} \varepsilon_{pq}^e : \frac{\partial C_{pqkl}}{\partial D_{ij}} : \varepsilon_{kl}^e \quad (14)$$

در رابطه فوق  $C$  ماتریس سختی با وجود آسیب می‌باشد. با توجه به رابطه (۱۳) و (۱۰) می‌توان نوشت (رابطه (۱۵)).

$$W = \rho \psi = (1 - D) \left[ \frac{1}{2} \lambda (\delta_{ij} \varepsilon_{ij})^2 + \mu \varepsilon_{ij} \varepsilon_{ij} \right] = \frac{1}{2E} \left( \frac{1}{1 - D} \right) [(1 + \nu) \sigma_{ij} \sigma_{ij} - \nu (\delta_{ij} \sigma_{ij})^2] \quad (15)$$

که  $\sigma_{ij}$  و  $\varepsilon_{ij}$  به ترتیب اجزای تنش و اجزای کرنش،  $\delta_{ij}$  علامت رابطه کرونکه  $\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & i=j \\ 0 & i \neq j \end{cases}$  و  $\mu$  ثابت لمه<sup>۲</sup> و به صورت رابطه (۱۶) می‌باشد.

$$\lambda = \frac{E\nu}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)} \quad (16)$$

$E_1, E_2, E_6, v_{12}$  و  $v_{21}$  به ترتیب مدول الاستیسیته در جهت الیاف، رزین و مدول برشی داخل صفحه‌ای، ضریب پواسون طولی و ضریب پواسون عرضی در مختصات مادی یک لایه ارتوتروپیک می‌باشد.

ثوابت الاستیک ماده را برحسب ثوابت الاستیک الیاف و رزین بر پایه قانون اختلاط<sup>۱</sup> در میکرومکانیک کامپوزیت‌ها، می‌توان به صورت رابطه (۵) نوشت [۲۳].

$$E_1 = E_1(E_f, V_f, E_m) = E_f V_f + E_m V_m = E_f V_f + E_m (1 - V_f) \quad (5)$$

$$E_2 = E_2(E_f, V_f, E_m) = \frac{E_f E_m}{E_f (1 - V_f) + E_m V_f}$$

$$v_{12} = v_{12}(v_f, v_m, V_f) = v_f V_f + v_m (1 - V_f)$$

$$E_6 = G_{12}$$

$E_f, E_m, v_f$  و  $v_m$  بترتیب سختی الیاف، سختی رزین، ضریب پواسون الیاف و ضریب پواسون رزین می‌باشد.

#### ۳- رابطه ساختاری با وجود آسیب

متغیر افت آسیب بر حسب مقدار افت سختی به صورت رابطه (۶) تعریف می‌شود.

$$D_k = \frac{E_{k_0} - E_k}{E_{k_0}} \quad (6)$$

که  $E_k$  مدول یانگ با وجود تخریب می‌باشد. گستره‌ی  $E_k$  بین  $E_{k_0}$  تا صفر می‌باشد. همچنین معرف الیاف و رزین و  $D_f$  متغیر آسیب در الیاف و  $D_m$  متغیر آسیب در رزین می‌باشد.

حال با توجه به معادله (۵) و (۶) ثوابت الاستیک بر حسب خواص الیاف و رزین در وضعیت آسیب نوشته می‌شود [۲۳] (رابطه (۷)).

$$E_{1,D} = E_{D,f} V_f + E_{D,m} (1 - V_f) = (1 - D_f) E_f V_f + (1 - D_m) E_m (1 - V_f)$$

$$E_{2,D} = \frac{E_{D,f} E_{D,m}}{E_{D,f} V_f (1 - V_f) + E_{D,m} V_f} = \frac{(1 - D_f) E_f (1 - D_m) E_m}{(1 - D_f) E_f (1 - V_f) + (1 - D_m) E_m V_f}$$

$$v_{12,D} = v_f V_f + v_m (1 - V_f)$$

$$E_6 = G_{12} \quad (7)$$

از این رو، اجزا محور اصلی سختی با وجود آسیب  $Q_D$  می‌تواند به صورت رابطه (۸) ارائه شود.

$$Q_{11,D} = \frac{E_{1,D}^2}{E_{1,D} - v_{12,D}^2 E_{2,D}} \quad Q_{22,D} = \frac{E_{1,D} E_{2,D}}{E_{1,D} - v_{12,D}^2 E_{2,D}} \quad Q_{66,D} = G_{12,D} \quad Q_{12,D} = Q_{21,D} = \frac{v_{12,D} E_{2,D} E_{1,D}}{E_{1,D} - v_{12,D}^2 E_{2,D}} \quad (8)$$

ملاحظه می‌شود که  $\theta$  در طی رشد تخریب ثابت نگه داشته می‌شود. با جایگذاری معادله (۷) در معادلات (۸) و (۲) سختی محوری غیر همراستا با الیاف برای لایه با وجود آسیب  $Q_D$  می‌تواند به صورت رابطه (۹) نوشته شود [۲۳].

