



## تحلیل ارتعاشات آزاد و خمشی استاتیکی ورق ساندویچی انحنا دار با وجود لایه روغن هوشمند مغناطیسی در رویه‌ها با استفاده از تئوری مرتبه بالای بهبود یافته‌ی ورق‌های ساندویچی کرامت ملک‌زاده فرد<sup>۱\*</sup>، محسن رضائی حسن‌آبادی<sup>۲</sup>

۱- دانشیار، مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران

۲- کارشناس ارشد، مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران

\* تهران، صندوق پستی ۱۳۸۷۷۶۳۶۸۱، kmalekzadeh@mut.ac.ir

### چکیده

### اطلاعات مقاله

دریافت: آبان ۹۳

پذیرش: دی ۹۳

### کلیدواژگان:

ارتعاشات آزاد

خمشی استاتیکی

ورق ساندویچی دوانحنایی

تئوری مرتبه بالای بهبود یافته

روغن هوشمند مغناطیسی

در این تحقیق به تحلیل ارتعاشات آزاد و خمشی استاتیکی ورق ساندویچی انحنا دار با وجود لایه روغن هوشمند مغناطیسی در رویه‌ها پرداخته شده است. ورق ساندویچی مورد بررسی دارای شرایط تکیه‌گاهی ساده بوده و تحت بارگذاری خمشی می‌باشد. برای استخراج معادلات حرکت حاکم بر سیستم، برای اولین بار از تئوری مرتبه بالای بهبود یافته‌ی ورق‌های ساندویچی و اصل همیلتون برای ورق ساندویچی دوانحنایی تحت بارگذاری خمشی با لایه روغن هوشمند در رویه‌ها استفاده شده است. سپس، بعد از مقایسه با نتایج مشابه موجود در حیطه‌ی این موضوع و اطمینان از صحت معادلات استخراج شده، اثرات شدت میدان مغناطیسی و پارامترهای هندسی مثل ضخامت هسته، ضریب منظری ورق، شعاع انحنا و موارد دیگر بر مشخصه‌های ارتعاشی و خیز ورق مورد بررسی قرار گرفته است. در بخش ارتعاشات آزاد مشاهده شده که فرکانس طبیعی ورق با افزایش شدت میدان مغناطیسی و ضریب منظری افزایش و با افزایش نسبت ضخامت هسته به ضخامت کل ورق کاهش پیدا می‌کند. همچنین مشاهده شده، فرکانس‌های طبیعی ورق برای حالت دو انحنایی بیشتر از حالت‌های تک انحنایی و تخت می‌باشد. در بخش تحلیل خمشی استاتیکی نیز مشاهده شده است که با افزایش نسبت ضخامت هسته به ضخامت ورق، و با افزایش نسبت شعاع‌های انحنا خیز ورق افزایش، و با افزایش شدت میدان مغناطیسی، خیز ورق کاهش می‌یابد. بنابراین می‌توان با تغییر این پارامترها، فرکانس طبیعی و خیز سیستم را در محدوده‌ی مورد نظر حاصل نمود و همچنین با داشتن یک میدان مغناطیسی قابل کنترل در سیستم، می‌توان فرکانس طبیعی و خیز سیستم را کنترل نمود.

## Free Vibration and Static Bending Analysis of Curved Sandwich Panel with Magneto-Rheological Fluid Layer in Sheets using Improved High Order Sandwich Panel Theory

Keramat Malekzadeh Fard\*, Mohsen Rezaei Hassanabadi

Department of Aerospace Engineering, Malek ashtar University of Technology, Tehran, Iran.

\* P.O.B. 1387763681, Tehran, Iran, kmalekzadeh@mut.ac.ir

### Keywords

Free Vibration,  
Static Bending,  
Double Curved Sandwich  
Panel,  
Improved High Order Theory,  
Magneto-Rheological.

### Abstract

In this study, free vibration and static bending analysis of curved sandwich panel with magneto-rheological (MR) fluid layer in sheets have been studied. Sandwich panel that is studied is double curved with simply support boundary condition and it is under bending load. In order to derive the governing equations of motion, an improved high order sandwich panel theory and Hamilton's principle are used for the first time. After comparing with similar results in the domain of this issue and ensure that the accuracy of the derived equations, the effect of magnetic field on the frequency of the panel has been investigated. The effects of magnetic field intensity and changing the geometric parameters such as aspect ratio, thickness of MR layer, radius of curvature and thickness ratio on the characteristics of vibration and deflection have been studied. In the free vibration analysis section, the obtained results showed that the natural frequency of panel increases by increasing the magnetic field, also increases by increasing the panel aspect ratio, and decreases by increasing the core thickness to panel thickness ratio. Likewise the obtained results showed that the natural frequency for the case of double curved panel is more than single curved and flat panel. In the static bending analysis section, obtained results showed that the natural deflection of the panel decreases by increasing the magnetic field, increases by increasing the radiuses of curvatures ratio, and increases by increasing the core thickness to panel thickness ratio. Therefore, by changing these parameters, the natural frequency and deflection of the system, can be changed in the desired range, and also by having a controllable magnetic field in the system, the natural frequency and deflection of the system can be controlled.

Please cite this article using:

Malekzadeh Fard, K. and Rezaei Hassanabadi, M., "Free Vibration and Static Bending Analysis of Curved Sandwich Panel with Magneto-Rheological Fluid Layer in Sheets using Improved High Order Sandwich Panel Theory" Journal of Science and Technology of Composite, Vol. 1, No. 2, pp. 49-62, 2015.

برای ارجاع به این مقاله از عبارت زیر استفاده نمایید:

۱- مقدمه

امروزه ورق‌های ساندویچی یکی از اجزای اصلی در سازه‌های مورد استفاده در صنایع هوافضا، صنایع دریایی، صنعت حمل و نقل، صنایع بسته‌بندی، مهندسی مکانیک، مهندسی عمران، عایق‌کاری و غیره می‌باشند. صفحات سبک ساندویچی دارای نسبت استحکام به وزن بالایی هستند. این صفحات معمولاً از دو رویه فلزی و یا کامپوزیتی و یک هسته با چگالی پائین انتخاب می‌شوند. لایه میانی می‌تواند از جنس مواد پلاستیکی متخلخل مثل فوم<sup>۱</sup>، مواد لانه زنبوری<sup>۲</sup> با فویل‌های فلزی با ضخامت پائین، پروفیل‌های جدار نازک جدا از هم که دو لایه بیرونی را به هم متصل می‌کنند و یا ورق‌های موجی شکل با ضخامت پائین باشند.

به دلیل مصارف و کاربردهای فراوان این سازه‌های ساندویچی در صنعت، در دو دهه اخیر بررسی و تحلیل این نوع سازه‌ها در ابعاد مختلف مورد توجه محققین و دانشمندان علوم مختلف قرار گرفته است. از جمله این تحلیل‌ها می‌توان به ارتعاشات آزاد، ارتعاشات اجباری، خمش، کمانش و ضربه اشاره نمود. بررسی و تحلیل رفتار مکانیکی ورق‌ها، غالباً با استفاده از تئوری‌های ورق انجام می‌گیرد. اکثر تئوری‌های ورق و پوسته بر پایه یک فرض سینماتیک برای جابجایی‌ها یا همان تغییر شکل‌های جسم در سه بعد استوار است. [۱]

مطالعه مواد هوشمند و سیستم‌های هوشمند یک حوزه بسیار گسترده است. در طی ۱۰ تا ۲۰ سال گذشته، تعدادی از مواد به خاطر خواص جالب توجه خود به عنوان هوشمند نام‌گذاری شده‌اند. بعضی از این مواد وقتی تحت تاثیر یک محرک خارجی مثل پتانسیل الکتریکی قرار می‌گیرند تغییر حجم می‌دهند، بعضی وقتی سرد یا گرم می‌شوند منقبض یا منبسط شده و یا حرکت می‌کنند و بعضی دیگر هم وقتی خمیده یا کشیده می‌شوند سیگنال‌های الکتریکی تولید می‌کنند. از جمله این مواد هوشمند آلیاژهای حافظه دار<sup>۳</sup>، مواد پیزوالکتریک<sup>۴</sup>، روغن هوشمند مغناطیسی<sup>۵</sup> و ... هستند [۲]. در ادامه برخی از جدیدترین کارهای انجام شده در مورد تحلیل ورق‌های ساندویچی و همچنین کاربرد مواد هوشمند بررسی و بیان شده است.

رحمانی و همکاران [۳] تحلیل ارتعاشات سازه ساندویچی با هسته مواد طبقه بندی شده تابعی<sup>۶</sup> با استفاده از تئوری مرتبه بالا را ارائه دادند و ضمن ارائه یک تحلیل عددی از ارتعاشات آزاد تیر، به مطالعه پارامتری تاثیر توزیع مواد طبقه بندی شده تابعی در هسته سازه ساندویچی پرداختند. همچنین رحمانی و همکاران [۴] پاسخ ارتعاشات آزاد پوسته استوانه‌ای ساندویچی با رویه‌های کامپوزیتی و هسته انعطاف پذیر را نیز با استفاده از تئوری مرتبه بالا مورد بررسی قرار دادند. نجفی زاده و همکاران [۵] به تحلیل خمشی صفحات چهارگوش کامپوزیتی با لایه‌های پیزوالکتریک بر اساس تئوری مرتبه اول تغییر شکل برشی به روش کانتروویچ<sup>۷</sup> توسعه یافته پرداختند. خیری‌خواه و همکاران [۶] تحلیل کمانش دو محوری ورق ساندویچی با رویه‌های کامپوزیتی و هسته نرم را با استفاده از تئوری مرتبه بالای بهبودیافته مورد بررسی قرار دادند. آنها در این تحقیق به مطالعه پارامتری ویژگی‌های هندسی رویه‌ها و هسته و تاثیر آنها بر کمانش ورق پرداختند. ویولا و همکاران [۷] نیز یک چارچوب کلی برای فرمول‌بندی و محاسبات تحلیل دینامیکی پوسته و

ورق دوانحنایی چندلایه با ضخامت متوسط را ارائه کرده‌اند. در این تحقیق مسائل دوبعدی ارتعاش پوسته با استفاده از روش مربع سازی دیفرانسیلی تعمیم یافته به صورت عددی حل شده‌اند. همچنین گلمکانی و امامی [۸] به تحلیل غیرخطی خمش و کمانش صفحات حلقوی از جنس مواد طبقه بندی شده تابعی با تغییرات خاص در راستای شعاعی تحت بار مکانیکی به روش رهایی پویا پرداخته و اثرات پارامترهای مختلفی همچون شرایط مرزی گوناگون، تاثیر توان ماده تابعی و نسبت ضخامت به شعاع خارجی را بر روی خمش و کمانش صفحات مورد بررسی قرار دادند. همچنین رحیمی و رحمانی [۹] اثر گام بر رفتار خمشی ساختارهای ساندویچی با رویه‌های کامپوزیتی و هسته‌ی ترکیبی موج‌دار با هندسه‌ی دوزنقه‌ای را مورد بررسی قرار دادند. انصاری و همکاران [۱۰] نیز به بررسی خیز تیر کامپوزیتی موج دار به کمک سیم آلیاژ حافظه دار پرداختند. آنها در این تحقیق از مدل برینسون به منظور مدل‌سازی رفتار آلیاژ حافظه‌دار استفاده کردند. داریوشی و صدیقی [۱۱] به تحلیل رفتار خمشی تیر ساندویچی با رویه‌های کامپوزیتی تحت بارگذاری استاتیکی با استفاده از تئوری مرتبه بالای غیر خطی ارتقاء یافته پرداختند و مطالعه پارامتری تاثیر پارامترهای هندسی مانند طول تیر، ضخامت رویه و ضخامت هسته بر میزان اختلاف بین تحلیل خطی و غیر خطی را مورد بررسی قرار دادند. خان محمدی و احمدی [۱۲] نیز به بررسی پیشروی آسیب در ورق‌های کامپوزیتی تحت بار خستگی خمشی پرداختند. همچنین روزگار و غلامی [۱۳] به تحلیل خمش غیرخطی ورق‌های مستطیلی ضخیم با استفاده از تئوری برشی اصلاح شده چهار متغیره و روش رهایی پویا پرداختند.

روغن‌هایی که خواصشان با تغییر میدان مغناطیسی تغییر می‌کند، روغن هوشمند مغناطیسی (MR) نامیده می‌شوند. این مواد با پاسخ زمانی سریعی که از خود نشان می‌دهند، در حد میلی ثانیه، کاربرد گسترده‌ای در کنترل سازه‌ها دارند. این روغن‌ها تحت تاثیر میدان مغناطیسی، تغییرات مشخص و سریعی در خواص سختی و میرایی از خود نشان می‌دهند. تنش تسلیم روغن MR در حدود ۲ تا ۳ کیلوپاسکال در غیاب میدان مغناطیسی است. این مقدار در حضور میدان مغناطیسی تا ۸۰ کیلوپاسکال افزایش می‌یابد. این روغن‌ها همچنین برای کنترل ارتعاشات با دامنه‌های بسیار بزرگ کاملاً مناسب هستند [۱۴].