2. Lamé constant

1. Rule of mixture

که در آن  $k$  معرف  $f$  و  $m$  نماینده الیاف و رزین می‌باشد. سپس از نتایج آزمایشگاهی و با رسم نمودار  $\log N_k$  برحسب  $\log \sigma_{\max,k}$  می‌توان مقدار  $x$  و  $y$  را با استفاده از شیب و عرض از مبدأ نمودار مورد اشاره رسم نمود. در ادامه با لگاریتم گرفتن از معادله (۱۷) می‌توان نوشت (رابطه (۲۵)).

$$\log \frac{dD_k}{dN} = \log \left( \frac{A_k}{(2E_k)^{B_k}} \sigma_{\max,k}^{2B_k} \right) + (2B_k + C_k) \log(1 - D_k)^{-1} \quad (25)$$

سپس جهت تعیین دو پارامتر  $A_k$  و  $C_k$  مراحل زیر دنبال می‌شود.

- رسم نمودار  $D_k$  بر حسب  $N$  در یک سطح تنش مشخص
- تعیین شیب نمودار  $D_k - N$  در هر نقطه
- رسم نمودار  $\log \frac{dD_k}{dN}$  برحسب  $\log(1 - D_k)^{-1}$

از شیب و عرض از مبدأ نمودار  $\log \frac{dD_k}{dN}$  برحسب  $\log(1 - D_k)^{-1}$  بترتیب ثوابت  $C_k$  و  $A_k$  محاسبه خواهد شد. جهت پیش‌بینی عمر خستگی در ابتدا لازم است خواص مادی تعیین شوند. به همین منظور از نتایج آزمایش استاتیکی طاهری و همکاران [۲۶] برای کامپوزیت T 700/Cycom 890 RTM کربن/اپوکسی استفاده شده است. مشخصات مورد استفاده در جدول ۱ به تفصیل ارائه شده است.

جدول ۱ خواص مادی T700/Cycom 890 [۲۶]

اندازه	خواص
۱۳۰ GPa	$E_{xx}$
۷/۵۳ GPa	$E_{yy} = E_{zz}$
۴/۸ GPa	$G_{xy}$
۲/۷۲ GPa	$E_{yz}$
۰/۲۸	$\nu_{xy} = \nu_{xz}$
۰/۳۸۲	$\nu_{yz}$
۲۰۰۸ MPa	$X_t$
۵۸/۳ MPa	$Y_t$
۱۰۳ MPa	$S_{xy} = S_{xz}$
۰/۰۱۷۶	کرنش شکست در جهت الیاف ( $\epsilon_{ff}$ )
۰/۰۰۷۴	کرنش شکست در جهت الیاف ( $\epsilon_{fm}$ )
۵۲٪	درصد کسر حجمی الیاف

#### ۵-۱- تعیین پارامترهای مادی در قانون رشد آسیب رزین

در شکل ۲ و براساس آزمایش‌های کشش-کشش طاهری و همکاران [۲۶] و با توجه به معادله (۲۴)، نمودار  $\log N$  بر حسب  $\log \sigma_{\max,m}$  برای تک لایه ۹۰° در تنش‌های اعمالی ۵۵٪، ۷۰٪ و ۸۰٪ از استحکام استاتیکی و در نسبت تنش ۰/۱ رسم شده است. با توجه به شیب و عرض از مبدأ نمودار رسم شده در شکل ۲ می‌توان نوشت (رابطه (۲۶)).

$$-2B_m = -16.03 \quad (26)$$

• شکل ۳ نمودار  $D_m - N$  را برای تک لایه ۹۰° نشان می‌دهد. با به‌دست آوردن شیب نمودار در هر نقطه، مقدار  $\frac{dD_m}{dN}$  و  $\log(1 - D_m)^{-1}$  تعیین و از شیب و عرض از مبدأ نمودار  $\log \frac{dD_m}{dN}$  برحسب  $\log(1 - D_m)^{-1}$  با توجه به معادله (۲۵) مقدار  $A_m$  و  $C_m$  محاسبه می‌شود (رابطه (۲۷)).

$$2B_m + C_m = 5.3537 \quad (27)$$

$$\log \left( \frac{A_m}{(2E_m)^{B_m}} \sigma_{\max,m}^{2B_m} \right) = -6.641$$

$$\mu = G = \frac{E}{2(1 + \nu)}$$

با توجه به معادله (۱۱)، معادله رشد آسیب در حالت کشش تک محوری می‌تواند در ترم‌های تنش به صورت رابطه (۱) نوشته شود.

$$\frac{dD_k}{dN} = \frac{A_k}{(2E_k)^{B_k}} \frac{\sigma_{\max,k}^{2B_k}}{(1 - D_k)^{2B_k + C_k}} \quad (17)$$

$\sigma_{\max,k}$  مشخص‌کننده ماکزیمم تنش اعمالی در جهت الیاف و رزین می‌باشد. با انتگرال‌گیری از معادله (۱۸)، از  $D = 0$  تا  $D_{cr}$  می‌توان نوشت.

$$\sigma_{\max,k}^{2B_k} \cdot N = \frac{(2E_k)^{B_k}}{A_k(2B_k + C_k + 1)} \left( 1 - (1 - D_{c,k})^{2B_k + C_k + 1} \right) \quad (18)$$

که  $D_{c,k}$  میزان تخریب نهایی ماده در راستای الیاف و رزین معرفی شده است.

#### ۵- مشخصه سازی مدل پیشنهادی

در ابتدا تنش در جهت ۱ برای رزین و الیاف بر اساس قوانین مایکرومکانیک و قانون اختلاط تعیین می‌شود. کرنش در جهت ۱ به صورت یکنواخت می‌باشد (رابطه (۱۹)).

$$\begin{aligned} \epsilon_1 = \epsilon_f = \epsilon_m \\ \frac{\sigma_m}{E_m} = \frac{\sigma_f}{E_f} \end{aligned} \quad (19)$$

$\sigma_m$  تنش در رزین،  $\sigma_f$  تنش در الیاف می‌باشد. نیروی محوری  $F$  هم‌ارز با تنش محوری  $\sigma_1$  می‌باشد که می‌تواند برحسب تنش در الیاف و رزین نوشته شود (رابطه (۲۰)).

$$F = \sigma_1 A = \sigma_m A_m + \sigma_f A_f \quad (20)$$

$A_m$  و  $A_f$  سطح مقطع الیاف و رزین می‌باشند. کسر حجمی الیاف یک لایه  $V_f$  را می‌توان به صورت رابطه (۲۱) نشان داد.

$$V_f = \frac{A_m + A_f}{A} \quad (21)$$

از معادلات (۱۹) تا (۲۱) تنش‌های الیاف و رزین برحسب تنش میانگین محوری  $\sigma_1$  استخراج می‌شود (رابطه (۲۲)).

$$\sigma_m = \frac{\sigma_1}{V_f E_f / E_m + (1 - V_f)} \quad (22)$$

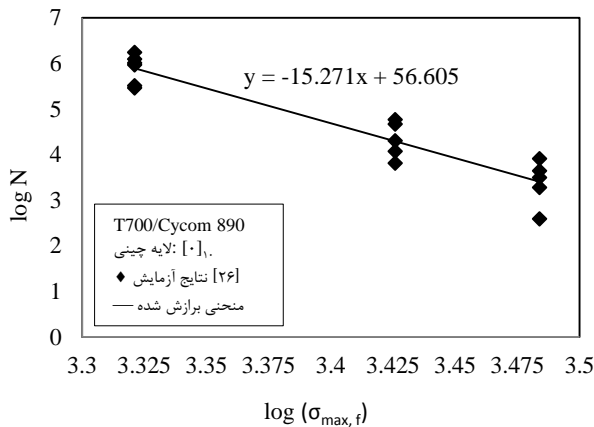
$$\sigma_f = \frac{\sigma_1}{V_f + E_m(1 - V_f) / E_f}$$

برای تعیین ثوابت در معادلات رشد آسیب، ابتدا با لگاریتم گرفتن از معادله (۱۹)، رابطه بین لگاریتم عمر و ماکزیمم تنش رامی‌توان به صورت رابطه (۲۳) نوشت.

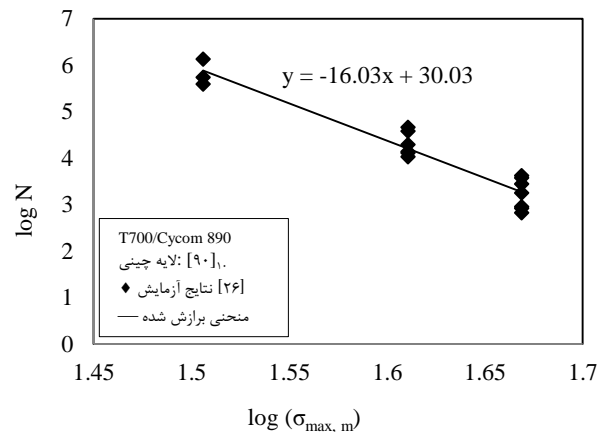
$$\log N_k = \log \left[ \frac{(2E_k)^{B_k}}{A_k(2B_k + C_k + 1)} \cdot \left( 1 - (1 - D_{c,k})^{2B_k + C_k + 1} \right) \right] - 2B_k \log \sigma_{\max,k} \quad (23)$$

در ادامه می‌توان رابطه (۲۴) نوشت.

$$\begin{aligned} \log N_k &= x + y \log \sigma_{\max,k} \\ y &= -2B_k \\ x &= \log \left[ \frac{(2E_k)^{B_k}}{A_k(2B_k + C_k + 1)} \left( 1 - (1 - D_{c,k})^{2B_k + C_k + 1} \right) \right] \end{aligned} \quad (24)$$