از جدیدترین کارهای انجام شده در مورد مایعات MR نیز می‌توان به کار راجاموهان و همکاران [۱۵] اشاره کرد. آنها یک تیر ساندویچی با هسته MR را با در نظر گرفتن اثرات برشی لایه مقیدکننده MR در هسته و به کار بردن مدول برشی معادل مدل‌سازی کردند. آنها برای حل مساله از روش اجزای محدود استفاده کردند و اثرات شدت میدان مغناطیسی بر ویژگی‌های ارتعاشی را برای شرایط مرزی مختلف و بارگذاری اجباری بررسی کردند. راجاموهان و همکاران [۱۶] همچنین برای اولین بار ویژگی‌های ارتعاشی یک تیر ساندویچی پرشده‌ی جزئی از MR را هم با روش اجزای محدود و هم به صورت تجربی بررسی کردند. اثر تغییر محل جز MR و پارامترهای مختلف مثل ضخامت رویه‌ها و هسته بر پاسخ ارتعاشی در این تحقیق مورد بررسی قرار گرفت. پریو [۱۷] نیز قابلیت کنترل مشخصه‌های ارتعاشی یک تیر ساندویچی با هسته‌ی MR را در حالت‌های افقی و عمودی و در حالت تحریک جزئی و کامل مورد بررسی قرار داد. او برای مقایسه اثر مواد مختلف از دو ماده متفاوت آلومینیوم و پلی اتیلن ترفنات برای رویه‌ها استفاده کرد. ملک زاده و همکاران [۱۸] نیز بهینه‌سازی تک هدفی و چند هدفی ورق ساندویچی

1. Foam  
2. Honeycomb  
3. Shape Memory Alloy  
4. Piezoelectric  
5. Magneto-Rheological  
6. Functionally Graded Materials  
7. Kantorovich

رویه‌های کامپوزیتی که با اندیس ۳ در کنار اندیس‌های  $t$  و  $b$  معین شده‌اند، رویه‌های کامپوزیت پایه برای ورق ساندویچی می‌باشند که به هسته متصل می‌باشند. طول و عرض ورق به ترتیب  $a$  و  $b$  می‌باشد و محورهای مختصات در شکل ۱ نشان داده شده‌اند. ضخامت ورق رویه‌ی بالایی، شامل ۳ قسمت لایه کامپوزیتی - روغن هوشمند MR - لایه کامپوزیتی، به ترتیب عبارتند از:  $h_{3t}$ ،  $h_{2t}$  و  $h_{1t}$ . برای ورق رویه‌ی پایینی نیز به همین شکل می‌باشد. ضخامت هسته  $h_c$  و ضخامت کلی ورق  $h$  در نظر گرفته شده است. شعاع انحنای ورق رویه‌ی بالایی، ورق رویه‌ی پایینی و هسته در صفحات  $x-z$  و  $y-z$  به ترتیب عبارتند از:  $R_{ex}$ ،  $R_{bx}$ ،  $R_{tx}$ ،  $R_{ey}$ ،  $R_{by}$  و  $R_{ty}$ .

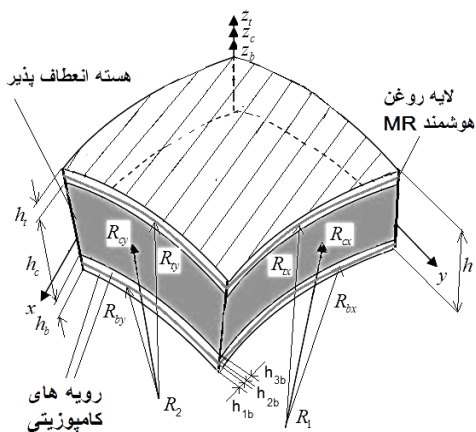
#### ۲-۱- میدان‌های جابجایی و روابط کرنش-جابجایی برای رویه‌ها و هسته

با توجه به تئوری مرتبه اول تغییر شکل برشی، جابجایی‌های  $u$ ،  $v$  و  $w$  رویه‌ها در جهت‌های  $x$ ،  $y$  و  $z$  با فرض جابجایی‌های خطی کوچک به صورت رابطه (۱) می‌باشند [۱].

$$\begin{aligned} u_i(x, z, y, T) &= u_0^i(x, y, T) + z_i \psi_x^i(x, y, T) \\ v_i(x, z, y, T) &= v_0^i(x, y, T) + z_i \psi_y^i(x, y, T) \\ w_i(x, z, y, T) &= w_0^i(x, y, T) \quad ; (i=3t, 1t, 3b, 1b) \end{aligned} \quad (1)$$

که در آن  $T$  بیانگر زمان،  $\psi_x^i$  و  $\psi_y^i$  ( $i=t, b$ ) مولفه‌های چرخش نرمال متقاطع حول محورها  $x$  و  $y$  صفحات میانی رویه‌های بالایی و پایینی،  $u_0^i$ ،  $v_0^i$  و  $w_0^i$  جابجایی‌های  $x$  و  $y$  و تغییر شکل عمودی رویه‌های بالایی و پایینی و  $Z_i$ ، مختصه عمودی هر یک از رویه‌ها که از صفحه میانی هر کدام از رویه‌ها اندازه‌گیری می‌شود، می‌باشند (شکل ۱). بنابراین تعداد مجهولات در هر کدام از لایه‌های کامپوزیتی رویه‌های بالایی و پایینی ۵ عدد می‌باشد. که در مجموع برای ۴ لایه کامپوزیتی تعداد مجهولات ۲۰ عدد می‌باشد. معادلات سینماتیک کرنش در رویه‌ها به صورت رابطه (۲) می‌باشند.

$$\begin{aligned} \varepsilon_{xx}^i &= \varepsilon_{0xx}^i + Z_i K_{xx}^i, \quad \varepsilon_{yy}^i = \varepsilon_{0yy}^i + Z_i K_{yy}^i, \quad \varepsilon_{zz}^i = 0 \\ \gamma_{xy}^i &= 2\varepsilon_{xy}^i = \varepsilon_{0xy}^i + Z_i K_{xy}^i, \\ \gamma_{xz}^i &= 2\varepsilon_{xz}^i = \varepsilon_{0xz}^i, \quad \gamma_{yz}^i = 2\varepsilon_{yz}^i = \varepsilon_{0yz}^i \\ (i=3t, 1t, 3b, 1b) \end{aligned} \quad (2)$$



شکل ۱ ورق ساندویچی دو انحنایی با ورق‌های کامپوزیتی چندلایه در رویه‌ها

که در آن‌ها:

انحنادار با هسته‌ی روغن هوشمند مغناطیسی به روش الگوریتم ژنتیک را ارائه دادند.

به طور کلی بررسی و مرور مقالات ارائه شده در زمینه‌ی تحلیل ارتعاشات و خمش ورق‌های ساندویچی نشان می‌دهد که به مرور زمان و با گسترش علم، مقالات به تدریج از فرضیات بهتری برای تحلیل استفاده نموده و نتایج بهتری را کسب کرده‌اند.

هدف از این تحقیق تحلیل ارتعاشات آزاد و خمش استاتیکی ورق ساندویچی انحنادار با وجود لایه روغن هوشمند مغناطیسی در رویه‌ها می‌باشد. ورق ساندویچی مورد بررسی دارای شرایط تکیه‌گاهی ساده بوده و تحت بارگذاری خمشی می‌باشد. برای استخراج معادلات حرکت حاکم بر سیستم، برای اولین بار از تئوری مرتبه بالای بهبود یافته‌ی ورق‌های ساندویچی و اصل همیلتون برای ورق ساندویچی دو انحنایی تحت بارگذاری خمشی با لایه روغن هوشمند در رویه‌ها استفاده شده است. سپس، بعد از مقایسه با نتایج مشابه موجود در حیطه‌ی این موضوع و اطمینان از صحت معادلات استخراج شده، اثرات شدت میدان مغناطیسی و پارامترهای هندسی مثل ضخامت هسته، ضریب منطری ورق، شعاع انحنای ... بر مشخصه‌های ارتعاشی و خیز ورق مورد بررسی قرار گرفته.

فرضیات در نظر گرفته شده برای مدل‌سازی مساله به شرح زیر است:

۱. رویه‌ها به صورت الاستیک بوده و می‌توانند ایزوتروپیک یا از جنس مواد کامپوزیتی باشند.
۲. فرض شده است که هیچگونه لغزشی بین رویه‌های الاستیک و لایه MR وجود ندارد.
۳. جابجایی عرضی برای تمام نقاط روی یک سطح مقطع فرضی از رویه‌ها یکسان فرض شده است.
۴. فرض شده است که در لایه MR تنش نرمال وجود ندارد.
۵. فرض شده است که ماده MR در شرایط قبل از تسلیم و به صورت ماده ویسکو الاستیک خطی مدل شده است.
۶. جابجایی‌ها به صورت خطی و کوچک در نظر گرفته شده و رویه‌ها نازک فرض شده‌اند.

#### ۲- به دست آوردن معادلات حاکم بر سیستم

در این تحقیق به منظور استخراج معادلات حاکم بر سیستم، از تئوری مرتبه بالای بهبود یافته‌ی ورق‌های ساندویچی (IHSAPT) و اصل همیلتون برای ورق ساندویچی دو انحنایی تحت بارگذاری خمشی با لایه روغن هوشمند در رویه‌ها استفاده گردیده است. طبق تئوری مرتبه بالای بهبود یافته، برای صفحات کامپوزیتی رویه، از تئوری مرتبه اول تغییر شکل برشی<sup>۱</sup> برای هسته، عبارت چند جمله‌ای جابجایی‌ها که بر پایه‌ی جابجایی‌های مدل دوم فروستینگ<sup>۲</sup> می‌باشد، استفاده شده است [۱۹]. در این حالت، مجهولات عبارتند از ضرایب ثابت چند جمله‌ای و همچنین جابجایی‌های صفحات رویه. سپس با استفاده از اصل انرژی پتانسیل کمینه، معادلات حاکم بر مساله استخراج شده است.

در این تحقیق اندیس  $t$  مربوط به ورق رویه‌ی بالایی، اندیس  $b$  مربوط به ورق رویه‌ی پایینی و اندیس  $c$  مربوط به هسته می‌باشد. لایه‌های روغن هوشمند با اندیس ۲ و رویه‌های کامپوزیت نگهدارنده روغن با اندیس‌های ۱ و ۳ در کنار اندیس‌های  $t$  و  $b$  (بیانگر رویه‌های بالایی و پایینی) مشخص شده‌اند.

1. FsdT  
2. Frostig

برای روابط کرنش لایه روغن هوشمند MR، با فرض اینکه تنش نرمال در لایه MR وجود ندارد و با در نظر گرفتن تئوری مرتبه اول برشی FSDT برای رویه‌ها، روابط کرنش عرضی لایه MR به صورت رابطه (۶) و (۷) قابل حصول است [۲۰].

لایه MR بالایی:

$$\gamma_{xz}^{2t} = \frac{d_t}{h_{2t}} \psi_x^{3t} + \frac{(u_{1t} - u_{3t})}{h_{2t}}, \quad \gamma_{yz}^{2t} = \frac{d_t}{h_{2t}} \psi_y^{3t} + \frac{(v_{1t} - v_{3t})}{h_{2t}} \quad (۶)$$

لایه MR پایینی:

$$\gamma_{xz}^{2b} = \frac{d_b}{h_{2b}} \psi_x^{1b} + \frac{(u_{3b} - u_{1b})}{h_{2b}}, \quad \gamma_{yz}^{2b} = \frac{d_b}{h_{2b}} \psi_y^{1b} + \frac{(v_{3b} - v_{1b})}{h_{2b}} \quad (۷)$$

که در روابط فوق  $d_{t,b} = \frac{h_{3t,3b}}{2} + h_{2t} + \frac{h_{1t,1b}}{2}$  است.

نهایتاً رابطه‌ی بین تنش‌ها و کرنش‌های عرضی در لایه MR به شکل رابطه (۸) بیان می‌شود [۲۰].

$$\sigma_{xz}^{2(b,t)} = G_2 \gamma_{xz}^{2(b,t)}, \quad \sigma_{yz}^{2(b,t)} = G_2 \gamma_{yz}^{2(b,t)} \quad (۸)$$

که  $G_2$  نشان دهنده‌ی مدول برشی ویسکوالاستیک مربوط به لایه MR است.