شکل ۴ نمودار  $\log N$  بر حسب  $\log \sigma_{max,f}$  برای تک لایه  $0^\circ$  تحت بارگذاری کشش-کشش

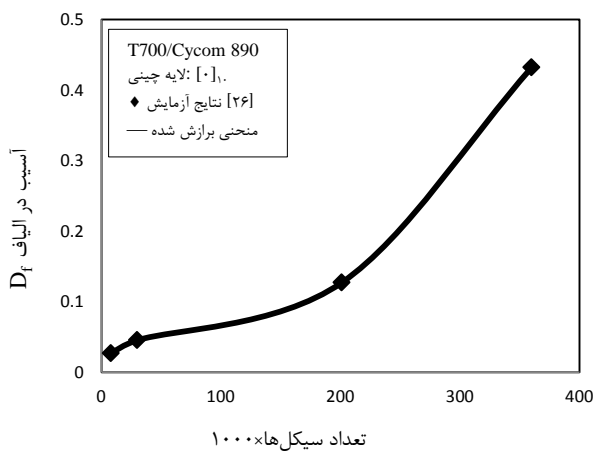


شکل ۲ نمودار  $\log N$  بر حسب  $\log \sigma_{max,m}$  برای تک لایه  $90^\circ$  تحت بارگذاری خستگی کشش-کشش

حال باتوجه به شیب و عرض از مبدأ رسم شده در شکل ۴ می‌توان رابطه (۲۸) نوشت.

$$-2B_f = -15.271 \quad (28)$$

شکل ۵ نمودار  $D_f - N$  را برای تک لایه  $[0]_1$  نشان می‌دهد. با بدست آوردن شیب نمودار در هر نقطه، مقدار  $\log \frac{dD_f}{dN}$  و  $\log(1 - D_f)^{-1}$  تعیین و از شیب و عرض از مبدأ نمودار  $\log \frac{dD_f}{dN}$  بر حسب  $\log(1 - D_f)^{-1}$  و با توجه به معادله (۲۵) مقدار  $A_f$  و  $C_f$  قابل محاسبه خواهد بود (رابطه (۲۹)).

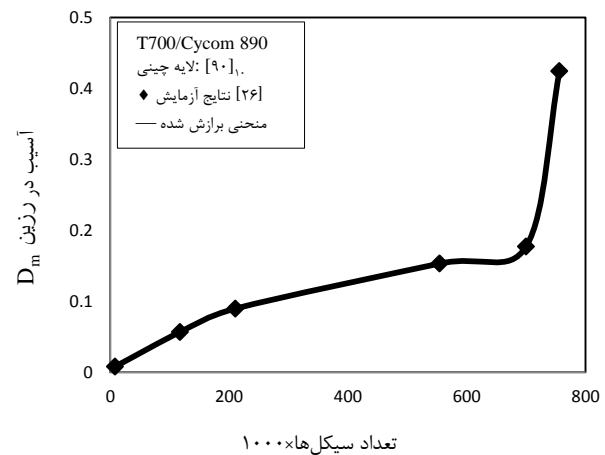


شکل ۵ نمودار  $D_f$  بر حسب تعداد سیکل برای تک لایه  $0^\circ$  تحت بارگذاری کشش-کشش

$$2B_f + C_f = 2.0735 \quad (29)$$

$$\log\left(\frac{A_f}{(2E_f)^{B_f}} \sigma_{max,f}^{2B_f}\right) = -6.1778$$

مقدار  $D_{c,f}$  از نتایج تجربی [۲۶] روی تک لایه  $[0]_1$  تحت بارگذاری کششی و در  $0/55$  استحکام کششی استاتیکی،  $0/42$  بدست آمده است. در جدول ۳ ثوابت منتج از فرآیند ارائه شده جهت استفاده در قانون رشد آسیب الیاف، آورده شده است.



شکل ۳ نمودار  $D_m$  بر حسب تعداد سیکل برای تک لایه  $90^\circ$  تحت بارگذاری خستگی کشش-کشش

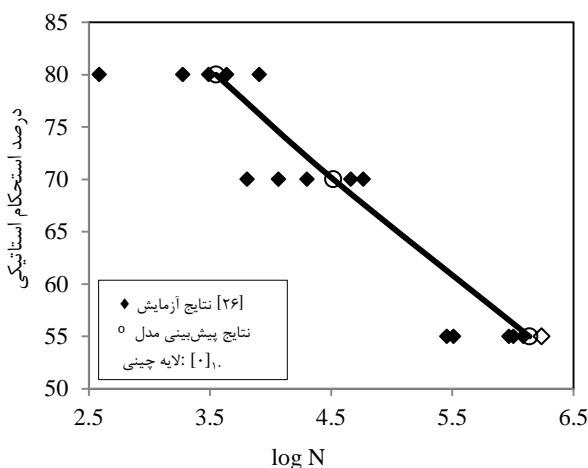
مقدار  $D_{c,m}$  از نتایج آزمایشگاهی [۲۶] روی تک لایه  $[90]_1$  تحت بارگذاری کششی و در  $0/55$  استحکام کششی استاتیکی،  $0/42$  بدست آمده است. در جدول ۲ ثوابت مادی استخراج شده از فرآیند فوق که در قانون رشد آسیب رزین استفاده می‌شوند، ارائه شده است.