از آنجایی که ماده MR در ناحیه قبل از تسلیم خاصیت مواد ویسکوالاستیک خطی را دارد لذا مدول برشی شکل مختلط داشته و وابسته به شدت میدان مغناطیسی است. در این مساله از رابطه‌ای که راجاموهان و همکاران [۱۵-۱۶] برای ارتباط بین مدول برشی مختلط یک نوع مایع MR و شدت میدان مغناطیسی پیشنهاد داده‌اند استفاده شده است. مدول برشی مختلط برای مواد ویسکوالاستیک به صورت رابطه (۹) است [۱۵، ۱۶].

$$G^* = G' + iG'' \quad (۹)$$

که  $G'$  و  $G''$  به ترتیب مدول دخیره و مدول اتلاف بوده و برای یک نوع ماده‌ی MR به صورت یک تابع چند جمله‌ای از میدان مغناطیسی (برحسب گائوس) به شکل زیر تعریف می‌شوند [۱۵، ۱۶]:

$$G' = -3.3691B^2 + 4.9975 \times 10^3 B + 0.873 \times 10^6, \\ G'' = -0.9B^2 + 0.8124 \times 10^3 B + 0.1855 \times 10^6 \quad (۱۰)$$

## ۲-۲- شرایط سازگاری

در این تحقیق فرض شده که رویه‌ها به صورت ایده‌آل به هسته چسبیده‌اند. به عبارت دیگر شرایط پیوستگی جابجایی‌ها در فصل مشترک‌ها برقرار است. بنابراین هر سه مولفه جابجایی لایه پایینی رویه بالایی (3t) و هسته، در فصل مشترک این دو، با هم برابرند. این شرایط برای فصل مشترک لایه بالایی رویه پائینی (3b) با هسته نیز برقرار است. به این ترتیب با فرض خمش کامل بین هسته و رویه‌ها، شرایط سازگاری در اتصال بالا و پایین هسته و رویه‌ها به صورت روابط (۱۱) می‌باشد.

$$u_c(z=z_{ci}) = u_0^i + \frac{1}{2}(-1)^k h_i \psi_x^i \\ v_c(z=z_{ci}) = v_0^i + \frac{1}{2}(-1)^k h_i \psi_y^i; \quad i=3t \rightarrow k=1; z_{ct} = \frac{h_c}{2} \\ w_c(z=z_{ci}) = w_0^i; \quad i=3b \rightarrow k=0; z_{cb} = -\frac{h_c}{2} \quad (۱۱)$$

با جایگزینی روابط (۴) و (۱۱) در روابط (۵) و مقداری ساده‌سازی، شرایط سازگاری به صورت روابط (۱۲) خواهند بود.

$$\varepsilon_{0xx}^i = \frac{\partial u_0^i}{\partial x} + \frac{w_0^i}{R_{xi}}, \quad \varepsilon_{0yy}^i = \frac{\partial v_0^i}{\partial y} + \frac{w_0^i}{R_{yi}}, \quad \varepsilon_{0xy}^i = \frac{\partial v_0^i}{\partial x} + \frac{\partial u_0^i}{\partial y}$$

$$\varepsilon_{0xz}^i = \frac{\partial w_0^i}{\partial x} + \psi_x^i - \frac{u_0^i}{R_{xi}}, \quad \varepsilon_{0yz}^i = \frac{\partial w_0^i}{\partial y} + \psi_y^i - \frac{v_0^i}{R_{yi}}$$

$$\kappa_{xx}^i = \frac{\partial \psi_x^i}{\partial x}, \quad \kappa_{yy}^i = \frac{\partial \psi_y^i}{\partial y}, \quad \kappa_{xy}^i = \frac{\partial \psi_y^i}{\partial x} + \frac{\partial \psi_x^i}{\partial y}$$

$$(i=3t, 1t, 3b, 1b) \quad (۳)$$

همان‌طور که ملاحظه می‌شود،  $\varepsilon_{zz}$  برای رویه‌ها برابر صفر شده‌است. این بدان مفهوم است که رویه‌ها در راستای  $z$  صلب فرض شده‌اند. روابط جابجایی بر اساس مدل دوم فروستینگ برای هسته‌ی ضخیم به صورت روابط (۴) می‌باشند [۱۹].

$$\left\{ \begin{aligned} u_c(x, y, z, T) &= (1 + \frac{z}{R_{xc}}) u_0^c(x, y, T) + z_c u_1^c(x, y, T) \\ &\quad + z_c^2 u_2^c(x, y, T) + z_c^3 u_3^c(x, y, T) \\ v_c(x, y, z, T) &= (1 + \frac{z}{R_{yc}}) v_0^c(x, y, T) + z_c v_1^c(x, y, T) \\ &\quad + z_c^2 v_2^c(x, y, T) + z_c^3 v_3^c(x, y, T) \\ w_c(x, y, z, T) &= w_0^c(x, y, T) + z_c w_1^c(x, y, T) \\ &\quad + z_c^2 w_2^c(x, y, T) \end{aligned} \right. \quad (۴)$$

که در آن  $u_k^c$  و  $v_k^c$  ( $k=0,1,2,3$ ) مجهولات جابجایی‌های درون صفحه‌ای هسته و  $w_k^c$  ( $k=0,1,2$ ) مجهولات جابجایی‌های عمودی آن می‌باشند. فرض شده که شتاب و سرعت در هسته توزیع یکسانی دارند. روابط سینماتیک هسته در یک ورق ساندویچی دو انحنایی بر اساس تغییرشکل‌های کوچک به صورت روابط (۵) می‌باشند:

$$\varepsilon_{xx}^c = \frac{1}{(1 + \frac{z}{R_{xc}})} \left( \frac{\partial u_c}{\partial x} + \frac{w_c}{R_{xc}} \right) \\ \varepsilon_{yy}^c = \frac{1}{(1 + \frac{z}{R_{yc}})} \left( \frac{\partial v_c}{\partial y} + \frac{w_c}{R_{yc}} \right) \quad \varepsilon_{zz}^c = w_1^c + 2zw_2^c \\ \gamma_{xy}^c = 2\varepsilon_{xy}^c = \frac{1}{(1 + \frac{z}{R_{xc}})} \frac{\partial v_c}{\partial x} + \frac{1}{(1 + \frac{z}{R_{yc}})} \frac{\partial u_c}{\partial y} \\ \gamma_{xz}^c = 2\varepsilon_{xz}^c = \frac{1}{(1 + \frac{z}{R_{xc}})} \left( \frac{\partial w_c}{\partial x} - \frac{u_c}{R_{xc}} \right) + \frac{\partial u_c}{\partial z} \\ \gamma_{yz}^c = 2\varepsilon_{yz}^c = \frac{1}{(1 + \frac{z}{R_{yc}})} \left( \frac{\partial w_c}{\partial y} - \frac{v_c}{R_{yc}} \right) + \frac{\partial v_c}{\partial z} \quad (۵)$$

$$\begin{Bmatrix} N_{xz}^{*c} \\ N_{yz}^{*c} \\ M_{nxz}^{*c} \\ M_{nyz}^{*c} \end{Bmatrix} = \int_{-h_c/2}^{h_c/2} \begin{Bmatrix} \sigma_{xz}^c \\ \sigma_{yz}^c \\ z_c^n \sigma_{xz}^c \\ z_c^n \sigma_{yz}^c \end{Bmatrix} \left(1 + \frac{z_c}{R_{xc}}\right) \left(1 + \frac{z_c}{R_{yc}}\right) dz_c$$

$$\{R_z^c, M_z^c\} = \int_{-h_c/2}^{h_c/2} (1, z_c) \sigma_{zz}^c \left(1 + \frac{z_c}{R_{xc}}\right) \left(1 + \frac{z_c}{R_{yc}}\right) dz_c$$

$$n = 1, 2, 3 \quad (13)$$

از آنجایی که رویه‌ها نازک می‌باشند، می‌توان از مقادیر  $\frac{z_i}{R_{xi}}$  و  $\frac{z_i}{R_{yi}}$  صرف‌نظر کرد (بنابراین  $\frac{z_i}{R_{xi}}, \frac{z_i}{R_{yi}} \ll 1$ ;  $i = 1t, 2t, 3t, 1b, 2b, 3b$ ). تنش‌های برآیند در واحد طول برای رویه‌های کامپوزیتی به صورت روابط (14) و (15) می‌باشند [21].

$$\begin{Bmatrix} N_{xx}^i \\ N_{yy}^i \\ N_{xy}^i \\ N_{yx}^i \end{Bmatrix} = \int_{-h_i/2}^{h_i/2} \begin{Bmatrix} \sigma_{xx}^i \\ \sigma_{yy}^i \\ \sigma_{xy}^i \\ \sigma_{xy}^i \end{Bmatrix} dz_i, \quad \begin{Bmatrix} M_{xx}^i \\ M_{yy}^i \\ M_{xy}^i \\ M_{yx}^i \end{Bmatrix} = \int_{-h_i/2}^{h_i/2} z_i \begin{Bmatrix} \sigma_{xx}^i \\ \sigma_{yy}^i \\ \sigma_{xy}^i \\ \sigma_{xy}^i \end{Bmatrix} dz_i \quad (14)$$

$$i = 3t, 1t, 3b, 1b$$

$$\begin{Bmatrix} Q_{xz}^i \\ Q_{yz}^i \end{Bmatrix} = k_s \int_{-h_i/2}^{h_i/2} \begin{Bmatrix} \sigma_{xz}^i \\ \sigma_{yz}^i \end{Bmatrix} dz_i, \quad i = 3t, 1t, 3b, 1b \quad (15)$$

که در آن  $k_s$  ضریب تصحیح برشی می‌باشد. برای یک ورق چند لایه کامپوزیتی با سطح مقطع مستطیل شکل، مقدار ضریب تصحیح برشی  $k_s = 5/6$  خواهد شد [22]. و همچنین تنش‌های برآیند در واحد طول برای لایه MR به صورت رابطه (16) می‌باشند [20]:

$$Q_{xz}^i = \int_{-\frac{h_i}{2}}^{\frac{h_i}{2}} \tau_{xz}^i dz_i, \quad Q_{yz}^i = \int_{-\frac{h_i}{2}}^{\frac{h_i}{2}} \tau_{yz}^i dz_i$$

$$i = 2t, 2b \quad (16)$$

ممان اینرسی هسته به صورت رابطه (17) می‌باشد.

$$I_n^c = \int_{-\frac{h_c}{2}}^{\frac{h_c}{2}} \rho_c z_c^n \left(1 + \frac{z_c}{R_{cx}}\right) \left(1 + \frac{z_c}{R_{cy}}\right) dz_c, \quad n = 0, 1, \dots, 6 \quad (17)$$

ممان اینرسی رویه‌های کامپوزیتی به صورت رابطه (18) می‌باشد.

$$I_n^i = \int_{-\frac{h_i}{2}}^{\frac{h_i}{2}} (z_i^n \rho_i) dz_i, \quad i = 3t, 1t, 3b, 1b \quad (18)$$

همچنین ممان اینرسی در واحد طول برای لایه MR به صورت رابطه (19) می‌باشد.

$$u_2^c = \frac{[2(u_0^{3t} + u_0^{3b}) - h_t \psi_x^{3t} + h_b \psi_x^{3b} - 4u_0^c]}{h_c^2}$$

$$u_3^c = \frac{[4(u_0^{3t} - u_0^{3b}) - 2(h_t \psi_x^{3t} + h_b \psi_x^{3b}) - 4h_c u_1^c - 4h_c u_0^c / R_{xc}]}{h_c^3}$$

$$v_2^c = \frac{[2(v_0^{3t} + v_0^{3b}) - h_t \psi_y^{3t} + h_b \psi_y^{3b} - 4v_0^c]}{h_c^2}$$

$$v_3^c = \frac{[4(v_0^{3t} - v_0^{3b}) - 2(h_t \psi_y^{3t} + h_b \psi_y^{3b}) - 4h_c v_1^c - 4h_c v_0^c / R_{yc}]}{h_c^3}$$

$$w_1^c = \frac{(w_0^{3t} - w_0^{3b})}{h_c}$$

$$w_2^c = \frac{[2(w_0^{3t} + w_0^{3b}) - 4w_0^c]}{h_c^2} \quad (12)$$

با توجه به روابط (12) مشاهده می‌شود که تعداد مجهولات در هسته به 5 عدد کاهش می‌یابد که عبارتند از:  $u_0^c, u_1^c, v_0^c, v_1^c$  و  $w_0^c$ . همچنین جابجایی عرضی برای تمام نقاط روی یک سطح مقطع فرضی از رویه‌ها یکسان فرض شده است. بنابراین:  $w_0^{1t} = w_0^{3t}, w_0^{1b} = w_0^{3b}$ . پس تعداد مجهولات در رویه‌ها نیز به 18 عدد کاهش می‌یابد.