جدول ۲ ثوابت مادی در قانون رشد آسیب رزین

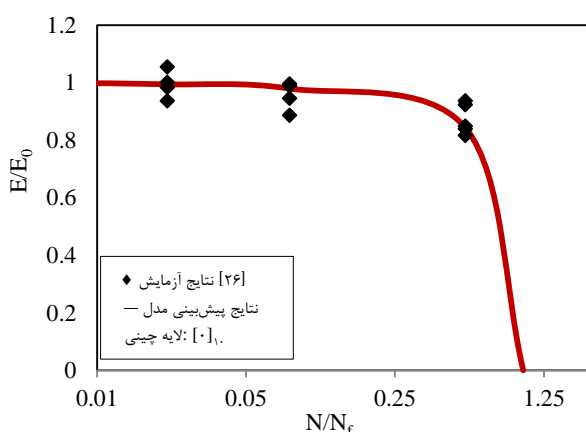
ثوابت	اندازه
$B_m$	$8/0165$
$C_m$	$-1/06793$
$A_m$	$1/599659235$

#### ۲-۵- تعیین پارامترهای مادی در قانون رشد آسیب الیاف

در شکل ۴ نمودار  $\log N$  بر حسب  $\log \sigma_{max,f}$  براساس آزمایشات کشش-کشش [۲۶] روی تک لایه  $0^\circ$  و با توجه به معادله (۲۴)، در تنش‌های اعمالی  $0/55$ ،  $0/70$  و  $0/80$  از استحکام استاتیکی و در نسبت تنش  $0/1$  رسم شده است.



شکل ۶ نمودار  $\log N$  بر حسب درصدی از استحکام استاتیکی برای تک لایه  $0^\circ$  تحت بارگذاری خستگی-کشش



شکل ۷ نمودار بی‌بعد شده سفتی برای تک لایه  $0^\circ$  تحت بارگذاری خستگی-کشش

رفتار افت سفتی پیش‌بینی شده توسط مدل با چشم پوشی از افزایش سفتی در سیکل‌های اولیه بارگذاری، به خوبی روند افت سفتی واقعی در الیاف را مدل می‌کند. شکل ۸ نمودار عمر برحسب تنش اعمالی در وضعیت‌های مختلف از بارگذاری کشش-کشش خستگی برای تک‌لایه  $90^\circ$  رسم شده است. در شکل ۹ نمودار افت سفتی برحسب تعداد سیکل‌های اعمالی برای تک‌لایه  $90^\circ$  در وضعیت تنش ۵۵٪ از استحکام استاتیکی رسم شده و با نتایج آزمایشگاهی مقایسه شده است.

نتایج پیش‌بینی شده از مدل در شکل ۸ حاکی از قابلیت مدل در پیش‌بینی عمر خستگی در وضعیت‌های مختلف تنش و همچنین در شکل ۹ در مدل کردن روند افت سفتی واقعی با توجه به نتایج تجربی، می‌باشد. در نهایت به منظور ارزیابی مدل تحت بارگذاری کشش-کشش خستگی آزمایشات طاهری و همکاران [۲۶] روی چندلایه  $[0/90/0]_s$  با نتایج حاصل از پیش‌بینی مدل در شکل ۱۰ مقایسه شده است. استحکام استاتیکی کششی چندلایه  $[0/90/0]_s$  برابر با  $58.5/6 \text{ MPa}$  می‌باشد [۲۶].

نتایج موجود در شکل ۱۰ بیانگر توانایی مدل در پیش‌بینی عمر خستگی چندلایه‌های کامپوزیتی مستقل نسبت بار و وضعیت‌های تنش می‌باشد.

جدول ۳ ثوابت مادی در قانون رشد آسیب الیاف

ثوابت	اندازه
$B_f$	۷/۶۳۵۵
$C_f$	-۱۳/۱۹۷۵
$A_f$	$10^{-14} * 1/0.5407556$

#### ۶- پیش‌بینی عمر خستگی

در این بخش مدل مکانیک خرابی محیط‌های پیوسته به منظور تعیین نحوه رشد آسیب مورد استفاده قرار خواهد گرفت. در ابتدا مقدار نیروهای ترمودینامیکی آسیب با توجه به معادلات (۱۴) و (۲۲) در رزین و الیاف و با توجه به عدم وجود نیروهای برشی در چندلایه‌های متعامد بدست می‌آیند (رابطه (۳۰) و (۳۱)).