۳-۲- روابط تنش‌ها، تنش‌های برآیند و ممان اینرسی در هسته و رویه‌ها  
تنش‌های برآیند در واحد طول برای هسته به صورت روابط (13) می‌باشند [21].

$$\begin{Bmatrix} N_{xx}^c \\ N_{yy}^c \\ N_{xy}^c \\ N_{yx}^c \end{Bmatrix} = \int_{-h_c/2}^{h_c/2} \begin{Bmatrix} \sigma_{xx}^c \left(1 + \frac{z_c}{R_{xc}}\right) \\ \sigma_{yy}^c \left(1 + \frac{z_c}{R_{yc}}\right) \\ \sigma_{xy}^c \left(1 + \frac{z_c}{R_{xc}}\right) \\ \sigma_{xy}^c \left(1 + \frac{z_c}{R_{yc}}\right) \end{Bmatrix} dz_c$$

$$\begin{Bmatrix} M_{nxx}^c \\ M_{nyy}^c \\ M_{nxy}^c \\ M_{nyx}^c \end{Bmatrix} = \int_{-h_c/2}^{h_c/2} z_c^n \begin{Bmatrix} \sigma_{xx}^c \left(1 + \frac{z_c}{R_{xc}}\right) \\ \sigma_{yy}^c \left(1 + \frac{z_c}{R_{yc}}\right) \\ \sigma_{xy}^c \left(1 + \frac{z_c}{R_{xc}}\right) \\ \sigma_{xy}^c \left(1 + \frac{z_c}{R_{yc}}\right) \end{Bmatrix} dz_c$$

$$\begin{Bmatrix} N_{xz}^c \\ N_{yz}^c \\ M_{nxz}^c \\ M_{nyz}^c \end{Bmatrix} = \int_{-h_c/2}^{h_c/2} \begin{Bmatrix} \sigma_{xz}^c \left(1 + \frac{z_c}{R_{xc}}\right) \\ \sigma_{yz}^c \left(1 + \frac{z_c}{R_{yc}}\right) \\ z_c^n \sigma_{xz}^c \left(1 + \frac{z_c}{R_{xc}}\right) \\ z_c^n \sigma_{yz}^c \left(1 + \frac{z_c}{R_{yc}}\right) \end{Bmatrix} dz_c$$

$$\delta U = \sum_{i=1t,3t,1b,3b} \left( \int_{V_i} \left( \sigma_{xx}^i \delta \varepsilon_{xx}^i + \sigma_{yy}^i \delta \varepsilon_{yy}^i + \tau_{xy}^i \delta \gamma_{xy}^i + \tau_{xz}^i \delta \gamma_{xz}^i + \tau_{yz}^i \delta \gamma_{yz}^i \right) dV_i \right) + \sum_{i=2t,2b} \left( \int_{V_i} \left( \tau_{xz}^i \delta \gamma_{xz}^i + \tau_{yz}^i \delta \gamma_{yz}^i \right) dV_i \right) + \int_{V_c} \left( \sigma_{xx}^c \delta \varepsilon_{xx}^c + \sigma_{yy}^c \delta \varepsilon_{yy}^c + \sigma_{zz}^c \delta \varepsilon_{zz}^c + \tau_{xy}^c \delta \gamma_{xy}^c + \tau_{xz}^c \delta \gamma_{xz}^c + \tau_{yz}^c \delta \gamma_{yz}^c \right) dV_c$$

$$dV_c = dA_c dz_c = \left(1 + \frac{z_c}{R_{cx}}\right) \left(1 + \frac{z_c}{R_{cy}}\right) dx_c dy_c dz_c$$

$$dV_i = dA_i dz_i = dx_i dy_i dz_i, (i=1t,2t,3t,1b,2b,3b) \quad (22)$$

کرنش‌های برشی درون‌صفحه‌ای ( $i=1t,3t,1b,3b$ )  $\gamma_{xy}^i$  و  $\tau_{xy}^i$  بیانگر تنش‌های برشی درون‌صفحه‌ای و کرنش‌های برشی درون‌صفحه‌ای رویه‌های بالایی و پایینی می‌باشند.  $\gamma_{xz}^c$  و  $\tau_{xz}^c$  بیانگر تنش‌های برشی خارج از صفحه و کرنش‌های برشی خارج از صفحه هسته  $\tau_{xy}^c$  و  $\gamma_{xy}^c$  بیانگر تنش برشی درون‌صفحه‌ای و کرنش برشی درون‌صفحه‌ای هسته،  $\varepsilon_{zz}^c$  و  $\sigma_{zz}^c$  بیانگر تنش نرمال و کرنش نرمال هسته،  $\varepsilon_{xx}^c$ ،  $\sigma_{xx}^c$ ،  $\varepsilon_{yy}^c$  و  $\sigma_{yy}^c$  بیانگر تنش‌های نرمال درون‌صفحه‌ای و کرنش‌های نرمال درون‌صفحه‌ای هسته در راستای جهت‌های  $x$  و  $y$  می‌باشند. در قسمت تحلیل خمش استاتیکی، سیستم مورد نظر تحت بارگذاری خمشی و نیروهای عرضی  $q_t$  و  $q_b$  وارده بر صفحات بالایی و پایینی ورق ساندویچی مورد نظر، می‌باشد. بنابراین برای تغییرات انرژی ناشی از نیروهای وارده بر سیستم رابطه (۲۳) برقرار است.

$$\delta W_{ext} = \int_A \left( \begin{aligned} & -\left(1 + \frac{h_{1t}}{2R_{xt}}\right) \left(1 + \frac{h_{1t}}{2R_{yt}}\right) q_t \delta w_0^{1t} + \\ & \left(1 - \frac{h_{1b}}{2R_{xb}}\right) \left(1 - \frac{h_{1b}}{2R_{yb}}\right) q_b \delta w_0^{1b} \end{aligned} \right) dx dy \quad (23)$$

لازمه به ذکر است برای حالت ارتعاشات آزاد،  $\delta W_{ext}$  برابر صفر می‌باشد. در نهایت با جایگزینی روابط تنش‌ها، تنش‌های برآیند و ممان اینرسی هسته و رویه‌ها (روابط ۱۳-۱۹) و روابط ساختاری لمینت [۲۵]، و همچنین جایگزینی روابط مربوط به میدان‌های جابجایی و روابط کرنش-جابجایی و شرایط سازگاری (روابط ۱-۱۲) در روابط تغییرات انرژی جنبشی سیستم، تغییرات انرژی پتانسیل و تغییرات انرژی ناشی از نیروهای وارده بر سیستم (روابط ۲۱-۲۳)، و استفاده از اصل همپلتون (رابطه ۲۰) و اصل اساسی حساب تغییرات، معادلات حرکت برای سیستم مورد نظر به صورت یک سیستم معادلات دیفرانسیل جزئی دارای ۲۳ معادله و ۲۳ مجهول بدست می‌آیند. ۲۳ مجهول مورد نظر عبارتند از:

$$\left\{ \begin{aligned} & u_0^{1t}, u_0^{1b}, u_0^{3t}, u_0^{3b}, v_0^{1t}, v_0^{1b}, v_0^{3t}, v_0^{3b}, w_0^{3t}, w_0^{3b}, \psi_x^{1t}, \\ & \psi_x^{1b}, \psi_x^{3t}, \psi_x^{3b}, \psi_y^{1t}, \psi_y^{1b}, \psi_y^{3t}, \psi_y^{3b}, u_0^c, u_1^c, v_0^c, v_1^c, w_0^c \end{aligned} \right\}$$

$$Q_{xz}^i = \int_{\frac{h_i}{2}}^{\frac{h_i}{2}} \tau_{xz}^i dz_i, \quad Q_{yz}^i = \int_{\frac{h_i}{2}}^{\frac{h_i}{2}} \tau_{yz}^i dz_i \quad ; \quad i=2t,2b \quad (19)$$

#### ۴-۲- به‌کارگیری اصل همپلتون

برای بدست آوردن معادلات حاکم بر حرکت سیستم از اصل همپلتون [۲۳] طبق رابطه (۲۰) استفاده می‌شود.

$$\int_0^T \delta L dt = \int_0^T (\delta K - \delta U + \delta W_{ext}) dt = 0 \quad (20)$$

که در آن  $\delta K$  نشان‌دهنده تغییرات انرژی جنبشی سیستم،  $\delta U$  نشان‌دهنده تغییرات انرژی پتانسیل سیستم و  $\delta W_{ext}$  نشان‌دهنده تغییرات انرژی ناشی از نیروهای وارده بر سیستم است. تغییرات انرژی جنبشی سیستم مورد نظر، با فرض شرایط همگن برای جابه‌جایی و سرعت با توجه به مختصه زمان در شکل کلی را می‌توان به صورت روابط (۲۱) نوشت.

$$\delta K = - \sum_{i=1t,3t,1b,3b,c} \left[ \int_{A_i} \int_{\frac{h_i}{2}}^{\frac{h_i}{2}} \rho_i (\ddot{u}_i \delta u_i + \ddot{v}_i \delta v_i + \ddot{w}_i \delta w_i) dz_i dA_i \right] + \sum_{j=2t,2b} \int_0^b \int_0^b (\rho_j h_j \ddot{w}_j \delta w_j + I_{MR} (\ddot{\gamma}_{xz}^j \delta \gamma_{xz}^j + \ddot{\gamma}_{yz}^j \delta \gamma_{yz}^j)) dA_j$$

$$(i=1t,3t,1b,3b,c) \quad ; \quad (j=2t,2b)$$

$$dA_c = \left(1 + \frac{z_c}{R_{cx}}\right) \left(1 + \frac{z_c}{R_{cy}}\right) dx_c dy_c,$$

$$dA_i = dx_i dy_i, (i=1t,3t,1b,3b)$$

$$dA_j = dx_j dy_j, (j=2t,2b) \quad (21)$$

اندیسهای 1t و 3b و 1b نشان دهنده رویه‌های بالایی و پایینی از جنس کامپوزیت بوده و اندیسهای 2t و 2b معرف لایه روغن MR در بالا و پایین پانل می‌باشد، اندیس c نیز هسته میانی را نشان می‌دهد. همچنین  $\rho_c$  و  $\rho_{jt}$ ،  $\rho_{jb}$  چگالی لایه‌های رویه‌ای پایینی، لایه‌های رویه‌ای بالایی و هسته می‌باشند.  $\ddot{u}_b$  و  $\ddot{v}_b$  اجزای شتاب رویه‌ای پایینی،  $\ddot{u}_t$  و  $\ddot{v}_t$  اجزای شتاب رویه‌ای بالایی،  $\ddot{u}_c$  و  $\ddot{v}_c$  اجزای شتاب هسته می‌باشند.  $A_j$  به ترتیب بیانگر مساحت صفحه میانی رویه‌ای بالایی، رویه‌ای پایینی و هسته می‌باشند. در همه موارد  $u$  و  $v$  اجزای افقی حرکت و  $w$  جزء عمودی حرکت می‌باشند. همچنین ( ) نشان‌دهنده مشتق دوم نسبت به زمان می‌باشد.

تغییرات انرژی پتانسیل برای یک ورق ساندویچی دو انحنایی شامل رویه‌های بالایی و پایینی و هسته - با صرف نظر کردن از تغییرات انرژی پتانسیل رویه‌ها که در اثر ممانعت چرخش جسم صلب ایجاد می‌شود، به دلیل ضخامت کم رویه‌ها [۲۴]، به صورت روابط (۲۲) می‌باشند.

که در آن  $\varepsilon_{jj}^i$  و  $\sigma_{jj}^i$  ( $j=x,y; i=1t,3t,1b,3b$ ) بیانگر تنش‌های نرمال و کرنش‌های نرمال رویه‌های بالایی و پایینی در راستای جهت‌های  $x$  و  $y$  می‌باشند.  $\gamma_{xz}^i$  و  $\tau_{xz}^i$  ( $j=x,y; i=1t,2t,3t,1b,2b,3b$ ) بیانگر تنش‌های برشی و کرنش‌های برشی خارج از صفحه رویه‌های بالایی و پایینی می‌باشند.



مشخصات سازه مورد نظر در این پژوهش، تحقیقاتی صورت نگرفته است، بنابراین مثال‌هایی برای سازه‌ی مذکور در نظر گرفته شده و نتایج مورد بررسی قرار گرفته‌اند.

**مثال ۱: ارتعاشات آزاد ورق ساندویچی دو انحنایی با رویه‌های کامپوزیتی و هسته فوم**

مشخصات مکانیکی و هندسی سازه‌ی مورد نظر در این مثال، در جدول ۱ ارائه شده است.

لایه چینی رویه‌های بالایی و پایینی به صورت  $[0,90,0]$  می‌باشد و نسبت به صفحه‌ی میانی متقارن می‌باشد.

در جدول ۲ نتایج بدست آمده از تحقیق حاضر برای ورق ساندویچی دو انحنایی با رویه‌های کامپوزیتی و هسته فوم با استفاده از تئوری مرتبه بالای بهبودیافته‌ی ورق‌های ساندویچی ارائه شده در این مقاله، با نتایج بدست آمده از مدل‌سازی در نرم‌افزار المان محدود آباکوس و همچنین نتایج بدست‌آمده با استفاده از تئوری مرتبه بالای کلاسیک ورق‌های چند لایه [۲۹]، مقایسه شده که در این تئوری در رویه‌ها از تئوری کیرشهف استفاده شده است.

شدت میدان مغناطیسی نیز در این مثال برابر  $150$  گاوس می‌باشد.