$$Y_m = \frac{1}{2} \frac{\sigma_2^2 + \sigma_{1,m}^2}{E_m(1-d_m)^2} - \frac{v_m \sigma_2 \sigma_{1,m}}{E_m(1-d_m)^2} \quad (30)$$

$$Y_f = \frac{1}{2} \frac{\sigma_{1,f}^2}{E_f(1-d_f)^2} \quad (31)$$

از معادلات (۱۱)، (۳۰) و (۳۱) قانون رشد آسیب در جهت الیاف و رزین را به صورت رابطه‌های (۳۲) و (۳۳) قابل ارائه می‌باشد.

$$dD_m = \left[ \frac{A_m}{(2E_m)^{B_m}} \frac{(\sigma_2^2 + \sigma_{1,m}^2 - 2v_m \sigma_2 \sigma_{1,m})^{B_m}}{(1-D_m)^{2B_m+C_m}} \right] \cdot dN \quad (32)$$

$$dD_f = \frac{A_f}{(2E_f)^{B_f}} \frac{(\sigma_{1,f}^2)^{B_f}}{(1-D_f)^{2B_f+C_f}} \cdot dN \quad (33)$$

متغیرهای آسیب در هر مرحله از بارگذاری به صورت رابطه (۳۴) انباشته می‌شوند.

$$D_{n+1,k} = D_{n,k} + dD_k \quad (34)$$

که  $D_{n,k}$  میزان آسیب در مرحله همگرا شده قبلی و  $dD_k$  میزان آسیب رخ داده در مرحله جاری و  $D_{n+1,k}$  میزان آسیب کلی در انتهای مرحله جاری می‌باشد. همچنین تعداد سیکل‌ها را می‌توان به صورت رابطه (۳۴) محاسبه نمود.

$$N_{n+1} = N_n + dN \quad (35)$$

#### ۷- ارزیابی مدل ارائه شده

در این قسمت ابتدا عمر خستگی تک لایه‌های  $0^\circ$  و  $90^\circ$  تحت وضعیت‌های مختلف بارگذاری بررسی شده و نمودار افت سفتی برای آنها رسم می‌شود. در نهایت نتایج حاصل از پیش‌بینی مدل و نتایج تست‌های موجود روی چندلایه متعامد  $[0/90/0]_s$  با یکدیگر مقایسه خواهد شد.

شکل ۶ نمودار عمر برحسب تنش اعمالی در وضعیت‌های مختلف از بارگذاری کشش-کشش خستگی برای تک‌لایه  $0^\circ$  رسم شده است. در شکل ۷ نمودار افت سفتی برحسب تعداد سیکل‌های اعمالی در تک‌لایه  $0^\circ$  و در وضعیت تنش ۶۰٪ از استحکام استاتیکی رسم شده و با نتایج آزمایشگاهی مقایسه شده است. با توجه شکل ۶، نتایج حاصل از مدل به خوبی قادر به پیش‌بینی عمر در وضعیت‌های مختلف تنش می‌باشد. همچنین با توجه به شکل ۷، در ابتدا با افزایش تعداد سیکل‌ها در سفتی ماده تغییر محسوسی مشاهده نمی‌شود و در ادامه با افزایش تعداد سیکل‌ها و رشد ترک‌ها در مقیاس ماکرو تغییرات در سفتی تا شکست لایه افزایش می‌یابد.