**جدول ۳** مشخصات مکانیکی و هندسی ورق ساندویچی تخت با لایه روغن هوشمند در رویه‌های کامپوزیتی و هسته فوم  $[15, 29]$

مشخصات مکانیکی لایه MR	مشخصات مکانیکی در رویه‌ها
$\rho = 3500 \text{ Kg/m}^3$	$h_c/h = 0.88$
$G_{13} = G_{23} = G' + iG''$	$a = 10h$
$G' = -3.3691B^2 + 4.9975 \times 10^3 B + 0.873 \times 10^6$	$a = b$
$G'' = -0.9B^2 + 0.8124 \times 10^3 B + 0.1855 \times 10^6$	$h_{1t} = h_{1b} = 0.001 \text{ m}$
	$h_{2t} = h_{2b} = 0.001 \text{ m}$
	$h_{3t} = h_{3b} = 0.001 \text{ m}$

**جدول ۴** مقادیر فرکانس‌های طبیعی اول و دوم برای ورق ساندویچی تخت با لایه روغن هوشمند در رویه‌های کامپوزیتی و هسته فوم

فرکانس طبیعی (Hz)	تحقیق حاضر (آباکوس)	المان محدود (درصد)	قدرمطلق تئوری کلاسیک (درصد)	قدرمطلق طبیعی (درصد)
اول	۱۳/۶۷	۱۳/۴۶	۱/۵۶	۱۴/۳۶
دوم	۲۴/۹۸	۲۴/۵۹	۱/۵۹	۲۶/۳۹

جدول ۴ نیز مطابقت خوبی را بین نتایج نشان می‌دهد و عدم تطبیق کامل به دلیل تفاوت در روش حل می‌باشد. در تئوری کلاسیک ورق‌های چند لایه، در رویه‌ها از تئوری کیرشهف استفاده شده که در این تئوری از کرنش‌های قائم و برشی عرضی رویه‌ها صرف‌نظر شده است.

**مثال ۳: خمش استاتیکی ورق ساندویچی تک انحنایی با رویه‌های کامپوزیتی و هسته فوم**

این مقایسه در حالتی انجام شده است که ورق تک انحنایی در نظر گرفته شده و با رویه‌های کامپوزیتی و هسته فوم می‌باشد. مشخصات مکانیکی و هندسی سازه‌ی مورد نظر در این مثال، در جدول ۱ ارائه شده است. لایه چینی رویه‌های بالایی و پایینی به صورت  $[0,90,0]$  می‌باشد و ورق نسبت به صفحه‌ی میانی متقارن می‌باشد.

در این مثال فرض شده که بار استاتیکی به صورت هارمونیک بر روی رویه بالایی ورق اعمال شده است. و بارگذاری به صورت رابطه (۳۴) می‌باشد.

مشخصات سازه مورد نظر در این پژوهش، تحقیقاتی صورت نگرفته است، بنابراین مثال‌هایی برای سازه‌ی مذکور در نظر گرفته شده و نتایج مورد بررسی قرار گرفته‌اند.

**مثال ۱: ارتعاشات آزاد ورق ساندویچی دو انحنایی با رویه‌های کامپوزیتی و هسته فوم**

مشخصات مکانیکی و هندسی سازه‌ی مورد نظر در این مثال، در جدول ۱ ارائه شده است.

لایه چینی رویه‌های بالایی و پایینی به صورت  $[0,90,0]$  می‌باشد و ورق نسبت به صفحه‌ی میانی متقارن می‌باشد.

در جدول ۲ نتایج بدست آمده از تحقیق حاضر برای ورق ساندویچی دو انحنایی با رویه‌های کامپوزیتی و هسته فوم با استفاده از تئوری مرتبه بالای بهبودیافته‌ی ورق‌های ساندویچی ارائه شده در این مقاله، با نتایج بدست‌آمده از مدل‌سازی در نرم‌افزار المان محدود آباکوس و همچنین نتایج بدست‌آمده با استفاده از تئوری مرتبه بالای ورق‌های ساندویچی [۲۸]، مقایسه شده است.

**جدول ۱** مشخصات مکانیکی و هندسی ورق ساندویچی دو انحنایی با رویه‌های کامپوزیتی و هسته فوم  $[28]$

مشخصات مکانیکی هسته	مشخصات مکانیکی رویه‌ها	مشخصات هندسی
$E_1 = E_2 = E_3 = 0.10263 \text{ Gpa}$	$E_1 = 24.51 \text{ Gpa}$	$h_c/h = 0.88$
$G_{12} = G_{13} = G_{23} = 0.005 \text{ Gpa}$	$E_2 = E_3 = 7.77 \text{ Gpa}$	$a = 10h$
$\nu = 0.32$	$G_{12} = G_{13} = 3.34 \text{ Gpa}$	$a = b$
$\rho = 1300 \text{ Kg/m}^3$	$G_{23} = 1.34 \text{ Gpa}$	$R_{c1} = R_{c2} = 3a$
	$\nu_{12} = \nu_{13} = 0.078$	$h_t = h_b = 0.003 \text{ m}$
	$\nu_{23} = 0.49$	
	$\rho = 1800 \text{ Kg/m}^3$	

**جدول ۲** مقادیر فرکانس‌های طبیعی اول تا چهارم برای ورق ساندویچی دو انحنایی با رویه‌های کامپوزیتی و هسته فوم

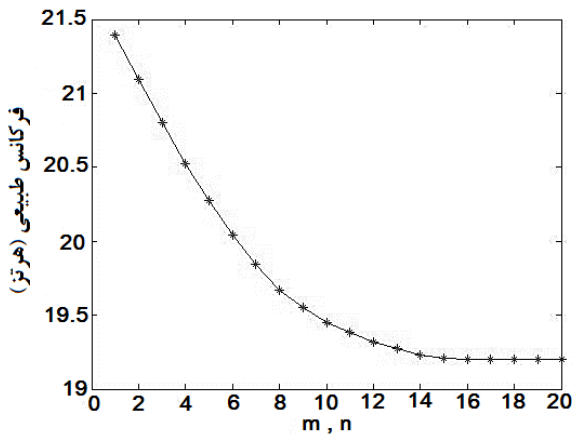
فرکانس طبیعی (Hz)	تحقیق حاضر (آباکوس)	قدرمطلق اختلاف (درصد)	مرجع اختلاف [28]	قدرمطلق (درصد)
اول	۱۴/۴۰	۱۴/۲۵	۱/۰۵	۱۴/۵۹
دوم	۲۶/۵۳	۲۶/۲۷	۰/۹۹	۲۶/۸۶
سوم	۲۷/۱۷	۲۶/۷۶	۱/۵۳	۲۷/۳۵
چهارم	۳۵/۲۴	۳۴/۸۷	۱/۰۶	۳۵/۵۴

جدول ۲ مطابقت بسیار خوبی را بین نتایج نشان می‌دهد که این بیانگر اطمینان از صحت معادلات استخراج شده در تحقیق حاضر می‌باشد. عدم تطبیق کامل به دلیل تفاوت در روش حل می‌باشد. در روش المان محدود از فرضیات ساده کننده‌ی کمتری نسبت به روش تحقیق حاضر در نظر گرفته می‌شود و در تئوری مرتبه بالای ورق‌های ساندویچی، برای رویه‌ها از تئوری کلاسیک ورق‌های چند لایه استفاده شده و در آن از کرنش‌های برشی عرضی رویه‌ها صرف‌نظر شده است، ولی در تحقیق حاضر از این کرنش‌ها صرف‌نظر نشده است.

**مثال ۲: ارتعاشات آزاد ورق ساندویچی تخت با لایه روغن هوشمند در رویه‌های کامپوزیتی و هسته فوم**



بررسی شده است. همانطور که در شکل ۲ مشاهده می‌شود، تقریباً از  $m=n=17$  به بعد مقادیر فرکانس طبیعی یکسان بوده و به همگرایی می‌رسد. در ادامه، حل مساله با این تعداد جمله سری فوریه انجام شده است.



شکل ۲ مقادیر اولین فرکانس طبیعی ورق بر حسب تعداد جملات سری فوریه

۳-۲-۱- تاثیر نسبت ضخامت هسته به ضخامت کل ورق بر فرکانس طبیعی ضخامت هسته تاثیر بسیار مهمی بر روی ارتعاشات ورق دارد. شکل ۳ نشان‌دهنده نمودار تغییرات فرکانس طبیعی اول ورق ساندویچی دوانحنایی با هسته‌ی فوم و لایه روغن هوشمند MR در رویه‌های کامپوزیتی، بر حسب نسبت‌های مختلف ضخامت هسته به ضخامت ورق ( $h_c/h_t$ )، برای شدت میدان‌های مغناطیسی ( $MF$ ) مختلف در  $a=b$  می‌باشد.

با توجه به شکل ۳ مشاهده شده است که با افزایش نسبت ضخامت هسته به ضخامت کل ورق، فرکانس طبیعی ورق کاهش می‌یابد. از آنجایی‌که هسته از جنس فوم می‌باشد و رویه‌ها از کامپوزیت، پس مدول هسته کمتر از رویه‌ها می‌باشد و با بیشتر شدن نسبت ضخامت هسته به ضخامت کل ورق، مدول کل ورق کاهش می‌یابد و در نتیجه فرکانس طبیعی ورق نیز کاهش می‌یابد.

۳-۲-۲- تاثیر نسبت شعاع‌های انحنا بر روی فرکانس طبیعی نسبت شعاع‌های انحنا نیز تاثیر بسیار مهمی بر روی ارتعاشات ورق دارد. شکل ۴ نشان‌دهنده نمودار تغییرات فرکانس طبیعی اول ورق بر حسب نسبت‌های مختلف شعاع‌های انحنا، برای نسبت‌های مختلف ضخامت هسته به ضخامت کل ورق در شدت میدان مغناطیسی ۳۰۰ گاوس می‌باشد. با توجه به شکل ۴ مشاهده شده است که با افزایش نسبت شعاع‌های انحنا، تقریباً تا جایی که این نسبت مساوی ۳٫۷ می‌شود، فرکانس طبیعی کاهش می‌یابد و سپس به سمت یک مقدار ثابت میل می‌کند.

۳-۲-۳- تاثیر شدت میدان مغناطیسی بر روی فرکانس طبیعی شکل ۵ نشان‌دهنده نمودار تغییرات فرکانس طبیعی اول ورق ساندویچی دوانحنایی با هسته‌ی فوم و لایه روغن هوشمند MR در رویه‌های کامپوزیتی، بر حسب شدت میدان مغناطیسی برای ورق با حالت‌های تخت، تک انحنایی و دوانحنایی می‌باشد.

با توجه به شکل ۵ مشاهده شده است که با افزایش شدت میدان مغناطیسی، فرکانس طبیعی ورق افزایش می‌یابد. زیرا با توجه به روابط (۹) و (۱۰)، با افزایش میدان مغناطیسی، سفتی سازه افزایش یافته و در نتیجه فرکانس طبیعی نیز افزایش می‌یابد.

$$q_t(x, y) = q_0 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{a}x\right) \cdot \sin\left(\frac{\pi}{b}y\right) \quad (34)$$

در جدول ۵ نتایج بدست آمده از فرمولاسیون این تحقیق با استفاده از تئوری مرتبه بالای بهبودیافته‌ی ورق ساندویچی (مدل دوم فروستینگ)، با تئوری برشی مرتبه بالا [۳۰] مقایسه شده است. خیز مرکزی بی بعد برای صفحه میانی هسته، در نسبت‌های مختلف ضخامت به طول ورق و همچنین نسبت‌های مختلف شعاع انحنا با ضخامت ورق، با استفاده از رابطه (۳۵) بدست آمده و ارائه شده است.

$$\bar{w} = \frac{100wE_c h^3}{qa^4}, \quad z_c = 0 \quad (35)$$

با توجه به نتایج جدول ۵، مشاهده شده است که برای ورق نازک ( $h/a=0.1$ ) اختلاف کمتری در نتایج حاصل از ۲ روش وجود دارد، ولی با ضخیم تر شدن ورق، این اختلاف افزایش می‌یابد. دلیل آن این است که تئوری مورد استفاده در تحقیق حاضر، می‌تواند هسته سازه ساندویچی را به‌صورت انعطاف پذیر مدل نماید.

جدول ۵ مقادیر خیز مرکزی بی بعد برای صفحه میانی هسته برای ورق ساندویچی تک انحنایی با رویه‌های کامپوزیتی و هسته فوم

h/a	تحقیق حاضر	مرجع [۳۰]	قدرمطلق اختلاف (درصد)
۰/۱	۲/۱۹۹۵۲	۲/۱۴۵۴۵	۲/۵
۰/۲۵	۷/۶۲۶۳۵	۷/۳۴۹۸۲	۳/۸

### ۳-۲- تحلیل ارتعاشات آزاد

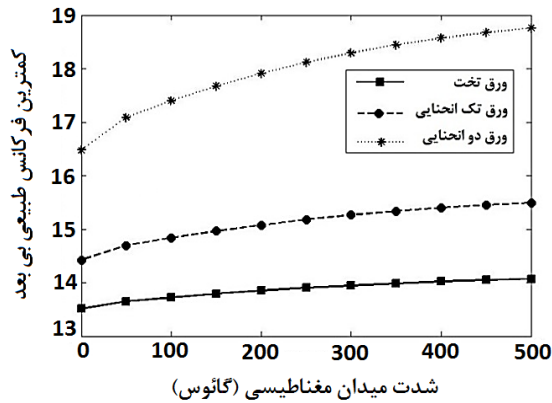
در این بخش به بررسی ارتعاشات آزاد ورق ساندویچی با رویه‌های کامپوزیتی و لایه روغن MR در رویه‌ها و هسته فوم پرداخته شده و اثرات تغییر ضخامت هسته، ضریب منطری، شعاع‌های انحنا، نسبت طول به ضخامت و شدت میدان مغناطیسی بر روی فرکانس‌های طبیعی ورق مورد بررسی قرار گرفته است.

مشخصات مکانیکی و هندسی ورق ساندویچی دوانحنایی با هسته‌ی فوم و لایه روغن هوشمند MR در رویه‌های کامپوزیتی در جدول ۶ آورده شده است.

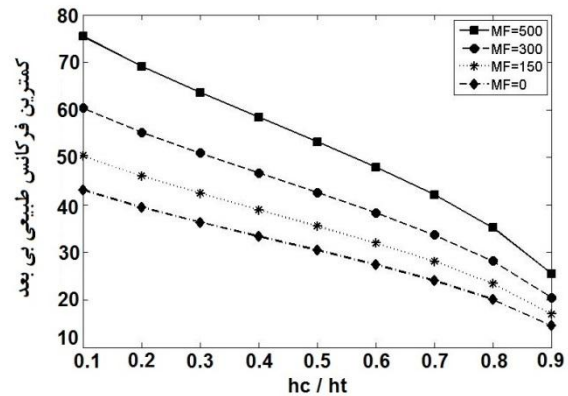
جدول ۶ مشخصات مکانیکی و هندسی ورق ساندویچی دوانحنایی با هسته‌ی فوم و لایه روغن هوشمند MR در رویه‌های کامپوزیتی [۱۵، ۲۸، ۲۹]

مشخصات هندسی	خواص رویه‌های کامپوزیتی	خواص لایه MR	خواص هسته فوم
$h_c/h = ۰/۱۸۸$	$E_1 = ۲۴/۵۱ \text{ Gpa}$	$\rho = ۳۵۰ \text{ Kg/m}^3$	$E_1 = E_2 =$
$a = ۱۰h$	$E_2 = E_3 = ۷/۷۷ \text{ Gpa}$	$G_{13} = G_{23} = G' + iG''$	$E_3 = ۰/۱۰۳۶۳$
$a = b$	$G_{12} = G_{13} = ۲/۳۴ \text{ Gpa}$	$G' = -3.3691B^2 + 4.9975 \times 10^3 B + 0.873 \times 10^6$	$\text{Gpa}$
$Re_1 = Re_2 = ۳a$	$G_{23} = ۱/۳۴ \text{ Gpa}$	$G'' = -0.9B^2 + 0.8124 \times 10^3 B + 0.1855 \times 10^6$	$G_{12} = G_{13} =$
$h_{1t} = h_{1b} = ۰/۰۰۱ \text{ m}$	$V_{12} = V_{13} = ۰/۰۷۸$	$V_{23} = ۰/۴۹$	$G_{23} = ۰/۰۵ \text{ GPa}$
$h_{2t} = h_{2b} = ۰/۰۰۱ \text{ m}$	$\rho = ۱۸۰ \text{ Kg/m}^3$		$\nu = ۰/۳۲$
$h_{3t} = h_{3b} = ۰/۰۰۱ \text{ m}$			$\rho = ۱۳۰ \text{ Kg/m}^3$

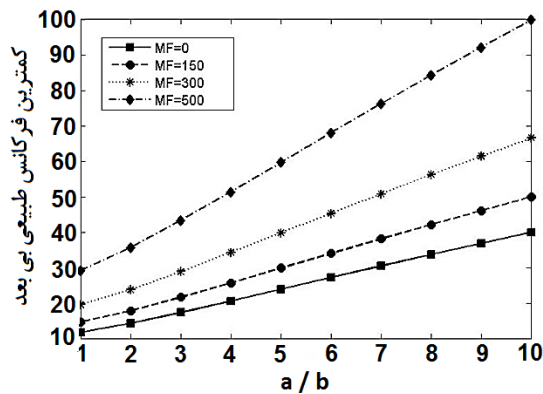
برای بررسی ارتعاشات آزاد، ابتدا همگرایی مقادیر فرکانس طبیعی ورق برای تعداد جملات سری فوریه در شدت میدان مغناطیسی ۳۰۰ گاوس



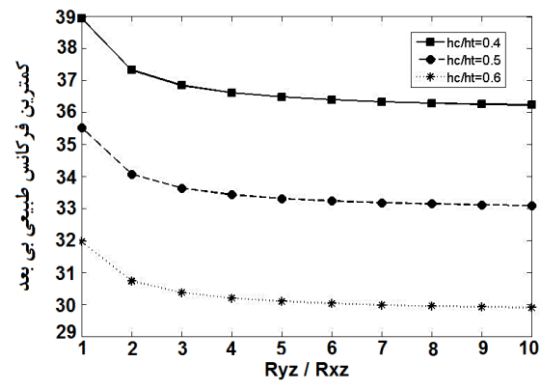
شکل ۵ نمودار تغییرات فرکانس طبیعی ورق بر حسب شدت میدان مغناطیسی برای ورق با حالت‌های تخت، تک انحنایی و دوانحنایی



شکل ۳ نمودار تغییرات فرکانس طبیعی ورق بر حسب نسبت‌های مختلف ضخامت هسته به ضخامت ورق، برای شدت میدان‌های مغناطیسی مختلف



شکل ۶ نمودار تغییرات فرکانس طبیعی بر حسب ضریب منطری برای شدت میدان‌های مغناطیسی مختلف



شکل ۴ نمودار تغییرات فرکانس طبیعی ورق بر حسب نسبت‌های مختلف شعاع‌های انحناء، برای نسبت‌های مختلف ضخامت هسته به ضخامت ورق

با توجه به شکل ۷ مشاهده شده است که با افزایش نسبت طول به ضخامت ورق، فرکانس طبیعی ورق کاهش می‌یابد. زیرا با افزایش این نسبت ورق نازک‌تر شده و در نتیجه سفتی آن کاهش می‌یابد.

### ۳-۳- تحلیل خمش استاتیکی

در این بخش تحلیل خمش استاتیکی ورق ساندویچی دوانحنایی هسته‌ی فوم و لایه روغن هوشمند MR در رویه‌های کامپوزیتی، با تکیه گاه ساده ارائه شده است. مشخصات مکانیکی ورق طبق جدول ۶ بوده و ورق به صورت متقارن می‌باشد. فرض شده است که بار استاتیکی  $q_0$  به دو صورت یکنواخت (UDL) و هارمونیک (SSL) بر روی رویه بالایی ورق اعمال شده است.

در جدول ۷ خیز بی بعد در حالت همگرا شده  $(m=n=19)$ ، در نقطه مرکزی صفحات میانی رویه‌های بالایی و پایینی و همچنین هسته ورق ارائه شده اند. در این تحلیل بار استاتیکی  $q_0 = -10 \text{ MPa}$  در نظر گرفته شده است. با توجه به مقادیر جدول ۷، مشاهده شده است که خیز بی بعد در رویه پایینی، به مقدار قابل توجهی کمتر از رویه بالایی می‌باشد، و این ناشی از آن است که بارگذاری روی رویه بالایی صورت گرفته و میان رویه بالایی و پایینی هسته انعطاف پذیر قرار گرفته است.

در شکل ۸، شکل سه بعدی خیز بی بعد در صفحات میانی رویه‌های بالایی و پایینی ورق ساندویچی دوانحنایی تحت بارگذاری خمشی یکنواخت و هارمونیک ارائه شده است. معادله خیز بی بعد به صورت رابطه (۳۵) است.

$$\bar{w}(a/2, b/2, 0) = 100wE_1t^3h^3 / qR_t^4 \quad (35)$$

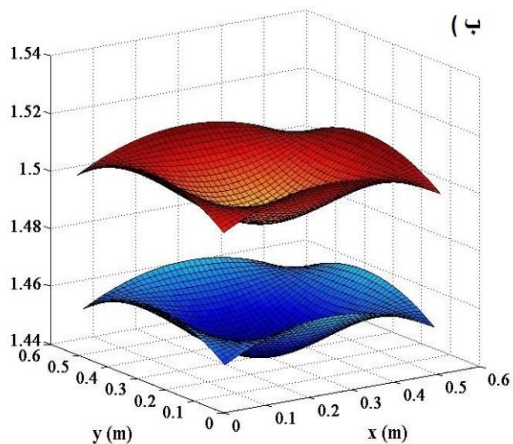
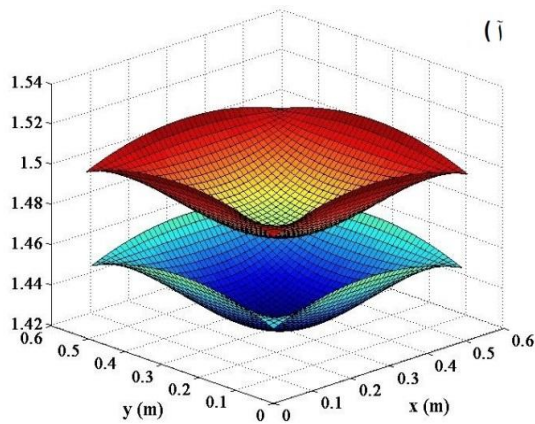
البته این افزایش فرکانس فقط تا حدی از افزایش شدت میدان مغناطیسی ادامه می‌یابد و از یک مقدار به بعد دیگر افزایش نمی‌یابد و تقریباً ثابت می‌شود که از آن به عنوان شدت میدان مغناطیسی اشباع ( $B_s$ ) اتلاق می‌شود، که در این تحقیق این مقدار تقریباً برابر با ۴۵۰ گائوس می‌باشد.

همچنین مشاهده شده است که فرکانس‌های طبیعی برای حالت تخت کمتر از حالت‌های تک انحنایی و دو انحنایی می‌باشد، و فرکانس‌های طبیعی برای حالت دو انحنایی بیشتر از حالت‌های تک انحنایی و تخت می‌باشد. زیرا هرچه ورق انحنادارتر شود، سفتی آن افزایش یافته و در نتیجه فرکانس طبیعی ورق افزایش می‌یابد.

### ۳-۲-۴- تاثیر ضریب منطری بر روی فرکانس طبیعی

شکل ۶ نشان‌دهنده نمودار تغییرات فرکانس طبیعی اول ورق ساندویچی دوانحنایی با هسته‌ی فوم و لایه روغن هوشمند MR در رویه‌های کامپوزیتی، بر حسب ضریب منطری برای شدت میدان‌های مغناطیسی مختلف می‌باشد. با توجه به شکل ۶ مشاهده شده است که با افزایش ضریب منطری، فرکانس طبیعی ورق افزایش می‌یابد. زیرا با افزایش ضریب منطری، ورق رفته رفته تبدیل به یک باریکه شده که سفتی عرضی آن افزایش می‌یابد و در نتیجه فرکانس طبیعی نیز افزایش می‌یابد. ۳-۲-۵- تاثیر نسبت طول به ضخامت ورق بر روی فرکانس طبیعی

شکل ۷ نشان‌دهنده نمودار تغییرات فرکانس طبیعی اول ورق ساندویچی دوانحنایی با لایه روغن هوشمند MR در رویه‌های کامپوزیتی، بر حسب نسبت طول به ضخامت ورق برای شدت میدان‌های مغناطیسی می‌باشد.



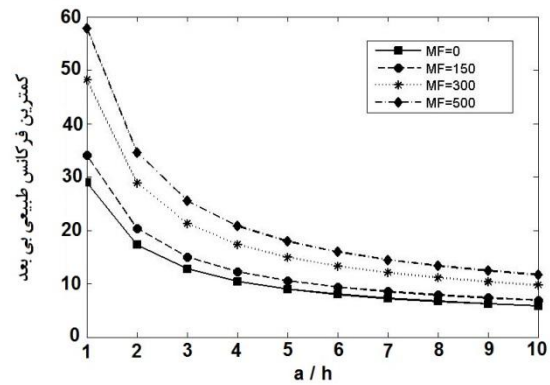
شکل ۸ شکل سه بعدی خیز بی بعد در صفحات میانی رویه‌های بالایی و پایینی پانل ساندویچی دوانحنایی تحت بارگذاری خمشی، الف) بارگذاری یکنواخت، ب) بارگذاری هارمونیک

در نسبت‌های پایین تر شعاع‌های انحنای، بیشترین نرخ افزایش خیز مشاهده شده است. زیرا با افزایش نسبت شعاع‌های انحنای، ورق انعطاف‌پذیرتر شده و در نتیجه خیز آن افزایش می‌یابد. همچنین مشاهده شده است که خیز رویه‌های بالایی و پایینی ورق در حالت بارگذاری یکنواخت بیشتر از بارگذاری هارمونیک می‌باشد.