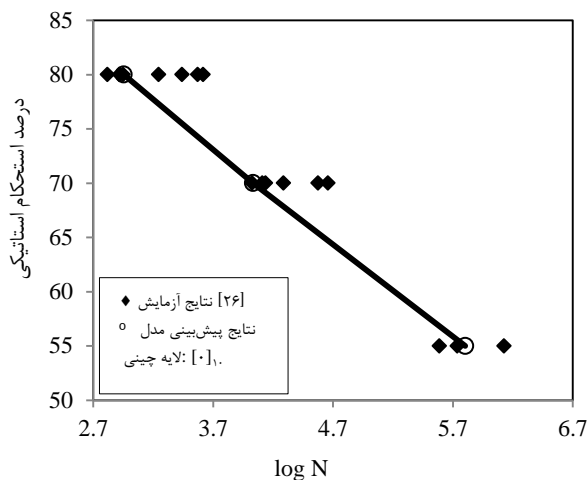
## ۸- نتیجه‌گیری

در این مقاله، یک مدل بر پایه مکانیک خرابی محیط‌های پیوسته به منظور پیش‌بینی عمر خستگی پر چرخه در کامپوزیت‌های زمینه پلیمری پیشنهاد شده است. مدل ارائه شده با در نظر گرفتن دو متغیر آسیب مستقل در جهت الیاف و رزین به بررسی افت سفتی و در نتیجه پیش‌بینی عمر خستگی می‌پردازد. خواص الاستیک در جهات مادی برحسب خواص الاستیک الیاف و رزین محاسبه و توزیع تنش در جهت مادی ۱ برای الیاف و رزین تفکیک می‌شود. مدل ارائه شده قادر به پیش‌بینی عمر خستگی و سفتی باقیمانده در کامپوزیت‌های زمینه پلیمری در وضعیت‌های مختلف بارگذاری می‌باشد. در این مدل مکانیزم‌های واقعی افت سفتی به منظور شبیه سازی رفتار واقعی کامپوزیت‌ها تحت بارگذاری خستگی در نظر گرفته شده و نمودار افت سفتی پیش‌بینی شده برای تک‌لایه‌های  $0^\circ$  و  $90^\circ$  بیانگر این قابلیت مدل می‌باشد. در نهایت نتایج آزمایشات در دسترس روی چندلایه متعامد با نتایج پیش‌بینی شده توسط مدل مطابقت مناسبی نشان می‌دهد. با توجه به پراکندگی ذاتی نتایج آزمایشگاهی تست خستگی چندلایه‌های کامپوزیتی مدل حاضر توانسته است، در اکثر نسبت بارها و لایه‌چینی‌ها در محدوده پراکندگی نتایج تست باشد.

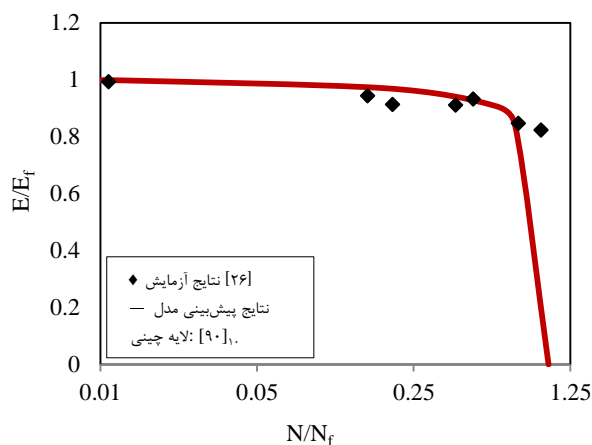
## ۹- مراجع

- [1] Degrieck, J. and V. W. Paeppegem, "Fatigue damage modeling of fibre-reinforced composite materials", Review. ApplMech Rev, Vol. 54, No.4, pp. 279-299, 2001.
- [2] Hashin, Z. and Rotem, A., "A fatigue criterion for fibre reinforced composite materials", J. Compos. Mater. Vol. 7, pp. 448-464, 1973.
- [3] Ellyin, F. and El-Kadi, H., "A fatigue failure criterion for fiber reinforced composite laminae", Compos. Struct. Vol. 15, pp. 61-74, 1990.
- [4] Lawrence, Wu. CM., "Thermal and mechanical fatigue analysis of CFRP laminates", Compos. Struct. Vol. 25, pp. 339-344, 1993.
- [5] Fawaz, Z. and Ellyin, F., "Fatigue failure model for fibereinforced materials under general loading conditions", J. Compos. Mater. Vol. 28, pp. 1432-1451, 1994.
- [6] Jen, MHR. and Lee, CH., "Strength and life in thermoplastic composite laminates under static and fatigue loads. Part I: Experimental", Int. J. Fatigue Vol. 20, pp. 605-615, 1998.
- [7] Jen, MHR. and Lee, CH., "Strength and life in thermoplastic composite laminates under static and fatigue loads. Part II: Formulation", Int. J. Fatigue Vol. 20, pp. 617-629, 1998.
- [8] Sidoroff, F. and Subagio, B., "Fatigue damage modeling of composite materials from bending tests". In: Matthews FL, Buskell NCR, Hodgkinson JM, and Morton J (eds), 6th IntConf on Composite Materials (ICCM-VI) & Second European Conf on Composite Materials (ECCM-II): Volume 4. Proc, 20-24 July 1987, London, UK, Elsevier, Vol. 4, pp. 32-39, 1987.
- [9] Paeppegem, V. W. and Degrieck, J., "Numerical modeling of fatigue degradation of fibre-reinforced composite materials". In: Topping BHV (ed), Proc of 5th IntConf on Computational Structures Technology. Volume F: Computational Techniques for Materials, Composites and Composite Structures, Leuven, 6-8 Sept 2000, Civil- Comp Press, pp. 319-326, 2000.
- [10] Paeppegem, V. W. and Degrieck, J., "Experimental setup for and numerical modeling of bending fatigue experiments on plain woven glass/epoxy composites", Compos. Struct. Vol. 51, pp. 1-8, 2001.
- [11] Halpin, JC. Jerina, KL. and Johnson, TA., "Characterization of composites for the purpose of reliability evaluation, in Analysis of the test methods for high modulus fibers and composites", ASTM STP 521, pp. 5-64, 1973.
- [12] Daniel, IM. and Charewicz, A., "Fatigue damage mechanisms and residual properties of graphite/epoxy laminates", Eng. Fract.Mech., Vol. 25, pp. 793-808, 1986.
- [13] Owen, MJ. and Bishop, PT., "Prediction of static and fatigue damage and crack propagation in composite materials In: Advisory Group for Aerospace Research and Development (AGARD), Failure modes of composite materials with organic matrices and their consequences on design". AGARD ConfProc No 163 (CP-163), Vol. 1. pp. 1.12, 1974.
- [14] Feng, X., Gilchrist, MD., Kinloch, AJ., and Matthews, FL., "Development of a method for predicting the fatigue life of CFRP components. In: Degallaix S, Bathias C, and Fouge' res R (eds)", IntConf on Fatigue of Composites. Proc, 3-5 June 1997, Paris, France, La Socie' te' Franc,aise de Me'tallurgie et de Mate'riaux, pp. 407-414, 1997.
- [15] Highsmith, AL. and Reifsnider, KL., "Stiffness-reduction mechanisms in composite laminates". In: Reifsnider KL (ed), Damage in composite materials. ASTM STP 775. Am Soc for Testing and Materials, pp. 103-117, 1982.

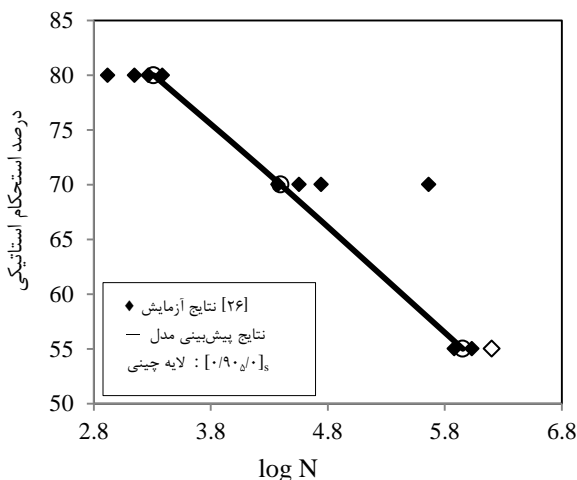
لوزی‌های توخالی در شکل ۱۰ و ۶ نشان دهنده نقاط آزمایشی است که به دلیل طولانی شدن آزمایش متوقف شده است [۲۶].



شکل ۸ نمودار  $\log N$  بر حسب درصدی از استحکام استاتیکی برای تک لایه  $90^\circ$  تحت بارگذاری خستگی-کشش



شکل ۹ نمودار بی‌بعد شده سفتی برای تک لایه  $90^\circ$  تحت بارگذاری خستگی-کشش



شکل ۱۰ عمر خستگی بر حسب درصدی از استحکام نهایی برای چندلایه متعامد  $[0/90/0]_s$



- [16] Talreja, R., "Stiffness properties of composite laminates with matrix cracking and interior delamination", *Eng. Fract. Mech.* Vol. 25, pp.751-762, 1986.
- [17] Talreja, R., "Damage mechanics of composite materials based on thermodynamics with internal variables". In: Cardon AH and Verchery G (eds), *Durability of polymer based composite systems for structural applications*. Proc of the Int Colloquium, 27-31 Aug 1990, Brussels, Belgium, Elsevier, pp. 65-79, 1990.
- [18] McLendon, WR. and Whitcomb, JD., "Prediction of damage growth in fiber-reinforced composite using continuum damage mechanics", *Structural dynamics and materials conference-AIAA*, 2009.
- [19] Song K, Li Y and Rose CA, "Continuum damage mechanics model for the analysis of progressive failure in open-hole tension laminates", *Structural dynamics and materials conference-AIAA*, 2011.
- [20] Shokrieh MM and Lessard LB, "Progressive fatigue damage modeling of composite materials, Part I: Modeling", *J. Compos. Mater.* Vol. 34, pp. 1056-1080, 2000.
- [21] Shokrieh, MM. and Lessard, LB., "Progressive fatigue damage modeling of composite materials, Part II: Material characterization and model verification", *J. Compos. Mater.* Vol. 34, pp. 1081-1116, 2000.
- [22] Zhang, X. and Zhao, J., "Applied Fatigue Damage Mechanics of Metallic Structural Members". Beijing: National Defence Industry Press, 1994.
- [23] Shi, W. Hu, W. Zhang, M. and Meng, Q., "A damage mechanics model for fatigue life prediction of fibre reinforced polymer composite lamina", school of Aeronautics Science and Engineering: BeiHag University Institute of Solid Mechanics, Beijing 100191, China, 2011.
- [24] Herakovich, C. T., "Mechanics of Fibrous Composites", John Wiley & Sons, Inc, 1998.
- [25] Barbero, E. J., "Finite Element Analysis of Composites Materials", CRC Press, Taylor & Francis group, Boca Raton, FL Vol. 3, pp. 3487-2742, (2008).
- [26] Taheri-Behrooz, F. Shokrieh, M.M. and Lessard, L.B., "Progressive Fatigue Damage Modeling of Cross-ply Laminates, II: Experimental Evaluation", *Journal of Composite Materials*, Vol. 44, pp. 1261-1277, 2009.