### ۳-۳-۳- تغییرات تنش برشی هسته برای بارگذاری‌های مختلف

شکل ۱۱ نشان‌دهنده تغییرات تنش برشی هسته  $(\tau_{xz}^c)$  در صفحه اتصال پایینی  $(z_c = -h_c/2)$  برای بارگذاری‌های یکنواخت و هارمونیک بر روی رویه بالایی، در ورق ساندویچی دوانحنایی می‌باشد.

با توجه به شکل ۱۱ مشاهده شده است که تنش برشی ناشی از بارگذاری یکنواخت ایجاد شده در هسته بیشتر از تنش برشی ناشی از بارگذاری هارمونیک می‌باشد. همچنین مشاهده شده است که تنش برشی در هر دو حالت بارگذاری در مرزهای ورق، دارای بیشترین مقدار خود می‌باشد. در جدول ۸ مقادیر تنش برشی هسته در لبه‌های ورق و همچنین بیشترین مقدار تنش‌های برشی هسته برای دو حالت بارگذاری یکنواخت و هارمونیک ارائه شده است.



شکل ۷ نمودار تغییرات فرکانس طبیعی بر حسب ضریب منظری برای شدت میدان‌های مغناطیسی مختلف

جدول ۷ خیز بی بعد در نقطه مرکزی صفحات میانی رویه‌های بالایی و پایینی و هسته ورق ساندویچی دو انحنایی با لایه روغن هوشمند در رویه‌ها

$$\bar{w}(a/2, b/2, 0) = 100wE_{1t}h^3 / qR_t^4$$

نوع بار / خیز	$W_{1b}$	$W_{1t}$	$W_c$
یکنواخت	۰/۱۰۶۶	۱/۴۷۲۶	۰/۷۹۳۶
هارمونیک	۲/۹۷۷۷	۵/۳۶۲۴	۴/۰۲۶۵

### ۳-۳-۱- تاثیر نسبت ضخامت هسته به ضخامت کل ورق بر روی خیز

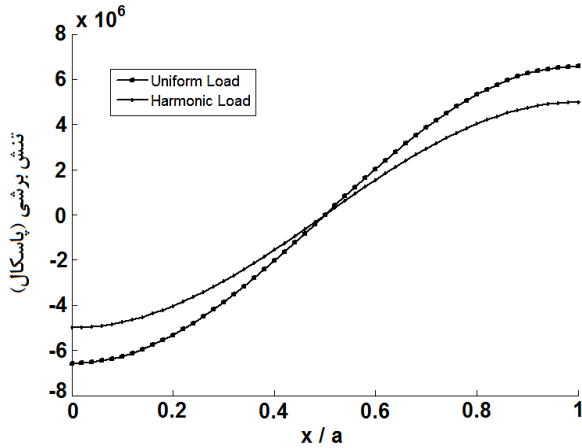
شکل ۹ نشان دهنده نمودار تغییرات بیشترین خیز رویه‌های بالایی و پایینی ورق بر حسب نسبت‌های مختلف ضخامت هسته به ضخامت ورق، برای شدت میدان‌های مغناطیسی مختلف می‌باشد.

با توجه به شکل ۹، مشاهده شده است که با افزایش نسبت ضخامت هسته به ضخامت ورق، خیز ورق در رویه‌های بالایی و پایینی و برای هر دو حالت بارگذاری یکنواخت و هارمونیک، افزایش می‌یابد. زیرا با افزایش نسبت ضخامت هسته به ضخامت ورق، با توجه به اینکه هسته منعطف‌تر از رویه‌ها بوده، ورق انعطاف‌پذیرتر شده و در نتیجه خیز آن افزایش می‌یابد. در نسبت‌های پایین تر ضخامت هسته به ضخامت ورق، این افزایش خیز کمتر بوده و در نسبت‌های بالاتر، نرخ افزایش خیز بیشتر می‌باشد.

همچنین مشاهده شده است که با افزایش شدت میدان مغناطیسی، مقدار خیز رویه‌های بالایی و پایینی ورق کاهش یافته است. همچنین مشاهده شده که خیز بی بعد در رویه پایینی، به مقدار قابل توجهی کمتر از رویه بالایی می‌باشد، و این ناشی از آن است که بارگذاری روی رویه بالایی صورت گرفته و میان رویه بالایی و پایینی هسته انعطاف پذیر قرار گرفته است.

### ۳-۳-۲- تاثیر نسبت شعاع‌های انحنای ورق بر روی خیز

شکل ۱۰ نشان دهنده نمودار تغییرات بیشترین خیز رویه‌های بالایی و پایینی ورق بر حسب نسبت‌های مختلف شعاع‌های انحنای، برای شدت میدان‌های مغناطیسی مختلف، تحت بارگذاری‌های یکنواخت و هارمونیک می‌باشد. با توجه به شکل ۱۰، مشاهده شده است که با افزایش نسبت شعاع‌های انحنای، خیز ورق در رویه‌های بالایی و پایینی و برای هر دو حالت بارگذاری یکنواخت و هارمونیک، افزایش می‌یابد.



شکل ۱۱ نمودار تغییرات تنش برشی هسته برای بارگذاری‌های مختلف

جدول ۸ مقادیر تنش برشی هسته در لبه‌های ورق و بیشترین مقدار

تنش‌های برشی ورق			
نوع بارگذاری	لبه $x/a=0, y=b/s$	لبه $x/a=1, y=b/s$	بیشترین مقدار
یکنواخت	-۶۶۷۰ Pa	۶۶۷۰ Pa	۶۶۷۰ Pa
هارمونیک	-۴۹۱۰ Pa	۴۹۱۰ Pa	۴۹۱۰ Pa

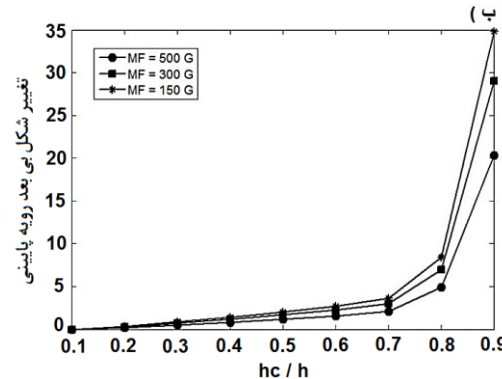
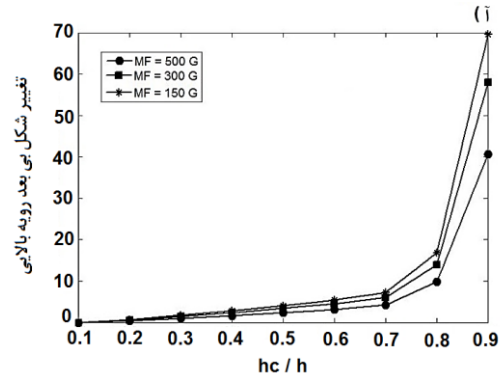
#### ۴- نتیجه‌گیری

در این تحقیق مطالعه‌ی گسترده‌ای در مورد مدل‌سازی ورق ساندویچی دوانحنایی با لایه روغن هوشمند MR در رویه‌ها صورت گرفته است. برای اولین بار معادلات حاکم بر ارتعاشات ورق ساندویچی دوانحنایی با هسته‌ی فوم و لایه روغن هوشمند MR در رویه‌های کامپوزیتی، استخراج گردیده است. معادلات بدست آمده برای شرایط مرزی چهار طرف ساده توسط روش گالرکین حل شد و اثرات پارامترهای مختلف بر مشخصه‌های ارتعاشی و خیز ورق ساندویچی بررسی گردید و نتایج ذیل حاصل شده است:

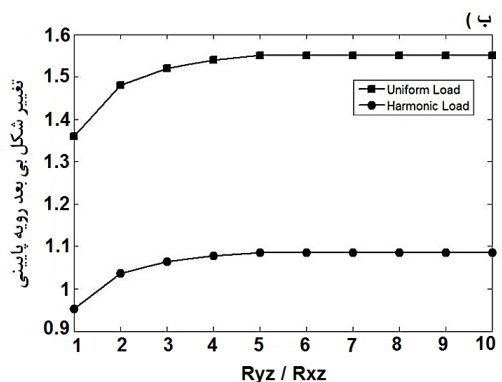
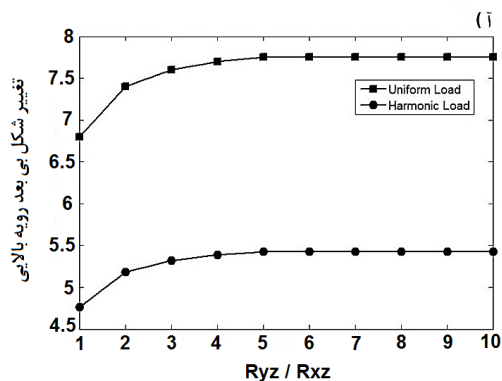
۱- اثر ضخامت هسته به‌صورتی است که با افزایش نسبت ضخامت هسته به ضخامت کل ورق در شدت میدان مغناطیسی ثابت، افت فرکانس مشاهده شده است. از آنجایی که هسته از جنس فوم می‌باشد و رویه‌ها از کامپوزیت، پس سفتی هسته کمتر از رویه‌ها می‌باشد و با بیشتر شدن نسبت ضخامت هسته به ضخامت کل ورق، سفتی کل ورق کاهش می‌یابد.

۲- با افزایش نسبت شعاع‌های انحنا ( $R_y/R_x$ ) تا یک نسبت مشخص، فرکانس طبیعی کاهش یافته و سپس به سمت یک مقدار ثابت میل کرده است. بنابراین با توجه به نیاز می‌توان به مقدار بهینه‌ای از این نسبت در سازه دست یافت و آن را اعمال نمود.

۳- کلیت مساله نشان از افزایش فرکانس‌های طبیعی ورق ساندویچی با وجود روغن MR در رویه‌ها با افزایش شدت میدان مغناطیسی داشته است. زیرا با افزایش شدت میدان مغناطیسی، سفتی سازه افزایش یافته و در نتیجه فرکانس طبیعی نیز افزایش می‌یابد. البته این افزایش فرکانس فقط تا حدی از افزایش شدت میدان مغناطیسی ادامه یافته و از یک مقدار به بعد دیگر افزایش نمی‌یابد و تقریباً ثابت می‌شود که از آن به عنوان شدت میدان مغناطیسی اشباع ( $B_s$ ) اتلاق می‌شود، که در این تحقیق این مقدار تقریباً برابر با ۴۵۰ گاوس می‌باشد. بنابراین می‌توان با ایجاد یک میدان مغناطیسی که



شکل ۹ نمودار تغییرات بیشترین خیز رویه‌های بالایی و پایینی ورق بر حسب نسبت‌های مختلف ضخامت هسته به ضخامت ورق، برای شدت میدان‌های مغناطیسی مختلف، الف) رویه بالایی، ب) رویه پایینی



شکل ۱۰ نمودار تغییرات بیشترین خیز رویه‌های بالایی و پایینی ورق بر حسب نسبت‌های مختلف شعاع انحنا، برای بارگذاری‌ها و شدت میدان‌های مغناطیسی مختلف: الف) رویه بالایی، ب) رویه پایینی

ضریب تصحیح برشی	$K_s$
انرژی جنبشی و پتانسیل (J)	$K, U$
شعاع انحنای صفحه میانی رویه بالایی، رویه پایینی و هسته	$R_{jt}, R_{jb}, R_{jc}$
هسته $(j = x, y)$ (m)	
اجزای جابجایی هسته	$u_e, v_e, w_e$
اجزای جابجایی رویه‌ها $(i = t, b)$	$u'_0, v'_0, w'_0$
<b>علائم یونانی</b>	
ضرایب پواسون	$\nu_{12}, \nu_{21}$
چگالی $(\text{kgm}^{-3})$	$\rho$
فرکانس طبیعی (Hz)	$\omega$
چرخش صفحه میانی حول $x$	$\psi_x$
چرخش صفحه میانی حول $y$	$\psi_y$

### پیوست

برخی درایه‌های ماتریس‌های سختی و جرم که در رابطه‌ی (۲۵) آمده‌اند، به‌صورت زیر تعریف می‌شوند.

$$K(2,5) = \frac{ab}{4} \begin{bmatrix} \alpha_p [-4 \frac{g_2^{cx}}{h_c^3} - 4 \frac{g_3^{cx}}{h_c^4} + 24 \frac{g_4^{cx}}{h_c^5}] \\ + \alpha_\rho [-2 \frac{H_2^{cx}}{R_{cx} h_c^3} + 2 \frac{H_4^{cx}}{R_{cx} h_c^4} - 8 \frac{H_5^{cx}}{R_{cx} h_c^5} - 8 \frac{H_6^{cx}}{R_{cx} h_c^5}] \\ + \alpha_\rho [-4 \frac{g_3^{cx}}{R_{cy} h_c^3} + 4 \frac{g_4^{cx}}{R_{cy} h_c^4} + 24 \frac{g_5^{cx}}{R_{cy} h_c^5}] \end{bmatrix}$$

$$K(8,10) = \frac{ab}{4} \left[ \alpha_p \beta h_b^2 \left[ -\frac{g_4^{cx}}{h_c^4} + 4 \frac{g_5^{cx}}{h_c^5} - 4 \frac{g_6^{cx}}{h_c^6} \right] \right]$$

$$K(13,7) = \frac{ab}{4} \begin{bmatrix} \alpha_p \beta q h_i \left[ \frac{g_2^{cx}}{h_c^2} + 2 \frac{g_3^{cx}}{h_c^3} - 4 \frac{g_4^{cx}}{h_c^4} - \right. \\ \left. 8 \frac{g_5^{cx}}{h_c^5} + \frac{g_3^{cx}}{R_{cy} h_c^2} + 2 \frac{g_4^{cx}}{R_{cy} h_c^3} - 4 \frac{g_5^{cx}}{R_{cy} h_c^4} - 8 \frac{g_6^{cx}}{R_{cy} h_c^5} \right] \end{bmatrix}$$

$$M(4,14) = \frac{ab}{4} \left( \frac{2I_3^c}{h_c^2} - \frac{4I_4^c}{h_c^3} - \frac{8I_5^c}{h_c^4} + \frac{16I_6^c}{h_c^5} \right)$$

$$M(7,11) = \frac{ab}{4} \begin{bmatrix} \left( -\frac{h_i}{h_c^2} (I_2^c + \frac{I_3^c}{R_{cx}}) - \frac{2h_i}{h_c^3} (I_3^c + \frac{I_4^c}{R_{cx}}) \right) \\ + \frac{4h_i I_4^c}{h_c^4} + \frac{4h_i I_5^c}{R_{cx} h_c^4} + \frac{8h_i I_5^c}{h_c^5} + \frac{8h_i I_6^c}{R_{cx} h_c^5} \end{bmatrix}$$

$$K(13,7) = \frac{ab}{4} \begin{bmatrix} \alpha_p \beta q h_i \left[ \frac{g_2^{cx}}{h_c^2} + 2 \frac{g_3^{cx}}{h_c^3} - 4 \frac{g_4^{cx}}{h_c^4} - 8 \frac{g_5^{cx}}{h_c^5} + \right. \\ \left. \frac{g_3^{cx}}{R_{cy} h_c^2} + 2 \frac{g_4^{cx}}{R_{cy} h_c^3} - 4 \frac{g_5^{cx}}{R_{cy} h_c^4} - 8 \frac{g_6^{cx}}{R_{cy} h_c^5} \right] \end{bmatrix}$$

### ۶- مراجع

- [1] Reddy, J. N. "Mechanics of Laminated Composite Plates and Shells", Theory and Analysis. 2nd Edition, CRC Press, New York, 2004.
- [2] J. L. Donald, "Engineering analysis of smart materials systems". s.l. John Wiley & Sons Inc., 2007.
- [3] Rahmani, O. Khalili, S.M.R. Malekzadeh, K. Hadavini, H., "Free vibration analysis of sandwich structures with a flexible functionally graded syntactic core", Composite Structures, Vol. 91, No. 2, pp. 229-235, 2009.
- [4] Rahmani, O. Khalili, S.M.R. Malekzadeh, K., "Free vibration response of composite sandwich cylindrical shell with flexible core", Composite Structures, Vol. 92, No. 5, pp. 1269-1281, 2010.
- [5] Najafzadeh, M.M. Azari, Sh. Salmasi, F., "Bending Analysis of Rectangular Composite Plates with Piezoelectric Layers Based on the First Order Shear Deformation Theory Using the Extended Kantorovich Method", Aerospace Mechanics Journal, Vol. 6, No. 4, pp. 57-69, 2011. (In Persian)

شدت آن قابل کنترل است، فرکانس‌های طبیعی و در نتیجه ارتعاشات سازه را کنترل نمود.

۴- فرکانس‌های طبیعی ورق برای حالت دوانحنایی بیشتر از حالت‌های تک انحنایی و تخت می‌باشد. زیرا هرچه ورق انحنادارتر شود، سختی آن افزایش یافته و در نتیجه فرکانس طبیعی ورق افزایش می‌یابد.

۵- با افزایش ضریب منطری، ورق رفته رفته تبدیل به یک باریکه شده که سختی عرضی آن افزایش یافته و در نتیجه فرکانس طبیعی نیز افزایش می‌یابد. بنابراین می‌توان با تغییر این پارامتر، فرکانس طبیعی سازه را در محدوده‌ی مورد نظر حاصل نمود.

۶- با افزایش نسبت طول به ضخامت ورق، فرکانس طبیعی ورق کاهش یافته است. زیرا با افزایش این نسبت، ورق نازک‌تر شده و در نتیجه سختی آن کاهش یافته است. بنابراین می‌توان با تغییر این پارامتر نیز، فرکانس طبیعی سازه را در محدوده‌ی مورد نظر حاصل نمود.

۷- با افزایش نسبت ضخامت هسته به ضخامت ورق، خیز ورق در رویه‌های بالایی و پایینی و برای هر دو حالت بارگذاری یکنواخت و هارمونیک، افزایش می‌یابد. زیرا با افزایش نسبت ضخامت هسته به ضخامت ورق، با توجه به اینکه هسته منعطف‌تر از رویه‌ها بوده، ورق انعطاف‌پذیرتر شده و در نتیجه خیز آن افزایش می‌یابد. در نسبت‌های پایین تر ضخامت هسته به ضخامت ورق، این افزایش خیز کمتر بوده و در نسبت‌های بالاتر، نرخ افزایش خیز بیشتر می‌باشد.

۸- با افزایش نسبت شعاع‌های انحنای خیز ورق در رویه‌های بالایی و پایینی و برای هر دو حالت بارگذاری یکنواخت و هارمونیک، افزایش می‌یابد. در نسبت‌های پایین تر شعاع‌های انحنای بیشتر نرخ افزایش خیز مشاهده شده است. زیرا با افزایش نسبت شعاع‌های انحنای ورق انعطاف‌پذیرتر شده و در نتیجه خیز آن افزایش می‌یابد.

۹- با افزایش شدت میدان مغناطیسی، مقدار خیز رویه‌های بالایی و پایینی ورق کاهش یافته است. از آنجایی که مدول برشی لایه MR رابطه‌ی مستقیم با شدت میدان مغناطیسی دارد، پس طبیعی است که با افزایش شدت میدان مغناطیسی، مدول برشی آن بالاتر رفته و انعطاف پذیری ورق کاهش یافته و در نتیجه خیز آن نیز کاهش یابد.

۱۰- خیز بی بعد در رویه پایینی، به مقدار قابل توجهی کمتر از رویه بالایی می‌باشد، و این ناشی از آن است که بارگذاری روی رویه بالایی صورت گرفته و میان رویه بالایی و پایینی هسته انعطاف پذیر قرار گرفته است.

۱۱- خیز رویه‌های بالایی و پایینی ورق در حالت بارگذاری یکنواخت بیشتر از بارگذاری هارمونیک می‌باشد.

۱۲- تنش برشی ناشی از بارگذاری یکنواخت ایجاد شده در هسته بیشتر از تنش برشی ناشی از بارگذاری هارمونیک می‌باشد. همچنین مشاهده شده است که تنش برشی در هر دو حالت بارگذاری در مرزهای پانل، دارای بیشترین مقدار خود می‌باشد.

### ۵- فهرست علائم

$a, b$	طول و عرض ورق (m)
$E_1, E_2, E_3$	مدول الاستیسیته (GPa)
$G_{xy}, G_{xz}, G_{yz}$	مدول برشی (GPa)
$h$	ضخامت کل ورق (m)
$h_t, h_c, h_b$	ضخامت رویه‌ی بالایی، هسته و رویه‌ی پایینی (m)

- [30] Khare, R. K. Rode, V. Garg, A. K. John, S. P. H., "Higher-order Closed-form Solutions for Thick Laminated Sandwich Shells", *Journal of Sandwich Structures and Materials*, Vol. 7, pp. 335-358, 2005.
- [6] Kheirikhah, M.M. Khalili, S.M.R. Malekzadeh Fard, K., "Biaxial buckling analysis of soft-core composite sandwich plates using improved high-order theory", *European Journal of Mechanics - A/Solids*, Vol. 31, No. 1, pp. 54-66, 2012.
- [7] Viola, E. Tornabene, F. Fantuzzi, N., "General higher-order shear deformation theories for the free vibration analysis of completely doubly-curved laminated shells and panels", *Composite Structures*, Vol. 95, pp. 639-666, 2013.
- [8] Golmakani, M.E. Emami, M. "Nonlinear bending and buckling analysis of functionally graded annular plates", *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 13, No. 14, pp. 1-14, 2014. (In Persian)
- [9] G. H. Rahimi, R. Rahmani, Pitch effect on flexural behavior of sandwich structure with composite skins and a corrugated combinatorial core with trapezoidal geometry, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 5, pp. 194-202, 2014. (In Persian)
- [10] M. Ansari, M. Golzar, A. H. Behraves, Evaluation of corrugated composite beam deflection by shape memory alloy wire, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 8, pp. 49-58, 2014. (In Persian)
- [11] Dariushi, S. Sadighi, M., "Analysis of composite sandwich beam with enhanced nonlinear high order sandwich panel theory", *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 16, pp. 1-8, 2015 (In Persian)
- [12] Khanmohammadi, M. Ahmadi, I., "Progressive damage analysis of laminated composite plate subjected to bending fatigue", *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 2, pp. 72-80, 2015 (In Persian)
- [13] Rouzegar, J. Gholami, M., "Non-linear bending analysis of thick rectangular plates by four-variable refined plate theory and Dynamic Relaxation method", *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 2, pp. 221-230, 2015 (In Persian)
- [14] Sadat Fattahi, S. Zabihollah, A., "Vibration of laminated composite structures integrated with magnetorheological fluid segments", *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 13, No. 12, pp. 156-160, 2013. (In Persian)
- [15] Rajamohan, V. Sedaghati, R. Rakheja, S., "Vibration analysis of a multi-layer beam containing magnetorheological fluid", *Smart Mater. Struct.*, Vol. 19, pp. 1-12, 2010.
- [16] Rajamohan, V. Rakheja, S. Sedaghati, R., "Vibration analysis of a partially treated multi-layer beam with magnetorheological fluid", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 329, pp. 3451-3469, 2010.
- [17] Lara-Prieto, V., "Vibration characteristics of MR cantilever sandwich beams: experimental study", *Smart Mater. Struct.*, Vol. 19, 2010.
- [18] Malekzadeh Fard, K. Rezaei Hassanabadi, M. Livani, M., "Single-objective and multi-objective optimization of curved sandwich panel with magneto-rheological fluid core using genetic algorithm", *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 15, pp. 414-422, 2015. (In Persian)
- [19] Frostig, Y. Thomsen, O.T., "High-order free vibration of sandwich panels with a flexible core", *International Journal Solids Structures*, Vol. 41, pp. 1697-1724, 2004.
- [20] Sun, Q. Zhou, J. X. Zhang, L., "An Adaptive Beam Model and Dynamic Characteristics of Magnetorheological Materials", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 261, pp. 465-481, 2003.
- [21] Reddy, J.N., "A refined nonlinear theory of plates with transverse shear deformation", *International Journal Solids Structures*, Vol. 20, pp. 881-896, 1987.
- [22] Whitney, J. M., "Shear correction factors for orthotropic laminates under static load", *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 40, pp. 302-304, 1973.
- [23] Reddy, J.N., "Energy and variational methods in applied mechanics, First Edition", New York: John Wiley, 1984.
- [24] Sanders, J.L., "An improved first approximation theory for thin shells", NASA THR24, 1959.
- [25] Keshmiri, A. Ghaheri, A. Taheri-Behrooz, F., "Buckling and vibration of symmetrically-laminated composite elliptical plates restin on Winkler-type foundation subjected to initial in-plane stresses", *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 1, pp. 19-26, 2014. (In Persian)
- [26] Reddy, J.N., "Mechanics of Laminated Composite Plates and Shells, Theory and Analysis", Second Edition, New york: CRC Press, 2004.
- [27] Paknejada, R. Ashenai, F. Malekzadeh Fard, K., "Response of fully-clamped composite laminated plate subjected to low velocity impact using Galerkin method", *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 1, pp. 50-45, 2014. (In Persian)
- [28] Biglari, H. Jafari, A.A., "High-order free vibrations of doubly-curved sandwich panels with flexible core based on a refined three-layered theory", *Composite Structures*, Vol. 92, pp. 2685-3694, 2010.
- [29] Asgari, M. "Optimum design of composite sandwich panels with Magneto-Rheological fluid layer using new high order theory", MSc Thesis, K. N. Toosi University of Technology, Iran, 2010.